

BÀI TẬP TUẦN 9

Bài tập 1: Cho

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & \frac{5}{2} \\ -\frac{3}{4} & 2 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -2 \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

- a. Tính $A^{-1}B^{-1}$, $(AB)^{-1}$, $(BA)^{-1}$. Nhận xét về kết quả.
- b. Tính $(A^{-1})^T$, $(A^T)^{-1}$. Nhận xét về kết quả.

Bài tập 2:

2.1 Cho hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{rrcr} x & -2y & +3z & = 9 \\ -x & +3y & & = -4 \\ 2x & -5y & +5z & = 17 \end{array}$$

Dùng lệnh `help rref` tìm hiểu về lệnh `rref` và dùng lệnh này giải hệ trên.

2.2 Viết hệ phương trình tuyến tính sau dưới $AX = B$, và giải hệ bằng lệnh `X = A\B`

$$\begin{array}{rrcr} 3x & +3y & +4z & = 2 \\ x & +y & +4z & = -2 \\ 2x & -5y & +4z & = 3 \end{array}$$

Kiểm tra kết quả lại với lệnh `rref`

Bài tập 3: Vẽ đồ thị, xác định giao điểm và đánh dấu vào hình của :

a. Hai đồ thị $f(x) = x \sin(x)$, $g(x) = x \cos(x)$

b. Đồ thị sau

$$\begin{cases} x = 5(\cos(t) + t \sin(t)) \\ y = 5(\sin(t) - t \cos(t)) \end{cases}$$

và đường thẳng $y = x$, với $t \in [-20, 20]$

Bài tập 4: Cho các điểm

$A(1, 3)$, $B(-3, 5)$, $C(2, -4)$, $D(-1, -3)$ và $O(0, 0)$. hãy vẽ trên cùng một khung hình mỗi yêu cầu sau

a. Vẽ điểm A bởi đường tròn đỏ, điểm B bởi đường hình vuông xanh dương, điểm C bởi đường hình tam giác trái tím, điểm D bởi đường hình tam giác phải vàng và điểm O bởi đường hình thoi đen.

b. Vẽ các đoạn thẳng AB , OC , DB , CB , OA có độ dày 2pt.

c. Vẽ các tam giác ABC , ABD và ACD và các tứ giác $ABCD$, $AOCD$ có màu sắc và độ dày tự chọn.

Bài tập 5: Sử dụng quy tắc Cramer để giải hệ $Ax = b$. Cho

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \end{bmatrix}$$

Dùng những câu lệnh sau:

```
x = zeros(2,1);  
A1 = A;  
A1(:, [1]) = b;  
x(1) = det(A1)/det(A);  
A2 = A;  
A2(:, [2]) = b;  
x(2) = det(A2)/det(A);
```

Áp dụng Cramer giải hệ sau:

$$\begin{array}{rrcr} 3x & +3y & +4z & = & 2 \\ x & +y & +4z & = & -2 \\ 2x & -5y & +4z & = & 3 \end{array}$$

Bài tập 6: Ta có thể tìm ma trận khả nghịch bằng cách biến đổi sơ cấp $(A|I) \rightarrow (I|A^{-1})$. Áp dụng tìm ma trận khả nghịch của ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 7 \\ 3 & 7 & 8 & 12 \\ 4 & 8 & 14 & 19 \end{bmatrix}$$

Bài tập 7: Tạo ngẫu nhiên ma trận A là ma trận vuông có 25 phần tử thuộc \mathbb{R}

- Kiểm tra ma trận A có khả nghịch hay không, nếu không thì cho lại ma trận ngẫu nhiên khác.
- Xác định ma trận nghịch đảo của A bằng phép biến đổi sơ cấp trên dòng.
- Xác định ma trận nghịch đảo của A bằng hàm `inv`

Bài tập 8: Áp dụng lệnh ở **Bài tập 5** (có thể biến đổi lệnh áp dụng cho ma trận A cấp n bất kỳ thì càng tốt) giải hệ sau:

a.

$$\begin{array}{rrcrcl} x_1 & +3x_2 & +3x_3 & -2x_4 & = & 6 \\ 2x_1 & -x_2 & -2x_3 & -3x_4 & = & 4 \\ 3x_1 & +2x_2 & -x_3 & +2x_4 & = & 4 \\ 2x_1 & -3x_2 & +2x_3 & +x_4 & = & -8 \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{rrcrcl} x_1 & +3x_2 & +5x_3 & -4x_4 & & = & 1 \\ x_1 & +3x_2 & +2x_3 & -2x_4 & +x_5 & = & -1 \\ x_1 & -2x_2 & +x_3 & -x_4 & -x_5 & = & 3 \\ x_1 & -4x_2 & +x_3 & +x_4 & -x_5 & = & 3 \\ x_1 & +2x_2 & +x_3 & -x_4 & +x_5 & = & -1 \end{array}$$

Bài tập 9: Vẽ các mặt tham số sau:

- a. $\mathbf{r}(R, \theta) = (R \cos(\theta), R \sin(\theta), R^2 + 1), \quad 0 \leq R \leq 4, 0 \leq \theta \leq 2\pi$
- b. $\mathbf{r}(u, v) = (\sqrt{1 + 4v^2} \cos(u), v, \sqrt{1 + 4v^2} \sin(u)), \quad -1 \leq v \leq 1, 0 \leq u \leq 2\pi$
- c. $\mathbf{r}(y, t) = ((2 + \sin(y)) \cos(t), y, (2 + \sin(y)) \sin(t)), \quad 0 \leq y \leq 4\pi, 0 \leq t \leq 2\pi$
- d. $\mathbf{r}(u, v) = (\frac{\cos(u)}{4} + \cos(v), \frac{\sin(u)}{4} + \sin(v), v), \quad 0 \leq u \leq 2\pi, 0 \leq v \leq 4\pi$
- e. $\mathbf{r}(u, v) = (\cos(u), \sin(u), u + \frac{v}{4}), \quad 0 \leq u \leq 4\pi, 0 \leq v \leq 2\pi$
- f. $\mathbf{r}(u, v) = (u \cos(v), u \sin(v), uv), \quad 0 \leq u \leq 2\pi, 0 \leq v \leq 4\pi$

Bài tập 10: Tạo ngẫu nhiên ma trận A là ma trận vuông có 10000 phần tử thuộc \mathbb{R}

- a. Kiểm tra ma trận A có khả nghịch hay không, nếu không thì cho lại ma trận ngẫu nhiên khác.
- b. Xác định ma trận nghịch đảo của A bằng phép biến đổi sơ cấp trên dòng.
- c. Xác định ma trận nghịch đảo của A bằng hàm `inv`

Bài tập 11: Viết function có dạng sau:

`function [x] = He_PT(A , b)`

dùng quy tắc Cramer để giải hệ $Ax = b$. Với A là ma trận vuông cấp n bất kỳ.

Lưu ý: Trong function cần kiểm tra xem ma trận A có vuông không, nếu không vuông thì không thể giải được theo quy tắc Cramer