# «Программная реализация динамического моделирования погружения сваи»

Уткин Артем Александрович

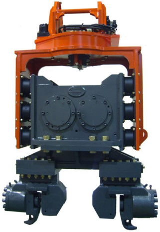
Научный руководитель: Каменский Михаил Игоревич

25.06.2021

Магистерская работа
Направление 02.04.01 Математика и компьютерные науки
Профиль «Математическое и компьютерное моделирование»

# Актуальность проблемы

На сегодняшний день в строительной сфере довольно часто возникает потребность в вибропогружателях для погружения свайных элементов в землю.
Данная востребованность подталкивает к созданию математической модели погружения свайного элемента, а также к разработке программного обеспечение для динамической визуализации этой модели.
Решение данной задачи несомненно актуальна и соответствует профилю.




# Постановка задачи

Для решения данной задачи необходимо, на основе теории вибрационных машин и теоремы об оптимальности импульса Максвелла-Фейера, разработать программное обеспечение для динамической визуализации модели погружения свайного элемента в землю[1,2].

[1] Блехман И. И. Вибрационная механика. — М. : Физико-математическая литература, 1994.

[2] Костин Д. В. Бифуркация резонансных колебаний и оптимизация тригонометрического импульса по коэффициенту несимметрии // Математический сборник. — М., 2016.

# Задача оптимизации

Математической модель направляющего импульса может быть представлена в виде тригонометрического полинома:

$$f(t, \lambda) = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \cdot \cos(kt) \tag{1}$$

Пусть $f_{\max}(t)$ — максимальное значение импульса силы за время $t$, $f_{\min}(t)$ — минимальное значение импульса за время $t$. Тогда:

$$\begin{gathered} K = \left| \frac{f_{\max}(t)}{f_{\min}(t)} \right| \to \max \\ f_{\max} = \max_t f(t, \lambda), \;\; f_{\min} = \min_t f(t, \lambda) \end{gathered} \tag{2}$$

Число $K$ будем называть коэффициентом асимметрии полинома (1).

# Задача оптимизации

Для достижения коэффициентом асимметрии максимального значения необходимо решение следующей задачи:

$$\begin{gathered} \inf_t f(t,\lambda) \to \sup_\lambda, \ \text{где } t \in [0,\pi] \\ \sum_{k=1}^{n} \lambda_k = c, \ \text{где } c = const > 0 \end{gathered} \tag{3}$$

Оптимальность (1) может быть доказана следующей теоремой:

**Теорема**[3]

Многочлен (1) является оптимальным т. и т. т. , когда он с точностью до постоянного множителя имеет вид суммы Фейера:

$$f_n(t) = \sum_{k=1}^{n} (n+1-k)\cos(kt), \ \max_\lambda K_n(\lambda) = n \tag{4}$$

[3] Костин Д. В. Бифуркация резонансных колебаний и оптимизация тригонометрического импульса по коэффициенту несимметрии // Математический сборник. — М., 2016. — С. 90—109.

# Конструкция импульсного погружателя

Работа погружателя основана на двух основных принципах:

1. На эффекте резкого снижения сопротивлению погружения свайного элемента при сообщении последнему вибрации;
2. На действии полигармонического импульса, создаваемого центробежными силами системы дебалансов.

При вращении валов (1) с дебалансами (2) на их ось крепления действует центробежная сила и погружатель получает вибрирующее движение, которое через наголовник (3) сообщается свайному элементу (4).

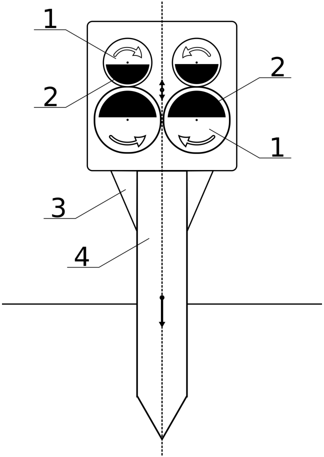



Рис. 1: Схема импульсного погружателя.

# Конструкция дебаланса

Пусть дан дебаланс с радиусом $r$, радиус вала которого равен $R$, $\omega$ — угловая скорость и $l$ — расстояние от центра масс до оси вращения дебаланса, а его масса будет равна $m$. Центробежная сила:

$$F_{\text{центр.}} = m \cdot \omega^2 \cdot l \qquad \text{где } l = \frac{4r}{3\pi} \tag{5}$$

Гармонические колебания:

$$x(t) = \lambda \cos(\omega t) \qquad \text{где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \tag{6}$$

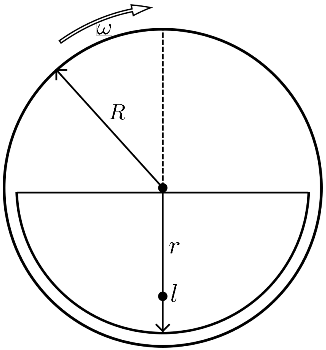



Рис. 2: Схема дебаланса.

# Конструкция пары дебалансов

Для компенсации горизонтальных сил в конструкции погружателя используются парные дебалансы.
Гармонические колебания пары дебалансов:

$$x(t) = 2\lambda \cos(\omega t), \text{где } \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \tag{7}$$

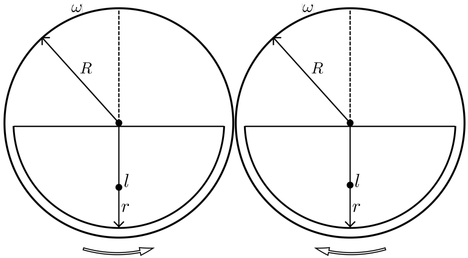



Рис. 3: Схема пары дебалансов.

# Гармонические колебания дебалансов

При использовании нескольких пар дебалансов, вышестоящий уровень дебалансов должен иметь угловую скорость в два раза выше, чем прошлый.

$$x(t) = \lambda_1 \cos(\omega t)$$

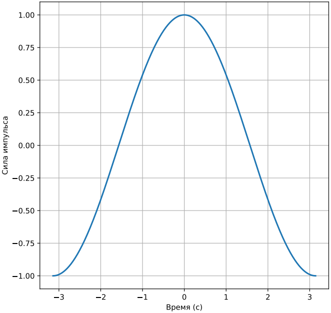



Рис. 4: Гармонические колебания для одной пары дебалансов.

$$x(t) = \lambda_1 \cos(\omega t) + \lambda_2 \cos(2\omega t)$$

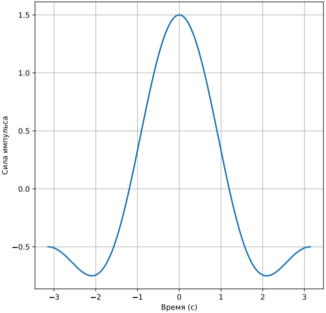



Рис. 5: Гармонические колебания для двух пар дебалансов.

# Гармонические колебания нескольких пар дебалансов

Гармоническое колебания для $n$ дебалансов, где $k$ — порядковый номер пары дебалансов, будет иметь вид:

$$F = \sum_{k=1}^{n} 2\lambda_k \cdot \cos(k\omega t), \ \lambda = m \cdot \omega^2 \cdot l \tag{8}$$

где $n$ — количество пар дебалансов, $k$ — порядковый номер пары дебалансов. Из этого теоремы об оптимальности коэффициента асимметрии следует, что:

$$\begin{gathered} \lambda_k = \frac{n-k+1}{n} \cdot \lambda_1, \\ \text{где } \lambda_1 = m_1 \cdot \omega_1^2 \cdot l_1 \end{gathered} \tag{9}$$

где $n$ — количество пар дебалансов, $k$ — порядковый номер пары дебалансов.

При помощи теоремы об оптимальности модели полигармонического импульса и на основе теории вибрационных машин на языке Python была разработана программа для динамического моделирования процесса погружения сваи.

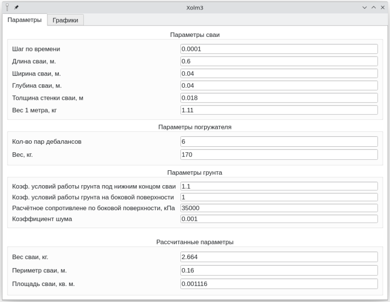



Рис. 6: Интерфейс характеристик.

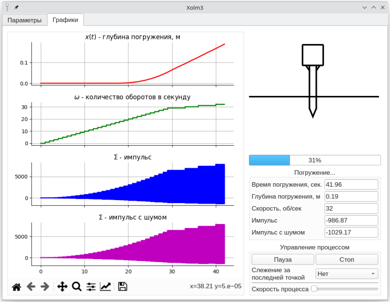



Рис. 7: Интерфейс погружения.

Спасибо за внимание!