

«Программная реализация динамического моделирования погружения сваи»

Уткин Артем Александрович

Научный руководитель: Каменский Михаил Игоревич

25.06.2021

Магистерская работа

Направление 02.04.01 Математика и компьютерные науки

Профиль «Математическое и компьютерное моделирование»

Актуальность проблемы

Мною был рассмотрен импульс Максвелла-Фейера, являющейся оптимальным по критерию асимметрии.

Такой критерий возникает в различных прикладных задачах: в теории антенных устройств, нелинейной оптике или зубчатой передаче^{1,2}. Задача оптимизации конструкции таких устройств в настоящее время является актуальной задачей.

Для решения такой задачи можно использовать подход разработки математической модели и программного обеспечения для визуализации данной модели.

¹Блехман И. И. Вибрационная механика. — М. : Физико-математическая литература, 1994.

²Костин Д. В. Бифуркация резонансных колебаний и оптимизация тригонометрического импульса по коэффициенту несимметрии // Математический сборник. — М., 2016.

Постановка задачи

В связи с этим цель моей работы - создать программного обеспечение для исследования оптимальных параметров вибрационного погружателя.



Задача оптимизации

Математической модель направляющего импульса может быть представлена в виде тригонометрической функции:

$$f(t, \lambda) = \sum_{k=1}^n \lambda_k \cdot \cos(kt) \quad (1)$$

Пусть $f_{\max}(t)$ — максимальное значение импульса силы за время t , $f_{\min}(t)$ — минимальное значение импульса за время t . Тогда:

$$K = \left| \frac{f_{\max}(t)}{f_{\min}(t)} \right| \rightarrow \max \quad (2)$$
$$f_{\max} = \max_t f(t, \lambda), \quad f_{\min} = \min_t f(t, \lambda)$$

Число K будем называть коэффициентом асимметрии функции (1).

Задача оптимизации

Для достижения коэффициентом асимметрии максимального значения необходимо решение следующей задачи:

$$\inf_t f(t, \lambda) \rightarrow \sup_\lambda, \text{ где } t \in [0, \pi]$$
$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = c, \text{ где } c = \text{const} > 0 \quad (3)$$

Оптимальность (1) может быть доказана следующей теоремой:

Теорема³

Многочлен (1) является оптимальным т. и т. т., когда он с точностью до постоянного множителя имеет вид суммы Фейера:

$$f_n(t) = \sum_{k=1}^n (n+1-k) \cos(kt), \quad \max_\lambda K_n(\lambda) = n \quad (4)$$

³ Костин В. А., Костин Д. В., Сапронов Ю. И. Многочлены Максвелла-Фейера и оптимизация полигармонических импульсов // ДАН. — М., 2012.

Конструкция импульсного погружателя

Работа погружателя основана на двух основных принципах:

- 1 На эффекте резкого снижения сопротивлению погружения свайного элемента при сообщении последнему вибрации;
- 2 На действии полигармонического импульса, создаваемого центробежными силами системы дебалансов.

При вращении валов (1) с дебалансами (2) на их ось крепления действует центробежная сила и погружатель получает вибрирующее движение, которое через наголовник (3) сообщается свайному элементу (4).

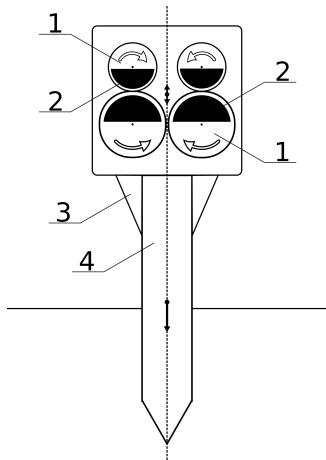


Рис. 1: Схема импульсного погружателя.

Конструкция дебаланса

Пусть дан дебаланс с радиусом r , радиус вала которого равен R , ω — угловая скорость и l — расстояние от центра масс до оси вращения дебаланса, а его масса будет равна m . Центробежная сила:

$$F_{\text{центр.}} = m \cdot \omega^2 \cdot l$$

$$\text{где } l = \frac{4r}{3\pi}$$

Гармонические колебания:

$$x(t) = \lambda \cos(\omega t)$$

$$\text{где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l$$

(5)

(6)

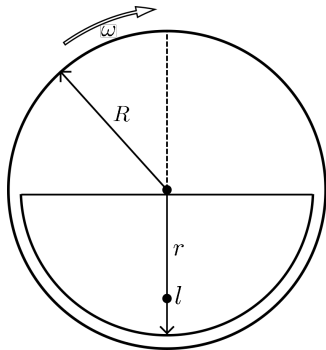


Рис. 2: Схема дебаланса.

Конструкция пары дебалансов

Для компенсации горизонтальных сил в конструкции погружателя используются парные дебалансы.

Гармонические колебания пары дебалансов:

$$x(t) = 2\lambda \cos(\omega t), \text{ где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \quad (7)$$

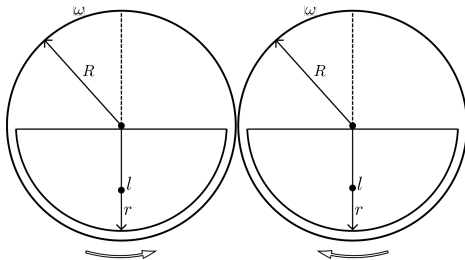


Рис. 3: Схема пары дебалансов.

Гармонические колебания дебалансов

При использовании нескольких пар дебалансов, вышестоящий уровень дебалансов должен иметь угловую скорость в два раза выше, чем прошлый.

$$x(t) = \lambda_1 \cos(\omega t)$$

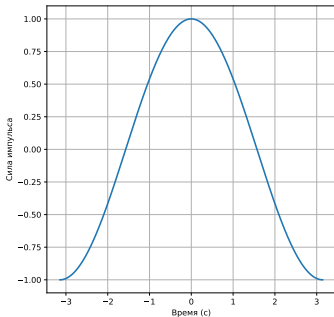


Рис. 4: Гармонические колебания для одной пары дебалансов.

$$x(t) = \lambda_1 \cos(\omega t) + \lambda_2 \cos(2\omega t)$$

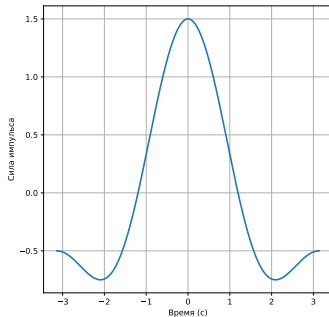


Рис. 5: Гармонические колебания для двух пар дебалансов.

Гармонические колебания нескольких пар дебалансов

Гармоническое колебания для n дебалансов, где k — порядковый номер пары дебалансов, будет иметь вид:

$$F = \sum_{k=1}^n 2\lambda_k \cdot \cos(k\omega t), \quad \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \quad (8)$$

где n — количество пар дебалансов, k — порядковый номер пары дебалансов. Из этого теоремы об оптимальности коэффициента асимметрии следует, что:

$$\lambda_k = \frac{n - k + 1}{n} \cdot \lambda_1, \quad (9)$$

где $\lambda_1 = m_1 \cdot \omega_1^2 \cdot l_1$

где n — количество пар дебалансов, k — порядковый номер пары дебалансов.

Программная реализация

При помощи теоремы об оптимальности модели полигармонического импульса и на основе теории вибрационных машин на языке Python была разработана программа для динамического моделирования процесса погружения сваи.

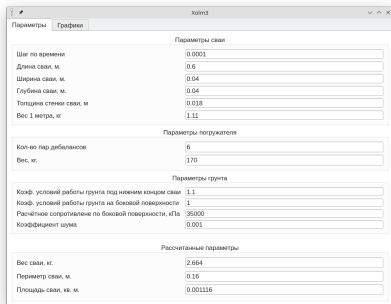


Рис. 6: Интерфейс характеристик.

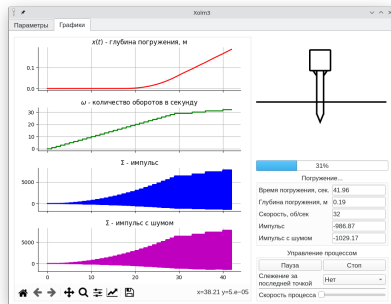


Рис. 7: Интерфейс погружения.

Спасибо за внимание!