

Топология слоения Лиувилля бильярда в области, ограниченной двумя софокусными эллипсами, в потенциальном поле

С.Е. Пустовойтов

(Москва; *pustovoitovse1@mail.ru*)

Бильярдом называется динамическая система на компактном подмножестве плоскости, описывающая движение материальной точки внутри области с абсолютно-упругим отражением на её границе. Рассмотрим бильярд в области, ограниченной двумя софокусными эллипсами, принадлежащими софокусному семейству, заданному формулой: $\frac{x^2}{a+\lambda} + \frac{y^2}{b+\lambda} = 1$, где $a > b > 0$. Добавим в систему центральное поле сил. Следующие функции являются независимыми первыми интегралами данной системы: $H = \frac{k(x^2+y^2)}{2} + \frac{\dot{x}^2+\dot{y}^2}{2}$ и $F = \frac{\dot{x}^2}{a^2} + \frac{\dot{y}^2}{b^2} + \frac{(x\dot{y}-\dot{x}y)^2}{ab} - k(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2})$ [2]. Значит система вполне интегрируема.

Теорема 1. *Бифуркационная диаграмма для данной системы при $k > 0$ изображена на рисунке №1. На рисунке №2 представлены грубые молекулы Фоменко-Цишанга [1], описывающие топологию изоэнергетических поверхностей Q^3 , соответствующих уровням энергии 1, 2 и 3 интеграла H .*

Теорема 2. *Бифуркационная диаграмма для данной системы при $k < 0$ изображена на рисунке №3. На рисунке №4 представлены грубые молекулы Фоменко-Цишанга [1], описывающие топологию изоэнергетических поверхностей Q^3 , соответствующих уровням энергии 1, 2, 3, 4 и 5 интеграла H .*

Литература

1. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. // А.В. Болсинов, А.Т. Фоменко - том 1. Ижевск НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика 1999
2. Некоторые интегрируемые обобщения задачи Якоби о геодезических на эллипсоиде/ Козлов В.В. // Прикладная математика и механика, том 59, вып.1, 1995

Пустовойтов Сергей Евгеньевич, студент Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, г. Москва.

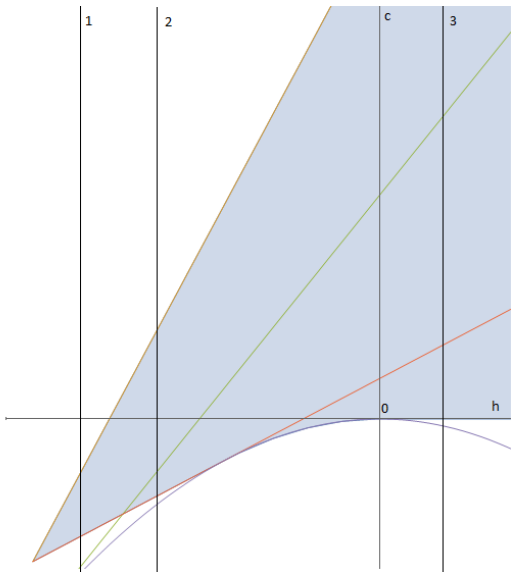


Рис. 1: Бифуркационная диаграмма для случая $k > 0$ (притяжение)

1	2	3
A A	A A	A A
	\ /	\ /
A A	C ₂	C ₂
	/ \	/ \
	A A	A A

Рис. 2: Грубые молекулы для случая $k > 0$ (притяжение)

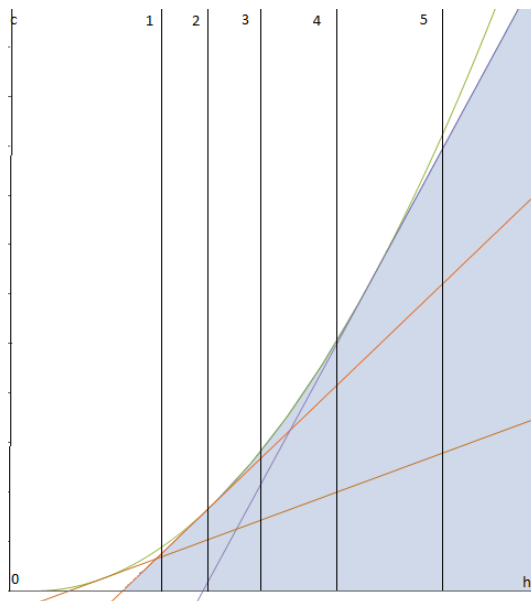


Рис. 3: Бифуркационная диаграмма для случая $k < 0$ (отталкивание)

1	2	3	4	5
A A A A	A A \ / C ₂ / \ A A	A A A A \ / B B \ / C ₂ / \ A A	A A A A \ / B B \ / C ₂ / \ A A	A A \ / C ₂ / \ A A

Рис. 4: Грубые молекулы для случая $k < 0$ (отталкивание)