

Инварианты Фоменко-Цишанга невыпуклых топологических билиардов.¹

В.В.Ведюшкина

(Москва; *arinir@yandex.ru*)

Зададим семейство софокусных квадрик уравнением

$$(b - \lambda)x^2 + (a - \lambda)y^2 = (a - \lambda)(b - \lambda), \lambda \leq a.$$

Здесь $\infty > a > b > 0$ — фиксированная пара чисел, λ — параметр, определяющий квадрику.

Пусть компактная область Ω на плоскости \mathbb{R}^2 такова, что её граница является объединением кусочно-гладких кривых, состоящих из дуг софокусных квадрик, причем в точках излома углы равны $\frac{\pi}{2}$. Такую область назовем элементарной. Рассмотрим билиард в ней, описываемый движением точки внутри Ω с абсолютно упругим отражением на границе. В точках, где граница не гладкая (тогда угол излома равен $\frac{\pi}{2}$) траектории системы доопределим по непрерывности: попав в вершину угла, материальная точка, не теряя скорости, отразится назад по той же траектории. Будем называть такие билиарды элементарными билиардами. Такая система интегрируема: помимо квадрата модуля вектора скорости вдоль траекторий билиарда сохраняется функция Λ — параметр софокусной квадрики: прямые, содержащие звенья ломаной-траектории билиарда являются касательными к некоторой квадрике с фиксированным параметром Λ , принадлежащей тому же семейству квадрик что и граница билиарда [2].

Определение. *Невыпуклым топологическим билиардом назовем билиард, склеенный из конечного числа элементарных билиардов вдоль общих сегментов границ, которые могут быть как выпуклыми так и невыпуклыми.*

¹Работа поддержана грантом РФФИ №17-11-01303

Материальная точка топологического бильярда движется внутри каждой из областей вдоль отрезков прямых, переходя из одной области в другую при попадании на границу склейки. Ранее автором была получена лиувиллева классификация всех топологических бильярдов, полученных склейками вдоль выпуклых границ [3].

Теорема. *Инварианты Фоменко-Цишанга – меченые молекулы W^* , описывающие топологию слоения Лиувилля изоэнергетической поверхности Q^3 ограниченных дугами софокусных квадрик интегрируемых топологических бильярдов (как выпуклых так и невыпуклых), внутренность которых имеет пустое пересечение с фокальной прямой, изображены на рисунке 1.*

В докладе будет представлена полная классификация бильярдных областей и полная классификация их инвариантов Фоменко-Цишанга.

Литература

1. Болсинов А.В., Фоменко А.Т. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация, Т.1,2, Ижевск НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 1999
2. Фоменко А.Т., Цишанг Х. О типичных топологических свойствах интегрируемых гамильтоновых систем, Изв. АН СССР 52:2(1988), 378–407
3. Козлов В.В., Трещёв Д.В. Генетическое введение в динамику систем с ударами. М.: Изд-во МГУ, 1991
4. Ведюшкина В.В. Топологическая классификация бильярдов в локально плоских областях, ограниченных дугами софокусных квадрик, Матем. сб., 206:10 (2015), 127–176
5. Ведюшкина В.В. Слоение Лиувилля невыпуклых топологических бильярдов, ДАН, 478:1(2018)

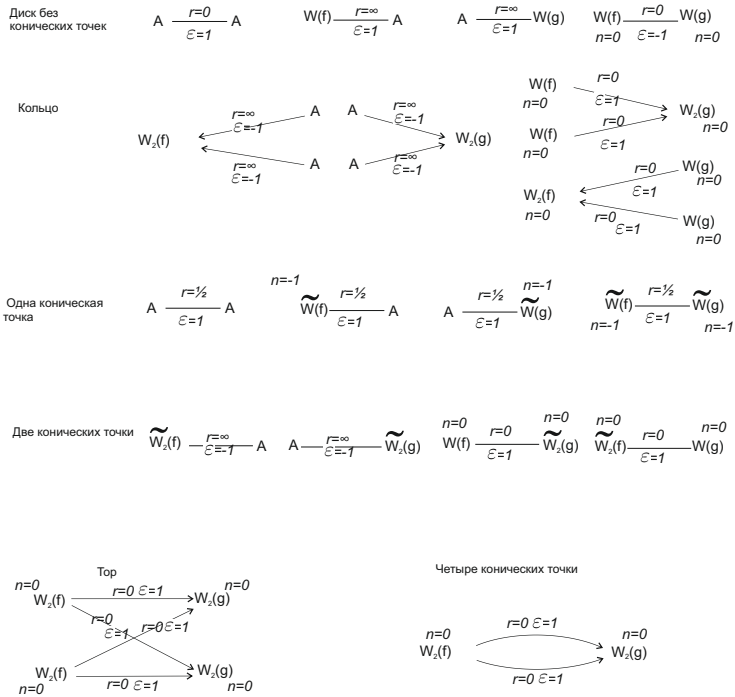


Рис. 1: Инварианты Фоменко-Цишанга топологических билиардов, внутренность которых имеет пустое пересечение с фокальной прямой