

BÀI TẬP

1/ Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-1) + 1 - x}{x^3 - x^2 - x + 1}, & 1 < x \leq 100 \\ e^{x-1} + 2m - 1, & x \leq 1 \end{cases}$

a) Tìm tập xác định của hàm số f .

b) Tìm: $f(1)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

c) Tìm số thực m để hàm f liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

2/ Định m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 4}{e^{x-1} - 1}, & x > 1 \\ mx + 2, & x \leq 1 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 1$.

3/ Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^{(x^2+2x)} \sin x}{x^3(x+1)}$.

4/ Cho hàm số $y = x^{x+\sin x}$. Hãy tìm $y'(x)$ bằng phương pháp Logarit hóa.

5/ Cho hàm số $y = \frac{x}{x+1}$. Tìm đạo hàm 3 cấp đầu tiên, từ đó đưa ra dự đoán đạo hàm cấp 100 của hàm số đã cho.

6/ Một người muốn rào một phần khu đất của mình thành một mảnh vườn hình chữ nhật hoặc hình vuông có chu vi là 200(m) để trồng hoa. Biết rằng cứ $1m^2$ diện tích trồng hoa sẽ thu được lợi nhuận là 50.000 đồng. Hỏi người đó phải rào thành mảnh vườn có kích thước như thế nào để lợi nhuận thu được là cao nhất? Tính lợi nhuận khi đó?

7/ Người nông dân A muốn rào một phần khu đất của mình thành một mảnh vườn hình chữ nhật hoặc hình vuông có diện tích là $100m^2$ để trồng rau. Biết rằng $1m$ hàng rào có chi phí là 400.000 đồng. Hỏi người đó phải rào thành mảnh vườn có kích thước như thế nào để chi phí hàng rào là nhỏ nhất? Tính chi phí hàng rào khi đó?

8/ Tính diện tích của mặt được tạo thành bằng cách cho đường cong $y = \sqrt{9-x^2}$, $-1 \leq x \leq 1$ quay quanh trục Ox.

9/ Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi:

$$S = 2\pi \int_a^b |f(x)| \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}; x=0; x=1; y=0$$

10/ Cho biết tích phân suy rộng sau hội tụ hay phân kì. Nếu hội tụ hãy tính giá trị của nó: $\int_1^{+\infty} \frac{x^2}{(x^3+1)^2} dx$.

11/ Khảo sát sự hội tụ, phân kỳ của tích phân: $\int_0^{+\infty} \frac{x-1}{x^2+4} dx$.

Ví dụ. Tính diện tích mặt tròn xoay tạo nên khi quay cung $y = x^3$, $-1 \leq x \leq 1$, quanh trục Ox.

HD:

Khi quay cung đã cho quanh trục Ox, ta được một khối tròn xoay:

$$\begin{aligned} S &= 2\pi \int_{-1}^1 |f(x)| \sqrt{1 + [f'(x)]^2} \, dx \\ &= 4\pi \int_0^1 x^3 \sqrt{1 + 9x^4} \, dx = \frac{2\pi}{27} (10\sqrt{10} - 1). \end{aligned}$$

