Thời gian: 60 phút
(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)
Mã Đề: ST7K202

Cách đặt tên file

- Tạo một thư mục với tên `Mã Đề_MSSV` để chứa các file `.m`
  Ví dụ: `ST7K202_1411223`
- Tạo file `.m` với tên `main.m` để làm bài thi. Và trong file `main.m` ghi chú như sau:

```
% Ho va ten :
% MSSV      :
% Ma De     :
```

  Phải đặt tên theo đúng yêu cầu nếu không bài làm sẽ không được tính điểm.

1. Xử lý trên Ma trận

   a) Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x + y - 3z + 2w = 0, \\ x - 2y - w = 0, \\ y + z + 3w = 0, \\ 2x - 3y - 2w = 0. \end{cases}$$

   b) Viết chương trình nhập vào hai số nguyên dương $m, n (m, n \geq 5)$. Tạo ngẫu nhiên các ma trận $A \in \mathbb{R}^{m \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ và $C \in \mathbb{R}^{n \times m}$, các giá trị lấy trong khoảng $[-20, 30]$. Tính
   - $D = B^2 - \Pi(B, B)$ trong đó $\{\Pi(X, Y)\}_{i,j} = \{x_{i,j} y_{i,j}\}$.
   - $E = \left(BB^T\right)^2 - A^T(AC + \mathbb{I}_n)C^T$.

   c) Gọi u là các vector dòng được tạo bằng cách lấy dòng áp chót của ma trận B^3. v là vector cột được tạo bằng cách lấy tổng đan dấu của 4 cột đầu tiên của ma trận E, tức là

$$v = E_1 - E_2 + E_3 - E_4$$

   với E_i là cột thứ i của ma trận E. Tính
   - $w = \Pi(u, v)$ trong đó $\{\Pi(u, v)\}_i = \{u_i v_i\}$.
   - Tính $F = ww^T$ và $G = w^T w$.
   - Kiểm tra đẳng thức sau

$$trace\left(ww^T\right) = trace\left(w^T w\right) = \|w\|_2$$

     bằng cách tính $trace\left(ww^T\right), trace\left(w^T w\right)$ và $\|w\|_2$ rồi so sánh kết quả.

d) Dùng các phép toán trong MATLAB để kiểm tra xem các bộ vector sau có phải là cơ sở trong $\mathbb{R}^4$ không? Xuất kết quả ra màn hình câu trả lời `Bo vector la co so trong R4` hoặc `Bo vector khong la co so trong R4`.

$$\{(0,0,1,2)\,,(0,2,3,1)\,,(1,3,4,5)\,,(2,1,0,0)\}$$

2. Vẽ đồ thị 2D-3D

a) Vẽ 2 hàm số sau trên cùng một đồ thị

$$\begin{aligned} f(x) &= -e^{-3x} - \sin^3(x), & x \in [0,20], \\ g(x) &= \sin(x) + \sin\left(\tfrac{10}{3}x\right) + \log(x) - 0.84x + 3, & x \in [2.7, 7.5]. \end{aligned}$$

Hàm số f được vẽ bằng màu đỏ, nét liền.
Hàm số g được vẽ bằng màu xanh dương, nét gạch chấm.
Đặt tên cho trục Ox là `Thoi gian` , trục Oy là `Bien do`. Tên hình là `Bien do dao dong cua vat`. Chú thích hàm f tên là `Suon doc` còn hàm g tên là `Suon doi`.

b) Vẽ đồ thị của hàm số sau

$$f_{\text{Price01}}(x,y) = (|x|-5)^2 + (|y|-5)^2, \quad (x,y) \in [-10,10] \times [-10,10].$$

Đặt tên cho các trục Ox , Oy và Oz lần lượt là `x`, `y` và `f(x,y)`. Tên hình là `Ham Price01`.

3. Symbolic

a) Xét hàm số sau

$$f(x,y,z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz,$$
$$g(x,y,z) = exp\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}z\right\}\sin y.$$

Nhắc lại rằng hàm số điều hòa là hàm số thỏa mãn tính chất

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = 0.$$

Dùng `MATLAB` kiểm tra xem các hàm số trên có phải là hàm số điều hòa hay không? Kết quả xuất ra có dạng sau `Ham so h la ham dieu hoa` hoặc `Ham so h khong la ham dieu hoa` với h là f hoặc g.

b) Liệt kê 10 phần tử đầu tiên của dãy số Fibonacci:

$$F_n = \frac{\varphi^n - (-\varphi)^{-n}}{\sqrt{5}} \quad \text{trong đó} \quad \varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Lưu ý: các giá trị của dãy số Fibonacci phải là số nguyên.
Đặt

$$G_n = \frac{F_n}{exp}.$$

Tìm giới hạn của các dãy số (G_n).

4. Viết function sử dụng vòng lặp for, while:

   Đầu tiên, tạo hai ma trận $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$, các giá trị là số nguyên dương trong khoảng $[-100, 100]$.

   Viết function như sau:

   ```
   function [ O , Q , n3 , ind ] = Xuly_matran( A , B )
   ```

   Trong đó A và B là hai ma trận được tạo ở trên.

   - O là ma trận được tạo bởi:

   $$O_{i,j} = \begin{cases} B_{i,j} & \text{khi } |i+j| \equiv 0 \mod 2, \\ 10^3 & \text{còn lại ,} \end{cases}.$$

   - Q là ma trận được tạo bằng cách giữ nguyên các giá trị dương ma trận A và tạo lại các giá trị mới vào các vị trí còn lại cho đến khi nào giá trị mới nhận được thỏa tính chất $|A_{i,j} - B_{i,j}| < 5$.
   - $n3$ là số lượng các vị trí (i, j) mà ở đó $A_{i,j}$ chia hết cho 3 và $B_{i,j}$ không chia hết cho 3.
   - `ind` là vector chứa các chỉ số (i, j) thỏa yêu cầu trên. `index`$(1, :)$ chứa chỉ số i và `index`$(2, :)$ chứa chỉ số j.

5. Viết function theo thuật thoán Gauss-Seidel sau đây

   ```
   function [ x ] = TT_Gauss_Seidel(A,b,x0,TOL,maxit)
   ```

   Thuật toán `Gauss-Seidel`
   $k = 1$.
   `while` $(k \leq$ `maxit`$)$ `do`
     `for` $\mathrm{i} = 1$ `to` n

   $$x_i = \frac{1}{a_{i,i}}\left[-\sum_{j=1}^{i-1} a_{i,j}x_j - \sum_{j=i+1}^{n} a_{i,j}x0_j + b_i\right].$$

     `end`
     `if` $\|x - x0\| < TOL$ `then`
       `break`
     `end`
     $k = k + 1$.
     $x0 = x$.
   `end`
   `if` $k >$ `maxit then`
     `output: 'Vuot qua gioi han so lan lap'`

   Thuật toán Conjugate Gradient dùng để tìm nghiệm của phương trình ma trận $Ax = b$ với A là ma trận đối xứng xác định dương. Kiểm tra độ chính xác của thuật toán bằng cách tính nghiệm chính xác và chuẩn sai số $x_e = A\backslash b$ và $err = \|x - x_e\|_\infty$. Với $M \in \mathbb{R}^{10\times 10}$ là một ma trận ngẫu nhiên và chọn $A = M^T M + \mathbb{I}_{10}$. và b là một vector cột 10×1 ngẫu nhiên lấy giá trị trong khoảng $(0, 10)$.

— HẾT —