

«Математическая модель импульсного погружателя, оптимального по коэффициенту асимметрии»

Уткин Артем Александрович

10.06.2019

Бакалаврская работа

Направление 01.03.04 Прикладная математика

Профиль Применение математических методов к решению инженерных и
экономических задач

Актуальность проблемы

На сегодняшний день в строительной сфере довольно часто возникает потребность в вибропогружателях для погружения свайных элементов в землю.

Такая востребованность порождает задачу оптимизации характеристик вибропогружателей для получения наилучшего результата их работы¹². Решение задачи прикладными методами несомненно актуальна и соответствует профилю.



¹ Блехман И. И. Вибрационная механика. — М. : Физико-математическая литература, 1994.

² Костин Д. В. Бифуркация резонансных колебаний и оптимизация тригонометрического импульса по коэффициенту несимметрии // Математический сборник. — М., 2016.

Постановка задачи

Для решения такой задачи необходимо на основе теории вибрационных машин и теоремы об оптимальности импульса Максвелла-Фейера разработать ПО для автоматизированного расчета характеристик импульсного погружателя с возможностью ввода начальных данных и наглядного вывода результатов.

Конструкция импульсного погружателя

Работа погружателя основана на двух основных принципах:

- 1 На эффекте резкого снижения сопротивлению погружения свайного элемента при сообщении последнему вибрации;
- 2 На действии полигармонического импульса, создаваемого центробежными силами системы дебалансов.

При вращении валов (1) с дебалансами (2) на их ось крепления действует центробежная сила и погружатель получает вибрирующее движение, которое через наголовник (3) сообщается свайному элементу (4).

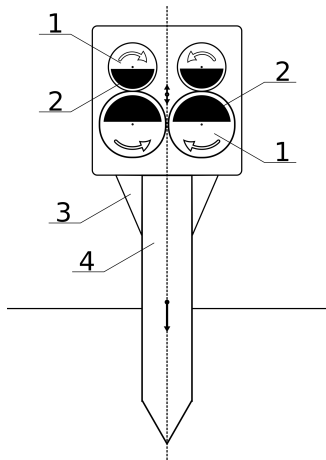


Рис.: Схема импульсного погружателя.

Конструкция дебаланса

Пусть дан дебаланс с радиусом r , радиус вала которого равен R , ω — угловая скорость и l — расстояние от центра масс до оси вращения дебаланса, а его масса будет равна m .
Центробежная сила:

$$F_{\text{центр.}} = m \cdot \omega^2 \cdot l$$

$$\text{где } l = \frac{4r}{3\pi}$$

(1)

Гармонические колебания:

$$x(t) = \lambda \cos(\omega t)$$

$$\text{где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l$$

(2)

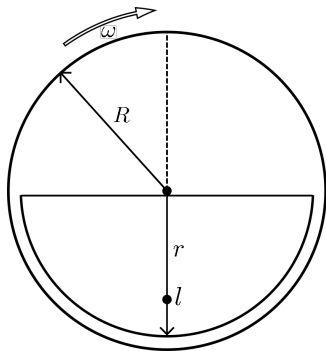


Рис.: Схема дебаланса.

Конструкция пары дебалансов

Для компенсации горизонтальных сил в конструкции погрузателя используются парные дебалансы.

Гармонические колебания пары дебалансов:

$$x(t) = 2\lambda \cos(\omega t), \text{ где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \quad (3)$$

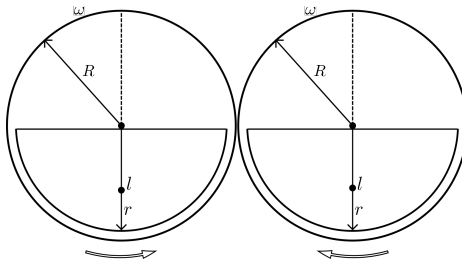


Рис.: Схема пары дебалансов.

Гармонические колебания дебалансов

При использовании нескольких пар дебалансов, вышестоящий уровень дебалансов должен иметь угловую скорость в два раза выше, чем прошлый.

$$x(t) = \lambda_1 \cos(\omega t)$$

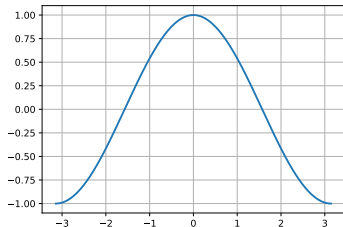


Рис.: Гармонические колебания для одной пары дебалансов.

$$x(t) = \lambda_1 \cos(\omega t) + \lambda_2 \cos(2\omega t)$$

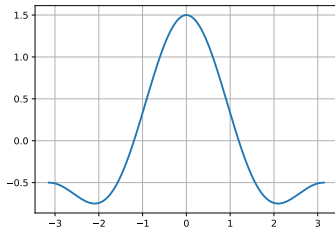


Рис.: Гармонические колебания для двух пар дебалансов.

Гармонические нескольких пар дебалансов

Гармоническое колебания для n дебалансов, где k — порядковый номер пары дебалансов, будет иметь вид:

$$F = \sum_{k=1}^n 2\lambda_k \cdot \cos(k\omega t), \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \quad (4)$$

Использование нескольких пар дебалансов разных характеристик позволяет увеличить импульс, направленный на погружение свайного элемента и уменьшить импульс, направленный в противоположную сторону.

Задача оптимизации

Пусть $f_{\max}(t)$ — максимальное значение импульса силы за время t , $f_{\min}(t)$ — минимальное значение импульса за время t . Тогда:

$$K = \left| \frac{f_{\max}(t)}{f_{\min}(t)} \right| \rightarrow \max \quad (5)$$

Теорема³

Многочлен (4) является оптимальным т. и т. т. , когда он с точностью до постоянного множителя имеет вид суммы Фейера:

$$f_n(t) = \sum_{k=1}^n (n+1-k) \cos(kt) \quad (6)$$
$$\max_{\lambda} K_n(\lambda) = n$$

³ Костин Д. В. Бифуркация резонансных колебаний и оптимизация тригонометрического импульса по коэффициенту несимметрии // Математический сборник. — М., 2016. — С. 90—109.

Задача оптимизации

Исходя из теоремы выше, следует, что:

$$\lambda_k = \frac{n - k + 1}{n} \quad (7)$$

Это позволяет найти коэффициент λ для k -й пары дебалансов, когда общее количество дебалансов погружателя — n .

Программная реализация

При помощи применения теоремы об оптимальности модели полигармонического импульса и на основе теории вибрационных машин на языке Python была разработана программа для автоматического расчета характеристик дебалансов погружателя.

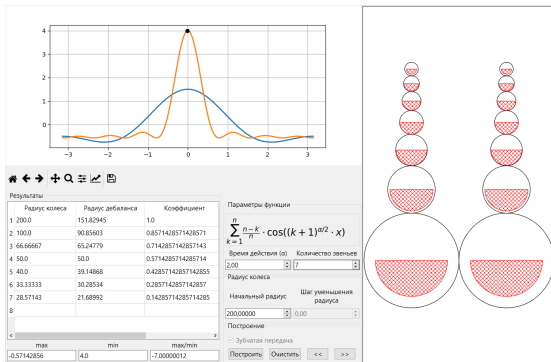


Рис.: Скриншот программы.

Спасибо за внимание!