

Chương 5. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP PHÁT HIỆN BIÊN

Một trong những hoạt động phân tích hình ảnh cơ bản nhất là phát hiện cạnh (biên). Các đường biên thường là manh mối quan trọng đối với việc phân tích và giải thích thông tin của hình ảnh. Chương này sẽ giới thiệu một số phương pháp phát hiện biên ảnh.

Một số phương pháp dựa trên đạo hàm bậc nhất:

- Phương pháp Robert.
- Phương pháp Sobel.
- Phương pháp Prewitt.

Một số phương pháp dựa trên đạo hàm bậc hai:

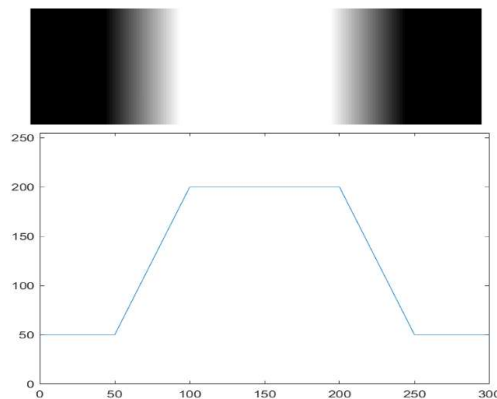
- Phương pháp Laplace.
- Phương pháp LoG (Log of Gaussian).
- Phương pháp Difference of Gaussian (DoG).

5.1. GIỚI THIỆU VỀ BIÊN ẢNH

Thông thường, biên ảnh có thể được định nghĩa như sau:

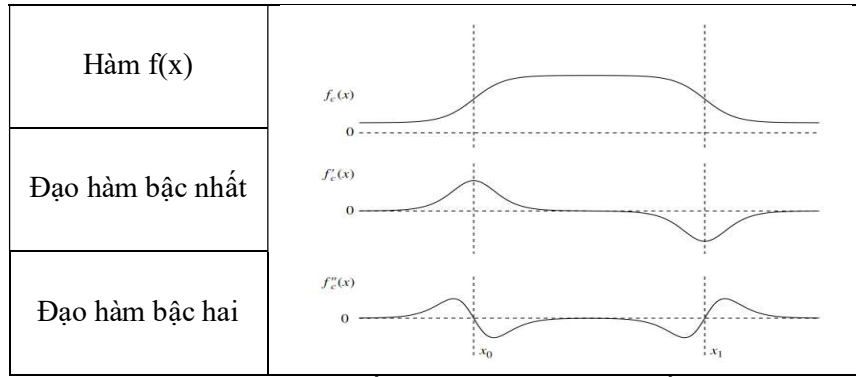
- Tập hợp các điểm mô tả ranh giới giữa hai hoặc nhiều hơn về khu vực riêng biệt của một bề mặt.
- Tập hợp các điểm dọc theo đó có sự thay đổi đột ngột về hướng cục bộ của bề mặt.

Hình 5.1 minh họa một hình ảnh có vùng trung tâm là sáng, hai bên là vùng tối và một đồ thị biểu diễn cho cường độ mức xám cắt theo 1 đường nằm ngang ảnh.



Hình 5.1 Minh họa ảnh và đồ thị cường độ sáng cắt ngang ảnh

Các điểm biên có thể được xác định dựa trên đạo hàm bậc nhất (tìm các điểm cực trị địa phương), hoặc dựa trên đạo hàm bậc hai (tìm các điểm chéo không). Nếu một trong số đó là một cạnh thay đổi mức xám đột ngột, thì đạo hàm hoặc độ dốc, là cơ sở cho việc phát hiện biên ảnh.

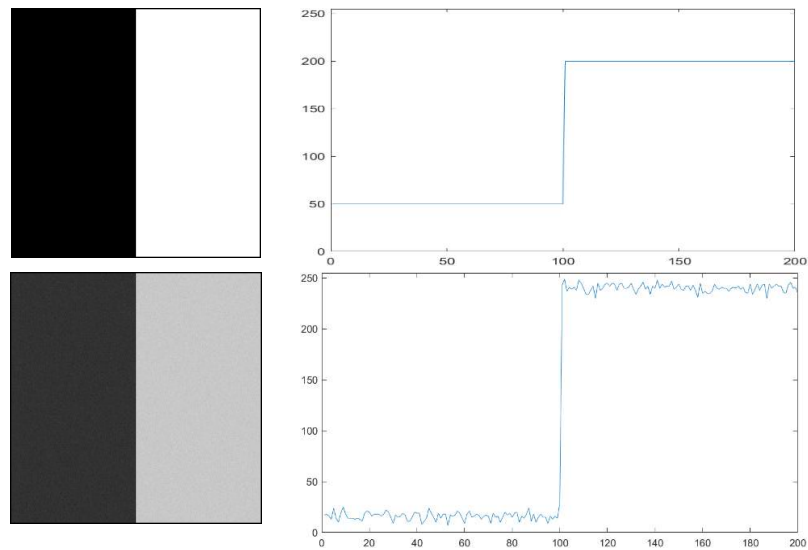


Hình 5.2 Minh họa hàm số và các đạo hàm bậc nhất và bậc hai

Hình 5.2 minh họa hàm một chiều liên tục biểu diễn cho cường độ sáng của một đường thẳng cắt ngang ảnh có một vùng trung tâm sáng trên nền tối như hình 5.1. Phần bên trái của hàm mức xám $f(x)$ cho thấy sự chuyển đổi mịn từ màu tối sang màu sáng khi x tăng. Do đó, phải có một điểm x_0 đánh dấu bước chuyển từ vùng có cường độ sáng thấp bên trái sang khu vực có cường độ sáng cao liền kề ở trung tâm.

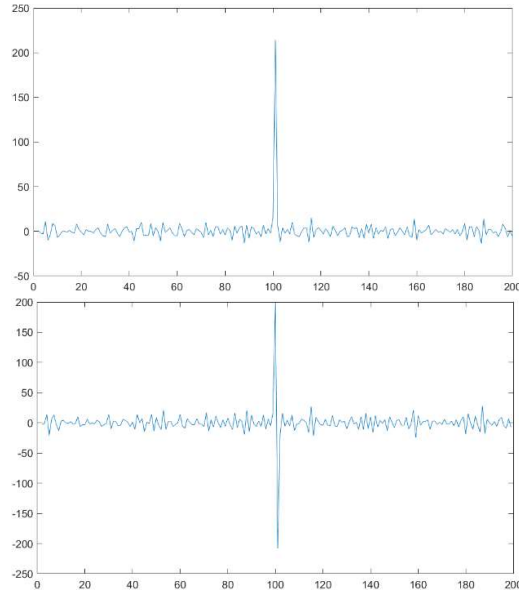
Ảnh hưởng của nhiễu đối với biên ảnh

Trong trường hợp ảnh bị nhiễu, việc dựa vào đạo hàm bậc nhất để xác định điểm biên gặp khó khăn bởi khi đó sẽ có rất nhiều cực trị sau khi tính đạo hàm (xem hình minh họa 5.3). Tương tự, đối với việc sử dụng “chéo không” khi tính đạo hàm bậc hai cũng gặp khó khăn để xác định điểm biên. Bởi vì khi đó cũng có rất nhiều điểm chéo không (xem hình minh họa 5.3). Để giải quyết vấn đề này, người ta thường thực hiện khử nhiễu (làm trơn ảnh) trước khi tiến hành phát hiện biên.



Đạo hàm bậc nhất

Đạo hàm bậc hai



Hình 5.3 Minh họa đường biên bị ảnh hưởng bởi nhiễu

5.1.1. Phát hiện biên dựa trên đạo hàm bậc nhất (Gradient)

Khái niệm về toán tử Gradient:

Gradient của một hàm đa biến $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ được kí hiệu ∇f là một vector n chiều, mà mỗi thành phần trong vector đó là một đạo hàm riêng theo từng biến của hàm số đó:

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right) \quad 5.1$$

Vector gradient tại một điểm cho biết từ điểm đó, hướng nào tăng giá trị hàm f nhiều nhất có thể. Độ lớn của vector gradient chính là mức độ thay đổi lớn nhất.

Do đó việc phát hiện biên dựa trên Gradient như sau:

Gọi $f(x, y)$ là một hàm 2 chiều đại diện cho cường độ sáng tại điểm ảnh (x, y) . Khi đó, đạo hàm riêng theo x và y được tính như sau:

Đạo hàm riêng theo x :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} &= \frac{f(x+1, y) - f(x, y)}{(x+1) - x} \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} &= f(x+1, y) - f(x, y) \end{aligned} \quad 5.2$$

Đạo hàm riêng theo y :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} &= \frac{f(x, y+1) - f(x, y)}{(y+1) - y} \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} &= f(x, y+1) - f(x, y) \end{aligned} \quad 5.3$$

Đạo hàm riêng theo x và y cũng được biểu diễn qua phép nhân chập như sau:

Cho một ma trận ảnh I và hai mặt nạ K_x, K_y . Đạo hàm riêng của hàm cường độ sáng I tại vị trí (x, y) có thể tính như sau:

$(x-1, y-1)$	$(x-1, y)$	$(x-1, y+1)$
$(x, y-1)$	(x, y)	$(x, y+1)$
$(x+1, y-1)$	$(x+1, y)$	$(x+1, y+1)$

Ma trận ảnh với các tọa độ

0	0	0
0	-1	0
0	1	0

Mặt nạ K_x

0	0	0
0	-1	1
0	0	0

Mặt nạ K_y

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = f(x, y) \otimes K_x \quad 5.4$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = f(x, y) \otimes K_y \quad 5.5$$

Do đó, để tính độ lớn của đường biên theo phương pháp dựa trên đạo hàm bậc nhất. Chúng ta có thể tính theo các bước sau:

Bước 1: Tìm độ lớn đường biên theo hai hướng x và y

$$G_x = I \otimes K_x$$

$$G_y = I \otimes K_y$$

Bước 2: Tính độ lớn đường biên

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

Hoặc chúng ta có thể tính xấp xỉ:

$$G \approx |G_x + G_y| \text{ hoặc } G \approx |G_x| + |G_y|$$

5.1.2. Phát hiện biên dựa trên đạo hàm bậc hai (Laplacian)

Khái niệm về toán tử Laplacian:

Laplacian của một hàm đa biến $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ được kí hiệu $\nabla^2 f$ là tổng của n thành phần đạo hàm riêng cấp 2 theo từng biến của hàm số đó:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \quad 5.6$$

Gọi $f(x, y)$ là một hàm 2 chiều đại diện cho cường độ sáng tại điểm ảnh (x, y) . Khi đó, đạo hàm riêng cấp hai theo x và y được tính như sau:

Đạo hàm riêng cấp hai theo x :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} &= \frac{\partial(f(x+1, y) - f(x, y))}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} &= f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y)\end{aligned}\quad 5.7$$

Đạo hàm riêng cấp hai theo y :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} &= \frac{\partial(f(x, y+1) - f(x, y))}{\partial y} \\ \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} &= f(x, y+1) - 2f(x, y) + f(x, y-1)\end{aligned}\quad 5.8$$

Laplacian của hàm $f(x, y)$ được tính như sau:

$$\begin{aligned}\nabla^2 f &= \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} \\ \nabla^2 f &= f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y) \\ &\quad + f(x, y+1) - 2f(x, y) + f(x, y-1) \\ \nabla^2 f &= f(x+1, y) - 4f(x, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) \\ &\quad + f(x, y-1)\end{aligned}\quad 5.9$$

Laplacian của hàm $f(x, y)$ cũng được biểu diễn qua phép nhân chập như sau:

Cho một ma trận ảnh I và hai mặt nạ K . Laplacian của hàm cường độ sáng I tại vị trí (x, y) có thể tính như sau:

$(x-1, y-1)$	$(x-1, y)$	$(x-1, y+1)$
$(x, y-1)$	(x, y)	$(x, y+1)$
$(x+1, y-1)$	$(x+1, y)$	$(x+1, y+1)$

Ma trận ảnh

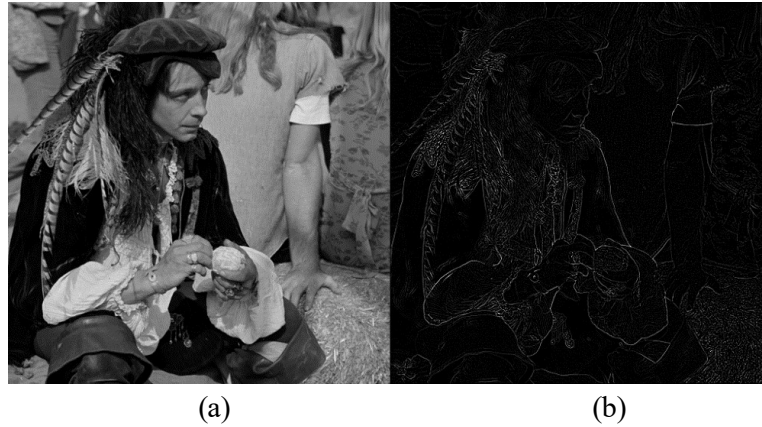
0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Mặt nạ K

Công thức tính Laplacian qua nhân chập:

$$\nabla^2 f = f(x, y) \otimes K \quad 5.10$$

Hình 5.4. minh họa cho việc sử dụng toán tử Laplacian để tìm biên ảnh. Hình 5.4 (a) là một hình ảnh đầu vào, hình 5.4 (b) là biên ảnh tìm được tương ứng.



Hình 5.4 Minh họa biên ảnh sử dụng toán tử Laplacian

5.2. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP DỰA TRÊN GRADIENT

Một số phương pháp phát hiện biên dựa trên Gradient được trình bày trong phần này gồm:

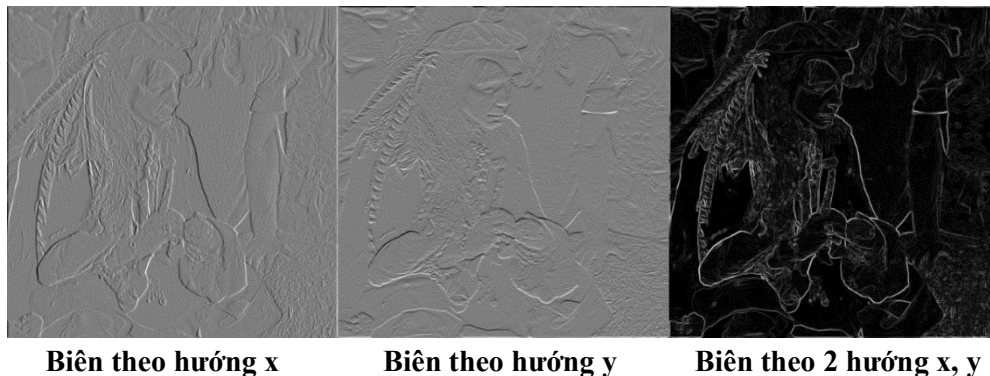
- Phương pháp Robert.
- Phương pháp Sobel.
- Phương pháp Prewitt.
- Phương pháp Kirsch

5.2.1. Phương pháp phát hiện biên Roberts

Được đề xuất bởi Lawrence Roberts [28] vào năm 1960. Phương pháp này sử dụng một cặp mặt nạ K_x và K_y như sau:

$$K_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad K_y = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad 5.11$$

Hình 5.5 minh họa hình ảnh thu được sau quá trình phát hiện biên theo hướng x, y và cả 2 hướng x và y theo phương pháp Roberts.



Biên theo hướng x **Biên theo hướng y** **Biên theo 2 hướng x, y**

Hình 5.5 Minh họa ảnh phát hiện biên theo phương pháp Roberts

Để phát hiện biên cho một ảnh I , các bước cần thực hiện như sau:

Bước 1: Xoay hai ma trận K_x và K_y đi 180 độ thu được K_{x1} và K_{y1}

$$K_{x1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad K_{y1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad 5.12$$

Bước 2: Xác định độ lớn đường biên theo hướng x

$$G_x = I \otimes K_x \quad 5.13$$

Bước 3: Xác định độ lớn đường biên theo hướng y

$$G_y = I \otimes K_y \quad 5.14$$

Bước 4: Xác định độ lớn đường biên

$$G = |G_x| + |G_y| \quad 5.15$$

Ví dụ 5.1:

Cho ma trận ảnh I (3 bit) kích thước 5×5 . Phát hiện biên theo phương pháp Roberts

5	1	5	3	1
3	4	2	4	6
6	6	3	4	4
5	6	6	2	3
4	5	7	2	3

Ma trận ảnh I

$$K_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mặt nạ K_x

$$K_y = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Mặt nạ K_y

Các bước thực hiện phát hiện biên như sau:

Bước 1: Xoay hai ma trận K_x và K_y đi 180 độ thu được K_{x1} và K_{y1}

$$K_{x1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad K_{y1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Bước 2: Xác định độ lớn đường biên theo hướng x

Đặt tâm mặt nạ tại vị trí (0,0), khi đó ma trận giao với ảnh như sau:

0	0	0
0	5	1
0	3	4

Đạo hàm theo hướng x tại vị trí (0,0):

$$G_x(0,0) = 5 * 1 + 4 * (-1) = 1$$

Thực hiện tính tương tự tại các vị trí còn lại, ta thu được ma trận G_x như sau:

1	1	1	-3	1
-3	1	-2	0	6
0	0	1	1	4
0	-1	4	-1	3
4	5	7	2	3

Bước 3: Xác định độ lớn đường biên theo hướng y

Đặt tâm mặt nạ tại vị trí (0,0), khi đó ma trận giao với ảnh như sau:

0	0	0
0	5	1
0	3	4

Đạo hàm theo hướng y tại vị trí (0,0):

$$G_y(0,0) = 1 * 1 + 3 * (-1) = -2$$

Thực hiện tính tương tự tại các vị trí còn lại, ta thu được ma trận G_y như sau:

-2	1	1	-3	-6
-2	-4	1	2	-4
1	-3	-2	2	-3
2	1	-5	1	-3
5	7	2	3	0

Bước 4: Xác định độ lớn đường biên

$$G = |G_x| + |G_y|$$

$$G = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 & 0 & 6 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 & 4 \\ \hline 0 & 1 & 4 & 1 & 3 \\ \hline 4 & 5 & 7 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 1 & 1 & 3 & 6 \\ \hline 2 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ \hline 1 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 1 & 5 & 1 & 3 \\ \hline 5 & 7 & 2 & 3 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$G = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 3 & 2 & 2 & 6 & 7 \\ \hline 5 & 5 & 3 & 2 & 10 \\ \hline 1 & 3 & 3 & 3 & 7 \\ \hline 2 & 2 & 9 & 2 & 6 \\ \hline 9 & 12 & 9 & 5 & 3 \\ \hline \end{array}$$

5.2.2. Phương pháp Sobel

Phương pháp phát hiện biên Sobel được đề xuất bởi Sobel [29] vào năm 1968, đề xuất cặp mặt nạ theo hai hướng x và y như sau:

$$K_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad K_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad 5.16$$

Cặp mặt nạ Sobel có thể giải thích 1 cách đơn giản như sau:

Như chúng ta đã biết, nhiễu ảnh hưởng đáng kể đến việc xác định đường biên trong ảnh. Do đó, ảnh sẽ được khử nhiễu trước khi tiến hành xác định biên.

Đối với hướng x. Ban đầu ảnh I được khử nhiễu (làm trơn) bởi bộ lọc nhị thức. Khi đó, gọi I_1 là ảnh sau khi được khử nhiễu, khi đó I_1 được xác định như sau:

$$I_1 = I \otimes [1 \ 2 \ 1]^T \quad 5.17$$

Ảnh I_1 tiếp tục được tiến hành xác định đường biên bởi đạo hàm bậc nhất, thu được ảnh I_2 được xác định như sau:

$$I_2 = I_1 \otimes [-1 \ 0 \ 1] = I \otimes [1 \ 2 \ 1]^T \otimes [-1 \ 0 \ 1]$$

$$I_2 = I \otimes \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 5.18$$

Như vậy, mặt nạ Sobel phát hiện biên cho hướng x được xác định như sau:

$$K_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 5.19$$

Tương tự, đối với hướng y. Gọi I_3 là ảnh sau khi được khử nhiễu bởi bộ lọc nhị thức, khi đó I_3 được xác định như sau:

$$I_3 = [1 \ 2 \ 1] \otimes I \quad 5.20$$

Ảnh I_3 tiếp tục được tiến hành xác định đường biên bởi đạo hàm bậc nhất, thu được ảnh I_4 được xác định như sau:

$$I_4 = [-1 \ 0 \ 1]^T \otimes I_3 = [-1 \ 0 \ 1]^T \otimes [1 \ 2 \ 1] \otimes I$$

$$I_4 = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \otimes I \quad 5.21$$

Như vậy, mặt nạ Sobel phát hiện biên cho hướng y được xác định như sau:

$$K_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad 5.22$$

Để phát hiện biên cho một ảnh I , các bước cần thực hiện như sau:

Bước 1: Xác định đường biên ảnh I theo hướng x :

$$G_x = I \otimes \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 5.23$$

Bước 2: Xác định đường biên ảnh I theo hướng y :

$$G_y = I \otimes \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad 5.24$$

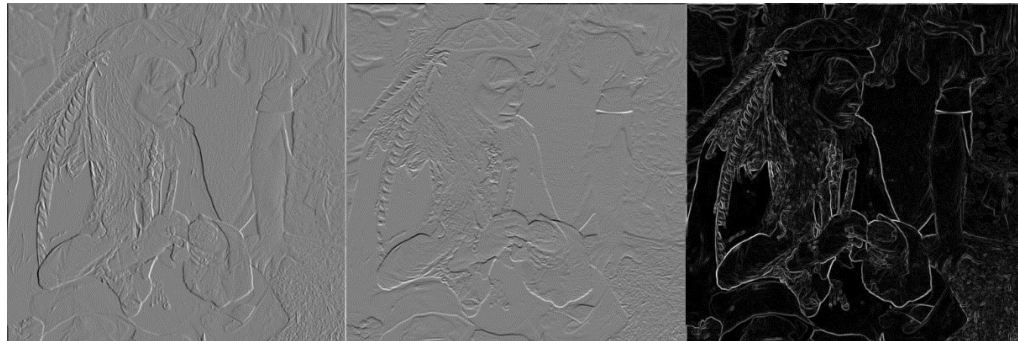
Bước 3: Xác định đường biên ảnh I theo cả 2 hướng x, y như sau:

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad 5.25$$

Hoặc cũng có thể xác định xấp xỉ bởi công thức sau:

$$G = |G_x + G_y| \text{ hoặc } G = |G_x| + |G_y| \quad 5.26$$

Hình 5.6 minh họa hình ảnh thu được sau quá trình phát hiện biên theo hướng x, y và cả 2 hướng x và y theo bộ lọc Sobel.



Biên theo hướng x Biên theo hướng y Biên theo 2 hướng x, y

Hình 5.6 Minh họa ảnh phát hiện biên theo phương pháp Sobel

Ví dụ 5.2:

Cho ma trận ảnh I (3 bit) kích thước 5×5 . Phát hiện biên theo phương pháp Sobel

5	1	5	3	1
3	4	2	4	6
6	6	3	4	4
5	6	6	2	3
4	5	7	2	3

Ma trận ảnh I

$$K_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mặt nạ K_x

$$K_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Mặt nạ K_y

Các bước thực hiện phát hiện biên như sau:

Để tính nhân chập giữa cặp mặt nạ Sobel với ảnh I , tiến hành xoay cặp mặt nạ Sobel (K_x và K_y) 180 độ thu được cặp mặt nạ (K_{x1} và K_{y1}) rồi tiến hành tính tương quan với ảnh I .

$$K_{x1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad K_{y1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Bước 1: Xác định đường biên theo hướng x .

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (0,0) của ma trận I , điểm biên $G_x(0,0)$ được xác định như sau:

$$G_x(0,0) = 5 * 0 + 1 * (-2) + 3 * 0 + 4 * (-1) = -6$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (0,1) của ma trận I , điểm biên $G_x(0,1)$ được xác định như sau:

$$G_x(0,1) = 5 * 2 + 1 * 0 + 5 * (-2) + 3 * 1 + 4 * 0 + 2 * (-1) = 1$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (0,2) của ma trận I , điểm biên $G_x(0,2)$ được xác định như sau:

$$G_x(0,2) = 1 * 2 + 5 * 0 + 3 * (-2) + 4 * 1 + 2 * 0 + 4 * (-1) = -4$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (0,3) của ma trận I , điểm biên $G_x(0,3)$ được xác định như sau:

$$G_x(0,3) = 5 * 2 + 3 * 0 + 1 * (-2) + 2 * 1 + 4 * 0 + 6 * (-1) = 4$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (0,4) của ma trận I , điểm biên $G_x(0,4)$ được xác định như sau:

$$G_x(0,4) = 3 * 2 + 1 * 0 + 4 * 1 + 6 * 0 = 10$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (1,0) của ma trận I , điểm biên $G_x(1,0)$ được xác định như sau:

$$G_x(1,0) = 5 * 0 + 1 * (-1) + 3 * 0 + 4 * (-2) + 6 * 0 + 6 * (-1) = -15$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (1,1) của ma trận I , điểm biên $G_x(1,1)$ được xác định như sau:

$$G_x(1,1) = 5 * 1 + 1 * 0 + 5 * (-1) + 3 * 2 + 4 * 0 + 2 * (-2) + 6 * 1 + 6 * 0 + 3 * (-1) = 5$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (1,2) của ma trận I , điểm biên $G_x(1,2)$ được xác định như sau:

$$G_x(1,2) = 1 * 1 + 5 * 0 + 3 * (-1) + 4 * 2 + 2 * 0 + 4 * (-2) + 6 * 1 + 3 * 0 + 4 * (-1) = 0$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (1,3) của ma trận I , điểm biên $G_x(1,3)$ được xác định như sau:

$$G_x(1,3) = 5 * 1 + 3 * 0 + 1 * (-1) + 2 * 2 + 4 * 0 + 6 * (-2) + 3 * 1 + 4 * 0 + 4 * (-1) = -5$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (1,4) của ma trận I , điểm biên $G_x(1,4)$ được xác định như sau:

$$G_x(1,4) = 3 * 1 + 1 * 0 + 4 * 2 + 6 * 0 + 4 * 1 + 4 * 0 = 15$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (2,0) của ma trận I , điểm biên $G_x(2,0)$ được xác định như sau:

$$G_x(2,0) = 3 * 0 + 4 * (-1) + 6 * 0 + 6 * (-2) + 5 * 0 + 6 * (-1) = -22$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (2,1) của ma trận I , điểm biên $G_x(2,1)$ được xác định như sau:

$$G_x(2,1) = 3 * 1 + 4 * 0 + 2 * (-1) + 6 * 2 + 6 * 0 + 3 * (-2) + 5 * 1 + 6 * 0 + 6 * (-1) = 6$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (2,2) của ma trận I , điểm biên $G_x(2,2)$ được xác định như sau:

$$G_x(2,2) = 4 * 1 + 2 * 0 + 4 * (-1) + 6 * 2 + 3 * 0 + 4 * (-2) + 6 * 1 + 6 * 0 + 2 * (-1) = 8$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (2,3) của ma trận I , điểm biên $G_x(2,3)$ được xác định như sau:

$$G_x(2,3) = 2 * 1 + 4 * 0 + 6 * (-1) + 3 * 2 + 4 * 0 + 4 * (-2) + 6 * 1 + 2 * 0 + 3 * (-1) = -3$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (2,4) của ma trận I , điểm biên $G_x(2,4)$ được xác định như sau:

$$G_x(2,4) = 4 * 1 + 6 * 0 + 4 * 2 + 4 * 0 + 2 * 1 + 3 * 0 = 14$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (3,0) của ma trận I , điểm biên $G_x(3,0)$ được xác định như sau:

$$G_x(3,0) = 6 * 0 + 6 * (-1) + 5 * 0 + 6 * (-2) + 4 * 0 + 5 * (-1) = -23$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (3,1) của ma trận I , điểm biên $G_x(3,1)$ được xác định như sau:

$$G_x(3,1) = 6 * 1 + 6 * 0 + 3 * (-1) + 5 * 2 + 6 * 0 + 6 * (-2) + 4 * 1 + 5 * 0 + 7 * (-1) = -2$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (3,2) của ma trận I , điểm biên $G_x(3,2)$ được xác định như sau:

$$G_x(3,2) = 6 * 1 + 3 * 0 + 4 * (-1) + 6 * 2 + 6 * 0 + 2 * (-2) + 5 * 1 + 7 * 0 + 2 * (-1) = 13$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (3,3) của ma trận I , điểm biên $G_x(3,3)$ được xác định như sau:

$$G_x(3,3) = 3 * 1 + 4 * 0 + 4 * (-1) + 6 * 2 + 2 * 0 + 3 * (-2) + 7 * 1 + 2 * 0 + 3 * (-1) = 9$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (3,4) của ma trận I , điểm biên $G_x(3,4)$ được xác định như sau:

$$G_x(3,4) = 4 * 1 + 4 * 0 + 2 * 2 + 3 * 0 + 2 * 1 + 3 * 0 = 10$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (4,0) của ma trận I , điểm biên $G_x(4,0)$ được xác định như sau:

$$G_x(4,0) = 5 * 0 + 6 * (-1) + 4 * 0 + 5 * (-2) = -16$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (4,1) của ma trận I , điểm biên $G_x(4,1)$ được xác định như sau:

$$G_x(4,1) = 5 * 1 + 6 * 0 + 6 * (-1) + 4 * 2 + 5 * 0 + 7 * (-2) = -7$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (4,2) của ma trận I , điểm biên $G_x(4,2)$ được xác định như sau:

$$G_x(4,2) = 6 * 1 + 6 * 0 + 2 * (-1) + 5 * 2 + 7 * 0 + 2 * (-2) = 10$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (4,3) của ma trận I , điểm biên $G_x(4,3)$ được xác định như sau:

$$G_x(4,3) = 6 * 1 + 2 * 0 + 3 * (-1) + 7 * 2 + 2 * 0 + 3 * (-2) = 11$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (4,4) của ma trận I , điểm biên $G_x(4,4)$ được xác định như sau:

$$G_x(4,4) = 1 * 2 + 3 * 0 + 2 * 2 + 3 * 0 = 6$$

Như vậy, đạo hàm theo hướng x là:

$$G_x = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -6 & 1 & -4 & 4 & 10 \\ \hline -15 & 5 & 0 & -5 & 15 \\ \hline -22 & 6 & 8 & -3 & 14 \\ \hline -23 & -2 & 13 & 9 & 10 \\ \hline -16 & -7 & 10 & 11 & 6 \\ \hline \end{array}$$

Bước 2: Xác định đạo hàm theo hướng y

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (0,0) của ma trận I , điểm biên $G_y(0,0)$ được xác định như sau:

$$G_y(0,0) = 5 * 0 + 1 * 0 + 3 * (-2) + 4 * (-1) = -10$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (0,1) của ma trận I , điểm biên $G_y(0,1)$ được xác định như sau:

$$G_y(0,1) = 5 * 0 + 1 * 0 + 5 * 0 + 3 * (-1) + 4 * (-2) + 2 * (-1) = -13$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (0,2) của ma trận I , điểm biên $G_y(0,2)$ được xác định như sau:

$$G_y(0,2) = 1 * 0 + 5 * 0 + 3 * 0 + 4 * (-1) + 2 * (-2) + 4 * (-1) = -12$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (0,3) của ma trận I , điểm biên $G_y(0,3)$ được xác định như sau:

$$G_y(0,3) = 5 * 0 + 3 * 0 + 1 * 0 + 2 * (-1) + 4 * (-2) + 6 * (-1) = -16$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (0,4) của ma trận I , điểm biên $G_y(0,4)$ được xác định như sau:

$$G_y(0,4) = 3 * 0 + 1 * 0 + 4 * (-1) + 6 * (-2) = -16$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (1,0) của ma trận I , điểm biên $G_y(1,0)$ được xác định như sau:

$$G_y(1,0) = 5 * 2 + 1 * 1 + 3 * 0 + 4 * 0 + 6 * (-2) + 6 * (-1) = -7$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (1,1) của ma trận I , điểm biên $G_y(1,1)$ được xác định như sau:

$$G_y(1,1) = 5 * 1 + 1 * 2 + 5 * 1 + 3 * 0 + 4 * 0 + 2 * 0 + 6 * (-1) + 6 * (-2) + 3 * (-1) = -9$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (1,2) của ma trận I , điểm biên $G_y(1,2)$ được xác định như sau:

$$G_y(1,2) = 1 * 1 + 5 * 2 + 3 * 1 + 4 * 0 + 2 * 0 + 4 * 0 + 6 * (-1) + 3 * (-2) + 4 * (-1) = -2$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (1,3) của ma trận I , điểm biên $G_y(1,3)$ được xác định như sau:

$$G_y(1,3) = 5 * 1 + 3 * 2 + 1 * 1 + 2 * 0 + 4 * 0 + 6 * 0 + 3 * (-1) + 4 * (-2) + 4 * (-1) = -3$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (1,4) của ma trận I , điểm biên $G_y(1,4)$ được xác định như sau:

$$G_y(1,4) = 3 * 1 + 1 * 2 + 4 * 0 + 6 * 0 + 4 * (-1) + 4 * (-2) = -7$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (2,0) của ma trận I , điểm biên $G_y(2,0)$ được xác định như sau:

$$G_y(2,0) = 3 * 2 + 4 * 1 + 6 * 0 + 6 * 0 + 5 * (-2) + 6 * (-1) = -6$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (2,1) của ma trận I , điểm biên $G_y(2,1)$ được xác định như sau:

$$G_y(2,1) = 3 * 1 + 4 * 2 + 2 * 1 + 6 * 0 + 6 * 0 + 3 * 0 + 5 * (-1) + 6 * (-2) + 6 * (-1) = -10$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (2,2) của ma trận I , điểm biên $G_y(2,2)$ được xác định như sau:

$$G_y(2,2) = 4 * 1 + 2 * 2 + 4 * 1 + 6 * 0 + 3 * 0 + 4 * 0 + 6 * (-1) + 6 * (-2) + 2 * (-1) = -8$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (2,3) của ma trận I , điểm biên $G_y(2,3)$ được xác định như sau:

$$G_y(2,3) = 2 * 1 + 4 * 2 + 6 * 1 + 3 * 0 + 4 * 0 + 4 * 0 + 6 * (-1) + 2 * (-2) + 3 * (-1) = 3$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (2,4) của ma trận I , điểm biên $G_y(2,4)$ được xác định như sau:

$$G_y(2,4) = 4 * 1 + 6 * 2 + 4 * 0 + 4 * 0 + 2 * (-1) + 3 * (-2) = 8$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (3,0) của ma trận I , điểm biên $G_y(3,0)$ được xác định như sau:

$$G_y(3,0) = 6 * 2 + 6 * 1 + 5 * 0 + 6 * 0 + 4 * (-2) + 5 * (-1) = 5$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (3,1) của ma trận I , điểm biên $G_y(3,1)$ được xác định như sau:

$$G_y(3,1) = 6 * 1 + 6 * 2 + 3 * 1 + 5 * 0 + 6 * 0 + 6 * 0 + 4 * (-1) + 5 * (-2) + 7 * (-1) = 0$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (3,2) của ma trận I , điểm biên $G_y(3,2)$ được xác định như sau:

$$G_y(3,2) = 6 * 1 + 3 * 2 + 4 * 1 + 6 * 0 + 6 * 0 + 2 * 0 + 5 * (-1) + 7 * (-2) + 2 * (-1) = -5$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (3,3) của ma trận I , điểm biên $G_y(3,3)$ được xác định như sau:

$$G_y(3,3) = 3 * 1 + 4 * 2 + 4 * 1 + 6 * 0 + 2 * 0 + 3 * 0 + 7 * (-1) + 2 * (-2) + 3 * (-1) = 1$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (3,4) của ma trận I , điểm biên $G_y(3,4)$ được xác định như sau:

$$G_y(3,4) = 4 * 1 + 4 * 2 + 2 * 0 + 3 * 0 + 2 * (-1) + 3 * (-2) = 4$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (4,0) của ma trận I , điểm biên $G_y(4,0)$ được xác định như sau:

$$G_y(4,0) = 5 * 2 + 6 * 1 + 4 * 0 + 5 * 0 = 16$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (4,1) của ma trận I , điểm biên $G_y(4,1)$ được xác định như sau:

$$G_y(4,1) = 5 * 1 + 6 * 2 + 6 * 1 + 4 * 0 + 5 * 0 + 7 * 0 = 23$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (4,2) của ma trận I , điểm biên $G_y(4,2)$ được xác định như sau:

$$G_y(4,2) = 6 * 1 + 6 * 2 + 2 * 1 + 5 * 0 + 7 * 0 + 2 * 0 = 20$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (4,3) của ma trận I , điểm biên $G_y(4,3)$ được xác định như sau:

$$G_y(4,3) = 6 * 1 + 2 * 2 + 3 * 1 + 7 * 0 + 2 * 0 + 3 * 0 = 13$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (4,4) của ma trận I , điểm biên $G_y(4,4)$ được xác định như sau:

$$G_y(4,4) = 2 * 1 + 3 * 2 + 2 * 0 + 3 * 0 = 8$$

Như vậy, đạo hàm theo hướng y là:

$$G_y = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -10 & -13 & -12 & -16 & -16 \\ \hline -7 & -9 & -2 & -3 & -7 \\ \hline -6 & -10 & -8 & 3 & 8 \\ \hline 5 & 0 & -5 & 1 & 4 \\ \hline 16 & 23 & 20 & 13 & 8 \\ \hline \end{array}$$

Bước 3: Đường biên cho cả 2 hướng x, y được xác định như sau:

$$G = |G_x| + |G_y|$$

$$G = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 4 & 4 & 10 \\ 15 & 5 & 0 & 5 & 15 \\ 22 & 6 & 8 & 3 & 14 \\ 23 & 2 & 13 & 9 & 10 \\ 16 & 7 & 10 & 11 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & 13 & 12 & 16 & 16 \\ 7 & 9 & 2 & 3 & 7 \\ 6 & 10 & 8 & 3 & 8 \\ 5 & 0 & 5 & 1 & 4 \\ 16 & 23 & 20 & 13 & 8 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 16 & 14 & 16 & 20 & 26 \\ 22 & 14 & 2 & 8 & 22 \\ 28 & 16 & 16 & 6 & 22 \\ 28 & 2 & 18 & 10 & 14 \\ 32 & 30 & 30 & 24 & 14 \end{bmatrix}$$

5.2.3. Phương pháp Prewitt

Được đề xuất bởi Judith M. S. Prewitt [30] vào năm 1970, phương pháp này sử dụng cặp mặt nạ theo hai hướng x và y như sau:

$$K_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad K_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad 5.27$$

Cặp mặt nạ Prewitt có thể được xây dựng một cách đơn giản như sau:

Như chúng ta đã biết, nhiễu ảnh hưởng đáng kể đến việc xác định đường biên trong ảnh. Do đó, ảnh sẽ được khử nhiễu trước khi tiến hành xác định biên.

Đối với hướng x . Ban đầu ảnh I được khử nhiễu (làm trơn) bởi bộ lọc trung bình theo cột. Khi đó, gọi I_1 là ảnh sau khi được khử nhiễu, khi đó I_1 được xác định như sau:

$$I_1 = I \otimes [1 \ 1 \ 1]^T \quad 5.28$$

Ảnh I_1 tiếp tục được tiến hành xác định đường biên bởi đạo hàm bậc nhất, thu được ảnh I_2 được xác định như sau:

$$I_2 = I_1 \otimes [-1 \ 0 \ 1] = I \otimes [1 \ 1 \ 1]^T \otimes [-1 \ 0 \ 1] \quad 5.29$$

$$I_2 = I \otimes \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Như vậy, mặt nạ Sobel phát hiện biên cho hướng x được xác định như sau:

$$K_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 5.30$$

Tương tự, đối với hướng y . Gọi I_3 là ảnh sau khi được khử nhiễu bởi bộ lọc trung bình theo hàng, khi đó I_3 được xác định như sau:

$$I_3 = [1 \ 1 \ 1] \otimes I \quad 5.31$$

Ảnh I_3 tiếp tục được tiến hành xác định đường biên bởi đạo hàm bậc nhất, thu được ảnh I_4 được xác định như sau:

$$I_4 = [-1 \ 0 \ 1]^T \otimes I_3 = [-1 \ 0 \ 1]^T \otimes [1 \ 1 \ 1] \otimes I$$

$$I_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \otimes I \quad 5.32$$

Như vậy, mặt nạ Prewitt phát hiện biên cho hướng y được xác định như sau:

$$K_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad 5.33$$

Các bước thực hiện phát hiện biên như sau:

Bước 1: Đường biên Prewitt theo hướng x xác định bởi:

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes I \quad 5.34$$

Bước 2: Đường biên Prewitt theo hướng y xác định bởi:

$$G_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \otimes I \quad 5.35$$

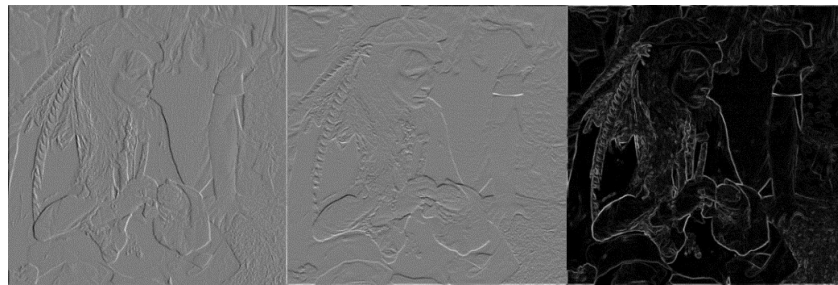
Bước 3: Đường biên được xác định theo cả 2 hướng x, y được xác định như sau:

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad 5.36$$

Hoặc cũng có thể xác định xấp xỉ bởi công thức sau:

$$G = |G_x| + |G_y| \quad 5.37$$

Hình 5.7 minh họa hình ảnh thu được sau quá trình phát hiện biên theo hướng x, y và cả 2 hướng x và y theo bộ lọc Prewitt.



Biên theo hướng x Biên theo hướng y Biên theo 2 hướng x, y

Hình 5.7 Minh họa ảnh phát hiện biên theo phương pháp Prewitt

Ví dụ 5.3:

Cho ma trận ảnh I (3 bit) kích thước 5×5 . Phát hiện biên theo phương pháp Prewitt

5	1	5	3	1
3	4	2	4	6
6	6	3	4	4
5	6	6	2	3
4	5	7	2	3

Ma trận ảnh I

$$K_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mặt nạ K_x

$$K_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Mặt nạ K_y

Để tính nhân chập giữa cặp mặt nạ Sobel với ảnh I , tiến hành xoay cặp mặt nạ Sobel (K_x và K_y) 180 độ thu được cặp mặt nạ (K_{x1} và K_{y1}) rồi tiến hành tính tương quan với ảnh I .

$$K_{x1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad K_{y1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Xác định đạo hàm theo hướng x :

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (0,0) của ma trận I , điểm biên $G_x(0,0)$ được xác định như sau:

$$G_x(0,0) = 5 * 0 + 1 * (-1) + 3 * 0 + 4 * (-1) = -5$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (0,1) của ma trận I , điểm biên $G_x(0,1)$ được xác định như sau:

$$G_x(0,1) = 5 * 1 + 1 * 0 + 5 * (-1) + 3 * 1 + 4 * 0 + 2 * (-1) = 1$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (0,2) của ma trận I , điểm biên $G_x(0,2)$ được xác định như sau:

$$G_x(0,2) = 1 * 1 + 5 * 0 + 3 * (-1) + 4 * 1 + 2 * 0 + 4 * (-1) = -2$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (0,3) của ma trận I , điểm biên $G_x(0,3)$ được xác định như sau:

$$G_x(0,3) = 5 * 1 + 3 * 0 + 1 * (-1) + 2 * 1 + 4 * 0 + 6 * (-1) = 0$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (0,4) của ma trận I , điểm biên $G_x(0,4)$ được xác định như sau:

$$G_x(0,4) = 3 * 1 + 1 * 0 + 4 * 1 + 6 * 0 = 7$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (1,0) của ma trận I , điểm biên $G_x(1,0)$ được xác định như sau:

$$G_x(1,0) = 5 * 0 + 1 * (-1) + 3 * 0 + 4 * (-1) + 6 * 0 + 6 * (-1) = -11$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (1,1) của ma trận I , điểm biên $G_x(1,1)$ được xác định như sau:

$$G_x(1,1) = 5 * 1 + 1 * 0 + 5 * (-1) + 3 * 1 + 4 * 0 + 2 * (-1) + 6 * 1 + 6 * 0 + 3 * (-1) = 4$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (1,2) của ma trận I , điểm biên $G_x(1,2)$ được xác định như sau:

$$G_x(1,2) = 1 * 1 + 5 * 0 + 3 * (-1) + 4 * 1 + 2 * 0 + 4 * (-1) + 6 * 1 + 3 * 0 + 4 * (-1) = 0$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (1,3) của ma trận I , điểm biên $G_x(1,3)$ được xác định như sau:

$$G_x(1,3) = 5 * 1 + 3 * 0 + 1 * (-1) + 2 * 1 + 4 * 0 + 6 * (-1) + 3 * 1 + 4 * 0 + 4 * (-1) = -1$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (1,4) của ma trận I , điểm biên $G_x(1,4)$ được xác định như sau:

$$G_x(1,4) = 3 * 1 + 1 * 0 + 4 * 1 + 6 * 0 + 4 * 1 + 4 * 0 = 11$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (2,0) của ma trận I , điểm biên $G_x(2,0)$ được xác định như sau:

$$G_x(2,0) = 3 * 0 + 4 * (-1) + 6 * 0 + 6 * (-1) + 5 * 0 + 6 * (-1) = -16$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (2,1) của ma trận I , điểm biên $G_x(2,1)$ được xác định như sau:

$$G_x(2,1) = 3 * 1 + 4 * 0 + 2 * (-1) + 6 * 1 + 6 * 0 + 3 * (-1) + 5 * 1 + 6 * 0 + 6 * (-1) = 3$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (2,2) của ma trận I , điểm biên $G_x(2,2)$ được xác định như sau:

$$G_x(2,2) = 4 * 1 + 2 * 0 + 4 * (-1) + 6 * 1 + 3 * 0 + 4 * (-1) + 6 * 1 + 6 * 0 + 2 * (-1) = 6$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (2,3) của ma trận I , điểm biên $G_x(2,3)$ được xác định như sau:

$$G_x(2,3) = 2 * 1 + 4 * 0 + 6 * (-1) + 3 * 1 + 4 * 0 + 4 * (-1) + 6 * 1 + 2 * 0 + 3 * (-1) = -2$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (2,4) của ma trận I , điểm biên $G_x(2,4)$ được xác định như sau:

$$G_x(2,4) = 4 * 1 + 6 * 0 + 4 * 1 + 4 * 0 + 2 * 1 + 3 * 0 = 10$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (3,0) của ma trận I , điểm biên $G_x(3,0)$ được xác định như sau:

$$G_x(3,0) = 6 * 0 + 6 * (-1) + 5 * 0 + 6 * (-1) + 4 * 0 + 5 * (-1) = -17$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (3,1) của ma trận I , điểm biên $G_x(3,1)$ được xác định như sau:

$$G_x(3,1) = 6 * 1 + 6 * 0 + 3 * (-1) + 5 * 1 + 6 * 0 + 6 * (-1) + 4 * 1 + 5 * 0 + 7 * (-1) = -1$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (3,2) của ma trận I , điểm biên $G_x(3,2)$ được xác định như sau:

$$G_x(3,2) = 6 * 1 + 3 * 0 + 4 * (-1) + 6 * 1 + 6 * 0 + 2 * (-1) + 5 * 1 + 7 * 0 + 2 * (-1) = 9$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (3,3) của ma trận I , điểm biên $G_x(3,3)$ được xác định như sau:

$$G_x(3,3) = 3 * 1 + 4 * 0 + 4 * (-1) + 6 * 1 + 2 * 0 + 3 * (-1) + 7 * 1 + 2 * 0 + 3 * (-1) = 6$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (3,4) của ma trận I , điểm biên $G_x(3,4)$ được xác định như sau:

$$G_x(3,4) = 4 * 1 + 4 * 0 + 2 * 1 + 3 * 0 + 2 * 1 + 3 * 0 = 8$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (4,0) của ma trận I , điểm biên $G_x(4,0)$ được xác định như sau:

$$G_x(4,0) = 5 * 0 + 6 * (-1) + 4 * 0 + 5 * (-1) = -11$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (4,1) của ma trận I , điểm biên $G_x(4,1)$ được xác định như sau:

$$G_x(4,1) = 5 * 1 + 6 * 0 + 6 * (-1) + 4 * 1 + 5 * 0 + 7 * (-1) = -4$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (4,2) của ma trận I , điểm biên $G_x(4,2)$ được xác định như sau:

$$G_x(4,2) = 6 * 1 + 6 * 0 + 2 * (-1) + 5 * 1 + 7 * 0 + 2 * (-1) = 7$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (4,3) của ma trận I , điểm biên $G_x(4,3)$ được xác định như sau:

$$G_x(4,3) = 6 * 1 + 2 * 0 + 3 * (-1) + 7 * 1 + 2 * 0 + 3 * (-1) = 7$$

Đặt tâm mặt nạ K_{x1} vào vị trí (4,4) của ma trận I , điểm biên $G_x(4,4)$ được xác định như sau:

$$G_x(4,4) = 2 * 1 + 3 * 0 + 2 * 1 + 3 * 0 = 4$$

Như vậy, đạo hàm cho hướng x là:

$$G_x = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -5 & 1 & -2 & 0 & 7 \\ \hline -11 & 4 & 0 & -1 & 11 \\ \hline -16 & 3 & 6 & -2 & 10 \\ \hline -17 & -1 & 9 & 6 & 8 \\ \hline -11 & -4 & 7 & 7 & 4 \\ \hline \end{array}$$

Xác định đạo hàm theo hướng y :

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (0,0) của ma trận I , điểm biên $G_y(0,0)$ được xác định như sau:

$$G_y(0,0) = 5 * 0 + 1 * 0 + 3 * (-1) + 4 * (-1) = -7$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (0,1) của ma trận I , điểm biên $G_y(0,1)$ được xác định như sau:

$$G_y(0,1) = 5 * 0 + 1 * 0 + 5 * 0 + 3 * (-1) + 4 * (-1) + 2 * (-1) = -9$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (0,2) của ma trận I , điểm biên $G_y(0,2)$ được xác định như sau:

$$G_y(0,2) = 1 * 0 + 5 * 0 + 3 * 0 + 4 * (-1) + 2 * (-1) + 4 * (-1) = -10$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (0,3) của ma trận I , điểm biên $G_y(0,3)$ được xác định như sau:

$$G_y(0,3) = 5 * 0 + 3 * 0 + 1 * 0 + 2 * (-1) + 4 * (-1) + 6 * (-1) = -12$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (0,4) của ma trận I , điểm biên $G_y(0,4)$ được xác định như sau:

$$G_y(0,4) = 3 * 0 + 1 * 0 + 4 * (-1) + 6 * (-1) = -10$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (1,0) của ma trận I , điểm biên $G_y(1,0)$ được xác định như sau:

$$G_y(1,0) = 5 * 1 + 1 * 1 + 3 * 0 + 4 * 0 + 6 * (-1) + 6 * (-1) = -6$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (1,1) của ma trận I , điểm biên $G_y(1,1)$ được xác định như sau:

$$G_y(1,1) = 5 * 1 + 1 * 1 + 5 * 1 + 3 * 0 + 4 * 0 + 2 * 0 + 6 * (-1) + 6 * (-1) + 3 * (-1) = -4$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (1,2) của ma trận I , điểm biên $G_y(1,2)$ được xác định như sau:

$$G_y(1,2) = 1 * 1 + 5 * 1 + 3 * 1 + 4 * 0 + 2 * 0 + 4 * 0 + 6 * (-1) + 3 * (-1) + 4 * (-1) = -4$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (1,3) của ma trận I , điểm biên $G_y(1,3)$ được xác định như sau:

$$G_y(1,3) = 5 * 1 + 3 * 1 + 1 * 1 + 2 * 0 + 4 * 0 + 6 * 0 + 3 * (-1) + 4 * (-1) + 4 * (-1) = -2$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (1,4) của ma trận I , điểm biên $G_y(1,4)$ được xác định như sau:

$$G_y(1,4) = 3 * 1 + 1 * 1 + 4 * 0 + 6 * 0 + 4 * (-1) + 4 * (-1) = -4$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (2,0) của ma trận I , điểm biên $G_y(2,0)$ được xác định như sau:

$$G_y(2,0) = 3 * 1 + 4 * 1 + 6 * 0 + 6 * 0 + 5 * (-1) + 6 * (-1) = -4$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (2,1) của ma trận I , điểm biên $G_y(2,1)$ được xác định như sau:

$$G_y(2,1) = 3 * 1 + 4 * 1 + 2 * 1 + 6 * 0 + 6 * 0 + 3 * 0 + 5 * (-1) + 6 * (-1) + 6 * (-1) = -8$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (2,2) của ma trận I , điểm biên $G_y(2,2)$ được xác định như sau:

$$G_y(2,2) = 4 * 1 + 2 * 1 + 4 * 1 + 6 * 0 + 3 * 0 + 4 * 0 + 6 * (-1) + 6 * (-1) + 2 * (-1) = -4$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (2,3) của ma trận I , điểm biên $G_y(2,3)$ được xác định như sau:

$$G_y(2,3) = 2 * 1 + 4 * 1 + 6 * 1 + 3 * 0 + 4 * 0 + 4 * 0 + 6 * (-1) + 2 * (-1) + 3 * (-1) = 1$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (2,4) của ma trận I , điểm biên $G_y(2,4)$ được xác định như sau:

$$G_y(2,4) = 4 * 1 + 6 * 1 + 4 * 0 + 4 * 0 + 2 * (-1) + 3 * (-1) = 5$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (3,0) của ma trận I , điểm biên $G_y(3,0)$ được xác định như sau:

$$G_y(3,0) = 6 * 1 + 6 * 1 + 5 * 0 + 6 * 0 + 4 * (-1) + 5 * (-1) = 3$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (3,1) của ma trận I , điểm biên $G_y(3,1)$ được xác định như sau:

$$G_y(3,1) = 6 * 1 + 6 * 1 + 3 * 1 + 5 * 0 + 6 * 0 + 6 * 0 + 4 * (-1) + 5 * (-1) + 7 * (-1) = -1$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (3,2) của ma trận I , điểm biên $G_y(3,2)$ được xác định như sau:

$$G_y(3,2) = 6 * 1 + 3 * 1 + 4 * 1 + 6 * 0 + 6 * 0 + 2 * 0 + 5 * (-1) + 7 * (-1) + 2 * (-1) = -1$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (3,3) của ma trận I , điểm biên $G_y(3,3)$ được xác định như sau:

$$G_y(3,3) = 3 * 1 + 4 * 1 + 4 * 1 + 6 * 0 + 2 * 0 + 3 * 0 + 7 * (-1) + 2 * (-1) + 3 * (-1) = -1$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (3,4) của ma trận I , điểm biên $G_y(3,4)$ được xác định như sau:

$$G_y(3,4) = 4 * 1 + 4 * 1 + 2 * 0 + 3 * 0 + 2 * (-1) + 3 * (-1) = 3$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (4,0) của ma trận I , điểm biên $G_y(4,0)$ được xác định như sau:

$$G_y(4,0) = 5 * 1 + 6 * 1 + 4 * 0 + 5 * 0 = 11$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (4,1) của ma trận I , điểm biên $G_y(4,1)$ được xác định như sau:

$$G_y(4,1) = 5 * 1 + 6 * 1 + 6 * 1 + 4 * 0 + 5 * 0 + 7 * 0 = 17$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (4,2) của ma trận I , điểm biên $G_y(4,2)$ được xác định như sau:

$$G_y(4,2) = 6 * 1 + 6 * 1 + 2 * 1 + 5 * 0 + 7 * 0 + 2 * 0 = 14$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (4,3) của ma trận I , điểm biên $G_y(4,3)$ được xác định như sau:

$$G_y(4,3) = 6 * 1 + 2 * 1 + 3 * 1 + 7 * 0 + 2 * 0 + 3 * 0 = 11$$

Đặt tâm mặt nạ K_{y1} vào vị trí (4,4) của ma trận I , điểm biên $G_y(4,4)$ được xác định như sau:

$$G_y(4,4) = 2 * 1 + 3 * 1 + 2 * 0 + 3 * 0 = 5$$

Như vậy, đạo hàm theo hướng y là:

$$G_y = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -7 & -9 & -10 & -12 & -10 \\ \hline -6 & -4 & -4 & -2 & -4 \\ \hline -4 & -8 & -4 & 1 & 5 \\ \hline 3 & -1 & -1 & -1 & 3 \\ \hline 11 & 17 & 14 & 11 & 5 \\ \hline \end{array}$$

Bước 3: Đường biên cho cả 2 hướng x, y được xác định như sau:

$$G = |G_x| + |G_y|$$

$G_x =$	5	1	2	0	7
	11	4	0	1	11
	16	3	6	2	10
	17	1	9	6	8
	11	4	7	7	4

$G_y =$	7	9	10	12	10
	6	4	4	2	4
	4	8	4	1	5
	3	1	1	1	3
	11	17	14	11	5

$G =$	12	10	12	12	17
	17	8	4	3	15
	20	11	10	3	15
	20	2	10	7	11
	22	21	21	18	9

5.2.4. Phương pháp Kirsch

Toán tử la bàn Kirsch là một phương pháp phát hiện biên phi tuyến. Phương pháp này được đề xuất bởi Russell Kirsch [31]. Phương pháp Kirsch sử dụng 8 mặt nạ theo 8 hướng như minh họa hình 5.7. Các bước thực hiện dò biên theo phương pháp Kirsch như sau:

Bước 1: Tính độ lớn đường biên theo 8 hướng ($i = \overline{1,8}$)

$$G_i = I \otimes K_i \quad 5.38$$

Bước 2: Xác định đường biên

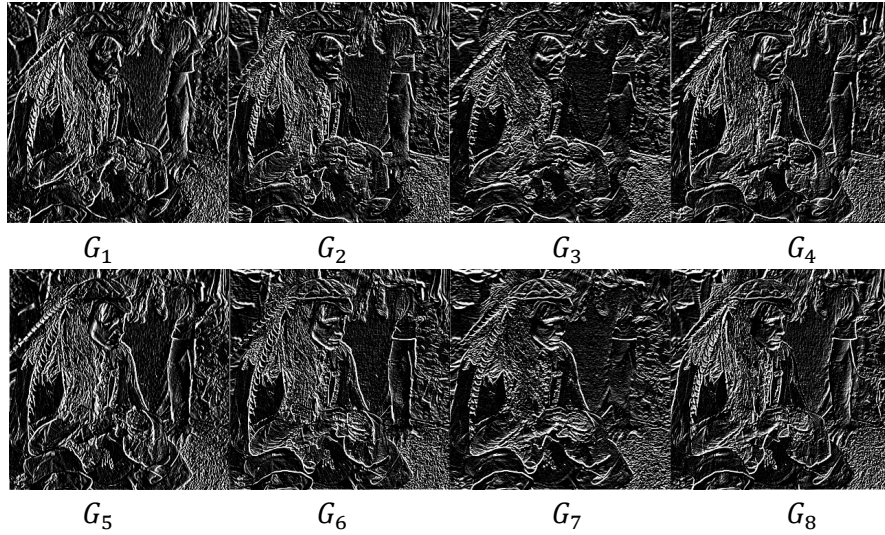
$$G = \max\{|G_1|, |G_2|, \dots, |G_8|\} \quad 5.39$$

Hình 5.8 minh họa cho 8 ma trận mặt nạ theo 8 hướng của phương pháp Kirsch

<table><tr><td>-3</td><td>-3</td><td>5</td></tr><tr><td>-3</td><td>0</td><td>5</td></tr><tr><td>-3</td><td>-3</td><td>5</td></tr></table> K_1	-3	-3	5	-3	0	5	-3	-3	5	<table><tr><td>-3</td><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>-3</td><td>0</td><td>5</td></tr><tr><td>-3</td><td>-3</td><td>-3</td></tr></table> K_2	-3	5	5	-3	0	5	-3	-3	-3	<table><tr><td>5</td><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>-3</td><td>0</td><td>-3</td></tr><tr><td>-3</td><td>-3</td><td>-3</td></tr></table> K_3	5	5	5	-3	0	-3	-3	-3	-3	<table><tr><td>5</td><td>5</td><td>-3</td></tr><tr><td>5</td><td>0</td><td>-3</td></tr><tr><td>-3</td><td>-3</td><td>-3</td></tr></table> K_4	5	5	-3	5	0	-3	-3	-3	-3
-3	-3	5																																					
-3	0	5																																					
-3	-3	5																																					
-3	5	5																																					
-3	0	5																																					
-3	-3	-3																																					
5	5	5																																					
-3	0	-3																																					
-3	-3	-3																																					
5	5	-3																																					
5	0	-3																																					
-3	-3	-3																																					
<table><tr><td>5</td><td>-3</td><td>-3</td></tr><tr><td>5</td><td>0</td><td>-3</td></tr><tr><td>5</td><td>-3</td><td>-3</td></tr></table> K_5	5	-3	-3	5	0	-3	5	-3	-3	<table><tr><td>-3</td><td>-3</td><td>-3</td></tr><tr><td>5</td><td>0</td><td>-3</td></tr><tr><td>5</td><td>5</td><td>-3</td></tr></table> K_6	-3	-3	-3	5	0	-3	5	5	-3	<table><tr><td>-3</td><td>-3</td><td>-3</td></tr><tr><td>-3</td><td>0</td><td>-3</td></tr><tr><td>5</td><td>5</td><td>5</td></tr></table> K_7	-3	-3	-3	-3	0	-3	5	5	5	<table><tr><td>-3</td><td>-3</td><td>-3</td></tr><tr><td>-3</td><td>0</td><td>5</td></tr><tr><td>-3</td><td>5</td><td>5</td></tr></table> K_8	-3	-3	-3	-3	0	5	-3	5	5
5	-3	-3																																					
5	0	-3																																					
5	-3	-3																																					
-3	-3	-3																																					
5	0	-3																																					
5	5	-3																																					
-3	-3	-3																																					
-3	0	-3																																					
5	5	5																																					
-3	-3	-3																																					
-3	0	5																																					
-3	5	5																																					

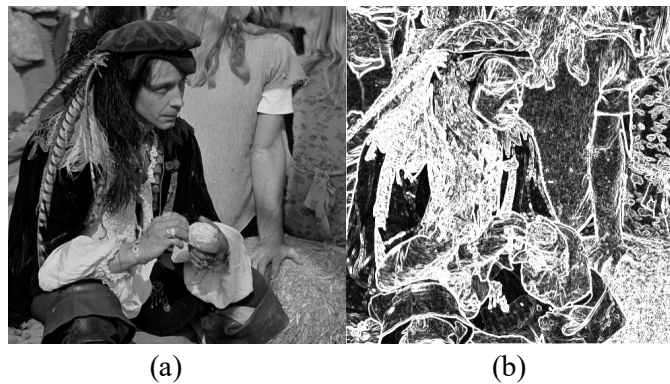
Hình 5.8 Minh họa 8 mặt nạ của toán tử la bàn Kirsch

Hình 5.9 minh họa cho các ảnh biên thu được theo 8 hướng ứng với 8 mặt nạ Kirsch



Hình 5.9 Minh họa ảnh biên được tính theo 8 hướng

Hình ảnh 5.10 (a) là một hình ảnh đầu vào và hình ảnh 5.10 (b) là ảnh biên thu được bởi toán tử la bàn Kirsch.



Hình 5.10 Hình minh họa ảnh biên thu được bởi toán tử Kirsch

Ví dụ 5.4:

Cho ma trận ảnh đa cấp xám I 8 bit kích thước 4×4 . Hãy phát hiện biên ảnh I theo phương pháp Kirsch

102	102	153	51
0	51	102	153
204	153	102	0
51	51	0	153

Các bước thực hiện như sau:

Bước 1: Chuyển ảnh về miền $[0,1]$

0.4	0.4	0.6	0.2
0	0.2	0.4	0.6
0.8	0.6	0.4	0
0.2	0.2	0	0.6

Bước 2: Tính đường biên theo 8 hướng

Đường biên theo mặt nạ K_1 :

$G_1 =$	-1.8	-1.6	-0.6	3.2
	-7.2	-1.2	0.6	6.4
	-3.6	1.4	0.2	0.4
	-4.8	2.0	1.0	2.0

Đường biên theo mặt nạ K_2 :

$G_2 =$	-1.8	0	2.6	8.0
	-0.8	0.4	0.6	1.6
	-2.0	3.0	-1.4	2.0
	-4.8	-4.4	-3.8	-1.2

Đường biên theo mặt nạ K_3 :

$G_3 =$	-0.2	0	4.2	3.2
	4.0	3.6	-1.0	-1.6
	-0.4	-3.4	-1.4	-1.2
	-4.8	-0.6	-5.4	-1.2

Đường biên theo mặt nạ K_4 :

$G_4 =$	3.0	4.8	4.2	0
	5.6	0.4	-1.0	-4.8
	4.4	-1.8	-3.0	-1.2
	-3.2	-6.0	-0.6	-1.2

Đường biên theo mặt nạ K_5 :

$G_5 =$	3.0	3.2	1.0	-4.8
	2.4	0.4	-2.6	-4.8
	4.4	-0.2	1.8	-6.0
	1.6	-2.8	-0.6	-1.2

Đường biên theo mặt nạ K_6 :

$$G_6 = \begin{bmatrix} 1.4 & 0 & -3.8 & -4.8 \\ 0.8 & 0.4 & 2.2 & -3.2 \\ 2.8 & 1.4 & 0.2 & -1.2 \\ 8.0 & 2.0 & 2.6 & -1.2 \end{bmatrix}$$

Đường biên theo mặt nạ K_7 :

$$G_7 = \begin{bmatrix} -1.8 & -4.8 & -5.4 & -4.8 \\ -0.8 & 0.4 & 0.6 & 1.6 \\ -2.0 & -1.8 & 1.8 & 2.0 \\ 6.4 & 8.4 & 2.6 & 2.0 \end{bmatrix}$$

Đường biên theo mặt nạ K_8 :

$$G_8 = \begin{bmatrix} -1.8 & -1.6 & -2.2 & 0 \\ -4.0 & -4.4 & 0.6 & 4.8 \\ -3.6 & 1.4 & 1.8 & 5.2 \\ 1.6 & 6.8 & 4.2 & 2.0 \end{bmatrix}$$

Bước 3: Tính đường biên theo phương pháp Kirsch

$$G = \max\{|G_1|, |G_2|, \dots, |G_8|\}$$

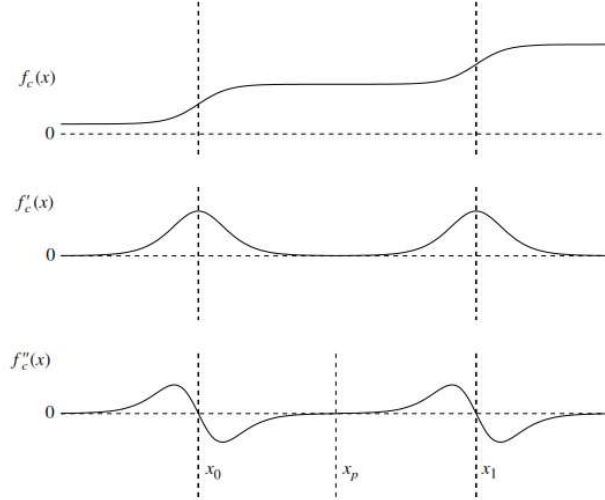
$$G = \begin{bmatrix} 3 & 4.8 & 5.4 & 8.0 \\ 7.2 & 4.4 & 2.6 & 6.4 \\ 4.4 & 3.4 & 3.0 & 6.0 \\ 8.0 & 8.4 & 5.4 & 2.0 \end{bmatrix}$$

Chuyển ma trận G về miền $[0, 255]$

$$G = \begin{bmatrix} 255 & 255 & 255 & 255 \\ 255 & 255 & 255 & 255 \\ 255 & 255 & 255 & 255 \\ 255 & 255 & 255 & 255 \end{bmatrix}$$

5.3. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP DỰA TRÊN LAPLACIAN

Giao điểm không (chéo không) của hàm $\nabla^2 f(x, y)$ xảy ra tại các điểm biên của hàm $f(x, y)$. Phát hiện cạnh dựa trên Laplacian có đặc tính tốt là tạo ra các cạnh (biên) mỏng. Do đó, việc làm mỏng cạnh (biên) là không cần thiết.



Hình 5.11 Minh họa các điểm chéo không

5.3.1. Phát hiện biên bằng phương pháp LoG (Log of Gaussian)

Ảnh ban đầu được làm mịn bởi mặt nạ Gaussian sau đó mới tiến hành phát hiện biên theo Laplacian. Các bước được thực hiện như sau:

Bước 1: Làm mịn ảnh bởi bộ lọc Gaussian

Hàm Gaussian với tham số $\mu = 0$ và σ được tính như sau:

$$G_{\sigma}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad 5.40$$

Bước 2: Sử dụng toán tử Laplacian để tìm biên ảnh

Tính đạo hàm riêng bậc nhất theo các biến x và y của $G_{\sigma}(x, y)$:

Đạo hàm riêng bậc nhất theo biến x:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{\sigma}(x, y)}{\partial x} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \frac{-2x}{2\sigma^2} \\ \frac{\partial G_{\sigma}(x, y)}{\partial x} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{-x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad 5.41$$

Đạo hàm riêng bậc nhất theo biến y:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{\sigma}(x, y)}{\partial y} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \frac{-2y}{2\sigma^2} \\ \frac{\partial G_{\sigma}(x, y)}{\partial y} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{-y}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad 5.42$$

Tính đạo hàm riêng bậc hai theo các biến x và y của $G_{\sigma}(x, y)$:

Đạo hàm riêng bậc hai theo biến x:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 G_\sigma(x, y)}{\partial x^2} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \left(\frac{-1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) + \frac{-x-x}{\sigma^2 \sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \right) \\ \frac{\partial^2 G_\sigma(x, y)}{\partial x^2} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \left(\frac{x^2 - \sigma^2}{\sigma^4} \right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)\end{aligned}\quad 5.43$$

Đạo hàm riêng bậc hai theo biến y:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 G_\sigma(x, y)}{\partial y^2} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \left(\frac{-1}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) + \frac{-y-y}{\sigma^2 \sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \right) \\ \frac{\partial^2 G_\sigma(x, y)}{\partial y^2} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \left(\frac{y^2 - \sigma^2}{\sigma^4} \right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)\end{aligned}\quad 5.44$$

Tính giá trị Laplacian:

$$\begin{aligned}\nabla^2 G_\sigma(x, y) &= \frac{\partial^2 G_\sigma(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G_\sigma(x, y)}{\partial y^2} \\ \nabla^2 G_\sigma(x, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \left(\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)\end{aligned}\quad 5.45$$

Như vậy ta có công thức sau:

$$\nabla^2(G_\sigma(x, y) \otimes f(x, y)) = \nabla^2(G_\sigma(x, y)) \otimes f(x, y) \quad 5.46$$

Hình 5.12 minh họa cho hình ảnh biên bởi sử dụng phương pháp LoG



Ảnh đầu vào

Đường biên LoG

Hình 5.12 Hình minh họa phát hiện biên bằng phương pháp LoG

5.3.2. Phương pháp Difference of Gaussian (DoG)

Tương tự như phương pháp LoG. Sự khác biệt giữa hai ảnh đã được làm mịn bởi 2 bộ lọc Gaussian với 2 phương sai khác nhau được gọi là phương pháp DoG. Phương pháp này được sử dụng cho việc phát hiện biên ảnh. Các bước thực hiện như sau:

Bước 1: ảnh ban đầu $f(x, y)$ được làm mịn bởi bộ lọc Gaussian với hai phương sai σ_1 và σ_2 khác nhau thu được $g_1(x, y)$ và $g_2(x, y)$ tương ứng:

Sử dụng phương sai σ_1 :

Bộ lọc Gaussian ứng với phương sai σ_1 :

$$G_{\sigma_1}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_1^2}\right) \quad 5.47$$

Ảnh thu được sau khi được lọc bởi bộ lọc $G_{\sigma_1}(x, y)$:

$$g_1(x, y) = G_{\sigma_1}(x, y) \otimes f(x, y) \quad 5.48$$

Sử dụng phương sai σ_2 :

Bộ lọc Gaussian ứng với phương sai σ_2 :

$$G_{\sigma_2}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_2^2}\right) \quad 5.49$$

Ảnh thu được sau khi được lọc bởi bộ lọc $G_{\sigma_2}(x, y)$:

$$g_2(x, y) = G_{\sigma_2}(x, y) \otimes f(x, y) \quad 5.50$$

Bước 2: Xác định đường biên dựa trên sự khác biệt giữa hai hình ảnh đã được làm mịn:

$$\begin{aligned} g_1(x, y) - g_2(x, y) &= G_{\sigma_1}(x, y) \otimes f(x, y) - G_{\sigma_2}(x, y) \otimes f(x, y) \\ g_1(x, y) - g_2(x, y) &= (G_{\sigma_1}(x, y) - G_{\sigma_2}(x, y)) \otimes f(x, y) \\ g_1(x, y) - g_2(x, y) &= DoG \otimes f(x, y) \end{aligned} \quad 5.51$$

Mặt nạ lọc DoG được xác định như sau:

$$DoG = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_1^2}\right) - \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_2^2}\right) \quad 5.52$$

Hình 5.13 minh họa một hình ảnh đầu vào và đường biên phát hiện được bởi phương pháp LoG.



Ảnh đầu vào

Đường biên DoG

Hình 5.13. Hình minh họa phát hiện biên bằng phương pháp DoG

5.4. ỨNG DỤNG CỦA PHÁT HIỆN BIÊN

Phương pháp phát hiện biên có thể ứng dụng trong việc nâng cao độ sắc nét của ảnh. Trong phần này, toán tử Laplace được sử dụng để tăng cường độ sắc nét cho ảnh. Cho một hình ảnh I , có hàm cường độ sáng là $f(x, y)$. Khi đó, đường biên của ảnh I được tính bằng hàm Laplace như sau:

$$\begin{aligned}\nabla^2 f &= \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} \\ \nabla^2 f &= f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y) \\ &\quad + f(x, y+1) - 2f(x, y) + f(x, y-1) \\ \nabla^2 f &= f(x+1, y) - 4f(x, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)\end{aligned}\tag{5.53}$$

Phương trình (5.53) có thể được thực hiện thông qua nhân chập ảnh I với mặt nạ sau:

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Ngoài ra, một số mặt nạ sau cũng được sử dụng:

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Khi đó, hình ảnh được tăng cường được tạo ra bằng cách lấy hình ảnh đầu vào bổ sung thêm đường biên ảnh.

$$I_1 = I + c * \nabla^2 f\tag{5.54}$$

Trong đó:

$c = 1$ nếu tâm mặt nạ là dương.

$c = -1$ nếu tâm mặt nạ là âm.



Hình 5.14 Minh họa tăng cường độ sắc nét cho ảnh bởi toán tử Laplacian

Hình 5.14 minh họa việc sử dụng toán tử Laplacian để tăng cường độ sắc nét cho ảnh. Hình 5.14 (a) là một hình ảnh đầu vào, hình 5.14 (b) là biên tìm được dựa vào toán tử Laplacian và hình 5.14 (c) là ảnh được làm sắc nét sau khi áp dụng toán tử phát hiện biên Laplacian.