Thời gian: 60 phút
(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)
Mã Đề: ST7K201

Cách đặt tên file

- Tạo một thư mục với tên `Mã Đề_MSSV` để chứa các file `.m`
  Ví dụ: `ST7K201_1411223`
- Tạo file `.m` với tên `main.m` để làm bài thi. Và trong file `main.m` ghi chú như sau:

```
% Ho va ten :
% MSSV      :
% Ma De     :
```

Phải đặt tên theo đúng yêu cầu nếu không bài làm sẽ không được tính điểm.

1. Xử lý trên Ma trận

   a) Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 3x & -2y & -5z & +w & = 0, \\ 2x & -3y & +z & +5w & = 0, \\ x & +2y & & -4w & = 0, \\ x & -2y & -4z & +9w & = 0. \end{cases}$$

   b) Viết chương trình nhập vào ba số nguyên dương $m, n, p (m, n, p \geq 5)$. Tạo ngẫu nhiên các ma trận $A \in \mathbb{R}^{m\times n}, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ và $C \in \mathbb{R}^{n\times p}$, các giá trị lấy trong khoảng $[-10, 40]$. Tính
   - $D = ABC - AB^{-1}C$.
   - $E = 2\left(B^TB\right)^5 - A^TACC^T$.

   c) Gọi u là các vector dòng được tạo bằng cách lấy dòng áp chót của ma trận B^3. v là vector cột được tạo bằng cách lấy tổng đan dấu của 4 cột đầu tiên của ma trận E, tức là

$$v = E_1 - E_2 + E_3 - E_4$$

   với E_i là cột thứ i của ma trận E. Tính
   - $w = \Pi(u, v)$ trong đó $\{\Pi(u, v)\}_i = \{u_iv_i\}$.
   - Tính $F = ww^T$ và $G = w^Tw$.
   - Kiểm tra đẳng thức sau

$$trace\left(ww^T\right) = trace\left(w^Tw\right) = \|w\|_2$$

     bằng cách tính $trace\left(ww^T\right), trace\left(w^Tw\right)$ và $\|w\|_2$ rồi so sánh kết quả.

   d) Dùng các phép toán trong MATLAB để kiểm tra xem các bộ vector sau có phải là cơ sở trong $\mathbb{R}^4$ không? Xuất kết quả ra màn hình câu trả lời `Bo vector la co so trong R4` hoặc `Bo vector khong la co so trong R4`.

$$\{(0, 1, -3, 4), (-1, 0, 0, 2), (0, 5, 3, 0), (-1, 7, -3, -6)\}$$

2. Vẽ đồ thị 2D-3D

   a) Vẽ 2 hàm số sau trên cùng một đồ thị

   $$\begin{aligned} f(x) &= -e^{-x}\sin(2\pi x), \quad x \in [0,4], \\ g(x) &= \frac{x^2-5x+6}{x^2+1}, \qquad x \in [-5,5]. \end{aligned}$$

   Hàm số f được vẽ bằng màu xanh dương, nét liền.
   Hàm số g được vẽ bằng màu đỏ, nét gạch chấm.
   Đặt tên cho trục Ox là `Thoi gian` , trục Oy là `Bien do`. Tên hình là `Bien do dao dong cua vat`. Chú thích hàm f tên là `Lo xo` còn hàm g tên là `Ham uon`.

   b) Vẽ đồ thị của hàm số sau

   $$f_{\text{Parsopoulos}}(x,y) = \cos(x)^2 + \sin(y)^2, \quad (x,y) \in [-4,4]\times[-4,4].$$

   Đặt tên cho các trục Ox , Oy và Oz lần lượt là `x`, `y` và `f(x,y)`. Tên hình là `Ham Parsopoulos`.

3. Symbolic

   a) Xét các hàm số sau

   $$x_n = exp\left\{-n^{-2}\right\}$$

   Tìm giới hạn các dãy con $(x_{2n}), (x_{3n})$ và (x_{5n}). Kiểm tra rằng các dãy trên có cùng giới hạn. Kiểm tra xem các giới hạn này có trùng với giới hạn của các dãy con không.

   b) Cho

   $$I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} exp\left\{\frac{x^2}{2}\right\}dx.$$

   Hãy tính tích phân suy rộng trên bằng hai cách: tính trực tiếp và tính giới hạn

   $$\lim_{R\to\infty} I_R$$

   trong đó

   $$I_R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-R}^{R} exp\left\{\frac{x^2}{2}\right\}dx.$$

4. Viết function sử dụng vòng lặp for, while:

   Đầu tiên, tạo hai ma trận $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$, các giá trị là số nguyên dương trong khoảng $[-100, 100]$.

   Viết function như sau:

```
function [ U , W , n2 , ind ] = Xuly_matran( A , B )
```

   Trong đó A và B là hai ma trận được tạo ở trên.

- X là ma trận được tạo bằng cách lấy giá trị của đường chéo chính và đường chéo phụ của ma trận A, các vị trí còn lại được gán giá trị -10^3.

$$S_{i,j} = \begin{cases} A_{i,j}B_{i,j} & \text{khi } |A_{i,j} - B_{i,j}| \leq 10, \\ 10 - |A_{i,j} - B_{i,j}| & \text{còn lại }, \end{cases}.$$

- P là ma trận được tạo bằng cách giữ nguyên các giá trị chia hết cho 3 trong ma trận B và tạo lại các giá trị mới vào các vị trí còn lại cho đến khi nào giá trị nhận được cũng chia hết cho 3.
- $n2$ là số lượng các vị trí (i, j) mà ở đó $A_{i,j}$ và $B_{i,j}$ cùng tính chẵn lẻ.
- `ind` là vector chứa các chỉ số (i, j) thỏa yêu cầu trên. `index`$(1, :)$ chứa chỉ số i và `index`$(2, :)$ chứa chỉ số j.

5. Viết function theo thuật thoán Givens QR sau đây

`function [ Q , R ] = TT_Givens_QR(A)`

$R = A$
`for j = 1  to` n
  `for i=m  downto` j+1
    `[c,s] = givens` $(R_{i-1,j}, R_{i,j})$
    $R_{i-1:i,j:n} = \begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix}' R_{i-1:i,j:n}$
  `end`
`end`
$Q = (RA^{-1})^T$
trong đó givens(a,b) là một function được cho như sau
`function [c, s] = givens(a,b) if` $b = 0$ `then`
  $c = 1$
  $s = 0$
`else    if` $|b| > |a|$ `then`
    $\tau = -a/b$
    $s = \dfrac{1}{1 + \tau^2}$
    $c = s\tau$
  `else`
    $\tau = -b/a$
    $c = \dfrac{1}{1 + \tau^2}$
    $s = c\tau$
  `end`
`end`

Thuật toán Givens QR sẽ cho ta một phân tách $A = QR$ trong đó Q là một ma trận trực chuẩn và R là một ma trận tam giác trên. Kiểm tra tính trực chuẩn của Q và độ chính xác của thuật toán bằng cách tính sai số

$$\|Q^T Q - \mathbb{I}_n\|_\infty \text{ và } err = \|A - QR\|_\infty$$

với $A \in \mathbb{R}^{10\times 10}$ là một ma trận ngẫu nhiên.

— HẾT —