# «Математическая модель импульсного погружателя, оптимального по коэффициенту асимметрии»

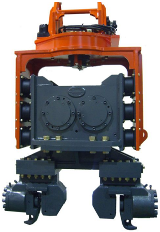
Уткин Артем Александрович

10.06.2019

Бакалаврская работа
Направление 01.03.04 Прикладная математика
Профиль Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач

# Актуальность проблемы

На сегодняшний день в строительной сфере довольно часто возникает потребность в вибропогружателях для погружения свайных элементов в землю.
Такая востребованность порождает задачу оптимизации характеристик вибропогружателей для получения наилучшего результата их работы.
Решение задачи прикладными методами несомненно актуальна и соответствует профилю.




# Постановка задачи

Для решения такой задачи необходимо на основе теории вибрационных машин и теоремы об оптимальности импульса Максвелла-Фейера разработать ПО для автоматизированного расчета характеристик импульсного погружателя с возможностью ввода начальных данных и наглядного вывода результатов[1][2].

[1] Блехман И. И. Вибрационная механика. — М. : Физико-математическая литература, 1994.

[2] Костин Д. В. Бифуркация резонансных колебаний и оптимизация тригонометрического импульса по коэффициенту несимметрии // Математический сборник. — М., 2016.

# Конструкция импульсного погружателя

Работа погружателя основана на двух основных принципах:

1. На эффекте резкого снижения сопротивлению погружения свайного элемента при сообщении последнему вибрации;
2. На действии полигармонического импульса, создаваемого центробежными силами системы дебалансов.

При вращении валов (1) с дебалансами (2) на их ось крепления действует центробежная сила и погружатель получает вибрирующее движение, которое через наголовник (3) сообщается свайному элементу (4).

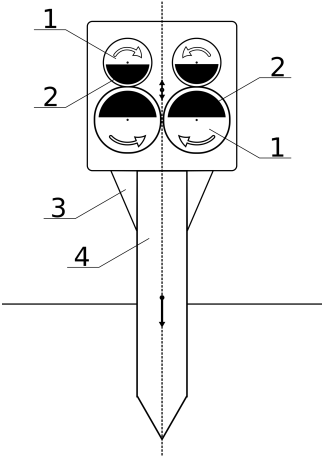



Рис. 1: Схема импульсного погружателя.

# Конструкция дебаланса

Пусть дан дебаланс с радиусом $r$, радиус вала которого равен $R$, $\omega$ — угловая скорость и $l$ — расстояние от центра масс до оси вращения дебаланса, а его масса будет равна $m$. Центробежная сила:

$$\begin{gathered} F_{\text{центр.}} = m \cdot \omega^2 \cdot l \\ \text{где } l = \frac{4r}{3\pi} \end{gathered} \tag{1}$$

Гармонические колебания:

$$\begin{gathered} x(t) = \lambda \cos(\omega t) \\ \text{где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \end{gathered} \tag{2}$$

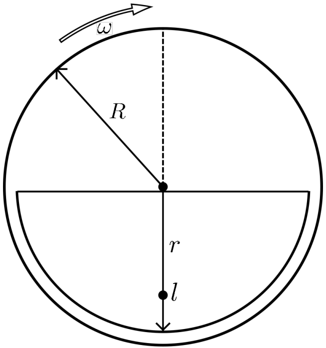



Рис. 2: Схема дебаланса.

# Конструкция пары дебалансов

Для компенсации горизонтальных сил в конструкции погружателя используются парные дебалансы.
Гармонические колебания пары дебалансов:

$$x(t) = 2\lambda\cos(\omega t), \text{где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \tag{3}$$

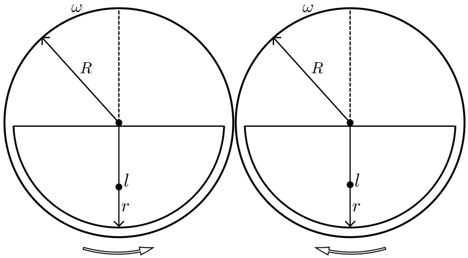



Рис. 3: Схема пары дебалансов.

# Гармонические колебания дебалансов

При использовании нескольких пар дебалансов, вышестоящий уровень дебалансов должен иметь угловую скорость в два раза выше, чем прошлый.

$$x(t) = \lambda_1 \cos(\omega t)$$

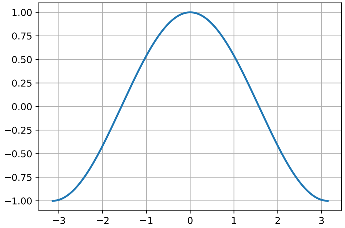



Рис. 4: Гармонические колебания для одной пары дебалансов.

$$x(t) = \lambda_1 \cos(\omega t) + \lambda_2 \cos(2\omega t)$$

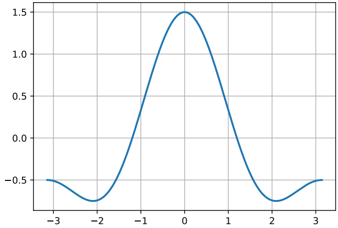



Рис. 5: Гармонические колебания для двух пар дебалансов.

# Гармонические нескольких пар дебалансов

Гармоническое колебания для $n$ дебалансов, где $k$ — порядковый номер пары дебалансов, будет иметь вид:

$$F = \sum_{k=1}^{n} 2\lambda_k \cdot \cos(k\omega t), \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \tag{4}$$

Использование нескольких пар дебалансов разных характеристик позволяет увеличить импульс, направленный на погружение свайного элемента и уменьшить импульс, направленный в противоположную сторону.

# Задача оптимизации

Пусть $f_{\max}(t)$ — максимальное значение импульса силы за время $t$, $f_{\min}(t)$ — минимальное значение импульса за время $t$. Тогда:

$$K = \left| \frac{f_{\max}(t)}{f_{\min}(t)} \right| \to \max \tag{5}$$

## Теорема[3]

Многочлен (4) является оптимальным т. и т. т. , когда он с точностью до постоянного множителя имеет вид суммы Фейера:

$$f_n(t) = \sum_{k=1}^{n} (n+1-k)\cos(kt) \tag{6}$$

$$\max_{\lambda} K_n(\lambda) = n$$

[3] Костин Д. В. Бифуркация резонансных колебаний и оптимизация тригонометрического импульса по коэффициенту несимметрии // Математический сборник. — М., 2016. — С. 90—109.

# Задача оптимизации

Исходя из теоремы выше, следует, что:

$$\begin{gathered}\lambda_k = \frac{n-k+1}{n} \cdot \lambda_1, \\ \text{где } \lambda_1 = m_1 \cdot \omega_1^2 \cdot l_1\end{gathered} \tag{7}$$

Это позволяет найти коэффициент $\lambda_k$ для $k$-й пары дебалансов, когда общее количество дебалансов погружателя — $n$.

# Программная реализация

При помощи применения теоремы об оптимальности модели полигармонического импульса и на основе теории вибрационных машин на языке Python была разработана программа для автоматического расчета характеристик дебалансов погружателя.

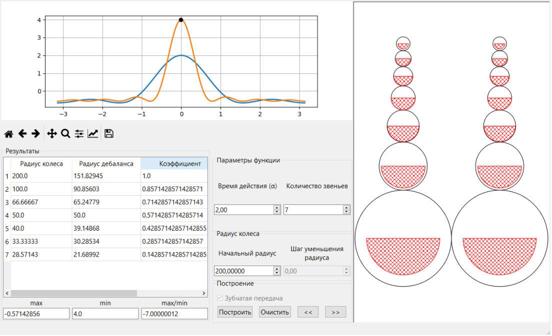



Рис. 6: Скриншот программы.

Спасибо за внимание!