

# «Программная реализация динамического моделирования погружения сваи»

Уткин Артем Александрович

Научный руководитель: Каменский Михаил Игоревич

25.06.2021

Магистерская работа

Направление 02.04.01 Математика и компьютерные науки

Профиль «Математическое и компьютерное моделирование»

# Актуальность проблемы

На сегодняшний день в строительной сфере довольно часто возникает потребность в вибропогружателях для погружения свайных элементов в землю.

Данная востребованность подталкивает к созданию математической модели погружения свайного элемента, а также к разработке программного обеспечения для динамической визуализации этой модели.

Решение данной задачи несомненно актуально и соответствует профилю.



# Постановка задачи

Для решения данной задачи необходимо, на основе теории вибрационных машин и теоремы об оптимальности импульса Максвелла-Фейера, разработать программное обеспечение для динамической визуализации модели погружения свайного элемента в землю<sup>1,2</sup>.

---

<sup>1</sup>Блехман И. И. Вибрационная механика. — М. : Физико-математическая литература, 1994.

<sup>2</sup>Костин Д. В. Бифуркация резонансных колебаний и оптимизация тригонометрического импульса по коэффициенту несимметрии // Математический сборник. — М., 2016.

# Задача оптимизации

Математической модель направляющего импульса может быть представлена в виде тригонометрического полинома:

$$f(t, \lambda) = \sum_{k=1}^n \lambda_k \cdot \cos(kt) \quad (1)$$

Пусть  $f_{\max}(t)$  — максимальное значение импульса силы за время  $t$ ,  $f_{\min}(t)$  — минимальное значение импульса за время  $t$ . Тогда:

$$K = \left| \frac{f_{\max}(t)}{f_{\min}(t)} \right| \rightarrow \max \quad (2)$$
$$f_{\max} = \max_t f(t, \lambda), \quad f_{\min} = \min_t f(t, \lambda)$$

Число  $K$  будем называть коэффициентом асимметрии полинома (1).

## Задача оптимизации

Для достижения коэффициентом асимметрии максимального значения необходимо решение следующей задачи:

$$\inf_t f(t, \lambda) \rightarrow \sup_{\lambda}, \text{ где } t \in [0, \pi]$$
$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = c, \text{ где } c = \text{const} > 0 \quad (3)$$

Оптимальность (1) может быть доказана следующей теоремой:

### Теорема<sup>3</sup>

Многочлен (1) является оптимальным т. и т. т. , когда он с точностью до постоянного множителя имеет вид суммы Фейера:

$$f_n(t) = \sum_{k=1}^n (n+1-k) \cos(kt), \quad \max_{\lambda} K_n(\lambda) = n \quad (4)$$

<sup>3</sup> Костин Д. В. Бифуркация резонансных колебаний и оптимизация тригонометрического импульса по коэффициенту несимметрии // Математический сборник. — М., 2016. — С. 90—109.

# Конструкция импульсного погружателя

Работа погружателя основана на двух основных принципах:

- 1 На эффекте резкого снижения сопротивлению погружения свайного элемента при сообщении последнему вибрации;
- 2 На действии полигармонического импульса, создаваемого центробежными силами системы дебалансов.

При вращении валов (1) с дебалансами (2) на их ось крепления действует центробежная сила и погружатель получает вибрирующее движение, которое через наголовник (3) сообщается свайному элементу (4).

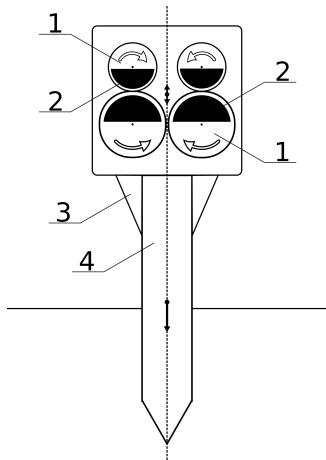


Рис. 1: Схема импульсного погружателя.

# Конструкция дебаланса

Пусть дан дебаланс с радиусом  $r$ , радиус вала которого равен  $R$ ,  $\omega$  — угловая скорость и  $l$  — расстояние от центра масс до оси вращения дебаланса, а его масса будет равна  $m$ . Центробежная сила:

$$F_{\text{центр.}} = m \cdot \omega^2 \cdot l$$

$$\text{где } l = \frac{4r}{3\pi}$$

Гармонические колебания:

$$x(t) = \lambda \cos(\omega t)$$

$$\text{где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l$$

(5)

(6)

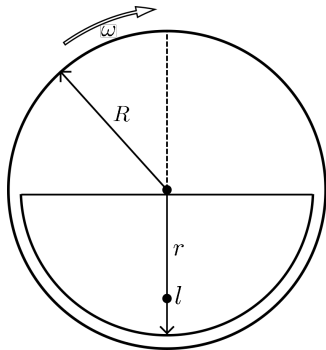


Рис. 2: Схема дебаланса.

# Конструкция пары дебалансов

Для компенсации горизонтальных сил в конструкции погружателя используются парные дебалансы.

Гармонические колебания пары дебалансов:

$$x(t) = 2\lambda \cos(\omega t), \text{ где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \quad (7)$$

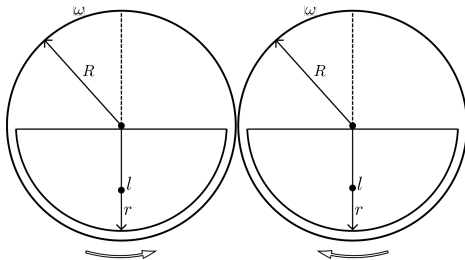


Рис. 3: Схема пары дебалансов.



# Гармонические колебания дебалансов

При использовании нескольких пар дебалансов, вышестоящий уровень дебалансов должен иметь угловую скорость в два раза выше, чем прошлый.

$$x(t) = \lambda_1 \cos(\omega t)$$

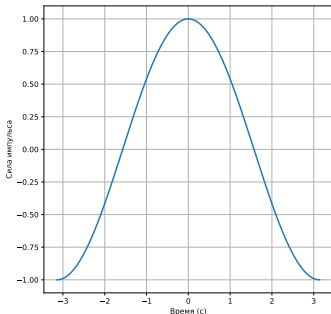


Рис. 4: Гармонические колебания для одной пары дебалансов.

$$x(t) = \lambda_1 \cos(\omega t) + \lambda_2 \cos(2\omega t)$$

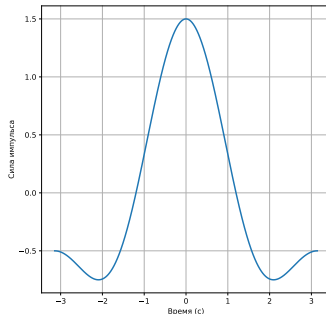


Рис. 5: Гармонические колебания для двух пар дебалансов.

## Гармонические нескольких пар дебалансов

Гармоническое колебания для  $n$  дебалансов, где  $k$  — порядковый номер пары дебалансов, будет иметь вид:

$$F = \sum_{k=1}^n 2\lambda_k \cdot \cos(k\omega t), \quad \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \quad (8)$$

где  $n$  — количество пар дебалансов,  $k$  — порядковый номер пары дебалансов. Из этого теоремы об оптимальности коэффициента асимметрии следует, что:

$$\lambda_k = \frac{n - k + 1}{n} \cdot \lambda_1, \quad (9)$$

где  $\lambda_1 = m_1 \cdot \omega_1^2 \cdot l_1$

где  $n$  — количество пар дебалансов,  $k$  — порядковый номер пары дебалансов.

# Программная реализация

При помощи теоремы об оптимальности модели полигармонического импульса и на основе теории вибрационных машин на языке Python была разработана программа для динамического моделирования процесса погружения сваи.

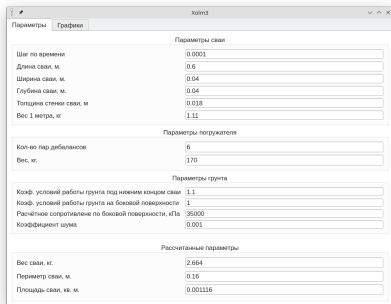


Рис. 6: Интерфейс характеристик.

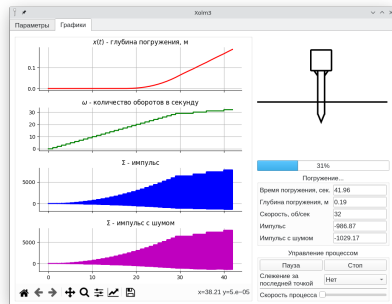


Рис. 7: Интерфейс погружения.

Спасибо за внимание!