

# «Математическая модель импульсного погружателя, оптимального по коэффициенту асимметрии»

Уткин Артем Александрович

10.06.2019

Бакалаврская работа

Направление 01.03.04 Прикладная математика

Профиль Применение математических методов к решению инженерных и  
экономических задач

## Актуальность проблемы

На сегодняшний день в строительной сфере довольно часто возникает потребность в вибропогружателях для погружения свайных элементов в землю. Такая востребованность порождает задача оптимизации характеристик таких вибропогружателей для получения наилучшего результата их работы. Решение задачи прикладными методами несомненно актуальна в данный момент и соответствует профилю.

## Постановка задачи

Для решения такой задачи необходимо на основе теории вибрационных машин и теоремы об оптимальности импульса Максвелла-Фейера разработать ПО для автоматизированного расчета характеристик импульсного погружателя с возможностью ввода начальных данных и наглядного вывода результатов.

# Конструкция вибропогружателя

Принцип действия погружателя основан на эффекте резкого снижения сопротивления погружения свайного элемента при сообщении последнему вибрации.

При вращении дебалансов на их ось крепления действует центробежная сила и вибрационный погружатель получает вибрирующее движение, которое сообщается свайному элементу через наголовник.

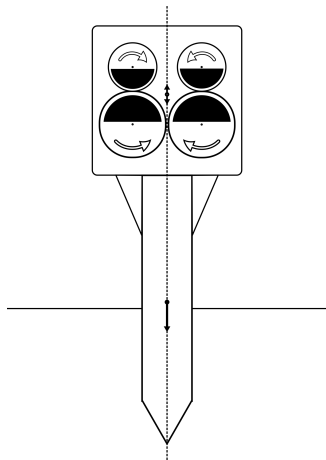


Рис.: Схема вибропогружателя.

# Конструкция дебаланса

Центробежная сила:

$$F_{\text{центр.}} = m \cdot \omega^2 \cdot l$$

$$\text{где } l = \frac{4r}{3\pi}$$

Гармонические колебания:

$$x(t) = \lambda \cos(\omega t)$$

$$\text{где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l$$

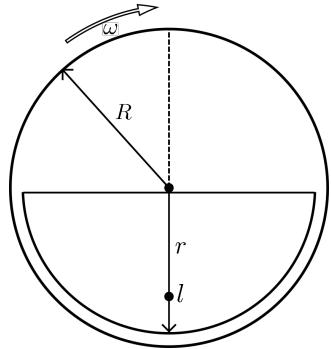


Рис.: Схема дебаланса.

# Конструкция пары дебалансов

Гармонические колебания:

$$x(t) = 2\lambda \cos(\omega t + \varphi_0), \text{ где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l$$

Уравнение гармонического колебания для пары дебалансов в общем виде:

$$x(t) = 2m_k \cdot (k\omega)^2 \cdot l(r_k) \cdot \cos(k\omega t)$$

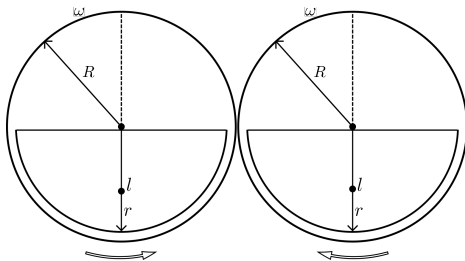


Рис.: Схема пары дебалансов.

# Гармонические колебания дебалансов

Сумма гармонических колебаний для всех пар дебалансов:

$$F = \sum_{k=1}^n 2\lambda_k \cdot \cos(k\omega t), \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \quad (1)$$

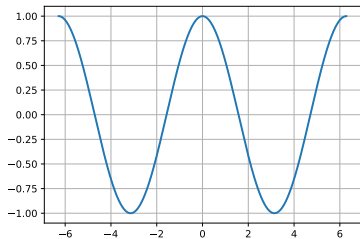


Рис.: График работы  
выбропогрузателя.

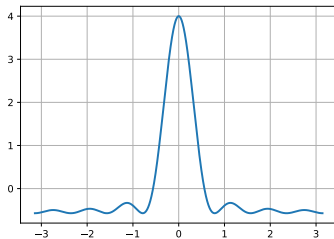


Рис.: График работы импульсного  
погрузателя.

## Задача оптимизации

Пусть  $f_{\max}(t)$  — максимальное значение импульса силы за время  $t$ ,  $f_{\min}(t)$  — минимальное значение импульса за время  $t$ . Тогда:

$$K = \left| \frac{f_{\max}(t)}{f_{\min}(t)} \right| \rightarrow \max$$

Исходя из теоремы оптимальности модели полигармонического импульса многочлен (1) является оптимальным тогда и только тогда, когда он с точностью до постоянного множителя имеет вид суммы Фейера:

$$\begin{aligned} f_n(t) &= \sum_{k=1}^n (n+1-k) \cos(kt) \\ \max_{\lambda} K_n(\lambda) &= n \end{aligned} \tag{2}$$

Из этого следует, что:

$$\lambda_k = \frac{n-k+1}{n} \tag{3}$$



Спасибо за внимание!