



Università degli Studi di Trento

Dipartimento di Ingegneria Industriale

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCATRONICA

Tesi di Laurea

Algoritmi per la Valutazione del Contatto tra Pneumatico e Strada in Soft Real Time

Laureando:

Davide Stocco

Relatore:

Prof. Enrico Bertolazzi

Anno Accademico 2019 · 2020

Sommario

This dissertation details ...

Indice

Elenco delle figure	vii
Elenco delle tabelle	ix
Elenco degli acronimi	xi
1 Introduzione	1
1.1 Obiettivi	1
1.2 Il problema	1
1.3 Convenzioni e Notazioni	3
1.3.1 Sistemi di Riferimento	3
1.3.2 Matrice di Trasformazione	4
2 Il Pneumatico	7
2.1 Introduzione	7
2.2 Geometria dello Pneumatico secondo ETRTO	9
2.3 Il Modello della <i>Magic Formula</i>	10
2.3.1 La <i>Magic Formula</i>	10
2.3.2 Contatto con la Superficie Stradale	11
3 Algoritmi Geometrici	15
3.1 Introduzione	15
3.2 Point-Segment Intersection	16
3.3 Point-Circle Intersection	16
3.4 Ray-Circle Intersection	18
3.5 Ray-Triangle Intersection	18
3.5.1 Möller-Trumbore Algorithm	19

4	Il Codice C++	21
5	Conclusioni e Lavoro Futuro	23
6	A Chapter of Examples	25
6.1	A Table	25
6.2	Code	25
6.3	A Sideways Table	26
6.4	A Figure	28
6.5	Bulleted List	28
6.6	Numbered List	28
6.7	A Description	28
6.8	An Equation	29
6.9	A Theorem, Proposition & Proof	29
6.10	Definition	29
6.11	A Remark	29
6.12	An Example	29
6.13	Note	30
A	Codice della Libreria C++	31
A.1	RoadRDF.hh	31
A.2	RoadRDF.cc	39
A.3	PatchTire.hh	47
A.4	PatchTire.cc	70
B	Codice dei Tests	91
B.1	Tests Geometrici	91
B.1.1	geometry-test1.cc	91
B.1.2	geometry-test2.cc	94
B.1.3	geometry-test3.cc	97
B.1.4	geometry-test4.cc	98
B.2	Tests per il Modello Magic Formula	100
B.2.1	MF-test1.cc	100
B.2.2	MF-test2.cc	102
B.2.3	MF-test3.cc	104

Elenco delle figure

1.1	Rappresentazione degli assi del sistema di riferimento della vettura secondo la convenzione ISO-V.	3
1.2	Rappresentazione degli assi del sistema di riferimento dello pneumatico secondo la convenzione ISO-C.	4
2.1	Forze e coppie generate dal contatto pneumatico-strada.	8
2.2	Esempio di misure, secondo la notazione <i>European Tyre and Rim Technical Organisation</i> (ETRTO), riportate sulla spalla dello pneumatico. .	10
2.3	Curve caratteristiche generiche degli pneumatici derivate con il metodo della Magic Formula	11
2.4	Geometria del contatto pneumatico-strada.	12
2.5	Punti campionati nel piano locale della superficie stradale.	13
2.6	Inclinazione longitudinale e laterale del piano strada locale.	14
3.1	Point-circle intersection problem scheme.	16
3.2	Output schemes of the point-circle intersection problem.	17
3.3	Point-circle intersection algorithm schemes.	18
3.4	Ray-triangle intersection problem scheme.	18
3.5	Transformation and base change of ray in Möller-Trumbore algorithm. .	19
3.6	Ray-triangle intersection algorithm schemes.	20
6.1	telnetd: distribution of the number of other system calls among two execve system calls (i.e., distance between two consecutive execve). .	28

Elenco delle tabelle

6.1	Duality between misuse- and anomaly-based intrusion detection techniques.	25
6.2	Taxonomy of the selected state of the art approaches for network-based anomaly detection.	27

Elenco degli acronimi

ADAS Advanced Driver-Assistance Systems	2
ISO International Organization for Standardization	3
CAD Computer-Aided Design	15
CAE Computer-Aided Engineering	15
CAGD Computer-Aided Geometric Design	15
CAM Computer-Aided Manufacturing.	15
ETRTO European Tyre and Rim Technical Organisation	vii
GIS Geographic Information Systems	15
HIL Hardware in the Loop	2

1.1 Obiettivi

La motivazione di questa tesi sta nella trovata collaborazione tra il *Dipartimento di Ingegneria Industriale* dell'Università di Trento e *AnteMotion S.r.l.*, azienda specializzata in realtà virtuale e simulazione multibody per il campo *automotive*. In particolare il modello di veicolo e pneumatico precedentemente studiati da Larcher in [4] sarà integrato nel simulatore di guida in tempo reale di AnteMotion. Pertanto, lo sviluppo del modello è stato finalizzato a minimizzare i tempi di compilazione massimizzando invece l'accuratezza. La necessità di sviluppare un algoritmo che calcoli i parametri dell'interazione tra terreno e pneumatico getta le basi per il lavoro svolto.

1.2 Il problema

La *simulazione* risolve alcuni dei problemi relativi al mondo della progettazione in modo sicuro ed efficiente, senza la necessità di costruire un prototipo dell'oggetto fisico. A differenza della modellazione fisica, che può coinvolgere il sistema reale o una copia in scala di esso, la simulazione è basata sulla tecnologia digitale e utilizza algoritmi ed equazioni per rappresentare il mondo reale al fine di imitare l'esperimento reale. Ciò comporta diversi vantaggi in termini di tempo, costi e sicurezza. Infatti, il modello digitale può essere facilmente riconfigurato e analizzato,

mentre questo è solitamente impossibile o troppo oneroso del punto di vista di tempi e/o costi da fare con il sistema reale [5]. Al giorno d'oggi esistono numerosi modelli di veicolo e pneumatico. Certamente, più semplice è il modello più veloce è la risoluzione delle equazioni costituenti, quindi a seconda delle applicazioni deve essere scelto il modello con la giusta complessità. Per la maggior parte delle applicazioni di guida autonoma, un modello semplice è sufficiente per caratterizzare con un livello di dettaglio sufficiente il comportamento del veicolo, e poiché queste analisi sono molto spesso fatte con l'ausilio di *Hardware in the Loop* (HIL), il modello dinamico del veicolo deve essere risolto in tempo reale con tipico passo di tempo di 1 millisecondo. Il vincolo in tempo reale implica la scelta un modello di veicolo che sia velocemente risolvibile, ciò significa che i modelli semplici con pochi parametri, di solito modelli lineari a due ruote, sono particolarmente adatti per questo tipo di applicazioni. Tuttavia ci sono alcune situazioni che richiedono modelli più dettagliati, come ad esempio l'azione prodotta da un *Advanced Driver-Assistance Systems* (ADAS), ovvero una manovra di sicurezza come l'elusione degli ostacoli o una frenata di emergenza, poiché il veicolo è spinto nella maggior parte dei casi al limite delle sue prestazioni [3]. In queste condizioni di guida si devono tenere conto di molti fattori come ad esempio il comportamento degli pneumatici, che si sposta nella regione non lineare e i fenomeni transitori non sono più trascurabili. Ciò significa che un modello più dettagliato di quello utilizzato per la guida in condizioni "standard". L'accuratezza dinamica del modello è di grande importanza per ricavare previsioni realistiche delle prestazioni del veicolo e del sistema di controllo. È importante notare che modellare in modo esaustivo tutti i sistemi di un'auto sarebbe un compito estremamente arduo e a volte anche impossibile. Esistono quindi modelli empirici come il modello della *Magic Formula* di Hans Pacejka e il modello *Fiala* che cercano di imitare il reale comportamento del sistema. Il calcolo dei parametri di questo tipo di modelli richiede l'interpolazione di un set di dati di grandi dimensioni, e può quindi essere numericamente inefficiente o comunque troppo oneroso in termini di tempo.

Per studiare il comportamento del sistema in diversi scenari di guida, i moderni strumenti di simulazione spesso richiedono una grande quantità di dati e l'unico modo per ottenerli è esecuzione stessa di migliaia di simulazioni. A questo proposito è quindi necessario un conducente virtuale o artificiale in grado di controllare il veicolo fino ai limiti di guidabilità. Pertanto, la caratteristica principale di un driver artificiale o virtuale è la capacità di guidare una varietà di veicoli con diverse

caratteristiche dinamiche. Indipendentemente dall'architettura e dalla metodologia utilizzata per sviluppare il conducente artificiale, deve utilizzare una sorta di modello dinamico che rappresenta il comportamento del veicolo controllato. Si tratta dunque di una sorta di modello di comportamento dinamico del veicolo.

Lo scopo di questo lavoro si collega a quello già svolto da Larcher in [4], dove grazie a un modello di veicolo completo con 14 gradi di libertà ha fornito un modello in grado di catturare con un livello di dettaglio appropriato il comportamento del veicolo quando viene spinto ai suoi limiti di maneggevolezza. La necessità di calcolare in tempo reale i parametri di input per il modello di ruota scelto da [4] definisce l'obiettivo di questo lavoro. Ovvero di avere una libreria scritta in C++, che con alcuni semplici parametri in input come la denominazione ETRTO dello pneumatico e la posizione nello spazio, calcola i dati relativi all'interazione pneumatico strada quali l'intersezione del punto sotto il centro ruota, l'area di contatto, e l'inclinazione locale del piano strada. Il tutto cercando di minimizzare i tempi di compilazione.

1.3 Convenzioni e Notazioni

1.3.1 Sistemi di Riferimento

La convenzione utilizzata per definire gli assi del sistema di riferimento della vettura è la *International Organization for Standardization (ISO) 8855*.

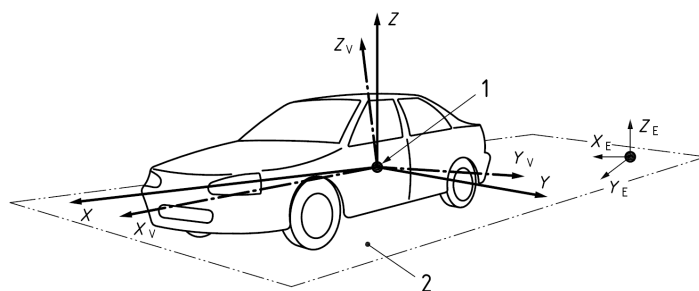


FIGURA 1.1: Rappresentazione degli assi del sistema di riferimento della vettura secondo la convenzione ISO-V.

Il sistema di riferimento della ruota è conforme alla convenzione ISO-C, la cui disposizione degli assi è illustrata nella Figura 1.2. L'origine del sistema di riferimento del vettore ruota è posta in corrispondenza del centro della ruota mentre

posizione e orientamento relativi rispetto al sistema di riferimento del telaio sono definiti attraverso il modello della sospensione descritto in [4].

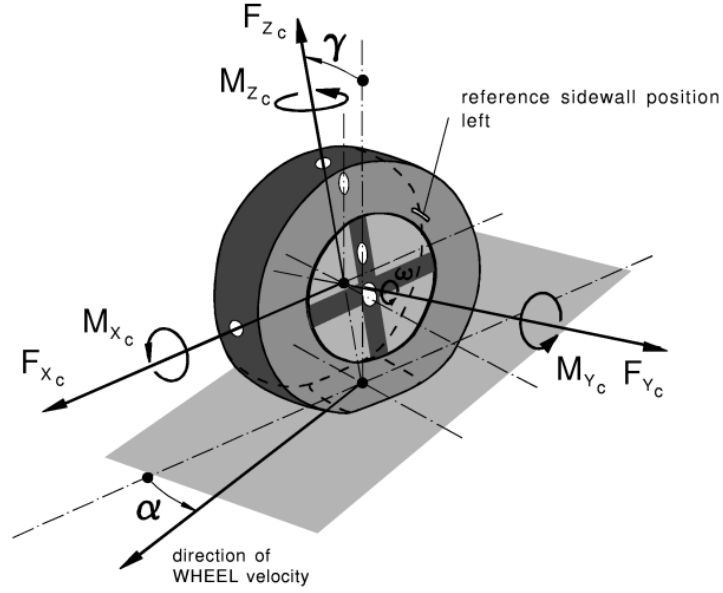


FIGURA 1.2: Rappresentazione degli assi del sistema di riferimento dello pneumatico secondo la convenzione ISO-C.

1.3.2 Matrice di Trasformazione

Per descrivere sia l'orientamento che la posizione di un sistema di assi nello spazio, viene introdotta la *matrice roto-traslazione*, chiamata anche *matrice di trasformazione*. Questa notazione permette di impiegare le operazioni matrice-vettore per l'analisi di posizione, velocità e accelerazione. La forma generale di una matrice di trasformazione è del tipo:

$$T_m = \left[\begin{array}{c|c} [R_m] & \begin{matrix} O_{mx} \\ O_{my} \\ O_{mz} \end{matrix} \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right] \quad (1.1)$$

dove R_m è la matrice di rotazione 3×3 del sistema di riferimento in movimento e O_{mx} , O_{my} e O_{mz} sono le coordinate della sua origine nel sistema di riferimento

assoluto o nativo. L'introduzione dell'elemento fittizio 1 nel vettore della posizione di origine e la successiva spaziatura interna zero della matrice rende possibili le moltiplicazioni matrice-vettore, rendendo la matrice di trasformazione un modo compatto e conveniente per la descrizione dei sistemi di riferimento. Si noti che per i vettori, le informazioni traslazionali vengono trascurate imponendo l'elemento fittizio pari a 0.

2.1 Introduzione

Gli pneumatici sono probabilmente i componenti più complessi di un'auto in quanto combinano decine di componenti che devono essere formati, assemblati e curati insieme. Il loro successo finale dipende dalla loro capacità di fondere tutti i componenti separati in un prodotto coeso che soddisfa le esigenze del conducente [7]. Gli pneumatici sono caratterizzati da un comportamento altamente non lineare con una dipendenza da diversi fattori costruttivi e ambientali. Tuttavia, le forze di contatto possono essere descritte completamente da un vettore di forza risultante applicato in un punto specifico della patch di contatto e da un vettore di coppia, come illustrato nella Figura 2.1.

Componenti cruciali per la movimentazione dei veicoli e il comportamento di guida, le forze degli pneumatici richiedono particolare attenzione e cura soprattutto quando, lungo il comportamento stazionario, il comportamento non stazionario deve essere coperto. Attualmente, è possibile identificare tre gruppi di modelli:

- modelli matematici;
- modelli fisici;
- combinazione dei precedenti.

La prima tipologia di modello tenta di rappresentare le caratteristiche fisiche del pneumatico attraverso una descrizione puramente matematica. Pertanto questi tipi

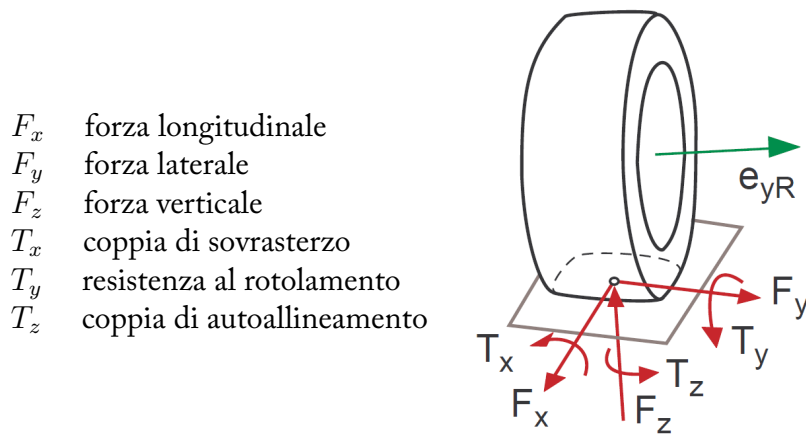


FIGURA 2.1: Forze e coppie generate dal contatto pneumatico-strada.

di modelli partono da un curve caratteristiche ricavate sperimentalmente e cercano di derivare un comportamento approssimativo dall'interpolazione di dati. Un esempio ben noto di questo approccio è il modello di Pacejka o *Magic Formula Tire Model* [6]. Questo tipo di modellazione è adatta per la simulazione di manovre di guida, dove il comportamento di interesse è per lo più la gestione del veicolo e le frequenze di uscita sono ben al di sotto delle frequenze di risonanza della cintura dello pneumatici. I modelli fisici o i modelli ad alta frequenza, come i modelli agli elementi finiti, sono in grado di rilevare fenomeni di frequenza più elevata come le vibrazioni della membrana. Ciò permette di valutare il comfort di guida di un veicolo. Dal punto di vista del calcolo, i modelli fisici complessi richiedono molto tempo al computer per essere risolto, nonché molti dati. Dall'altro lato, i modelli matematici sono veloci in termini di calcolo, ma richiedono un'accurata pre-elaborazione dei dati sperimentali. La terza tipologia di modelli consiste in un'estensione dei modelli matematici attraverso le leggi fisiche al fine di coprire una gamma di frequenza più ampia.

Il modello di pneumatico sviluppato nel modello di veicolo presentato da Larcher in [4] si basa sulla Magic Formula 6.2. Una panoramica generale sui modelli della Magic Formula e sul calcolo dello slip degli pneumatici è descritta nelle sezioni seguenti, mentre l'insieme completo delle equazioni del modello implementato è riportato nell'Appendice. Come vedremo nel Capitolo 3 il modello di pneumatico deve essere combinato con un'interfaccia di pneumatico/strada modellata adeguata per ottenere risultati significativi.

2.2 Geometria dello Pneumatico secondo ETRTO

Quando si fa riferimento ai dati puramente geometrici, viene utilizzata una forma abbreviata della notazione completa prevista dall'ente di normazione ETRTO. Assumendo di avere un pneumatico generico la notazione che identificherà la geometria sarà del tipo a/bRc . Dove:

- a rappresenta larghezza nominale del pneumatico nel punto più largo;
- b rappresenta percentuale dell'altezza della spalla dello pneumatico in relazione alla larghezza dello stesso;
- c rappresenta il diametro dei cerchi ai quali lo pneumatico si adatta.

Facendo un esempio, 195/55R16 significherebbe che la larghezza nominale del pneumatico è di circa 195 mm nel punto più largo, l'altezza della spalla dello pneumatico è il 55% della larghezza, ovvero 107 mm in questo caso, e che il pneumatico si adatta a dei cerchi di 16 pollici di diametro. Con questa notazione è possibile calcolare direttamente il diametro esterno teorico dello pneumatico tramite la seguente:

$$\phi_e = \frac{2ab}{25.4} + c \quad [\text{in}] \quad \phi_e = 2ab + 25.4c \quad [\text{mm}] \quad (2.1)$$

Riprendendo l'esempio usato sopra, il diametro esterno risulterà dunque 24.44 in o 621 mm.

Meno comunemente usato negli Stati Uniti e in Europa (ma spesso in Giappone) è una notazione che indica l'intero diametro del pneumatico invece delle proporzioni dell'altezza della parete laterale, quindi non secondo ETRTO. Per fare lo stesso esempio, una ruota da 16 pollici avrebbe un diametro di 406 mm. L'aggiunta del doppio dell'altezza del pneumatico (2×107 mm) produce un diametro totale di 620 mm. Quindi, un pneumatico 195/55R16 potrebbe in alternativa essere etichettato 195/620R16.

Anche se questo è teoricamente ambiguo, in pratica queste due notazioni possono essere facilmente distinte perché l'altezza della parete laterale di un pneumatico automobilistico è in genere molto inferiore alla larghezza. Quindi, quando l'altezza è espressa come percentuale della larghezza, è quasi sempre inferiore al 100% (e certamente meno del 200%). Al contrario, i diametri degli pneumatici del veicolo sono sempre superiori a 200 mm. Pertanto, se il secondo numero è superiore a 200, allora è quasi certo che viene utilizzata la notazione giapponese, se è inferiore a 200 allora viene utilizzata la notazione USA/europea.



FIGURA 2.2: Esempio di misure, secondo la notazione ETRTO, riportate sulla spalla dello pneumatico.

2.3 Il Modello della *Magic Formula*

2.3.1 La *Magic Formula*

Uno dei modelli di pneumatici più utilizzati è il cosiddetto modello *Magic Formula* sviluppato da Egbert Bakker e Pacejka in [1]. Questo modello è stato poi rivisto e l'ultima versione è riportata in [6]. Il modello Magic Formula consiste in una pura descrizione matematica del rapporto input-output del contatto pneumatico-strada. Questa formulazione collega le variabili di forza con lo slip rigido del corpo che vengono trattati nelle sezioni successive. La forma generale della funzione di descrizione può essere scritta come:

$$y(x) = D \sin\{C \arctan[B(x + S_h) - E(B(x + S_h) - \arctan(B(x + S_h)))]\} + S_v \quad (2.2)$$

dove:

- B rappresenta il fattore di rigidezza;
- C rappresenta il fattore di forma;
- D rappresenta il valore massimo della forza o coppia;
- E rappresenta il fattore di curvatura;
- S_v rappresenta lo spostamento in verticale della curva caratteristica;
- S_h rappresenta lo spostamento in orizzontale della curva caratteristica.

e dove $y(x)$ può essere la forza longitudinale F_x , la forza laterale F_y o la coppia di autoallineamento M_z , mentre x è la componente di slip corrispondente. In Figura 2.3 sono illustrate le curve caratteristiche generiche degli pneumatici derivate con il metodo della Magic Formula.

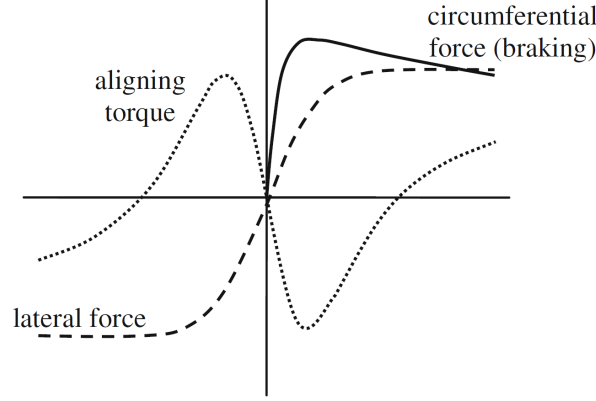


FIGURA 2.3: Curve caratteristiche generiche degli pneumatici derivate con il metodo della Magic Formula

2.3.2 Contatto con la Superficie Stradale

La posizione e l'orientamento della ruota in relazione al sistema fissato a terra sono dati dal telaio di riferimento del vettore ruota RF_{wh_i} che viene calcolato risolvendo le equazioni dinamiche del sistema ottenuto nel Capitolo 2 in [4] istante per istante. Supponendo che il profilo stradale potrebbe essere rappresentato da una funzione arbitraria di due coordinate spaziali

$$z = z(x, y) \quad (2.3)$$

su una irregolare, il punto di contatto P non può essere calcolato direttamente. Così, come prima approssimazione siamo in grado di identificare un punto P , che è definito come una semplice traslazione del centro ruota M :

$$P^* = M - R_0 e_{zC} \begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

dove R_0 è il raggio dello pneumatico indeformato e e_{zC} è il vettore unitario che definisce l'asse z_c del sistema di riferimento del vettore ruota.

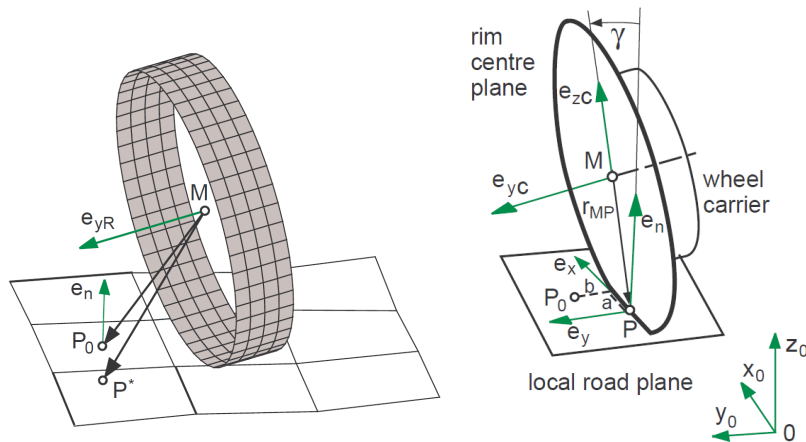


FIGURA 2.4: Geometria del contatto pneumatico-strada.

La prima stima del sistema di riferimento del punto di contatto RF_{PC^*} è un frame con origine in P^* e orientamento dell'asse definito dall'orientamento dell'asse del sistema portante della ruota.

$$R_{F_{PC^*}} = \left[\begin{array}{c|c} [R_{R_{F_{wh}}}] & \begin{matrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \end{matrix} & 1 \end{array} \right] \quad (2.5)$$

Ora, i vettori di unità e_x ed e_y , che descrivono il piano locale nel punto P , possono essere ottenuti dalle seguenti equazioni:

$$e_x = \frac{e_{yC} \times e_n}{|e_{yC} \times e_n|} \quad e_y = e_n \times e_x \quad (2.6)$$

Al fine di ottenere una buona approssimazione del piano pista locale in termini di inclinazione longitudinale e laterale, sono stati utilizzati un insieme di quattro punti di campionamento ($Q_1^*, Q_2^*, Q_3^*, Q_4^*$) che sono rappresentati graficamente in Figura 2.5. I punti di campionamento sono definiti sul piano locale del punto di contatto RF_{PC^*} , poiché lo spostamento longitudinale e laterale dall'origine del sistema, che è P^* . I vettori di spostamento sono definiti come:

$$\begin{aligned} PC^*r_{Q_{1,2}}^* &= \pm\Delta x \\ PC^*r_{Q_{3,4}}^* &= \pm\Delta y \end{aligned} \quad (2.7)$$

e quindi, i quattro punti di campionamento sono:

$$\begin{aligned} {}^{P^*}r_{Q_{1,2}^*} &= P^* \pm \Delta x e_{xPC^*} \\ {}^{P^*}r_{Q_{3,4}^*} &= P^* \pm \Delta y e_{yPC^*} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Al fine di campionare la patch di contatto nel modo più efficiente possibile, le distanze di Δx e Δy , dell'equazione precedente, vengono regolate in base al raggio del pneumatico indeformato R_0 e alla larghezza del pneumatico B . I valori di queste due quantità possono essere trovate in letteratura e sono $\Delta x = 0.1R_0$ e $\Delta x = 0.3B$. Attraverso questa definizione, si può ottenere un comportamento realistico durante la simulazione.

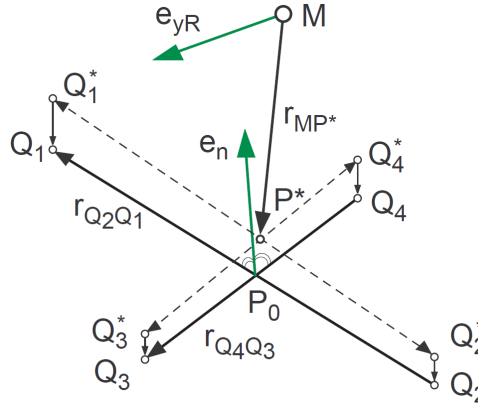


FIGURA 2.5: Punti campionati nel piano locale della superficie stradale.

Ora il componente traccia z in corrispondenza dei quattro punti campione viene valutato attraverso la funzione $z(x, y)$ (Eq. 3.1), quindi, aggiornando la terza coordinata dei punti di sondaggio Q_i^* , otteniamo i corrispondenti punti campione Q_i sulla superficie della pista locale. La linea fissata dai punti Q_1, Q_2 e rispettivamente Q_3, Q_4 , può ora essere utilizzata per definire il vettore normale del piano della pista locale (Figura??). Pertanto, il vettore normale è definito come:

$$e_n = \frac{r_{Q_1Q_2} \times r_{Q_4Q_3}}{|r_{Q_1Q_2} \times r_{Q_4Q_3}|} \quad (2.9)$$

dove sono $r_{Q_2Q_1}$ e $r_{Q_4Q_3}$ sono i vettori che puntano rispettivamente da Q_1 a Q_2 e da Q_3 a Q_4 . Applicando Eq 3.4 è ora possibile calcolare i vettori unitari e_x e e_y del piano di locale del punto di contatto. Il punto di contatto P si ottiene aggiornando le coordinate del primo punto di prova P^* , con il valore medio delle tre coordinate

spaziali dei quattro punti campione.

$$P = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 x_i \\ \sum_{i=1}^4 y_i \\ \sum_{i=1}^4 z_i \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Infine possiamo mettere assieme tutte le componenti del piano di riferimento del punto di contatto finale ottenendo:

$$RF_{PC} = \left[\begin{array}{ccc|c} \begin{bmatrix} e_x \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} e_y \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} e_z \end{bmatrix} & x_P \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (2.11)$$

Attraverso questo approccio di modellazione, le informazioni della traccia locale normal vector e_n , insieme al punto di contatto locale P sono in grado di rappresentare l'irregolarità locale in modo soddisfacente. Come accade in realtà, bordi taglienti o discontinuità del manto stradale saranno smussate da questo approccio. Alcuni casi dimostrativi sono illustrati nella Figura 2.6.

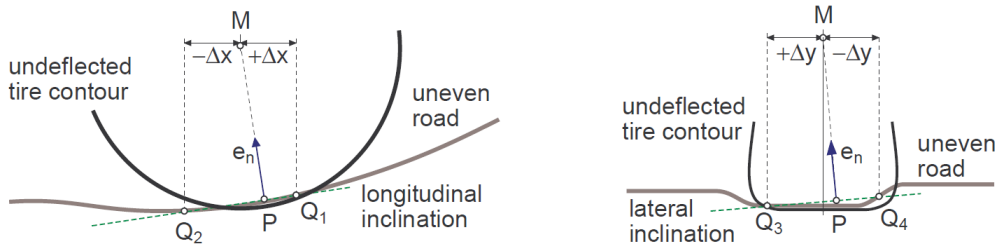


FIGURA 2.6: Inclinazione longitudinale e laterale del piano strada locale.

3.1 Introduzione

La geometria computazionale è la branca dell'Informatica che studia le strutture dati e gli algoritmi efficienti per la soluzione di problemi di natura geometrica e la loro implementazione al calcolatore. Storicamente, è considerato uno dei campi più antichi del calcolo, anche se la geometria computazionale moderna è uno sviluppo recente. La ragione principale per lo sviluppo della geometria computazionale è stata dovuta ai progressi compiuti nella computer grafica, *Computer-Aided Design* (CAD), *Computer-Aided Manufacturing* (CAM) e nella visualizzazione matematica. Ad oggi, le applicazioni della geometria computazionale si trovano nella robotica, nella progettazione di circuiti integrati, nella visione artificiale, in *Computer-Aided Engineering* (CAE) e nel *Geographic Information Systems* (GIS).

I rami principali della geometria computazionale sono:

- *Calcolo combinatorio* (o *geometria algoritmica*), che si occupa di oggetti geometrici come entità discrete. Ad esempio, può essere utilizzato per determinare il poliedro o il poligono più piccolo che contiene tutti i punti forniti, o più formalmente, dato un insieme di punti, si deve determinare il più piccolo insieme convesso che li contenga tutti (problema dell'involuppo convesso).
- *Geometria di calcolo* numerica (o *Computer-Aided Geometric Design* (CAGD)), che si occupa principalmente di rappresentare oggetti del mondo reale in forme adatte per i calcoli informatici nei sistemi CAD e CAM. Questo ramo

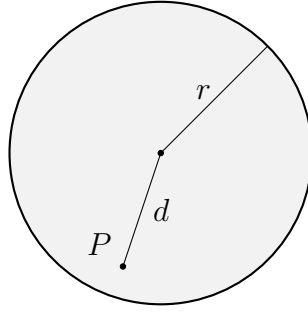


FIGURA 3.1: Point-circle intersection problem scheme.

può essere visto come uno sviluppo della geometria descrittiva ed è spesso considerato un ramo della computer grafica o del CAD. Entità importanti di questo ramo sono superfici e curve parametriche, come ad esempio le *spline* e *curve di Bézier*.

In questo capitolo tutti gli algoritmi che verranno utilizzati in seguito durante l'analisi geometrica dell'intersezione tra pneumatico e superficie stradale saranno trattati. Questi algoritmi sono la soluzione di alcuni semplici ma molto importanti problemi, che devono essere risolti in modo efficiente. In particolare le intersezioni tra:

- punto e segmento (sul piano);
- punto e circonferenza (sul piano);
- raggio e circonferenza (sul piano);
- raggio e triangolo (sullo spazio);

saranno esaminato al fine di trovare la massima prestazione in termini di *efficienza computazionale*.

3.2 Point-Segment Intersection

3.3 Point-Circle Intersection

Having a circle with center $C = (x_c, y_c)$ and radius r , the problem consists in finding out whether a query point $P = (x_p, y_p)$ is inside, outside or on the circle. The solution to the problem is simple: the distance between the circle center C and the query point P is given by the *Pythagorean theorem* as

$$d = \sqrt{(x_p - x_c)^2 + (y_p - y_c)^2} \quad (3.1)$$

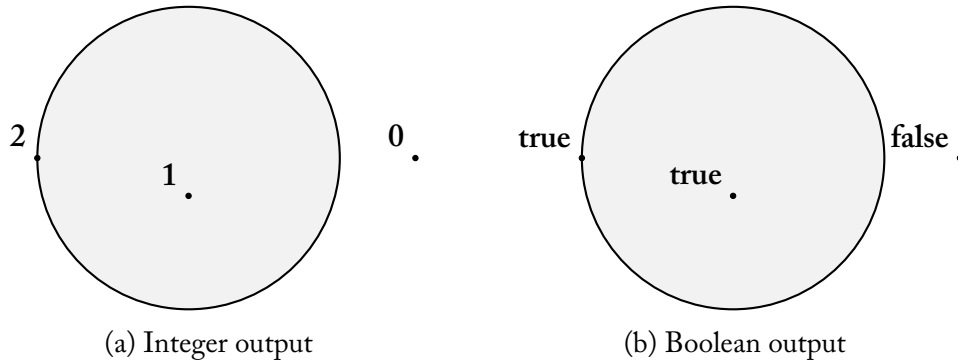


FIGURA 3.2: Output schemes of the point-circle intersection problem.

The query point P is *inside* the circle if $d < r$, on the circle if $d = r$, and *outside* the circle if $d > r$. Little work can be saved by comparing d^2 with r^2 instead: the point P is *inside* the circle if $d^2 < r^2$, on the circle if $d^2 = r^2$, and *outside* the circle if $d^2 > r^2$. Thus, the final comparison will be between the number $(x_p - x_c)^2 + (y_p - y_c)^2$ and r^2 .

The *inputs* of the point-circle intersection algorithm are:

- the circle center $C = (x_c, y_c)$;
- the circle radius r ;
- a query point $P = (x_p, y_p)$.

The *output* could be an integer which value is:

- 0 if the point is outside;
- 1 if the point is inside;
- 2 if the point is on the circle.

Another option could be a boolean which value is:

- false if the point is outside;
- true if the point is inside or on the circle.

On Figura 3.3 the schemes for the point-circle intersection algorithm with integer and boolean outputs are reported.

With integer output

```

 $d = (x_p - x_c)^2 + (y_p - y_c)^2$ 
if ( $d > r^2$ ) {
    return 0
} else if ( $d < r^2$ ) {
    return 1
} else {
    //  $d = r^2$ 
    return 2
}

```

With boolean output

```

 $d = (x_p - x_c)^2 + (y_p - y_c)^2$ 
if ( $d > r^2$ ) {
    return false
} else {
    //  $d \leq r^2$ 
    return true
}

```

FIGURA 3.3: Point-circle intersection algorithm schemes.

3.4 Ray-Circle Intersection

3.5 Ray-Triangle Intersection

Having a triangle with vertices (V_1, V_2, V_3) and a ray R with origin R_O and direction R_D , the problem consists in finding out whether the ray hits or not the triangle and if so, where is the intersection point P . Over the last decades, plenty of algo-

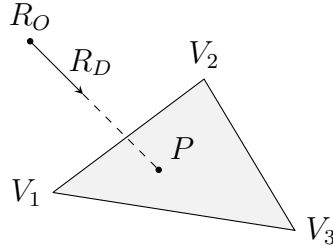


FIGURA 3.4: Ray-triangle intersection problem scheme.

rithms for solving this problem had been purposed, so there are several solutions to the ray/triangle or ray-triangle intersection problem. Three of the most relevant algorithms are:

- *Badouel* algorithm;
- *Segura* algorithm;
- *Möller-Trumbore* algorithm.

As Jiménez, Segura e Feito states in [2], the Möller-Trumbore's is the faster algorithm when the normal and/or the projection plane have not been previously stored,

as in this thesis.

3.5.1 Möller-Trumbore Algorithm

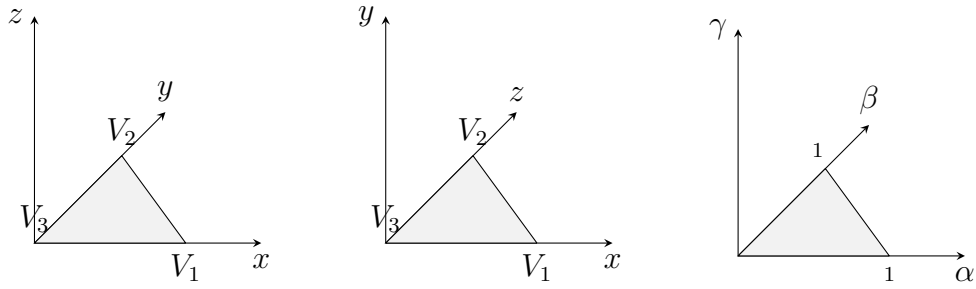


FIGURA 3.5: Transformation and base change of ray in Möller-Trumbore algorithm.

The inputs of the Möller-Trumbore algorithm are:

- Triangle vertices (V_1, V_2, V_3) ;
- Segment points (Q_1, Q_2) .

With back-face culling

```
Q = Q2 - Q1
E1 = V2 - V1
E2 = V3 - V1
A = Q × E2
D = A · E1
if (D > ε){
    T = Q1 - V1
    u = A · T
    if (u < 0.0 || u > D){
        return false
    }
    B = T × E1
    v = B · Q
    if (v < 0.0 || u + v > D){
        return false
    }
} else if (D < -ε){
    T = Q1 - V1
    u = A · T
    if (u > 0.0 || u < D){
        return false
    }
    B = T × E1
    v = B · Q
    if (v > 0.0 || u + v < D){
        return false
    }
} else {
    return false
}
Dinv = 1.0/D
t = (B · E2) * Dinv
if (t > 0.0){
    P = Q + D * t
    return true
} else {
    return false
}
```

Without back-face culling

```
Q = Q2 - Q1
E1 = V2 - V1
E2 = V3 - V1
A = Q × E2
D = A · E1
if (D < ε){
    return false
}
T = Q1 - V1
u = A · T
if (u < 0.0 || u > D){
    return false
}
B = T × E1
v = B · Q
if (v < 0.0 || u + v > D){
    return false
}
Dinv = 1.0/D
t = (B · E2) * Dinv
if (t > 0.0){
    P = Q + D * t
    return true
} else {
    return false
}
```

FIGURA 3.6: Ray-triangle intersection algorithm schemes.

6.1 A Table

<i>Feature</i>	MISUSE-BASED	ANOMALY-BASED
Modeled activity:	Malicious	Normal
Detection method:	Matching	Deviation
Threats detected:	Known	Any
False negatives:	High	Low
False positives:	Low	High
Maintenance cost:	High	Low
Attack desc.:	Accurate	Absent
System design:	Easy	Difficult

Tabella 6.1: Duality between misuse- and anomaly-based intrusion detection techniques. Note that, an anomaly-based CAMs can detect “Any” threat, under the assumption that an attack always generates a deviation in the modeled activity.

6.2 Code

```
1  /* ... */ cd['<'] = {0.1, 0.11} cd['a'] = {0.01, 0.2} cd['b'] =
2  {0.13, 0.23} /* ... */
3
4  b = decode(arg3_value);
```

```
5
6  if ( !(cd['c'][0] < count('c', b) < cd['c'][1]) ||\
7      !(cd['<'][0] < count('<', b) < cd['<'][1]) ||\
8      ... || ...)  fire_alert("Anomalous content detected!");
9  /* ... */
```

6.3 A Sideways Table

APPROACH	TIME	HEADER	PAYLOAD	STOCHASTIC	DETERM.	CLUSTERING
[phad]		•				•
[kruegel:sac2002:anomaly]		•	•	•		
[protocolanom]		•		•	•	
[ramadas]			•			•
[rules-payl]	•		•		•	
[zanero-savaresi]		•	•			•
[wang:raid2004:payl]			•	•		
[zanero-pattern]		•	•			•
[DBLP:conf/iwia/BolzoniEHZ06]		•	•			•
[wang:raid2006:anagram]			•	•		

Tabella 6.2: Taxonomy of the selected state of the art approaches for network-based anomaly detection.

6.4 A Figure

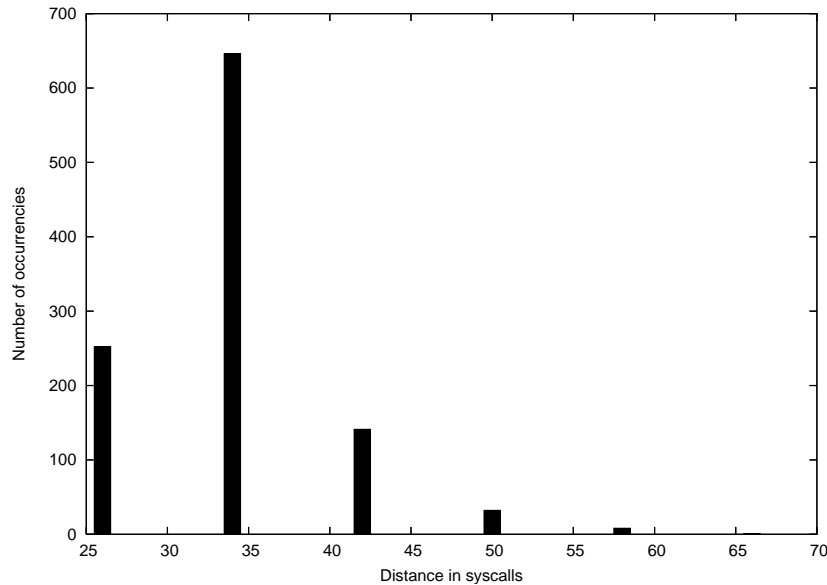


FIGURA 6.1: telnetd: distribution of the number of other system calls among two `execve` system calls (i.e., distance between two consecutive `execve`).

6.5 Bulleted List

- O = “Intrusion”, $\neg O$ = “Non-intrusion”;
- A = “Alert reported”, $\neg A$ = “No alert reported”.

6.6 Numbered List

1. O = “Intrusion”, $\neg O$ = “Non-intrusion”;
2. A = “Alert reported”, $\neg A$ = “No alert reported”.

6.7 A Description

Time refers to the use of *timestamp* information, extracted from network packets, to model normal packets. For example, normal packets may be modeled by their minimum and maximum inter-arrival time.

6.8 An Equation

$$d_a(i, j) := \begin{cases} K_a + \alpha_a \delta_a(i, j) & \text{if the elements are different} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6.1)$$

6.9 A Theorem, Proposition & Proof

Theorem 6.9.1 $a^2 + b^2 = c^2$

Proposition 6.9.2 $3 + 3 = 6$

Proof 6.9.1 *For any finite set $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ of primes, consider $m = p_1 p_2 \dots p_n + 1$. If m is prime it is not in the set since $m > p_i$ for all i . If m is not prime it has a prime divisor p . If p is one of the p_i then p is a divisor of $p_1 p_2 \dots p_n$ and hence is a divisor of $(m - p_1 p_2 \dots p_n) = 1$, which is impossible; so p is not in the set. Hence a finite set $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ cannot be the collection of all primes.*

6.10 Definition

Definition 6.10.1 (Anomaly-based CAM) *An anomaly-based CAM is a type of CAM that generate alerts \mathbb{A} by relying on normal activity profiles.*

6.11 A Remark

Remark 1 *Although the network stack implementation may vary from system to system (e.g., Windows and Cisco platforms have different implementation of CAM).*

6.12 An Example

Example 6.12.1 (Misuse vs. Anomaly) *A misuse-based system M and an anomaly-based system A process the same log containing a full dump of the system calls invoked by the kernel of an audited machine. Log entries are in the form:*

`<function_name>(<arg1_value>, <arg2_value>, ...)`

6.13 Note

Note 6.13.1 (Inspection layer) *Although the network stack implementation may vary from system to system (e.g., Windows and Cisco platforms have different implementation of CAM), it is important to underline that the notion of IP, TCP, HTTP packet is well defined in a system-agnostic way, while the notion of operating system activity is rather vague and by no means standardized.*

A.1 RoadRDF.hh

```
1 ///
2 /// file: MeshRDF.hh
3 ///
4
5 #pragma once
6 #include <AABBtree.hh>
7 #include <Eigen/Dense> // Eigen linear algebra Library
8 #include <cmath>        // Math.h - STD math Library
9 #include <fstream>      // fStream - STD File I/O Library
10 #include <iostream>     // Iostream - STD I/O Library
11 #include <string>       // String - STD String Library
12 #include <vector>       // Vector - STD Vector/Array Library
13 #include <memory>
14
15 // Print progress to console while loading (large models)
16 #define RDF_CONSOLE_OUTPUT
17
18 #ifndef RDF_ERROR
19     #define RDF_ERROR(MSG) {                                \
20         std::ostringstream ost; ost << MSG;                \
```

```
21     throw std::runtime_error( ost.str() ); \
22 }
23 #endif
24
25 #ifndef RDF_ASSERT
26 #define RDF_ASSERT(COND,MSG) \
27     if ( !(COND) ) RDF_ERROR( MSG )
28 #endif
29
30 //! RDF mesh computations routine
31 namespace RDF {
32
33     typedef double real_type;  //!< Real number type
34     typedef int    int_type;   //!< Integer number type
35
36     typedef Eigen::Vector2d vec2;  //!< 2D vector type
37     typedef Eigen::Vector3d vec3;  //!< 3D vector type
38     typedef Eigen::Matrix3d mat3;  //!< 3x3 matrix type
39
40     typedef std::basic_ostream<char> ostream_type;  //!< Output
        stream type
41
42     //! Class that handle triangle bounding box.
43     class BBox3D {
44     private:
45         real_type Xmin;  //!< Xmin shadow domain point
46         real_type Ymin;  //!< Ymin shadow domain point
47         real_type Xmax;  //!< Xmax shadow domain point
48         real_type Ymax;  //!< Ymax shadow domain point
49
50     public:
51
52         //! Default constructor for orientation object.
53         BBox3D() {}
54
55         //! Variable set constructor for Bounding box object.
56         BBox3D( vec3 const Vertices[3] ) {
```

```
57     updateBBox3D( Vertices );
58 }
59
60  //!< Set Xmin shadow domain point.
61  void
62  setXmin(real_type const _Xmin) { Xmin = _Xmin; }
63
64  //!< Set Ymin shadow domain point.
65  void
66  setYmin(real_type const _Ymin) { Ymin = _Ymin; }
67
68  //!< Set Xmax shadow domain point.
69  void
70  setXmax(real_type const _Xmax) { Xmax = _Xmax; }
71
72  //!< Set Ymax shadow domain point.
73  void
74  setYmax(real_type const _Ymax) { Ymax = _Ymax; }
75
76  //!< Get Xmin shadow domain point.
77  real_type
78  getXmin() const { return Xmin; }
79
80  //!< Get Ymin shadow domain point.
81  real_type
82  getYmin() const { return Ymin; }
83
84  //!< Get Xmax shadow domain point.
85  real_type
86  getXmax() const { return Xmax; }
87
88  //!< Get Ymax shadow domain point.
89  real_type
90  getYmax() const { return Ymax; }
91
92  //!< Clear the bounding box domain.
93  void clear(void);
```

```
94
95     //! Print bounding box vertices.
96     void
97     print(ostream_type & stream) const {
98         stream
99         << "BBOX (xmin,ymin,xmax,ymax) = ( " << Xmin << ", " <<
100             Ymin
101             << ", " << Xmax << ", " << Ymax << " )\n";
102     }
103     //! Update the bounding box domain with multiple input
104         triangles object.
105     void
106     updateBBox3D( vec3 const Vertices[3] );
107 };
108
109     //! Class for handling triangles.
110     class Triangle3D {
111     private:
112         vec3      Vertices[3];  //!< Vertices vector
113         real_type Friction;      //!< Face friction coefficient
114         BBox3D     TriangleBBox; //!< Triangle bounding box
115     public:
116         //! Variable set constructor for orientation object.
117         Triangle3D( vec3 const _Vertices[3], real_type _Friction ) {
118             Vertices[0] = _Vertices[0];
119             Vertices[1] = _Vertices[1];
120             Vertices[2] = _Vertices[2];
121             Friction    = _Friction;
122             TriangleBBox.updateBBox3D(Vertices);
123         }
124
125         //! Get triangle face normal versor.
126         vec3
127         Normal(void) const {
128             vec3 d1 = Vertices[1] - Vertices[0];
```



```
129     vec3 d2 = Vertices[2] - Vertices[0];
130     return d1.cross(d2).normalized();
131 }
132
133 //!< Set vertices vector and update bounding box domain.
134 void
135 setVertices( vec3 const _Vertices[3] ) {
136     Vertices[0] = _Vertices[0];
137     Vertices[1] = _Vertices[1];
138     Vertices[2] = _Vertices[2];
139     TriangleBBBox.updateBBBox3D(Vertices);
140 }
141
142 //!< Set friction.
143 void
144 setFriction( real_type _Friction ) { Friction = _Friction; }
145
146 //!< Get i-th vertex.
147 vec3 const &
148 getithVertex( unsigned i ) const { return Vertices[i]; }
149
150 //!< Get friction coefficient on the face.
151 real_type
152 getFriction(void) const { return Friction; }
153
154 //!< Get triangle bonding box.
155 BBox3D const &
156 getBBBox(void) const { return TriangleBBBox; }
157
158 //!< Print vertices information.
159 void
160 print( ostream_type & stream ) const {
161     stream
162         << "V1:\t" << Vertices[0] << '\n'
163         << "V2:\t" << Vertices[1] << '\n'
164         << "V3:\t" << Vertices[2] << std::endl;
165 }
```

```
166     };
167
168     ///! Algorithms for RDF mesh computations routine.
169     namespace algorithms {
170
171         ///! Split a string into a string array at a given token.
172         void
173         split(
174             std::string const      & in,      ///!< Input string
175             std::vector<std::string> & out,    ///!< Output string vector
176             std::string const      & token    ///!< Token
177         );
178
179         ///! Get tail of string after first token and possibly
180             following spaces.
181         std::string
182         tail( std::string const & in );
183
184         ///! Get first token of string.
185         std::string
186         firstToken( std::string const & in );
187
188         ///! Get element at given index position.
189         template<typename T>
190         T const &
191         getElement(
192             std::vector<T> const & elements,    ///!< Elements vector
193             std::string const & index          ///!< Index position
194         );
195     } // namespace algorithms
196
197     ///! Class for handlinf mesh surface object.
198     class MeshSurface {
199     private:
200         std::vector<std::shared_ptr<Triangle3D> > PtrTriangleVec;
201         ///!< Triangles vector list
202         std::vector<G2lib::BBox::PtrBBox>          PtrBBoxVec;
```

```

    //!< Bounding boxes pointers
201  G2lib::AABBtree::PtrAABB PtrTree
202      = std::make_shared<G2lib::AABBtree>();
    //!< Mesh tree pointer
203
204  MeshSurface( MeshSurface const & ) = delete; // costruttore
    di copia
205  MeshSurface & operator = ( MeshSurface const & ) = delete; //
    operatore di copia
206
207  public:
208      // Default set constructor for mesh object.
209      MeshSurface() {};
210
211      // Variable set constructor for mesh object.
212      MeshSurface( std::vector<std::shared_ptr<Triangle3D> > const
    & _PtrTriangleVec ) {
213          this->PtrTriangleVec = _PtrTriangleVec;
214          updatePtrBBox();
215          PtrTree->build(PtrBBoxVec);
216      };
217
218      // Variable set constructor for mesh object.
219      MeshSurface( std::string const & Path ){
220          bool load = LoadFile(Path);
221          RDF_ASSERT( load, "Error while reading file" );
222      }
223
224      //! Get all triangles inside the mesh as a vector.
225      std::vector<std::shared_ptr<Triangle3D> > const &
226      getTrianglesPtr(void) const
227      { return PtrTriangleVec; }
228
229      //! Get i-th triangle.
230      std::shared_ptr<Triangle3D> const &
231      getithTrianglePtr( unsigned i ) const
232      { return PtrTriangleVec[i]; }

```

```
233
234     //! Get AABB tree.
235     G2lib::AABBtree::PtrAABB
236     getAABBPtr(void) const
237     { return PtrTree; }
238
239     //! Print data in file.
240     void
241     printData( std::string const & FileName );
242
243     //! Get the mesh G2lib bounding boxes pointers vector.
244     std::vector<G2lib::BBox::PtrBBox> const &
245     getPtrBBox() const
246     { return PtrBBoxVec; }
247
248     //! Copy the mesh.
249     void
250     set( MeshSurface const & in ) {
251         this->PtrTriangleVec = in.PtrTriangleVec;
252         this->PtrBBoxVec     = in.PtrBBoxVec;
253         this->PtrTree        = in.PtrTree;
254     }
255
256     //! Load the RDF model and print information on a file.
257     //! If RDF model is properly loaded true value is returned.
258     bool
259     LoadFile( std::string const & Path );
260
261 private:
262     //! Update the mesh G2lib bounding boxes pointers vector.
263     void updatePtrBBox(void);
264
265     //! Generate vertices from a list of positions face line.
266     void
267     GenVerticesFromRawRDF(
268         std::vector<vec3> const & iNodes,
269         std::string          const & icurline,
```

```
270         vec3                               oVerts[3]
271     );
272 };
273
274 } // namespace RDF
275
276 ///
277 /// eof: MeshRDF.hh
278 ///
```

A.2 RoadRDF.cc

```
1 #include "RoadRDF.hh" // RDF file extention Loader
2
3
4 //! RDF mesh computations routine
5 namespace RDF {
6
7     // - - - - -
8     // class BBox3D
9     // - - - - -
10
11     //! Clear the bounding box domain.
12     void
13     BBox3D::clear(void) {
14         Xmin = std::numeric_limits<real_type>::quiet_NaN();;
15         Ymin = std::numeric_limits<real_type>::quiet_NaN();;
16         Xmax = std::numeric_limits<real_type>::quiet_NaN();;
17         Ymax = std::numeric_limits<real_type>::quiet_NaN();;
18     }
19
20     //! Update the bounding box domain with multiple input
21         triangles object.
22     void
23     BBox3D::updateBBox3D( vec3 const Vertices[3] ) {
```

```
23     G2lib::minmax3( Vertices[0][0], Vertices[1][0], Vertices
        [2][0], Xmin, Xmax );
24     G2lib::minmax3( Vertices[0][1], Vertices[1][1], Vertices
        [2][1], Ymin, Ymax );
25 }
26
27 // - - - - -
        - - - - -
28 // class MeshSurface
29 // - - - - -
        - - - - -
30
31 //! Print data in file.
32 void
33 MeshSurface::printData( std::string const & FileName ) {
34     // Create/Open Out.txt
35     std::ofstream file(FileName);
36
37     // Print introduction
38     file
39         << "LOADED RDF MESH DATA\n\n"
40         << "Legend:\n"
41         << "\tVi: i-th vertex\n"
42         << "\t N: normal to the face\n"
43         << "\t F: friction coefficient\n\n";
44
45     for ( unsigned i = 0; i < PtrTriangleVec.size(); ++i ) {
46         Triangle3D const &Ti = *PtrTriangleVec[i];
47         vec3 const & V0 = Ti.getithVertex(0);
48         vec3 const & V1 = Ti.getithVertex(1);
49         vec3 const & V2 = Ti.getithVertex(2);
50         vec3          N = Ti.Normal();
51
52         // Print vertices, normal and friction
53         file
54             << "TRIANGLE " << i
55             << "\n\tV0:\t" << V0[0] << ", " << V0[1] << ", " << V0[2]
```

```

56         << "\n\tV1:\t" << V1[0] << ", " << V1[1] << ", " << V1[2]
57         << "\n\tV2:\t" << V2[0] << ", " << V2[1] << ", " << V2[2]
58         << "\n\t N:\t" << N[0] << ", " << N[1] << ", " << N[2]
59         << "\n\t F:\t" << Ti.getFriction()
60         << "\n\n";
61     }
62     // Close File
63     file.close();
64 }
65
66 //! Update the mesh G2lib bounding boxes pointers vector
67 void
68 MeshSurface::updatePtrBBox(void) {
69     PtrBBoxVec.clear();
70     RDF::BBox3D iBBox;
71     for (unsigned id = 0; id < PtrTriangleVec.size(); ++id) {
72         iBBox = (*PtrTriangleVec[id]).getBBox();
73         PtrBBoxVec.push_back(G2lib::BBox::PtrBBox(
74             new G2lib::BBox(iBBox.getXmin(), iBBox.getYmin(), iBBox
75                 .getXmax(),
76                     iBBox.getYmax(), id, 0)));
77         iBBox.clear();
78     }
79 }
80
81 //! Load the RDF model and print information on a file
82 bool
83 MeshSurface::LoadFile( std::string const & Path ) {
84     // Check if the file is an ".rdf" file, if not return false
85     if (Path.substr(Path.size() - 4, 4) != ".rdf") {
86         std::cerr << "Not a RDF file\n";
87         return false;
88     }
89     // Check if the file had been correctly open, if not return
90     false
91     std::ifstream file(Path);

```

```
91     if (!file.is_open()) {
92         std::cerr << "RDF file not opened\n";
93         return false;
94     }
95
96     // Vector for nodes coordinates
97     std::vector<vec3> Nodes;
98
99     bool nodes_parse    = false;
100    bool elements_parse = false;
101
102#ifdef RDF_CONSOLE_OUTPUT
103    int_type const outputEveryNth = 5000;
104    int_type outputIndicator      = outputEveryNth;
105#endif
106
107    std::string curline;
108    while (std::getline(file, curline)) {
109#ifdef RDF_CONSOLE_OUTPUT
110        if ((outputIndicator = ((outputIndicator + 1) %
111            outputEveryNth)) == 1) {
112            std::cout
113                << "\r- "
114                << "Loading mesh..."
115                << "\t triangles > "
116                << PtrTriangleVec.size() << std::endl;
117        }
118#endif
119        std::string token = algorithms::firstToken(curline);
120        if ( token == "[NODES]" || token == "NODES" ) {
121            nodes_parse    = true;
122            elements_parse = false;
123            continue;
124        } else if (token == "[ELEMENTS]" || token == "ELEMENTS") {
125            nodes_parse    = false;
126            elements_parse = true;
```



```

127         continue;
128     } else if (token[0] == '{') {
129         // commento multiriga, continua a leggere fino a che
            trovo '}'
130         continue;
131     } else if (token[0] == '%' || token[0] == '#' || token[0]
            == '\\r') {
132         // Check comments or empty lines
133         continue;
134     }
135
136     // Generate a vertex position
137     if (nodes_parse) {
138         std::vector<std::string> spos;
139         vec3 vpos;
140
141         algorithms::split(algorithms::tail(curline), spos, " ");
142
143         vpos[0] = std::stod(spos[0]);
144         vpos[1] = std::stod(spos[1]);
145         vpos[2] = std::stod(spos[2]);
146         Nodes.push_back(vpos);
147     }
148
149     // Generate a face (vertices & indices)
150     if (elements_parse) {
151         // Generate the triangle vertices from the elements
152         vec3 iVerts[3];
153         GenVerticesFromRawRDF( Nodes, curline, iVerts );
154
155         // Get the triangle friction from current line
156         std::vector<std::string> curlinevec;
157         algorithms::split(curline, curlinevec, " ");
158         real_type iFriction = std::stod(curlinevec[4]);
159
160         // Create a shared pointer for the last triangle and push
            it in the pointer vector

```

```
161         PtrTriangleVec.push_back(std::shared_ptr<Triangle3D>(new
            Triangle3D(iVerts,iFriction)));
162     }
163 }
164
165 #ifdef RDF_CONSOLE_OUTPUT
166     std::cout << std::endl;
167 #endif
168
169     file.close();
170
171     if (PtrTriangleVec.empty()) {
172         perror("Loaded mesh is empty");
173         return false;
174     } else {
175         // Update the local intersected triangles list
176         updatePtrBBox();
177         PtrTree->build(PtrBBoxVec);
178         return true;
179     }
180 }
181
182 // Generate vertices from a list of positions face line.
183 void
184 MeshSurface::GenVerticesFromRawRDF(
185     std::vector<vec3> const & iNodes,
186     std::string          const & icurline,
187     vec3                 oVerts[3]
188 ) {
189     std::vector<std::string> svert;
190     vec3                    vVert;
191     algorithms::split( icurline, svert, " " );
192
193     int_type control_size = int(svert.size() - 4);
194     for ( int i = 1; i < int(svert.size() - control_size); ++i )
195     {
196         // Calculate and store the vertex
```

```

196     vVert = algorithms::getElement(iNodes, svert[i]);
197     oVerts[i-1] = vVert; // CONTROLLARE i <=
        3!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
198 }
199 }
200
201 // - - - - -
        - - - - -
202 // namespace algorithms
203 // - - - - -
        - - - - -
204
205 //! Holds all of the algorithms needed for the mesh processing
206 namespace algorithms {
207
208     //! Split a string into a string array at a given token.
209     void
210     split(
211         std::string const      & in,      //!< Input string
212         std::vector<std::string> & out,    //!< Output string vector
213         std::string const      & token   //!< Token
214     ) {
215         out.clear();
216
217         std::string temp;
218
219         for ( int i = 0; i < int(in.size()); ++i ) {
220             std::string test = in.substr(i, token.size());
221             if (test == token) {
222                 if (!temp.empty()) {
223                     out.push_back(temp);
224                     temp.clear();
225                     i += (int)token.size() - 1;
226                 } else {
227                     out.push_back("");
228                 }
229             } else if (i + token.size() >= in.size()) {

```

```
230         temp += in.substr(i, token.size());
231         out.push_back(temp);
232         break;
233     } else {
234         temp += in[i];
235     }
236 }
237 }
238
239 //!< Get tail of string after first token and possibly
        following spaces.
240 std::string
241 tail(std::string const & in ) {
242     size_t token_start = in.find_first_not_of(" \t");
243     size_t space_start = in.find_first_of(" \t", token_start);
244     size_t tail_start  = in.find_first_not_of(" \t",
        space_start);
245     size_t tail_end    = in.find_last_not_of(" \t");
246     if (tail_start != std::string::npos && tail_end != std:::
        string::npos) {
247         return in.substr(tail_start, tail_end - tail_start + 1);
248     } else if (tail_start != std::string::npos) {
249         return in.substr(tail_start);
250     }
251     return "";
252 }
253
254 //!< Get first token of string.
255 std::string
256 firstToken( std::string const & in ) {
257     if (!in.empty()) {
258         size_t token_start = in.find_first_not_of(" \t\r\n");
259         if (token_start != std::string::npos) {
260             size_t token_end = in.find_first_of(" \t\r\n",
                token_start);
261             if (token_end != std::string::npos) {
262                 return in.substr(token_start, token_end - token_start
```

```
        );
263     } else {
264         return in.substr(token_start);
265     }
266 }
267 }
268 return "";
269 }
270
271
272 //! Get element at given index position.
273 template<typename T>
274 T const &
275 getElement(
276     std::vector<T> const & elements,  //!< Elements vector
277     std::string const & index        //!< Index position
278 ) {
279     // std::cout << "Index: " << index << std::endl;
280     int_type id = std::stoi(index);
281     if ( id < 0 ) std::cerr << "ELEMENTS indexes cannot be
        negative\n";
282     return elements[id - 1];
283 }
284
285 } // namespace algorithms
286 } // namespace RDF
287
288 ///
289 /// eof: MeshRDF.hh
290 ///
```

A.3 PatchTire.hh

```
1 ///
2 /// file: PatchTire.hh
3 ///
4
```

```
5 /*!
6
7 \mainpage
8
9 Contact Patch Evaluation
10 =====
11
12 Master's Thesis
13
14 Algorithm for Tire Contact Patch Evaluation in Soft Real-Time
15
16 Academic Year 2019 · 2020
17
18 Graduant:
19 -----
20
21 Davide Stocco\n
22 Department of Industrial Engineering\n
23 University of Trento\n
24 davide.stocco@studenti.unitn.it
25
26 Supervisor:
27 -----
28
29 Prof. Enrico Bertolazzi\n
30 Department of Industrial Engineering\n
31 University of Trento\n
32 enrico.bertolazzi@unitn.it
33
34 */
35
36 #pragma once
37
38 #include <Eigen/Dense> // Eigen linear algebra Library
39 #include <chrono>      // chrono - STD Time Measurement Library
40 #include <cmath>       // Math.h - STD math Library
41 #include <fstream>     // fStream - STD File I/O Library
```

```
42 #include <iostream>      // Iostream - STD I/O Library
43 #include <string>        // String - STD String Library
44 #include <vector>        // Vector - STD Vector/Array Library
45
46 #include "RoadRDF.hh"    // RDF file extention Loader
47
48 //! Tire computations routine
49 namespace PatchTire {
50
51     typedef double real_type;  //!< Real number type
52     typedef int    int_type;   //!< Integer number type
53
54     typedef Eigen::Vector2d vec2;  //!< 2D vector type
55     typedef Eigen::Vector3d vec3;  //!< 3D vector type
56     typedef Eigen::Vector4d vec4;  //!< 2D vector type
57     typedef Eigen::Matrix3d mat3;  //!< 3x3 matrix type
58     typedef Eigen::Matrix4d mat4;  //!< 4x4 matrix type
59
60     typedef std::basic_ostream<char> ostream_type;  //!< Output
        stream type
61
62     static real_type quiteNaN =
63         std::numeric_limits<real_type>::quiet_NaN();  //!< Not-a-
        Number type
64
65     static mat3 mat3_NaN = mat3::Constant(quiteNaN);  //!< Not-a-
        Number 3x3 matrix type
66     static vec3 vec3_NaN = vec3::Constant(quiteNaN);  //!< Not-a-
        Number 3D vactor type
67
68     real_type const epsilon = std::numeric_limits<real_type>::
        epsilon();
69
70     //! Class for handling tire disks.
71     class Disk {
72     private:
73         vec2          OriginXZ;          //!< X0,Z0 origin vector
```

```
74     real_type      Y;                //!< Y0 (= D) origin
        coordinate or offset from center
75     real_type      R;                //!< Disk radius
76     std::vector<vec2> PointsSequence; //!< Sampled terrain points
        vector
77     real_type      PatchLength;      //!< Local patch length
78
79     Disk const & operator = ( Disk const & ); // operatore di
        copia
80
81     public:
82     //!< Variable set constructor for orientation object.
83     Disk(
84         vec2 const & _OriginXZ, //!< X0,Z0 origin coordinate
85         real_type    _Y,      //!< Y0 (= D) origin coordinate
86         real_type    _R       //!< Disk radius
87     ) {
88         OriginXZ = _OriginXZ;
89         Y        = _Y;
90         R        = _R;
91     }
92
93     //!< Copy class Disk.
94     void
95     set( Disk const & obj ) {
96         this->OriginXZ      = obj.OriginXZ;
97         this->Y              = obj.Y;
98         this->R              = obj.R;
99         this->PatchLength    = obj.PatchLength;
100        this->PointsSequence = obj.PointsSequence;
101    }
102
103    //!< Set origin vector.
104    void
105    setOriginXZ( vec2 const & _OriginXZ ) { OriginXZ = _OriginXZ;
        }
106
```



```
107    //!< Get origin vector XZ-axes coordinates.
108    vec2 const &
109    getOriginXZ(void) const { return OriginXZ; }
110
111    //!< Get origin Y-axis coordinate.
112    real_type
113    getOriginY(void) const { return Y; }
114
115    //!< Get the overall point sequence length inside the disk.
116    real_type
117    getPatchLength(void) const { return PatchLength; }
118
119    //!< Set sampled terrain points vector and calculate area
        between disk and
120    //!< segment.
121    void
122    setPointsSequence( std::vector<vec2> const & _PointsSequence
        ) {
123        PointsSequence.clear();
124        PointsSequence = _PointsSequence;
125        updatePatchLength();
126    }
127
128    private:
129        //!< Calculate area between disk and segment.
130        void updatePatchLength(void);
131    };
132
133    //!< Class for tire shadow bounding box
134    class Shadow {
135    private:
136        real_type Xmin;                                //!<< Xmin
        shadow domain point
137        real_type Ymin;                                //!<< Ymin
        shadow domain point
138        real_type Xmax;                                //!<< Xmax
        shadow domain point
```

```
139     real_type Ymax;                                //!< Ymax
        shadow domain point
140     std::vector<G2lib::BBox::PtrBBox> PtrBBoxVec;  //!< Bounding
        boxes pointers
141     G2lib::AABBtree::PtrAABB PtrTree =
142         std::make_shared<G2lib::AABBtree>();  //!< Mesh tree
        pointer
143
144     Shadow( Shadow const & ); // costruttore di copia
145     Shadow const & operator = ( Shadow const & ); // operatore di
        copia
146
147     public:
148         //!< Default constructor for orientation object.
149         Shadow() {}
150
151         //!< Variable set constructor for orientation object.
152         Shadow(
153             real_type _Xmin,  //!< Xmin shadow domain point
154             real_type _Ymin,  //!< Ymin shadow domain point
155             real_type _Xmax,  //!< Xmax shadow domain point
156             real_type _Ymax   //!< Ymax shadow domain point
157         ) {
158             Xmin = _Xmin;
159             Ymin = _Ymin;
160             Xmax = _Xmax;
161             Ymax = _Ymax;
162             updatePtrBBox();
163             PtrTree->build(PtrBBoxVec);
164         }
165
166         //!< Set class member Xmin, second argument boolean allows to
        update the
167         //!< AABB tree of the tire shadow after the change of domain.
168         void
169         setXmin(
170             real_type const _Xmin,                //!< Xmin shadow domain
```

```

        point
171     bool          updateTree = false  //!< Optional boolean
        for updating the tire shadow AABB tree
172 ) {
173     Xmin = _Xmin;
174     if ( updateTree == true ) {
175         updatePtrBBBox();
176         PtrTree->build(PtrBBBoxVec);
177     }
178 }
179
180  //!< Set class member Ymin, second argument boolean allows to
        update the
181  //!< AABB tree of the tire shadow.
182  void
183  setYmin(
184      real_type const _Ymin,          //!< Ymin shadow domain
        point
185      bool          updateTree = false  //!< Optional boolean
        for updating the tire shadow AABB tree
186 ) {
187     Ymin = _Ymin;
188     if (updateTree == true) {
189         updatePtrBBBox();
190         PtrTree->build(PtrBBBoxVec);
191     }
192 }
193
194  //!< Set class member Xmax, second argument boolean allows to
        update the
195  //!< AABB tree of the tire shadow.
196  void
197  setXmax(
198      real_type const _Xmax,          //!< Xmax shadow domain
        point
199      bool          updateTree = false  //!< Optional boolean
        for updating the tire shadow AABB tree

```

```
200     ) {
201         Xmax = _Xmax;
202         if (updateTree == true) {
203             updatePtrBBBox();
204             PtrTree->build(PtrBBBoxVec);
205         }
206     }
207
208     //! Set class member Ymax, second argument boolean allows to
209     update the
210     //! AABB tree of the tire shadow.
211     void
212     setYmax(
213         real_type const _Ymax,          //!< Ymax shadow domain
214         point
215         bool          updateTree = false  //!< Optional boolean
216         for updating the tire shadow AABB tree
217     ) {
218         Ymax = _Ymax;
219         if (updateTree == true) {
220             updatePtrBBBox();
221             PtrTree->build(PtrBBBoxVec);
222         }
223     }
224
225     //! Get tire shadow AABB tree.
226     G2lib::AABBtree::PtrAABB
227     getAABBPtr(void) const
228     { return PtrTree; }
229
230     //! Get Xmin shadow domain point.
231     real_type
232     getXmin() const { return Xmin; }
233
234     //! Get Ymin shadow domain point.
235     real_type
236     getYmin() const { return Ymin; }
```

```
234
235     //!< Get Xmax shadow domain point.
236     real_type
237     getXmax() const { return Xmax; }
238
239     //!< Get Ymax shadow domain point.
240     real_type
241     getYmax() const { return Ymax; }
242
243     //!< Clear the tire shadow domain.
244     void
245     clear(void) {
246         Xmin = quiteNaN;
247         Ymin = quiteNaN;
248         Xmax = quiteNaN;
249         Ymax = quiteNaN;
250     }
251
252     //!< Print tire shadow bounding box vertices.
253     void
254     print( ostream_type & stream ) const {
255         stream
256             << "BBOX (xmin,ymin,xmax,ymax) = ( " << Xmin << ", " <<
                Ymin
257             << ", " << Xmax << ", " << Ymax << " )\n";
258     }
259
260     //!< Get the mesh G2lib bounding boxes pointers vector.
261     std::vector<G2lib::BBox::PtrBBox> const &
262     getPtrBBox() const
263     { return PtrBBoxVec; }
264
265 private:
266     //!< Update the mesh G2lib bounding boxes pointers vector.
267     void
268     updatePtrBBox(void) {
269         PtrBBoxVec.clear();
```

```
270     PtrBBoxVec.push_back(  
271         G2lib::BBox::PtrBBox(  
272             new G2lib::BBox(Xmin, Ymin, Xmax, Ymax, 0, 0)  
273         )  
274     );  
275 }  
276 };  
277  
278 //! Class for handling tire origin, yaw angle and camber angle  
279 class Orientation {  
280 private:  
281     vec3      Origin = vec3_NaN; //!< Origin position (default  
282             NaN)  
283     mat3      RotMat = mat3_NaN; //!< 3x3 rotation matrix (  
284             default NaN)  
285     real_type Yaw;      //!< Yaw angle [rad]  
286     real_type Camber;   //!< Camber angle [rad]  
287     vec3      Xversor;  //!< X-axis versor  
288     vec3      Yversor;  //!< Y-axis versor  
289     vec3      Zversor;  //!< Z-axis versor  
290  
291     Orientation( Orientation const & ) = delete; // costruttore  
292     di copia  
293     Orientation & operator = ( Orientation const & ) = delete; //  
294     operatore di copia  
295  
296 public:  
297     //! Default constructor for orientation object.  
298     Orientation() {}  
299  
300     //! Variable set constructor for orientation object.  
301     Orientation(  
302         vec3      & _Origin,      //!< Origin position  
303         real_type _Yaw,      //!< Yaw angle [rad]  
304         real_type _Camber //!< Camber angle [rad]  
305     ) {  
306         Origin = _Origin;
```

```
303     Yaw      = _Yaw;
304     Camber    = _Camber;
305     updateRotMat();
306 }
307
308 //!< Check if the object is empty
309 bool
310 isEmpty(void) {
311     if ( Origin != Origin || RotMat != RotMat){
312         return true;
313     } else {
314         return false;
315     }
316 }
317
318 //!< Get current rotation matrix.
319 mat3 const &
320 getRotMat(void) const { return RotMat; }
321
322 //!< Get current X-axis versor.
323 vec3 const &
324 getX(void) const { return Xversor; }
325
326 //!< Get current Y-axis versor.
327 vec3 const &
328 getY(void) const { return Yversor; }
329
330 //!< Get current Z-axis versor.
331 vec3 const &
332 getZ(void) const { return Zversor; }
333
334 //!< Get camber angle.
335 real_type
336 getCamber(void) const { return Camber; }
337
338 //!< Get yaw angle.
339 real_type
```

```
340     getYaw(void) const { return Yaw; }
341
342     //! Get origin vector.
343     vec3
344     getOrigin(void) const { return Origin; }
345
346     //! Set camber angle.
347     void
348     setCamber( real_type const _Camber ) {
349         Camber = _Camber;
350         updateRotMat();
351     }
352
353     //! Set yaw angle.
354     void
355     setYaw( real_type const _Yaw ) {
356         Yaw = _Yaw;
357         updateRotMat();
358     }
359
360     //! Set origin.
361     void
362     setOrigin( vec3 const & _Origin ) { Origin = _Origin; }
363
364     //! Set rotation matrix.
365     void
366     setRotMat( mat3 const & _RotMat ) { RotMat = _RotMat; }
367
368     //! Copy class Orientation.
369     void set( Orientation const & in ) {
370         this->Origin = in.Origin;
371         this->Yaw     = in.Yaw;
372         this->Camber = in.Camber;
373         updateRotMat();
374     }
375
376     private:
```



```
377     //!< Get axes versors components.
378     void
379     updateRotMat(void);
380 };
381
382 //!< Class for handling the patch evaluation precision.
383 class SolverPrecision {
384 private:
385     int_type Xdiv = 20; //!< Number of divisions in X-axis
386     int_type Ydiv = 20; //!< Number of divisions in Y-axis
387
388     SolverPrecision( SolverPrecision const & ) = delete; //
        costruttore di copia
389     SolverPrecision & operator = ( SolverPrecision const & ) =
        delete; // operatore di copia
390
391 public:
392     //!< Default constructor for SolverPrecision object.
393     SolverPrecision() {}
394
395     //!< Variable set constructor for SolverPrecision object.
396     SolverPrecision(
397         int_type _Xdiv, //!< Number of divisions in X-axis
398         int_type _Ydiv  //!< Number of divisions in Y-axis
399     ) {
400         Xdiv = _Xdiv;
401         Ydiv = _Ydiv;
402     }
403
404     //!< Get number of divisions in X-axis.
405     int_type
406     getXdiv(void) const { return Xdiv; }
407
408     //!< Get number of divisions in Y-axis.
409     int_type
410     getYdiv(void) const { return Ydiv; }
411
```

```
412     //! Set number of divisions in X-axis.
413     void
414     setXdiv( int_type const _Xdiv ) { Xdiv = _Xdiv; }
415
416     //! Set number of divisions in Y-axis.
417     void
418     setYdiv( int_type const _Ydiv ) { Ydiv = _Ydiv; }
419
420     //! Copy the solver precision class.
421     void
422     set( SolverPrecision const & in ) {
423         this->Xdiv = in.Xdiv;
424         this->Ydiv = in.Ydiv;
425     }
426 };
427
428     //! Class for handling ETRTO tire data.
429     class ETRTO {
430     private:
431         real_type SectionWidth;  //!< Tire section width[mm]
432         real_type AspectRatio;   //!< Tire aspect ratio [%]
433         real_type RimDiameter;   //!< Rim diameter [in]
434         real_type SidewallHeight; //!< Rim diameter [in]
435         real_type TireDiameter;  //!< Rim diameter [in]
436
437         ETRTO( ETRTO const & ); // costruttore di copia
438
439     public:
440         //! Default constructor for orientation object.
441         ETRTO() {}
442
443         //! Variable set constructor for tire object.
444         ETRTO(
445             real_type _SectionWidth,  //!< Tire section width[mm]
446             real_type _AspectRatio,   //!< Tire aspect ratio [%]
447             real_type _RimDiameter    //!< Rim diameter [in]
448         ) {
```

```
449     SectionWidth = _SectionWidth;
450     AspectRatio  = _AspectRatio;
451     RimDiameter  = _RimDiameter;
452     calcSidewallHeight();
453     calcTireDiameter();
454 }
455
456 //! Operator =.
457 ETRTO const &
458 operator = ( ETRTO const & rhs ) {
459     this->SectionWidth = rhs.SectionWidth;
460     this->AspectRatio  = rhs.AspectRatio;
461     this->RimDiameter  = rhs.RimDiameter;
462     calcSidewallHeight();
463     calcTireDiameter();
464     return *this;
465 }
466
467 //! Get sidewall height [m].
468 real_type
469 getSidewallHeight(void) const
470 { return SidewallHeight; }
471
472 //! Get external tire diameter [m].
473 real_type
474 getTireDiameter(void) const
475 { return TireDiameter; }
476
477 //! Get section width [m].
478 real_type
479 getSectionWidth(void) const
480 { return SectionWidth / 1000.0; }
481
482 //! Display tire data.
483 void
484 print( ostream_type & stream ) const {
485     stream
```

```
486         << "Current Tire Data:\n"
487         << "\tSection width = " << SectionWidth << " mm\n"
488         << "\tAspect ratio = " << AspectRatio << " %\n"
489         << "\tRim diameter = " << RimDiameter << " in\n"
490         << "\tS.wall Height = " << getSidewallHeight() * 1000 <<
            " mm\n"
491         << "\tTire diameter = " << getTireDiameter() * 1000 << "
            mm\n\n";
492     }
493
494     private:
495         //! Calculate sidewall height [m].
496         void
497         calcSidewallHeight(void)
498         { SidewallHeight = SectionWidth / 1000.0 * AspectRatio / 100;
          }
499
500         //! Calculate external tire diameter [m].
501         void
502         calcTireDiameter(void)
503         { TireDiameter = RimDiameter * 0.0254 + getSidewallHeight() *
          2.0; }
504 };
505
506     //! Algorithms for tire computations routine.
507     namespace algorithms {
508
509         //! Check if a ray hits a triangle object through Möller-
            Trumbore
510         //! intersection algorithm.
511         bool
512         rayIntersectsTriangle(
513             vec3 const      & RayOrigin,          //!< Ray origin
            position
514             vec3 const      & RayVector,          //!< Ray direction
            vector
515             RDF::Triangle3D & Triangle,          //!< Triangle object
```

```

516     vec3          & IntersectionPoint //!< Intersection point
517 );
518
519     //!< Find the intersection points between a circle and a line
        segment.
520     //!< Output integer gives the number of intersection points.
521     int_type
522     segmentIntersectsCircle(
523         vec2 const & Origin,          //!< Circle origin position
524         real_type    R,                //!< Circle radius
525         vec2 const & Point_1,         //!< Line segment point 1
526         vec2 const & Point_2,         //!< Line segment point 2
527         vec2          & Intersection_1, //!< Intersection point 1
528         vec2          & Intersection_2 //!< Intersection point 2
529     );
530
531     //!< Check if a point lays inside or outside a circumference
        .
532     //!< If output bool is true the point is inside the
        circumference,
533     //!< otherwise it is outside.
534     bool
535     pointInsideCircle(
536         vec2 const & Origin,  //!< Circle origin position
537         real_type    R,       //!< Circle radius
538         vec2 const & Point    //!< Query point
539     );
540
541     //!< Check if a point lays inside or outside a line segment.
542     //!< Warning: The point query point must be on the same rect
        of the line
543     //!< segment.
544     bool
545     pointOnSegment(
546         vec2 const & Point_1,  //!< Line segment point 1
547         vec2 const & Point_2,  //!< Line segment point 2
548         vec2 const & Point      //!< Query point

```

```
549     );
550
551     //! Update the rectangular shadow domain of the tire in X and
        Y-axis
552     void
553     updateShadow(
554         Shadow          & iShadow,    //!< Shadow bounding box
        object
555         ETRTO          const & TireDenom, //!< ETRTO tire denomination
        object
556         Orientation const & Orient    //!< Orientation object
557     );
558
559     //! Update the local intersected triangles list
560     std::vector<std::shared_ptr<RDF::Triangle3D> >
561     updateIntersectionList(
562         Shadow          const & iShadow, //!< Shadow bounding box
        object
563         RDF::MeshSurface & iMesh      //! RDF mesh object
        pointer
564     );
565
566 } // namespace algorithms
567
568 //! Class for evaluating the contact patch
569 class TireDisks {
570 private:
571     std::vector<Disk> DiskVector;    //! Disks instance vector
572     ETRTO          TireDenom;        //!< ETRTO tire denomination
        object
573     SolverPrecision Precision;        //!< Solver precision object
574     Orientation     Orient;           //!< Orientation object
575     Shadow          iShadow;          //!< Shadow bounding box
        object
576     RDF::MeshSurface iMesh;           //! RDF mesh object pointer
577     std::vector<std::shared_ptr<RDF::Triangle3D> >
        intersectionTriPtr;    //!< Local intersected triangles
```

```

        vector
578     Eigen::MatrixXd      intersectionGrid;  //!< Local sampling
        grid
579
580     TireDisks( TireDisks const & ); // costruttore di copia
581     TireDisks const & operator = ( TireDisks const & ); //
        operatore di copia
582
583     public:
584         //!< Variable set constructor for tire object.
585         TireDisks(
586             ETRTO          const & _TireDenom,
587             SolverPrecision const & _Precision
588         ) {
589             TireDenom      = _TireDenom;
590             Precision.set(_Precision);
591             intersectionGrid = Eigen::MatrixXd( Precision.getYdiv() +
                1, Precision.getXdiv() + 1 ); // Y sampling (rows), X
                sampling (columns)
592             std::vector<real_type> Dvec = offsetDisk(Precision.getYdiv
                ());
593             real_type R              = TireDenom.getTireDiameter() /
                2.0;
594             for ( int_type i = 0; i <= Precision.getYdiv(); ++i )
595                 DiskVector.push_back( Disk( vec2(0, 0), Dvec[i], R ) );
596         }
597
598         //!< Set the tire orientation
599         void
600         setOrientation( Orientation const & _Orient ) {
601             Orient.set(_Orient);
602             algorithms::updateShadow(iShadow, TireDenom, Orient);
603             intersectionTriPtr = algorithms::updateIntersectionList(
                iShadow, iMesh);
604         }
605
606         //!< Set the terrain mesh

```

```
607     void
608     setMesh( RDF::MeshSurface const & _iMesh ) {
609         iMesh.set(_iMesh);
610     }
611
612     //! Get orientation information
613     Orientation const &
614     getOrientation(void) const
615     { return Orient; }
616
617     //! Get orientation information
618     SolverPrecision const &
619     getPrecision(void) const
620     { return Precision; }
621
622     //! Get grid step on X-axis
623     real_type
624     getXstep(void) const
625     { return TireDenom.getTireDiameter() / Precision.getXdiv(); }
626
627     //! Get grid step on Y-axis
628     real_type
629     getYstep(void) const
630     { return TireDenom.getSectionWidth() / Precision.getYdiv(); }
631
632     //! Get i-th instantiated disk
633     Disk const &
634     getithDisk( int_type const i ) const
635     { return DiskVector[i]; }
636
637     //! Perform triangles sampling
638     void
639     gridSampling( bool print = false );
640
641     //! Find single point intersection between tire and mesh (
642         Pacejka Single
643         Contact Point) with AABB tree
```

```

643     real_type
644     MF_Pacejka_SCP( bool print = false );
645
646     //! Evaluate the contact patch between tire and mesh (Magic
        Formula
647     //! Swift Contact Patch Evaluation)
648     real_type
649     MF_Swift_PE( bool print = false );
650
651     //! Evaluate the local effective road plane (Magic Formula
652     //! Swift Effective road plane)
653     std::vector<real_type>
654     MF_Swift_ERP( bool print = false );
655
656     void
657     Move(
658         vec3      const & start,    //! Starting position
659         vec3      const & arrival,  //! Arrival position
660         real_type const & freq,     //!< Sampling frequency [Hz]
661         real_type const & speed,    //!< Tire speed [m/s]
662         bool      print
663     );
664
665     private:
666         std::vector<real_type>
667         offsetDisk( int_type const n );
668
669         //! Find nearest intersection to origin
670         real_type
671         calculateMagnitude( std::vector<vec3> const &
            IntersectionPointVec );
672     };
673
674     //! Class for evaluating the contact patch evaluation with
        Magic Formula.
675     class TireMF {
676     private:

```

```
677     ETRTO          TireDenom; //!< ETRTO tire denomination
        object
678     Orientation    Orient;    //!< Orientation object
679     Shadow         iShadow;    //!< Shadow bounding box object
680     RDF::MeshSurface iMesh;    //!< RDF mesh object pointer
681     vec3           Qvec[4];    //!< Local sampling grid
682     std::vector<std::shared_ptr<RDF::Triangle3D> >
        intersectionTriPtr; //!< Local intersected triangles
        vector
683
684     TireMF( TireMF const & ); // costruttore di copia
685     TireMF const & operator = ( TireMF const & ); // operatore di
        copia
686
687     public:
688     //!< Variable set constructor for tire object.
689     TireMF(
690         ETRTO          const & _TireDenom,
691         RDF::MeshSurface const & _iMesh
692     ) {
693         TireDenom = _TireDenom;
694         iMesh.set(_iMesh);
695     }
696
697     //!< Set the tire orientation.
698     void
699     setOrientation( Orientation const & _Orient ) {
700         Orient.set(_Orient);
701     }
702
703     //!< Get orientation information.
704     Orientation const &
705     getOrientation(void) const
706     { return Orient; }
707
708     //!< Set camber angle.
709     void
```

```

710     setCamber( real_type const Camber ) { Orient.setCamber(Camber
711         ); }
712
713     //! Set yaw angle.
714     void
715     setYaw( real_type const Yaw ) { Orient.setYaw(Yaw); }
716
717     //! Set camber angle.
718     void
719     setOrigin( vec3 const & Origin ) { Orient.setOrigin(Origin);
720         }
721
722     //! Set camber angle.
723     void
724     setTotalTM( mat4 const & TM ) {
725         Orient.setOrigin(TM.block<3,1>(0,3));
726         Orient.setRotMat(TM.block<3,3>(0,0));
727     }
728
729     //! Set the terrain mesh.
730     void
731     setMesh( RDF::MeshSurface const & _iMesh ) {
732         iMesh.set(_iMesh);
733     }
734
735     //! Find the normal vector of the local track plane and local
736     //! contact point.
737     std::vector<vec3>
738     MF_62( bool print = false );
739
740     //! Move the current tire from a starting point to an ending
741     //! point.
742     void
743     Move(
744         vec3      const & start,    //!< Starting position
745         vec3      const & arrival,  //!< Arrival position
746         real_type const & freq,     //!< Sampling frequency [Hz]

```

```
743     real_type const & speed,    //!< Tire speed [m/s]
744     bool                print
745 );
746
747 private:
748     //!< Perform triangles sampling.
749     void
750     terrainSampling(void);
751 };
752
753 } // namespace PatchTire
754
755 ///
756 /// eof: PatchTire.hh
757 ///
```

A.4 PatchTire.cc

```
1#include "PatchTire.hh" // RDF file extention Loader
2
3//! Tire computations routine
4namespace PatchTire {
5
6    // - - - - -
7    // class Disk
8    // - - - - -
9
10    //!< Calculate area between disk and segment
11    void
12    Disk::updatePatchLength(void) {
13        // Reset class variable
14        PatchLength = 0.0;
15
16        for ( unsigned i = 0; i < PointsSequence.size() - 1; ++i ) {
17            vec2    Intersection_1, Intersection_2;
```

```

18     vec2      Point_1 = PointsSequence[i];
19     vec2      Point_2 = PointsSequence[i + 1];
20     int_type Type      = algorithms::segmentIntersectsCircle(
21         OriginXZ, R, Point_1, Point_2, Intersection_1,
22         Intersection_2
23     );
24     // std::cout << " " << Type;
25     if ( Type == 0 ) {
26         // No contact points, the line segment is not into the
27         Disk
28         continue;
29     } else if (Type == 1) {
30         // Tangent, no length added
31         continue;
32     } else if (Type == 2) {
33         // Check whether the two segment points are into the
34         circle
35         bool Pose_pt1 = algorithms::pointInsideCircle(OriginXZ, R
36             , Point_1);
37         bool Pose_pt2 = algorithms::pointInsideCircle(OriginXZ, R
38             , Point_2);
39
40         // Check whether the two intersection points are onto
41         the line segment
42         bool Pose_int1 = algorithms::pointOnSegment(Point_1,
43             Point_2, Intersection_1);
44         bool Pose_int2 = algorithms::pointOnSegment(Point_1,
45             Point_2, Intersection_2);
46
47         // Cases
48         // Line segment Point_1 and line segment Point_2 into the
49         circle,
50         // intersection points outside line segment
51         if ( Pose_pt1 && Pose_pt2 && !Pose_int1 && !Pose_int2 ) {
52             PatchLength += (Point_2 - Point_1).norm();
53             continue;
54         }
55     }

```

```
46         // Intersection points into the line segment and line
           segment points
47         // outside the circle
48         else if ( !Pose_pt1 && !Pose_pt2 && Pose_int1 &&
           Pose_int2 ) {
49             PatchLength += (Intersection_2 - Intersection_1).norm()
               ;
50             continue;
51         }
52         // Line segment Point_1 outside the circle, line segment
           Point_2
53         // inside the circle
54         else if ( !Pose_pt1 && Pose_pt2 ) {
55             if ( Pose_int1 && !Pose_int2 ) {
56                 // Add length from Intersection_1 to Point_2
57                 PatchLength += (Intersection_1 - Point_2).norm();
58                 continue;
59             } else if ( Pose_int2 && !Pose_int1 ) {
60                 // Add length from Intersection_2 to Point_2
61                 PatchLength += (Intersection_2 - Point_2).norm();
62                 continue;
63             }
64         }
65         // Line segment Point_1 inside the circle, line segment
           Point_2
66         // outside the circle
67         else if ( Pose_pt1 && !Pose_pt2 ) {
68             if ( Pose_int1 && !Pose_int2 ) {
69                 // Add length from Intersection_1 to Point_1
70                 PatchLength += (Intersection_1 - Point_1).norm();
71                 continue;
72             } else if ( !Pose_int1 && Pose_int2 ) {
73                 // Add length from Intersection_2 to Point_1
74                 PatchLength += (Intersection_2 - Point_1).norm();
75                 continue;
76             }
77         }
```

```

78     }
79 }
80 // std::cout << "Length: " << PatchLength << std::endl;
81 }
82
83 // - - - - -
84 // class Orientation
85 // - - - - -
86
87 //! Get axes versors components.
88 void
89 Orientation::updateRotMat(void) {
90     // Transformation matrix for Z-axis rotation
91     mat3 Rot_Z;
92     Rot_Z << cos(Yaw), -sin(Yaw), 0,
93             sin(Yaw),  cos(Yaw), 0,
94             0,          0, 1;
95     // Transformation matrix for X-axis rotation
96     mat3 Rot_X;
97     Rot_X << 1,          0,          0,
98             0, cos(Camber), -sin(Camber),
99             0, sin(Camber),  cos(Camber);
100
101     //Update Rotation Matrix and Versors
102     RotMat = Rot_Z * Rot_X;
103     Xversor = RotMat * vec3(1.0, 0.0, 0.0);
104     Yversor = RotMat * vec3(0.0, 1.0, 0.0);
105     Zversor = RotMat * vec3(0.0, 0.0, 1.0);
106 }
107
108 // - - - - -
109 // namespace algorithms
110 // - - - - -

```

```
111
112  //!< Holds all of the algorithms needed for the contact patch
    evaluation
113  namespace algorithms {
114
115      //!< Check if a ray hits a triangle object through Möller-
          Trumbore
116      //!< intersection algorithm.
117      bool
118      rayIntersectsTriangle(
119          vec3 const      & RayOrigin,          //!<< Ray origin
              position
120          vec3 const      & RayDirection,       //!<< Ray direction
              vector
121          RDF::Triangle3D & Triangle,           //!< Triangle object
122          vec3             & IntersectionPoint //!< Intersection point
123      ) {
124          vec3      E1  = Triangle.getithVertex(1) - Triangle.
              getithVertex(0);
125          vec3      E2  = Triangle.getithVertex(2) - Triangle.
              getithVertex(0);
126          vec3      A   = RayDirection.cross(E2);
127          real_type det = A.dot(E1);
128          real_type t_param;
129
130          if ( det > epsilon ) {
131              vec3      T = RayOrigin - Triangle.getithVertex(0);
132              real_type u = A.dot(T);
133              if ( u < 0.0 || u > det ) return false;
134              vec3      B = T.cross(E1);
135              real_type v = B.dot(RayDirection);
136              if ( v < 0.0 || u + v > det ) return false;
137              t_param = (B.dot(E2))/det;
138          } else if ( det < -epsilon ) {
139              vec3      T = RayOrigin - Triangle.getithVertex(0);
140              real_type u = A.dot(T);
141              if ( u > 0.0 || u < det ) return false;
```

```

142     vec3      B = T.cross(E1);
143     real_type v = B.dot(RayDirection);
144     if ( v > 0.0 || u + v < det ) return false;
145     t_param = (B.dot(E2))/det;
146 } else {
147     return false;
148 }
149 // At this stage we can compute t to find out where the
        intersection
150 // point is on the line
151 if ( t_param >= 0 ) { // ray intersection
152     IntersectionPoint = RayOrigin + RayDirection * t_param;
153     return true;
154 } else {
155     // This means that there is a line intersection on
        negative side
156     return false;
157 }
158 }
159
160 //! Find the intersection points between a circle and a line
        segment.
161 //! Output integer gives the number of intersection points.
162 int_type
163 segmentIntersectsCircle(
164     vec2 const & Origin,
165     real_type    R,
166     vec2 const & Point_1,
167     vec2 const & Point_2,
168     vec2        & Intersect_1,
169     vec2        & Intersect_2
170 ) {
171     real_type t_param;
172
173     vec2      d    = Point_2 - Point_1;
174     vec2      P10  = Point_1 - Origin;
175     real_type A    = d.dot(d);

```

```
176     real_type B    = 2 * d.dot(P10);
177     real_type C    = P10.dot(P10) - R*R;
178     real_type det = B*B - 4 * A * C;
179     if ( A <= epsilon || det < 0 ) {
180         // No real solutions
181         Intersect_1 = vec2(quietNaN, quietNaN);
182         Intersect_2 = vec2(quietNaN, quietNaN);
183         return 0;
184     } else if ( det == 0.0 ) {
185         // One solution
186         t_param      = -B / (2*A);
187         Intersect_1 = Point_1 + t_param * d;
188         Intersect_2 = vec2(quietNaN, quietNaN);
189         return 1;
190     } else {
191         // Two solutions
192         t_param = (-B + std::sqrt(det)) / (2 * A);
193         Intersect_1 = Point_1 + t_param * d;
194         t_param = (-B - std::sqrt(det)) / (2 * A);
195         Intersect_2 = Point_1 + t_param * d;
196         return 2;
197     }
198 }
199
200 //! Check if a point lays inside or outside a circumference
201 .
202 //! If output bool is true the point is inside the
203     circumference,
204 //! otherwise it is outside.
205 bool
206 pointInsideCircle(
207     vec2 const & Origin,
208     real_type    R,
209     vec2 const & Point
210 ) {
211     // Compare radius of circle with distance
212     // of its center from given point
```

```

211     vec2 P0 = Point - Origin;
212     return P0.dot(P0) <= R*R;
213 }
214
215     //! Check if a point lays inside or outside a line segment.
216     //! Warning: The point query point must be on the same rect
           of the line
217     //! segment.
218     bool
219     pointOnSegment(
220         vec2 const & Point_1,
221         vec2 const & Point_2,
222         vec2 const & Point
223     ) {
224         // A and B are the extremities of the current segment C is
           the point to
225         // check
226
227         // Create the vector AB
228         vec2 AB = Point_2 - Point_1;
229         // Create the vector AC
230         vec2 AC = Point - Point_1;
231
232         // Compute the cross product of AB and AC
233         // Check if the three points are aligned (cross product is
           null)
234         // if ((AB.cross3(AC)).squaredNorm() > epsilon)
235         // return false;
236
237         // Compute the dot product of vectors
238         real_type KAC = AB.dot(AC);
239         if ( KAC < -epsilon ) return false;
240         if ( abs(KAC) < epsilon ) return true;
241
242         // Compute the square of the segment lenght
243         real_type KAB = AB.dot(AB);
244         if ( KAC > KAB ) return false;

```

```
245     if ( abs(KAC - KAB) < epsilon ) return true;
246
247     // The point is on the segment
248     return true;
249 }
250
251 //! Update the rectangular shadow domain of the tire in X and
    Y-axis
252 void
253 updateShadow(
254     Shadow          & iShadow,    //!< Shadow bounding box
        object
255     ETRTO          const & TireDenom, //!< ETRTO tire denomination
        object
256     Orientation const & Orient    //!< Orientation object
257 ) {
258     // Calculate maximum covered space
259     real_type diagonal = hypot( TireDenom.getSectionWidth(),
260                                TireDenom.getTireDiameter() ) /
261                                2;
262
263     // Increment shadow to take in account camber angle
264     real_type inc = 1.1;
265
266     // Set new tire shadow domain
267     iShadow.setXmax(Orient.getOrigin()[0] + inc * diagonal);
268     iShadow.setXmin(Orient.getOrigin()[0] - inc * diagonal);
269     iShadow.setYmax(Orient.getOrigin()[1] + inc * diagonal);
270     iShadow.setYmin(Orient.getOrigin()[1] - inc * diagonal,
271                     true);
272 }
273
274 //! Update the local intersected triangles list
275 std::vector<std::shared_ptr<RDF::Triangle3D> >
276 updateIntersectionList(
277     Shadow          const & iShadow, //!< Shadow bounding box
        object
```

```

276     RDF::MeshSurface      & iMesh    //!< RDF mesh object
        pointer
277     ) {
278         G2lib::AABBtree::VecPairPtrBBBox intersectionList;
279         std::vector<std::shared_ptr<RDF::Triangle3D> >
            intersectionTriPtr;
280         (*iMesh.getAABBPtr()).intersect(*iShadow.getAABBPtr(),
            intersectionList);
281         for ( unsigned i = 0; i < intersectionList.size(); ++i ) {
282             intersectionTriPtr.push_back(
283                 iMesh.getithTrianglePtr((*intersectionList[i].first).Id
                    ())
284             );
285             //std::cout << (*intersectionList[i].first).Id() << "\t";
286         }
287         return intersectionTriPtr;
288     }
289
290 } // namespace algorithms
291
292 // - - - - -
        - - - - -
293 // class TireDisks
294 // - - - - -
        - - - - -
295
296 void
297 TireDisks::gridSampling(bool print) {
298
299     // Orient the sampling
300     mat3 MatrixInv = Orient.getRotMat().inverse();
301
302     // Storing indexers
303     unsigned i = 0;
304     unsigned j = 0;
305     std::vector<vec2> PointsSequence;
306     vec3 IntersectionPoint;

```

```
307
308     for ( real_type y = -TireDenom.getSectionWidth() / 2.0;
309           y <= TireDenom.getSectionWidth() / 2.0;
310           y += getYstep(), ++j ) {
311         for ( real_type x = -TireDenom.getTireDiameter() / 2.0;
312               x <= TireDenom.getTireDiameter() / 2.0;
313               x += getXstep(), ++i ) {
314             // Update ray center in tire coordinates
315             vec3 curCenter = Orient.getOrigin() + MatrixInv * vec3(x,
316                               y, 0);
317             for ( unsigned t = 0; t < intersectionTriPtr.size(); ++t
318                   ) {
319                 // Find intersection
320                 if ( algorithms::rayIntersectsTriangle(
321                     Orient.getOrigin(),
322                     -Orient.getZ(), // careful to the minus sign !!!
323                     *intersectionTriPtr[t],
324                     IntersectionPoint
325                 ) ) {
326                     // Store results
327                     real_type z = (IntersectionPoint - curCenter).norm();
328                     intersectionGrid(j, i) = z; // Y sampling (rows), X
329                                           sampling (columns)
330                     PointsSequence.push_back(vec2(x, z));
331                     break;
332                 } else {
333                     intersectionGrid(j, i) = -1.0; // Y sampling (rows),
334                                           X sampling (columns)
335                 }
336             }
337         }
338         // Calculate chain length inside the circle
339         DiskVector[j].setPointsSequence(PointsSequence);
340
341         if ( print ) {
342             std::cout
343                 << "Disk " << j << " of " << DiskVector.size() - 1
```

```

340         << " -> Chain: ";
341         for ( unsigned k = 0; k < PointsSequence.size(); ++k )
342             std::cout << PointsSequence[k][1] << " ";
343         std::cout << std::endl;
344     }
345     PointsSequence.clear();
346
347     // Update indexer
348     i = 0;
349 }
350 if ( print ) std::cout << std::endl << intersectionGrid <<
    std::endl;
351 }
352
353
354 //! Find single point intersection between tire and mesh (
    Pacejka Single
355 //! Contact Point) with AABB tree
356 real_type
357 TireDisks::MF_Pacejka_SCP(bool print) {
358     // Ray-Triangle intesection Point
359     std::vector<vec3> IntersectionPointVec;
360     real_type Magnitude = quiteNaN;
361
362     vec3 IntersectionPoint;
363     for ( unsigned i = 0; i < intersectionTriPtr.size(); ++i ) {
364         if ( algorithms::rayIntersectsTriangle(
365             Orient.getOrigin(), -Orient.getZ(), // careful to
                the minus sign !!!
366             *intersectionTriPtr[i], IntersectionPoint
367         ) ) {
368             // Store intersection point in proper vector
369             IntersectionPointVec.push_back(IntersectionPoint);
370         }
371     }
372     // Find nearest intersection to origin
373     Magnitude = calculateMagnitude(IntersectionPointVec);

```

```
374
375     // Display information
376     if ( print )
377         std::cout
378             << "Single contact point for Pacejka MF -> "
379             << IntersectionPointVec.size() << " intersections found"
380             << "\n\tInt. Point = X " << IntersectionPoint[0]
381             << ", Y " << IntersectionPoint[1]
382             << ", Z " << IntersectionPoint[2]
383             << "\n\tMagnitude = " << Magnitude
384             << "\n\n";
385     return Magnitude;
386 }
387
388 //! Evaluate the contact patch between tire and mesh (Magic
    Formula
389 //! Swift Contact Patch Evaluation)
390 real_type
391 TireDisks::MF_Swift_PE(bool print) {
392     real_type PatchArea = 0.0;
393     real_type Ystep      = getYstep();
394     for ( unsigned i = 0; i < DiskVector.size(); ++i )
395         PatchArea += DiskVector[i].getPatchLength() * Ystep;
396     if ( print )
397         std::cout
398             << "Contact Patch Area for Swift MF -> "
399             << PatchArea * pow(10, 6) << " mm^2\n\n";
400     return PatchArea;
401 }
402
403 //! Evaluate the local effective road plane (Magic Formula
404 //! Swift Effective road plane)
405 std::vector<real_type>
406 TireDisks::MF_Swift_ERP( bool print ) {
407     int_type nrows = int_type( intersectionGrid.rows() );
408     int_type ncols = int_type( intersectionGrid.cols() );
409
```



```

410     real_type angle_RotY  = 0.0;
411     real_type deltaY_RotY = 0.0;
412
413     real_type angle_RotX  = 0.0;
414     real_type deltaY_RotX = 0.0;
415
416     real_type deltaX_RotY = TireDenom.getTireDiameter();
417     real_type deltaX_RotX = TireDenom.getSectionWidth();
418
419     for ( int_type i = 0; i < nrows; ++i ) {
420         deltaY_RotY = intersectionGrid(i, 0) - intersectionGrid(i,
421             ncols - 1);
422         angle_RotY += atan2(deltaY_RotY, deltaX_RotY);
423     }
424     angle_RotY /= nrows;
425
426     for (int_type i = 0; i < ncols; i++) {
427         deltaY_RotX = intersectionGrid(0, i) - intersectionGrid(
428             nrows - 1, i);
429         angle_RotX += atan2(deltaY_RotX, deltaX_RotX);
430     }
431     angle_RotX /= ncols;
432
433     if ( print )
434         std::cout
435             << "Effective Road Plane for Swift MF -> "
436             << "X: " << angle_RotX * 180 / G2lib::m_pi << "°, "
437             << "Y: " << angle_RotY * 180 / G2lib::m_pi << "°\n\n";
438
439     return std::vector<real_type>(angle_RotX, angle_RotY);
440 }
441
442 void
443 TireDisks::Move(
444     vec3      const & start,    //!< Starting position
445     vec3      const & arrival,  //!< Arrival position
446     real_type const & freq,     //!< Sampling frequency [Hz]

```

```
445     real_type const & speed,      //!< Tire speed [m/s]
446     bool                print
447 ) {
448     // Set current position
449     vec3 curpos = start;
450
451     // Set and initialize orientation
452     real_type Yaw    = 0;
453     real_type Camber = 0;
454
455     real_type nstep = (arrival - start).norm() / speed * freq;
456     vec3 step      = (arrival - start) / nstep;
457
458     // Start chronometer
459     auto start_move = std::chrono::system_clock::now();
460
461     for ( unsigned i = 0; i < nstep; ++i ) {
462         // Set current orientation
463         Orientation Pose(curpos, Yaw, Camber);
464         setOrientation(Pose);
465
466         // Evaluate Single Contact Point
467         MF_Pacejka_SCP(print);
468
469         // Perform grid sampling
470         gridSampling(false);
471
472         // Evaluate Patch
473         MF_Swift_PE(print);
474
475         // Evaluate Effective Road Plane
476         MF_Swift_ERP(print);
477
478         // Update current position
479         curpos += step;
480     }
481     // Stop chronometer
```

```

482     auto end_move = std::chrono::system_clock::now();
483
484     // This constructs a duration object using milliseconds
485     auto elapsed_move = std::chrono::duration_cast<std::chrono::
        microseconds>(
486         end_move - start_move);
487     std::cout
488         << "Execution time = " << elapsed_move.count() / 1000.0 <<
            " ms\n"
489         << "Step execution time = "
490         << (elapsed_move.count() / 1000.0) / nstep << " ms\n";
491 }
492
493 std::vector<real_type>
494 TireDisks::offsetDisk( int_type n ) {
495     std::vector<real_type> offsetVec;
496     for ( int_type i = 0; i < n; ++i )
497         // Index from Y positive to Y negative
498         offsetVec.push_back( TireDenom.getSectionWidth() / 2.0 -
499                             TireDenom.getSectionWidth() * i / n
500                             );
501     return offsetVec;
502 }
503
504 //! Find nearest intersection to origin
505 real_type
506 TireDisks::calculateMagnitude(
507     std::vector<vec3> const & IntersectionPointVec
508 ) {
509     real_type iMagnitude = quiteNaN;
510     real_type Magnitude = quiteNaN;
511     for ( unsigned i = 0; i < IntersectionPointVec.size(); ++i
512         ) {
513         iMagnitude = TireDenom.getTireDiameter() / 2.0 -
514             (IntersectionPointVec[i] - Orient.getOrigin
515              ()).norm();
516         // std::cout << "iMagnitude " << i << ": " << iMagnitude

```

```
        << std::endl;
514     if ( i == 0 ) {
515         Magnitude = iMagnitude;
516         continue;
517     } else {
518         if (iMagnitude > Magnitude)
519             Magnitude = iMagnitude;
520     }
521 }
522 return Magnitude;
523 }
524
525 // - - - - -
526 // class TireMF
527 // - - - - -
528
529 void
530 TireMF::terrainSampling(void) {
531     // Calculate Delta_X and Delta_Y
532     real_type Delta_X = 0.1 * TireDenom.getTireDiameter();
533     real_type Delta_Y = 0.3 * TireDenom.getSectionWidth();
534     // Store the four sample positions
535     vec3 Qpos[4];
536     Qpos[0] = Orient.getOrigin() + vec3(Delta_X, 0.0, 0.0);
537     Qpos[1] = Orient.getOrigin() - vec3(Delta_X, 0.0, 0.0);
538     Qpos[2] = Orient.getOrigin() + vec3(0.0, Delta_Y, 0.0);
539     Qpos[3] = Orient.getOrigin() - vec3(0.0, Delta_Y, 0.0);
540     // Find intersection in the four positions
541     vec3 IntersectionPoint;
542     std::vector<vec3> IntersectionPointVec;
543     for( unsigned i = 0; i < 4; ++i ) {
544         for ( unsigned t = 0; t < intersectionTriPtr.size(); ++t )
545             {
546                 if ( algorithms::rayIntersectsTriangle(
547                     Qpos[i],
```

```

547         -Orient.getZ(), // careful to the minus sign !!!
548         *intersectionTriPtr[t],
549         IntersectionPoint)
550     ) {
551         // Store results
552         IntersectionPointVec.push_back(IntersectionPoint);
553     }
554 }
555 // Select the correct intersection point
556 if ( IntersectionPointVec.size() > 1 ) {
557     for ( unsigned j = 0; j < IntersectionPointVec.size(); ++
558           j ) {
559         real_type zRealPoint, ziPoint;
560         ziPoint = IntersectionPointVec[j][2];
561         if (j == 0) {
562             zRealPoint = ziPoint;
563         } else if (j > 0 && ziPoint < zRealPoint) {
564             Qvec[i] = IntersectionPointVec[j];
565             zRealPoint = ziPoint;
566         }
567     } else if ( IntersectionPointVec.size() == 0 ) {
568         std::cerr << "There is no terrain under the tire!\n\n";
569     } else {
570         Qvec[i] = IntersectionPointVec[0];
571     }
572     IntersectionPointVec.clear();
573 }
574 }
575
576 //! Find the normal vector of the local track plane and local
577     contact point.
578 std::vector<vec3>
579 TireMF::MF_62( bool print ) {
580     // Check if there is an orientation
581     if ( Orient.isEmpty() ){
582         RDF_ERROR("No orientation given to the tire!");

```

```
582     return std::vector<vec3>{vec3_NaN, vec3_NaN};
583 }
584 // Update the intersected triangles list
585 algorithms::updateShadow(iShadow, TireDenom, Orient);
586 intersectionTriPtr = algorithms::updateIntersectionList(
    iShadow, iMesh);
587 // Perform the terrain sampling;
588 terrainSampling();
589 // Calculate normal of the local track plane
590 vec3 e_n = ((Qvec[0]-Qvec[1]).cross(Qvec[2]-Qvec[3])).
    normalized();
591 // Calculate first guess of local contact point
592 vec3 P_star = vec3(0.0, 0.0, 0.0);
593 for (unsigned i = 0; i < 4; ++i)
594 { P_star += Qvec[i]; }
595 P_star /= 4;
596 // Calculate real local contact point
597 real_type dist = (Orient.getOrigin() - P_star).dot(e_n);
598 vec3 P = Orient.getOrigin() - e_n * dist;
599 // Print the results
600 if (print) {
601     std::cout
602         << "Magic Formula 6.2 parameters\n"
603         << "\tNormal vector of the local track plane\n"
604         << "\ten = [ " << e_n[0] << ", " << e_n[1] << ", " << e_n
            [2] << " ]\n"
605         << "\tFirst guess of the local contact point\n"
606         << "\tP* = [ " << P_star[0] << ", " << P_star[1] << ", "
            << P_star[2] << " ]\n"
607         << "\tReal local contact point\n"
608         << "\tP = [ " << P[0] << ", " << P[1] << ", " << P[2] <<
            " ]\n\n";
609 }
610 return std::vector<vec3>{e_n, P_star};
611 }
612
613 //! Move the current tire from a starting point to an ending
```

```

        point.
614 void
615 TireMF::Move(
616     vec3      const & start,    //!< Starting position
617     vec3      const & arrival,  //!< Arrival position
618     real_type const & freq,     //!< Sampling frequency [Hz]
619     real_type const & speed,    //!< Tire speed [m/s]
620     bool      print
621 ) {
622     // Set current position
623     vec3 curpose = start;
624
625     // Calculate parameters for the movement
626     real_type nstep = (arrival - start).norm() / speed * freq;
627     vec3 step      = (arrival - start) / nstep;
628
629     // Set current orientation
630     Orientation Pose(curpose, 0.0, 0.0);
631     setOrientation(Pose);
632
633     // Start chronometer
634     auto start_move = std::chrono::system_clock::now();
635
636     for ( unsigned i = 0; i < nstep; ++i ) {
637         // Update position
638         setOrigin(curpose);
639         // Calculate Magic Formula 6.2 parameters
640         MF_62(print);
641         // Update current position
642         curpose += step;
643     }
644     // Stop chronometer
645     auto end_move = std::chrono::system_clock::now();
646
647     // This constructs a duration object using milliseconds
648     auto elapsed_move = std::chrono::duration_cast<std::chrono::
        microseconds>(

```

```
649         end_move - start_move);
650     std::cout
651         << "Step execution time = "
652         << (elapsed_move.count() / 1000.0) / nstep << std::
            setprecision(3) << " ms\n";
653 }
654
655 } // namespace PatchTire
```


B.1 Tests Geometrici

B.1.1 geometry-test1.cc

```
1 // GEOMETRY TEST 1 - RAY/TRIANGLE INTERSECTION ON TRIANGLE EDGE
2
3 #include <fstream>    // fStream - STD File I/O Library
4 #include <iostream>   // Iostream - STD I/O Library
5 #include <string>      // String - STD String Library
6
7 #include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
8 #include "RoadRDF.hh"  // Tire Data Processing
9
10 // Main function
11 int
12 main() {
13     std::cout
14         << " GEOMETRY TEST 1 - RAY/TRIANGLE INTERSECTION ON TRIANGLE
15             EDGE\n"
16             << "Angle\tIntersections\n";
17     RDF::vec3 V1[3];
```

```

18  V1[0] = RDF::vec3(1.0, 0.0, 0.0);
19  V1[1] = RDF::vec3(0.0, 1.0, 0.0);
20  V1[2] = RDF::vec3(-1.0, 0.0, 0.0);
21
22  RDF::vec3 V2[3];
23  V2[0] = RDF::vec3(-1.0, 0.0, 0.0);
24  V2[1] = RDF::vec3(0.0, -1.0, 0.0);
25  V2[2] = RDF::vec3(1.0, 0.0, 0.0);
26
27  // Initialize generic Triangle3D
28  RDF::Triangle3D Triangle1(V1, 0.0);
29  RDF::Triangle3D Triangle2(V2, 0.0);
30
31  // Initialize rotation matrix
32  RDF::mat3 Rot_X;
33
34  // Initialize intersection point
35  RDF::vec3 IntersectionPointTri1, IntersectionPointTri2;
36  bool IntersectionBoolTri1, IntersectionBoolTri2;
37
38  // Initialize Ray
39  RDF::vec3 RayOrigin      = RDF::vec3(0.0, 0.0, 0.0);
40  RDF::vec3 RayDirection = RDF::vec3(0.0, 0.0, -1.0);
41
42  // Perform intersection at 0.5° step
43  for ( RDF::real_type angle = 0;
44        angle < G2lib::m_pi;
45        angle += G2lib::m_pi / 360.0 ) {
46
47      Rot_X << 1,          0,          0,
48                0, cos(angle), -sin(angle),
49                0, sin(angle),  cos(angle);
50
51      // Initialize vertices
52      RDF::vec3 VerticesTri1[3], VerticesTri2[3];
53
54      VerticesTri1[0] = Rot_X * V1[0];

```

```

55     VerticesTri1[1] = Rot_X * V1[1];
56     VerticesTri1[2] = Rot_X * V1[2];
57
58     VerticesTri2[0] = Rot_X * V2[0];
59     VerticesTri2[1] = Rot_X * V2[1];
60     VerticesTri2[2] = Rot_X * V2[2];
61
62     Triangle1.setVertices(VerticesTri1);
63     Triangle2.setVertices(VerticesTri2);
64
65     IntersectionBoolTri1 = PatchTire::algorithms::
        rayIntersectsTriangle(
66         RayOrigin, RayDirection, Triangle1, IntersectionPointTri1
67     );
68     IntersectionBoolTri2 = PatchTire::algorithms::
        rayIntersectsTriangle(
69         RayOrigin, RayDirection, Triangle2, IntersectionPointTri2
70     );
71
72     std::cout
73         << angle * 180.0 / G2lib::m_pi << "°\t"
74         << "T1 -> " << IntersectionBoolTri1 << ", T2 -> "
75         << IntersectionBoolTri2 << std::endl;
76
77     // ERROR if no one of the two triangles is hit
78     if ( !IntersectionBoolTri1 && !IntersectionBoolTri2 ) {
79         std::cout << "GEOMETRY TEST 1: Failed\n";
80         break;
81     }
82 }
83
84 // Print triangle normal vector
85 RDF::vec3 N1 = Triangle1.Normal();
86 RDF::vec3 N2 = Triangle2.Normal();
87 std::cout
88     << "\nTriangle 1 face normal = [" << N1[0] << ", " << N1[1]
        << ", " << N1[2] << "]"

```

```
89     << "\nTriangle 2 face normal = [" << N2[0] << ", " << N2[1]
      << ", " << N2[2] << "]"
90     << "\n\n\nGEOMETRY TEST 1: Completed\n";
91
92     // Exit the program
93     return 0;
94 }
```

B.1.2 geometry-test2.cc

```
1 // GEOMETRY TEST 2 - SEGMENT CIRCLE INTERSECTION
2
3 #include <fstream>    // fStream - STD File I/O Library
4 #include <iostream>   // Iostream - STD I/O Library
5 #include <string>     // String - STD String Library
6
7 #include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
8 #include "RoadRDF.hh"  // Tire Data Processing
9
10 // Main function
11 int
12 main() {
13     // Initialize circle origin and radius
14     RDF::vec2 Origin = RDF::vec2(0.0, 0.0);
15     RDF::real_type R = 1.0;
16
17     // Initialize segments points
18     RDF::vec2 SegIn1PtA = RDF::vec2(0.0, 0.0);
19     RDF::vec2 SegIn1PtB = RDF::vec2(0.0, 1.0);
20
21     RDF::vec2 SegIn2PtA = RDF::vec2(-2.0, 0.0);
22     RDF::vec2 SegIn2PtB = RDF::vec2(2.0, 0.0);
23
24     RDF::vec2 SegOutPtA = RDF::vec2(1.0, 2.0);
25     RDF::vec2 SegOutPtB = RDF::vec2(-1.0, 2.0);
26
27     RDF::vec2 SegTangPtA = RDF::vec2(1.0, 1.0);
```

```

28  RDF::vec2 SegTangPtB = RDF::vec2(-1.0, 1.0);
29
30  // Initialize intersection points and output types
31  RDF::vec2 IntSegIn1_1, IntSegIn1_2, IntSegIn2_1, IntSegIn2_2,
      IntSegOut_1,
32      IntSegOut_2, IntSegTang_1, IntSegTang_2;
33  RDF::int_type PtIn1, PtIn2, PtOut, PtTang;
34
35  // Calculate intersections
36  PtIn1 = PatchTire::algorithms::segmentIntersectsCircle(
37      Origin, R, SegIn1PtA, SegIn1PtB, IntSegIn1_1, IntSegIn1_2
38  );
39  PtIn2 = PatchTire::algorithms::segmentIntersectsCircle(
40      Origin, R, SegIn2PtA, SegIn2PtB, IntSegIn2_1, IntSegIn2_2
41  );
42  PtOut = PatchTire::algorithms::segmentIntersectsCircle(
43      Origin, R, SegOutPtA, SegOutPtB, IntSegOut_1, IntSegOut_2
44  );
45  PtTang = PatchTire::algorithms::segmentIntersectsCircle(
46      Origin, R, SegTangPtA, SegTangPtB, IntSegTang_1, IntSegTang_2
47  );
48
49  // Display results
50  std::cout
51      << "GEOMETRY TEST 2 - SEGMENT CIRCLE INTERSECTION\n\n"
52      << "Radius = " << R << std::endl
53      << "Origin = [" << Origin[0] << ", " << Origin[1] << "]\n"
54      << std::endl
55      << "Segment 1 with two intersections -> " << PtIn1 << "
      intersections found\n"
56      << "Segment Point A\t= [" << SegIn1PtA[0] << ", " <<
      SegIn1PtA[1] << "]\n"
57      << "Segment Point B\t= [" << SegIn1PtB[0] << ", " <<
      SegIn1PtB[1] << "]\n"
58      << "Intersection Point 1\t= [" << IntSegIn1_1[0] << ", " <<
      IntSegIn1_1[1] << "]\n"
59      << "Intersection Point 2\t= [" << IntSegIn1_2[0] << ", " <<

```

```
        IntSegIn1_2[1] << "]\n"
60    << std::endl
61    << "Segment 2 with two intersections -> " << PtIn2 << "
        intersections found\n"
62    << "Segment Point A\t= [" << SegIn2PtA[0] << ", " <<
        SegIn2PtA[1] << "]\n"
63    << "Segment Point B\t= [" << SegIn2PtB[0] << ", " <<
        SegIn2PtB[1] << "]\n"
64    << "Intersection Point 1\t= [" << IntSegIn2_1[0] << ", " <<
        IntSegIn2_1[1] << "]\n"
65    << "Intersection Point 2\t= [" << IntSegIn2_2[0] << ", " <<
        IntSegIn2_2[1] << "]\n"
66    << std::endl
67    << "Segment with no intersections -> " << PtOut << "
        intersections found\n"
68    << "Segment Point A\t= [" << SegOutPtA[0] << ", " <<
        SegOutPtA[1] << "]\n"
69    << "Segment Point B\t= [" << SegOutPtB[0] << ", " <<
        SegOutPtB[1] << "]\n"
70    << "Intersection Point 1\t= [" << IntSegOut_1[0] << ", " <<
        IntSegOut_1[1] << "]\n"
71    << "Intersection Point 2\t= [" << IntSegOut_2[0] << ", " <<
        IntSegOut_2[1] << "]\n"
72    << std::endl
73    << "Segment with one intersection -> " << PtTang << "
        intersection found\n"
74    << "Segment Point A\t= [" << SegTangPtA[0] << ", " <<
        SegTangPtA[1] << "]\n"
75    << "Segment Point B\t= [" << SegTangPtB[0] << ", " <<
        SegTangPtB[1] << "]\n"
76    << "Intersection Point 1\t= [" << IntSegTang_1[0] << ", " <<
        IntSegTang_1[1] << "]\n"
77    << "Intersection Point 2\t= [" << IntSegTang_2[0] << ", " <<
        IntSegTang_2[1] << "]\n"
78    << "\nCheck the results...\n"
79    << "\nGEOMETRY TEST 2: Completed\n";
80
```

```
81 // Exit the program
82 return 0;
83 }
```

B.1.3 geometry-test3.cc

```
1 // GEOMETRY TEST 3 - POINT INSIDE CIRCLE
2
3 #include <fstream>    // fStream - STD File I/O Library
4 #include <iostream>   // Iostream - STD I/O Library
5 #include <string>     // String - STD String Library
6
7 #include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
8 #include "RoadRDF.hh"  // Tire Data Processing
9
10 // Main function
11 int
12 main() {
13     // Initialize circle origin and radius
14     RDF::vec2 Origin = RDF::vec2(0.0, 0.0);
15     RDF::real_type R = 1.0;
16
17     // Query points and intersection bools
18     RDF::vec2 PointIn      = RDF::vec2(0.0, 0.0);
19     RDF::vec2 PointOut     = RDF::vec2(2.0, 0.0);
20     RDF::vec2 PointBorder = RDF::vec2(1.0, 0.0);
21
22     bool PtInBool, PtOutBool, PtBordBool;
23
24     // Calculate intersection
25     PtInBool = PatchTire::algorithms::pointInsideCircle(Origin, R
26         , PointIn);
27     PtOutBool = PatchTire::algorithms::pointInsideCircle(Origin, R
28         , PointOut);
29     PtBordBool = PatchTire::algorithms::pointInsideCircle(Origin, R
30         , PointBorder);
31
32 }
```

```
29  std::cout
30      << "GEOMETRY TEST 3 - POINT INSIDE CIRCLE\n\n"
31      << "Radius = " << R << std::endl
32      << "Origin = [" << Origin[0] << ", " << Origin[1] << "]\n\n";
33
34  // Show results
35  if ( PtInBool && !PtOutBool && PtBordBool ) {
36      std::cout
37          << "Point inside\t= ["
38          << PointIn[0] << ", " << PointIn[1] << "]" -> Bool = " <<
              PtInBool << std::endl
39          << "Point outside\t= ["
40          << PointOut[0] << ", " << PointOut[1] << "]" -> Bool = " <<
              PtOutBool << std::endl
41          << "Point on border\t= ["
42          << PointBorder[0] << ", " << PointBorder[1] << "]" -> Bool =
              "<< PtBordBool
43          << std::endl;
44  } else {
45      std::cout << "GEOMETRY TEST 3: Failed";
46  }
47
48  std::cout << "\nGEOMETRY TEST 3: Completed\n";
49
50  // Exit the program
51  return 0;
52 }
```

B.1.4 geometry-test4.cc

```
1 // GEOMETRY TEST 4 - POINT ON SEGMENT
2
3 #include <fstream>    // fStream - STD File I/O Library
4 #include <iostream>   // Iostream - STD I/O Library
5 #include <string>     // String - STD String Library
6
7 #include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
```



```
8#include "RoadRDF.hh"    // Tire Data Processing
9
10// Main function
11int
12main() {
13    // Initialize segment points
14    RDF::vec2 PointA = RDF::vec2(0.0, 0.0);
15    RDF::vec2 PointB = RDF::vec2(1.0, 1.0);
16
17    // Query points and intersection bools
18    RDF::vec2 PointIn    = RDF::vec2(0.5, 0.5);
19    RDF::vec2 PointOut    = RDF::vec2(-1.0, -1.0);
20    RDF::vec2 PointBorder = RDF::vec2(1.0, 1.0);
21
22    // Calculate intersection
23    bool PtInBool    = PatchTire::algorithms::pointOnSegment(PointA,
24        PointB, PointIn);
25    bool PtOutBool    = PatchTire::algorithms::pointOnSegment(PointA,
26        PointB, PointOut);
27    bool PtBordBool = PatchTire::algorithms::pointOnSegment(PointA,
28        PointB, PointBorder);
29
30    std::cout
31        << "GEOMETRY TEST 4 - POINT ON SEGMENT\n\n"
32        << "Point A = [" << PointA[0] << ", " << PointA[1] << "]\n"
33        << "Point B = [" << PointB[0] << ", " << PointB[1] << "]\n\n"
34        << ";
35
36    // Show results
37    if ( PtInBool && !PtOutBool && PtBordBool ) {
38        std::cout
39            << "Point inside\t= ["
40            << PointIn[0] << ", " << PointIn[1] << "]" -> Bool = " <<
41            PtInBool
42            << "\nPoint outside\t= ["
43            << PointOut[0] << ", " << PointOut[1] << "]" -> Bool = " <<
44            PtOutBool
```

```
39         << "\nPoint on border\t= ["
40         << PointBorder[0] << ", " << PointBorder[1] << "]" -> Bool =
            " << PtBordBool
41         << std::endl;
42     } else {
43         std::cout << "GEOMETRY TEST 4: Failed";
44     }
45
46     std::cout << "\nGEOMETRY TEST 4: Completed\n";
47
48     // Exit the program
49     return 0;
50 }
```

B.2 Tests per il Modello Magic Formula

B.2.1 MF-test1.cc

```
1 // PATCH EVALUATION TEST 1 - LOAD THE DATA FROM THE RDF FILE THEN
    PRINT IT INTO
2 // A FILE Out.txt. THEN CHARGE THE TIRE DATA AND ASSOCIATE THE
    CURRENT MESH TO
3 // IT.
4
5 #include <chrono>      // chrono - STD Time Measurement Library
6 #include <fstream>    // fStream - STD File I/O Library
7 #include <iostream>   // Iostream - STD I/O Library
8
9 #include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
10 #include "RoadRDF.hh"  // Tire Data Processing
11 #include "TicToc.hh"   // Processing Time Library
12
13 // Main function
14 int
15 main() {
16
17     try {
```

```
18
19 // Instantiate a TicToc object
20 TicToc tictoc;
21
22 std::cout
23     << "MAGIC FORMULA EVALUATION TEST 1 - LOAD THE DATA FROM
24         THE RDF FILE"
25         "THEN PRINT IT INTO A FILE Out.txt. THEN CHARGE THE TIRE
26         DATA AND"
27         "ASSOCIATE THE CURRENT MESH TO IT.\n\n";
28
29 // Start chronometer
30 tictoc.tic();
31
32 // Load .rdf File
33 RDF::MeshSurface Road;
34 bool checkLoad = Road.LoadFile("./RDF_files/Eight.rdf");
35 RDF_ASSERT( checkLoad, "Error during RDF file reading" );
36
37 // Print OutMesh.txt file
38 Road.printData("OutMesh.txt");
39
40 // Make a new tire
41 PatchTire::ETRTO Tire;
42 Tire = PatchTire::ETRTO(205, 45, 15);
43
44 // Display current tire data on command line
45 Tire.print(std::cout);
46
47 // Orient the tire in the space
48 double Yaw          = 3.14 / 2;
49 double Camber       = -3.14 / 4;
50 RDF::vec3 Origin( 0.0, 0.0, 0.26 );
51 PatchTire::Orientation Pose(Origin, Yaw, Camber);
52
53 // Initialize the Magic Formula Tire
54 PatchTire::TireMF MFTire( Tire, Road );
```

```
53
54     // Set an orientation
55     MFTire.setOrientation(Pose);
56
57     // Stop chronometer
58     tictoc.toc();
59
60     // This constructs a duration object using milliseconds
61     std::cout
62         << "Execution time = " << tictoc.elapsed_ms() << " ms\n"
63         << "\nCheck the results...\n"
64         << "\nMAGIC FORMULA TEST 1: Completed\n";
65
66 } catch ( std::exception const & exc ) {
67     std::cerr << exc.what() << '\n';
68 }
69 catch (...) {
70     std::cerr << "Unknown error\n";
71 }
72 }
```

B.2.2 MF-test2.cc

```
1 // PATCH EVALUATION TEST 2 - CHECK MF_Pacejka_SCP INTERSECTION
2
3 #include <fstream>    // fStream - STD File I/O Library
4 #include <iostream>   // Iostream - STD I/O Library
5 #include <string>     // String - STD String Library
6
7 #include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
8 #include "RoadRDF.hh"  // Tire Data Processing
9 #include "TicToc.hh"   // Processing Time Library
10
11 // Main function
12 int
13 main() {
14
```

```
15  try {
16
17      // Instantiate a TicToc object
18      TicToc tictoc;
19
20      std::cout
21          << "MAGIC FORMULA EVALUATION TEST 2 - CHECK MF_62 FUNCTION\
22              n\n";
23
24      // Initialize a quite big triangle
25      RDF::vec3 Vertices[3];
26      Vertices[0] = RDF::vec3(100.0, 0.0, 0.0);
27      Vertices[1] = RDF::vec3(0.0, 100.0, 0.0);
28      Vertices[2] = RDF::vec3(0.0, -100.0, 0.0);
29      std::vector<std::shared_ptr<RDF::Triangle3D> > PtrTriangleVec
30          ;
31      PtrTriangleVec.push_back( std::shared_ptr<RDF::Triangle3D>(
32          new RDF::Triangle3D(Vertices, 0.0) ) );
33
34      // Build the mesh
35      RDF::MeshSurface Road(PtrTriangleVec);
36
37      // Make a new tire
38      PatchTire::ETRTO Tire;
39      Tire = PatchTire::ETRTO(205, 45, 15);
40
41      // Display current tire data on command line
42      Tire.print(std::cout);
43
44      // Orient the tire in the space
45      double Yaw          = 0.0;
46      double Camber       = 0.0;
47      RDF::vec3 Origin( 50.0, 0.0, 0.26 );
48      PatchTire::Orientation Pose(Origin, Yaw, Camber);
49
50      // Initialize the Magic Formula Tire
51      PatchTire::TireMF MFTire( Tire, Road );
```

```
49
50     // Start chronometer
51     tictoc.tic();
52
53     // Set an orientation
54     // Comment to check no orientation error
55     MFTire.setOrientation(Pose);
56
57     // Calculate Magic Formula 6.2 parameters
58     std::vector<RDF::vec3> MFParams = MFTire.MF_62(true);
59
60     // Stop chronometer
61     tictoc.toc();
62
63     // This constructs a duration object using milliseconds
64     std::cout
65         << "Execution time = " << tictoc.elapsed_ms() << " ms\n"
66         << "\nCheck the results...\n"
67         << "\nMAGIC FORMULA TEST 2: Completed\n";
68
69 } catch ( std::exception const & exc ) {
70     std::cerr << exc.what() << '\n';
71 }
72 catch (...) {
73     std::cerr << "Unknown error\n";
74 }
75 }
```

B.2.3 MF-test3.cc

```
1 // PATCH EVALUATION TEST 2 - CHECK MF_Pacejka_SCP INTERSECTION
2
3 #include <fstream>    // fStream - STD File I/O Library
4 #include <iostream>   // Iostream - STD I/O Library
5 #include <string>      // String - STD String Library
6
7 #include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
```

```
8#include "RoadRDF.hh"    // Tire Data Processing
9#include "TicToc.hh"     // Processing Time Library
10
11// Main function
12int
13main() {
14
15    try {
16
17        // Instantiate a TicToc object
18        TicToc tictoc;
19
20        std::cout
21            << "MAGIC FORMULA EVALUATION TEST 3 - CHECK TireMF::Move
                FUNCTION\n\n";
22
23        // Load .rdf File
24        RDF::MeshSurface Road;
25        bool checkLoad = Road.LoadFile("./RDF_files/Eight.rdf");
26        RDF_ASSERT( checkLoad, "Error during RDF file reading" );
27
28        // Make a new tire
29        PatchTire::ETRTO Tire;
30        Tire = PatchTire::ETRTO(205, 45, 15);
31
32        // Display current tire data on command line
33        Tire.print(std::cout);
34
35        // Initialize the Magic Formula Tire
36        PatchTire::TireMF MFTire( Tire, Road );
37
38        // Start chronometer
39        tictoc.tic();
40
41        // Move the tire
42        double freq = 10;    // Hz
43        double speed = 7;    // m/s
```

```
44     //RDF::vec3 startpos    = RDF::vec3(0.0, 15.0, 0.26);
45     //RDF::vec3 arrivalpos = RDF::vec3(3.0, 15.0, 0.26);
46     RDF::vec3 startpos      = RDF::vec3(0.0, 0.0, 0.26);
47     RDF::vec3 arrivalpos    = RDF::vec3(5.0, 0.0, 0.26);
48
49     // Move the tire
50     MFTire.Move(startpos, arrivalpos, freq, speed, false);
51
52     // Stop chronometer
53     tictoc.toc();
54
55     // This constructs a duration object using milliseconds
56     std::cout
57         << "Execution time = " << tictoc.elapsed_ms() << " ms\n"
58         << "\nCheck the results...\n"
59         << "\nMAGIC FORMULA TEST 3: Completed\n";
60
61     } catch ( std::exception const & exc ) {
62         std::cerr << exc.what() << '\n';
63     }
64     catch (...) {
65         std::cerr << "Unknown error\n";
66     }
67 }
```


Bibliografia

- [1] Lars Nyborg Egbert Bakker e Hans B. Pacejka. “Tyre Modelling for Use in Vehicle Dynamics Studies”. In: *SAE Transactions* 96 (1987), pp. 190–204. ISSN: 0096736X.
- [2] Juan J. Jiménez, Rafael J. Segura e Francisco R. Feito. “A Robust Segment/-Triangle Intersection Algorithm for Interference Tests. Efficiency Study”. In: *Comput. Geom. Theory Appl.* 43.5 (lug. 2010), pp. 474–492. ISSN: 0925-7721. DOI: 10.1016/j.comgeo.2009.10.001. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.comgeo.2009.10.001>.
- [3] Dick De Waard Karel A. Brookhuis e Wiel H. Janssen. “Behavioural impacts of advanced driver assistance systems—an overview”. In: *European Journal of Transport and Infrastructure Research* 1.3 (2019).
- [4] Matteo Larcher. “Development of a 14 Degrees of Freedom Vehicle Model for Realtime Simulations in 3D Environment”. Master Thesis. University of Trento.
- [5] Anu Maria. “Introduction to modeling and simulation”. In: *Winter simulation conference* 29 (gen. 1997), pp. 7–13.
- [6] Hans Pacejka. *Tire and vehicle dynamics, 3rd Edition*. 2012.
- [7] Georg Rill. *Road vehicle dynamics: fundamentals and modeling*. 2011.