«Программная реализация динамического моделирования погружения сваи»

Обучающийся: Уткин Артем Александрович

Руководитель: д. ф.-м. н., проф. Каменский Михаил Игоревич

25.06.2021

Магистерская работа
Направление 02.04.01 Математика и компьютерные науки
Профиль «Математическое и компьютерное моделирование»

Актуальность проблемы

Мною был рассмотрен импульс Максвелла-Фейера, являющейся оптимальным по критерию ассиметрии.

Такой критерий возникает в различных прикладных задач: в теории антенных устройств, нелинейной оптике или зубчатой передаче[1,2]. Задача оптимизации конструкции таких устройств в настоящее время является актуальной задачей.

[1] Блехман И. И. Вибрационная механика. — М. : Физико-математическая литература, 1994.

[2] Костин Д. В. Бифуркация резонансных колебаний и оптимизация тригонометрического импульса по коэффициенту несимметрии // Математический сборник. — М., 2016.

Задача оптимизации

Математической модель направляющего импульса может быть представлена в виде тригонометрической функции:

$$f(t,\lambda) = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \cdot \cos(kt) \tag{1}$$

Пусть $f_{\max}(t)$ — максимальное значение импульса силы за время t, $f_{\min}(t)$ — минимальное значение импульса за время t. Тогда:

$$\begin{gathered} K = \left| \frac{f_{\max}(t)}{f_{\min}(t)} \right| \to \max \\ f_{\max} = \max_t f(t,\lambda),\ \ f_{\min} = \min_t f(t,\lambda) \end{gathered} \tag{2}$$

Число K будем называть коэффициентом асимметрии функции (1).

Задача оптимизации

Для достижения коэффициентом асимметрии максимального значения необходимо решение следующей задачи:

$$\inf_t f(t,\lambda) \to \sup_\lambda, \text{ где } t \in [0,\pi]$$
$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k = c, \text{ где } c = const > 0 \qquad (3)$$

Оптимальность (1) доказана следующей теоремой:

Теорема[3]

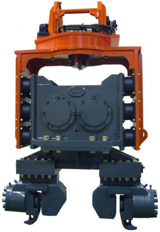
Многочлен (1) является оптимальным т. и т. т., когда он с точностью до постоянного множителя имеет вид суммы Фейера:

$$f_n(t) = \sum_{k=1}^{n} (n+1-k)\cos(kt), \ \max_\lambda K_n(\lambda) = n \qquad (4)$$

[3] Костин В. А., Костин Д. В., Сапронов Ю. И. Многочлены Максвелла-Фейера и оптимизация полигармонических импульсов // ДАН. — М., 2012.

Постановка задачи

Для решения задачи построения оптимальной конструкции вибрационного погружателя был использован подход разработки математической модели и программного обеспечения для визуализации данной модели.



Конструкция импульсного погружателя

Работа погружателя основана на двух основных принципах:

1. На эффекте резкого снижения сопротивлению погружения свайного элемента при сообщении последнему вибрации;
2. На действии полигармонического импульса, создаваемого центробежными силами системы дебалансов.

При вращении валов (1) с дебалансами (2) на их ось крепления действует центробежная сила и погружатель получает вибрирующее движение, которое через наголовник (3) сообщается свайному элементу (4).

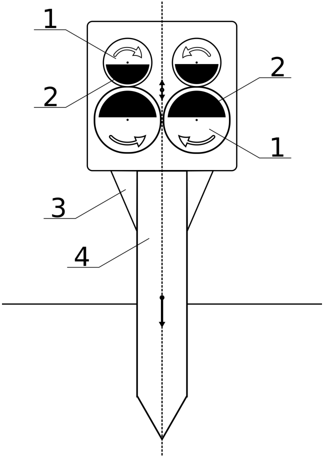


Рис. 1: Схема импульсного погружателя.

Конструкция дебаланса

Пусть дан дебаланс с радиусом r, радиус вала которого равен R, ω — угловая скорость и l — расстояние от центра масс до оси вращения дебаланса, а его масса будет равна m. Центробежная сила:

$$F_{\text{центр.}} = m \cdot \omega^2 \cdot l$$
$$\text{где } l = \frac{4r}{3\pi} \tag{5}$$

Гармонические колебания:

$$f(t) = \lambda \cos(\omega t)$$
$$\text{где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \tag{6}$$

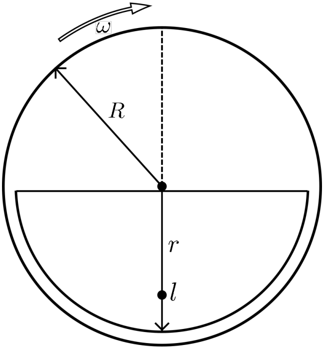


Рис. 2: Схема дебаланса.

Конструкция пары дебалансов

Для компенсации горизонтальных сил в конструкции погружателя используются парные дебалансы.
Гармонические колебания пары дебалансов:

$$f(t) = 2\lambda\cos(\omega t), \text{где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \tag{7}$$

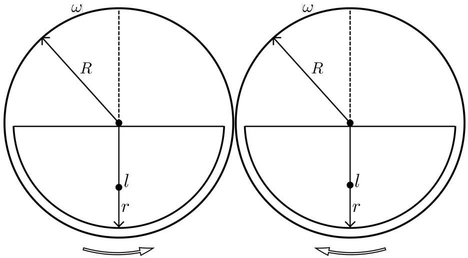


Рис. 3: Схема пары дебалансов.

Гармонические колебания дебалансов

При использовании нескольких пар дебалансов, вышестоящий уровень дебалансов должен иметь угловую скорость в два раза выше, чем прошлый.

$$f(t) = \lambda_1 \cos(\omega t)$$

$$f(t) = \lambda_1 \cos(\omega t) + \lambda_2 \cos(2\omega t)$$

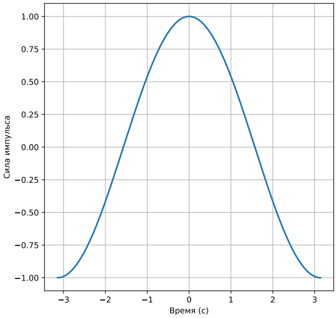


Рис. 4: Гармонические колебания для одной пары дебалансов.

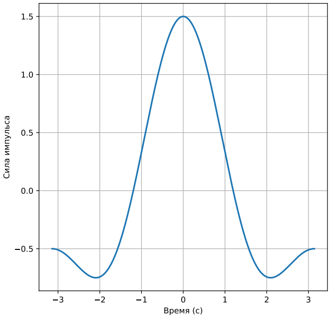


Рис. 5: Гармонические колебания для двух пар дебалансов.

Гармонические колебания нескольких пар дебалансов

Гармоническое колебания для n дебалансов, где k — порядковый номер пары дебалансов, будет иметь вид:

$$f = \sum_{k=1}^{n} 2\lambda_k \cdot \cos(k\omega t), \ \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \tag{8}$$

где n — количество пар дебалансов, k — порядковый номер пары дебалансов. Из этого теоремы об оптимальности коэффициента асимметрии следует, что:

$$\begin{gathered} \lambda_k = \frac{n-k+1}{n} \cdot \lambda_1, \\ \text{где } \lambda_1 = m_1 \cdot \omega_1^2 \cdot l_1 \end{gathered} \tag{9}$$

где n — количество пар дебалансов, k — порядковый номер пары дебалансов.

Программная реализация

При помощи теоремы об оптимальности модели полигармонического импульса и на основе теории вибрационных машин на языке Python была разработана программа для динамического моделирования процесса погружения сваи.

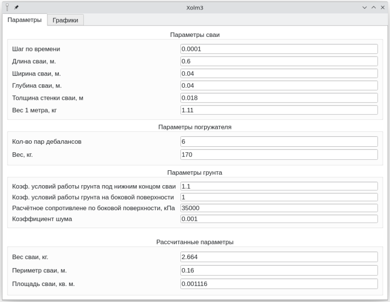


Рис. 6: Интерфейс характеристик.

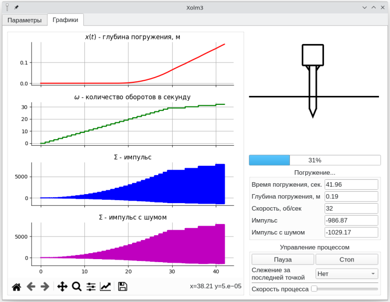


Рис. 7: Интерфейс погружения.

Спасибо за внимание!