

# ОБРАТНЫЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОМАССООБМЕНА НА ПРОНИЦАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ПРИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ РЕЖИМАХ ПОЛЁТА

Г.Г. Бильченко , Н.Г. Бильченко

(Казань; *ggbil2@gmail.com* , *bilchnat@gmail.com* )

Работа является продолжением [1, 2].

1. Рассмотренную в [3–5] прямую задачу:

$$(m, \tau, s) \rightarrow (q, f; Q, F, N), \quad (1)$$

рассмотренные в [5] обратные задачи по вдуву:

$$q^\vee \rightarrow m^\sim, \quad (m^\sim, \tau, s) \rightarrow (q^\sim \approx q^\vee, f^\sim), \quad (2)$$

$$f^\vee \rightarrow m^\sim, \quad (m^\sim, \tau, s) \rightarrow (q^\sim, f^\sim \approx f^\vee), \quad (3)$$

а также рассмотренную в [6] двумерную обратную задачу:

$$(q^\vee, f^\vee) \rightarrow (m^\sim, \tau^\sim), \quad (m^\sim, \tau^\sim, s) \rightarrow (q^\sim \approx q^\vee, f^\sim \approx f^\vee) \quad (4)$$

обозначим ПЗ, ОЗ $_m^q$ , ОЗ $_m^f$ , ОЗ $_{(m,\tau)}^{(q,f)}$ , соответственно.

В [5, 6] управления: *вдув*  $m(x)$ , *температурный фактор*  $\tau(x) = T_w(x)/T_{e0}$ , *магнитное поле*  $s(x) = \sigma B_0^2(x)$  задавались для  $X = [0; 1]$  или разыскивались  $(m^\sim = (m_j^\sim)_{j=1,\dots,n_1}, \tau^\sim = (\tau_j^\sim)_{j=1,\dots,n_1})$  в виде элементов [7] для сетки *управления*

$$X_1: \quad x_0^\wedge = 0 < x_1^\wedge < \dots < x_{n_1}^\wedge = 1; \quad (5)$$

контрольные значения  $q^\vee = (q_j^\vee)_{j=0,\dots,n_2}$ ,  $f^\vee = (f_j^\vee)_{j=0,\dots,n_2}$  задавались, а значения  $q^\sim = (q_j^\sim)_{j=0,\dots,n_2}$ ,  $f^\sim = (f_j^\sim)_{j=0,\dots,n_2}$  вычислялись для всех узлов сетки *наблюдения*

$$X_2: \quad x_0^\vee = 0 < x_1^\vee < \dots < x_{n_2}^\vee = 1. \quad (6)$$

Будем предполагать, что:

- 1) выполнены условия существования решения [5, 6], в частности,  $X_1 \subseteq X_2$ ;
- 2) согласованы *ограничения* [7] на вдув  $I_{j,k}^m = [b_{j,k}^m; t_{j,k}^m]$  и на температурный фактор  $I_{j,k}^\tau = [b_{j,k}^\tau; t_{j,k}^\tau]$ , где  $j = 1, \dots, n_1$ :

$$(m^\sim)^{(k)}(x) \in I_{j,k}^m \text{ для } x \in [x_{j-1}^\wedge; x_j^\wedge], \quad k=0, \dots, \nu_1^m, \quad \nu_1^m \geq 0; \quad (7)$$

$$(\tau^\sim)^{(k)}(x) \in I_{j,k}^\tau \text{ для } x \in [x_{j-1}^\wedge; x_j^\wedge], \quad k=0, \dots, \nu_1^\tau, \quad \nu_1^\tau \geq 1. \quad (8)$$

ПЗ (1) является частью *прямой экстремальной задачи* (далее – ПЭЗ), рассмотренной в [8–10]. В ПЭЗ $_m^Q$  для заданных  $\tau(x)$  и  $s(x)$  требуется в ограничениях (7) найти управление  $m^\sim$  как приближённое решение экстремальной задачи

$$Q^*(\tau, s; N_{\max}) = \inf_{m^\sim} Q(m^\sim, \tau, s) \quad (9)$$

с ограничением на мощность обеспечивающей вдув системы

$$N(m^\sim, \tau, s) \leq N_{\max}. \quad (10)$$

В ПЭЗ $_m^F$  требуется найти  $m^\sim$  как приближённое решение

$$F^*(\tau, s; N_{\max}) = \inf_{m^\sim} F(m^\sim, \tau, s) \quad (11)$$

в условиях (7), (10) при заданных  $\tau(x)$  и  $s(x)$ .

Обратные задачи (2), (3), (4) с условиями (7) или/и (8) в аппроксимационной постановке [5, 6] с дополнительным условием (10) назовём *обратными экстремальными задачами* и обозначим их  $\text{ОЭЗ}_m^q$ ,  $\text{ОЭЗ}_m^f$ ,  $\text{ОЭЗ}_{(m,\tau)}^{(q,f)}$ , соответственно.

**2.** Для некоторых ОЭЗ обсуждаются результаты вычислительных экспериментов.

**3.** Случаю использования ОЭЗ в *задачах на фрагментах* [1, 2] посвящено продолжение [11] данной работы.

## Литература

1. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Смешанные обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полёта // Международная конференция, посвящённая 100-летию со дня рождения С. Г. Крейна (Воронеж, 13–19 ноября 2017 г.): сборник материалов. — Воронеж: Изд. дом ВГУ, 2017. — С. 52–54.

2. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Комбинированные обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полёта // Международная конференция, посвящённая 100-летию со дня рождения С. Г. Крейна (Воронеж, 13–19 ноября 2017 г.): сборник материалов. — Воронеж: Изд. дом ВГУ, 2017. — С. 50–51.

3. Бильченко Н. Г. Метод А. А. Дородницына в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях в ламинарном пограничном слое электропроводящего газа // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2016. — № 1. — С. 5–14.

4. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях в ламинарном пограничном слое электропроводящего газа // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2016. — № 3. — С. 5–11.

5. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. I. О некоторых постановках и возможности восстановления управления // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2016. — № 4. — С. 5–12.

6. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях гиперзву-

ковых летательных аппаратов. III. О постановке двумерных задач и областях допустимых значений «тепло – трение» // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2017. — № 1. — С. 18–25.

7. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. О некоторых классах функций, применяемых для решения задач эффективного управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2017. — № 3. — С. 5–15.

8. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полёта // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика. Математика. — 2015. — № 1. — С. 83–94.

9. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях тел вращения при гиперзвуковых режимах полёта // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2015. — № 1. — С. 5–8.

10. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полёта: сравнительный анализ применения “простых” законов вдува // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика. Математика. — 2015. — № 1. — С. 95–102.

11. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Экстремальные и неэкстремальные обратные задачи на фрагментах // «Воронежская зимняя математическая школа С. Г. Крейна – 2018»: Материалы международной конференции (26–31 января 2018 г.). — Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2018.