

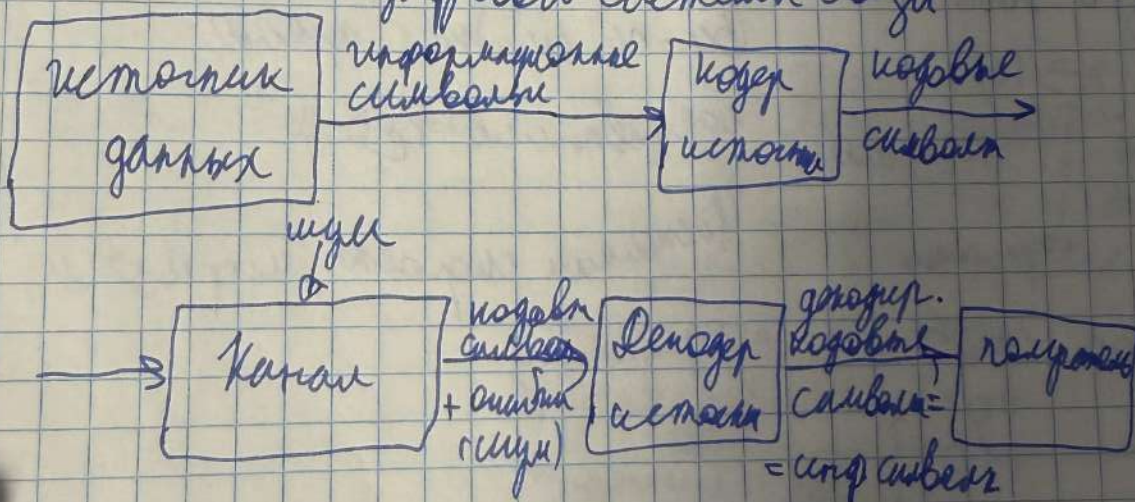
Обработка и интерпретация сигналов.
Вопрос 1.

Теория передачи данных через каналы связи.
• Физика, HDD

Данные кодируются, чтобы убрать искажения.

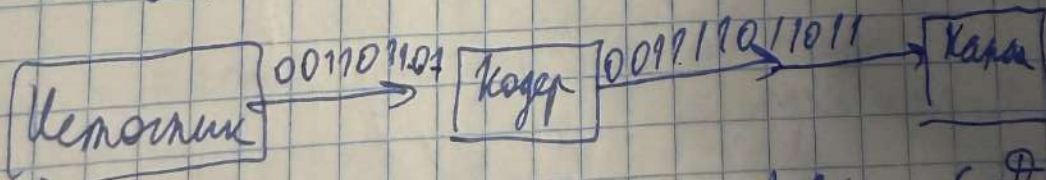
Угрожаемая модель

уровней системы связи

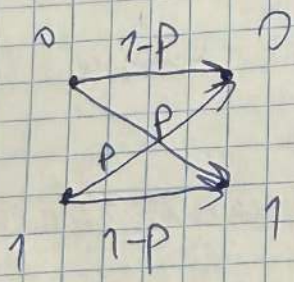


Дискретные помехи

символы: $GFC(2) = \{0, 1\}$



физический - цифровой канал (DCK)



p - вероятность вер-ты
(вер-ность смены одного бита)

$p = 10^{-3}$

Формирование

Исходик \xrightarrow{t} Код 000 000 111 111

0 \rightarrow 0000
1 \rightarrow 1111
испр. \uparrow \downarrow исправлен
силь- \uparrow \downarrow кодирование

Вер-ть ошибки с таким кодированием $P_e \approx 10^{-6}$

Уменьшим сложность, исправим одну ошибку

000 000 }
001 }
010 }
100 }
110 }
101 } $P^2(1-p) \cdot 3 \rightarrow \sim 10^{-6}$
011 } P^3
111 } P^3

Система Система пар

00 \rightarrow 00000
01 \rightarrow 10110
10 \rightarrow 01011
11 \rightarrow 11101

$D(3)$: несимметричная вер-ть

символов

$\underline{10000} \rightarrow 1\text{-е слово}$

$01001 \rightarrow 2\text{-е слово}$

Полная алфавитная

k -много интер. симв.

n -много готовых символов

$R = \frac{k}{n}$ - скорость код.

$I: R = \frac{1}{3}; II: R = \frac{2}{5}$ II эквивалентно

1948 г. Клод Шеннон

Плеча информации

кодир.
источника
(Харрисон)
избыточность
сигналов

канальное
кодир.
избыточность
сигналов

Для ДСК с определенной вер-тью p вводится
понятие пропуск. способности:

$C = 1 - h(p)$, где $h(x) = -x \log_2 x - (1-x) \log_2 (1-x)$ -

энтропия бинарного алфавита

При R меньшей величины C может быть обеспечена меньшая вероятность ошибки при передаче информации. Если $R > C$ передача невозможна.

$$p = 10^{-3} = 5 C \approx 0.98592$$

Как это добиться неизвестно

Все Хемминга

Если x - кодовое слово, то $d(x)$ - все Хемминга и определяется, не имея представления об x .

В фиксированном слове - число единиц.

Расстояние Хемминга - между двумя

словесными словами x и y : $d(x, y)$ - количество элементов слов, отлич. друг от друга

$$x \ 001101 - 3$$

$$y \ 101001 - 3$$

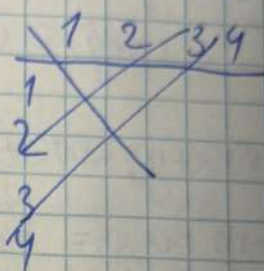
$$d(x, y) = 2$$

$$d(x, y) \sim w(x+y) \quad \text{по определению}$$

\Rightarrow в графе

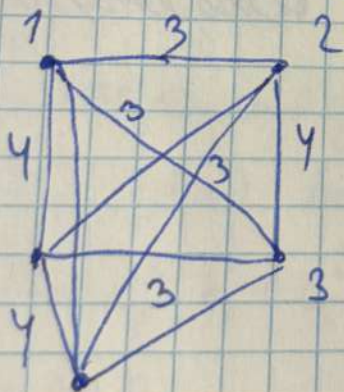
$$d(x, 0) = w(x)$$

$$\begin{aligned} 00 &\rightarrow 00000 & 1 \\ 01 &\rightarrow 10110 & 2 \\ 10 &\rightarrow 01011 & 3 \\ 11 &\rightarrow 11101 & 4 \end{aligned}$$



	1	2	3	4
1	0	3	3	4
2	3	0	4	3
3	3	4	0	3
4	4	3	3	0

$d(x, y)$



$$d_{\min} = 3$$

наименьшее расстояние

минимум. расстояний

$$d_{\min} = \min_{x \neq y} d(x, y)$$

линейный код - код, в котором сумма двух
любых кодовых слов тоже является кодовым
словом

C - мн-во кодовых слов

$$\forall x, y \in C : (x+y) \in C$$

$$d(x, y) = w(x+y) = w(z) = w(z+0) = d(z, 0)$$

$$d_{\min} = \min_{x, y \in C, x \neq y} d(x, y) = \min_{z \in C, z \neq 0} w(z)$$

линейный q -ичный код (n, k) -кодом C называют

любое k -мерное подпр-во F_q^n всевозможных векторов

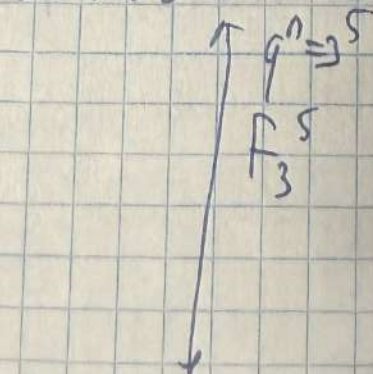
длины n

$$\} q=3, k=2, n=5$$

$$GF(3) = \{0, 1, 2\}$$

F_3^2

01
02
10
11
12
20
21
22



$$\begin{aligned} c_1 & 00000 \\ c_2 & 10110 \\ c_3 & 01011 \\ c_4 & 11101 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [10110] &= e_1 \\ [01011] &= e_2 \\ 0 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2 &= c_1 \\ 0 \cdot e_1 + 1 \cdot e_2 &= c_3 \\ 1 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2 &= c_2 \\ 1 \cdot e_1 + 1 \cdot e_2 &= c_4 \end{aligned}$$

Дополнительный параметр (n, k) - где n - размер матрицы размера $k \times n$ где строки - базисные вектора. Обозн. - G .

Кодовые слова - мн. нек-х базисных векторов.
 m -инф. слово $m = (m_1, \dots, m_k)$

\bar{c} - кодовое слово $\bar{c} = m \cdot G$

Предположим, что для нек. вектора

$h = (h_1, \dots, h_n)$ все кодовые слова, удовлетв.

$$(\bar{c}_i, h) = c_1^i \cdot h_1 + c_2^i \cdot h_2 + \dots + c_n^i \cdot h_n = 0$$

$$\begin{aligned} c_1 & 00000 \\ c_2 & 10110 \\ c_3 & 01011 \\ c_4 & 11101 \end{aligned}$$

$h = [00111]$ - провер. коду
 \uparrow
 проверка

$$G \cdot h^T = 0$$

всего $n-k$ проверок

H - проверочная матрица размера $(n-k, n)$:

$$G \cdot H^T = 0$$

$$C \cdot H^T = 0$$