UNIVERSITÁ DI TRENTO

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica

Valutazione *Real-Time* del Contatto Pneumatico/Strada con Algoritmi Dedicati

Relatore:
Prof. Enrico Bertolazzi

Co-relatore:
Dott. Ing. Matteo Ragni

Candidato:
Davide Stocco

Anno Accademico 2019 · 2020

Abstract

The aim of the presented work is to develop a `C++` library to evaluate the interaction forces between tire and road. One result of this thesis is a `C++` program able to work in real-time carrying single/multiple disks tire representation and four *MagicFormula* compatible contact models. The accuracy and real-time execution requirements fulfillment makes the library adequate to a multitude of applications, from advanced controls testing to race car driving simulator.

The tridimensional mapped roads consists at least in thousands of triangles. These are stored in a *Road Data File* (RDF) file (`*.rdf`). All RDF files consist into two parts: in the first part all vertices are declared while in the second part they are connected in order to compose the triangles and the friction coefficient on the triangle face is declared.

As previously mentioned, the tire is represented by means of a single or multiple indeformable disks. The multiple disks representation enhance the contact precision, in fact the evaluation goes along all the section width of the tire. The four contact models which has been developed are able to find all the *MagicFormula* input parameters regarding the tire/road interaction. The most important parameters are relative camber angle, average friction coefficient, intersection area/volume, contact point penetration and its time derivative.

One of the peculiarities of the presented tire/road contact models is that they can detect several different friction coefficient on the tridimensional mapped roads. This means that it is possible to simulate not only the slope and banking angles of a track, but also minor unevenness of the road surface and the different grip conditions. All of these properties make the model a useful tool for most of the *Advanced Driver-Assistance Systems* (ADAS) systems like *Anti-lock Braking System* (ABS) and/or *Electronic Stability Program* (ESP).

The `C++` library was fatherly tested using both the pc it was developed and a professional driving simulator in AnteMotion S.r.l. in order to get some information about the computational complexity and timing.

Indice

Elenco delle figure

Elenco delle tabelle

Introduzione 1

1.1 Obiettivi della tesi

Il presente lavoro di tesi ha preso avvio dalla collaborazione tra il Dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università di Trento e AnteMotion S.r.l., azienda specializzata in realtà virtuale e simulazione *multibody* nel campo *automotive*. In particolare, il modello di veicolo e pneumatico precedentemente studiati da Matteo Larcher nella tesi [4] saranno integrati nel simulatore di guida di AnteMotion. Pertanto, lo sviluppo dei modelli è stato finalizzato a minimizzare i tempi di esecuzione mantenendo invece l'accuratezza. La necessità di sviluppare un algoritmo che calcoli i parametri dell'interazione tra terreno (rappresentato con una *mesh* triangolare) e pneumatico (rappresentato come uno o più dischi indeformabili) getta le basi per il lavoro svolto.

1.2 Stato dell'arte

La simulazione risolve alcuni dei problemi nel mondo della prototipazione riducendo la necessità di costruire prototipi. A differenza della modellazione fisica, che può coinvolgere il sistema reale o una copia in scala di esso, la simulazione è basata sulla tecnologia digitale e utilizza algoritmi ed equazioni per rappresentare il mondo reale al fine di imitare la realtà. Ciò comporta diversi vantaggi in termini di tempo,

costi e sicurezza. Infatti, il modello digitale può essere facilmente riconfigurato e analizzato, al contrario invece del sistema reale [5].

Al giorno d'oggi esistono numerosi modelli di veicolo e pneumatico. Certamente, più semplice è il modello più veloce è la risoluzione delle equazioni costituenti, quindi, a seconda delle applicazioni, dev'essere scelto il modello con la giusta complessità. Per la maggior parte delle applicazioni di guida autonoma, un modello semplice è adeguato a caratterizzare il comportamento del veicolo con un livello di dettaglio sufficiente. Poiché queste analisi sono molto spesso fatte con l'ausilio di *Hardware in the Loop* (HIL), il modello dinamico del veicolo dev'essere risolto in tempo reale con tipico passo di tempo di un millisecondo. Il vincolo di esecuzione in tempo reale implica la scelta di un modello di veicolo che sia velocemente risolvibile, ciò significa che i modelli semplici con pochi parametri, di solito modelli lineari a due ruote, sono particolarmente adatti per questo tipo di applicazioni. Tuttavia, ci sono alcune situazioni che richiedono modelli più dettagliati, come ad esempio l'azione prodotta da un *Advanced Driver-Assistance Systems* (ADAS), ovvero una manovra di sicurezza come l'elusione di un ostacolo o una frenata di emergenza, poiché il veicolo è spinto nella maggior parte dei casi al limite delle sue prestazioni [3]. In queste condizioni di guida si devono tenere conto di molti fattori come ad esempio il comportamento degli pneumatici che, spostandosi nella regione non lineare, fa sì che i fenomeni transitori non siano più trascurabili. Questo implica la necessità di utilizzare un modello più dettagliato di quello utilizzato per la guida in condizioni *standard*.

L'accuratezza dinamica del modello è di grande rilevanza per ricavare previsioni realistiche delle prestazioni del veicolo e del sistema di controllo. È importante notare che modellare in modo esaustivo tutti i sistemi di un'auto sarebbe però un compito estremamente arduo e a talvolta anche impossibile. Esistono quindi modelli empirici come il modello della *Magic Formula* di Hans Pacejka, che cercano di imitare il comportamento reale del sistema. Il calcolo dei parametri di questo tipo di modelli richiede l'interpolazione di un insieme di dati di grandi dimensioni, e può quindi essere numericamente inefficiente o comunque troppo oneroso in termini di tempo.

Lo scopo di questo lavoro si collega a quello già svolto da Matteo Larcher nella tesi [4] in cui, grazie a un modello di veicolo completo con 14 gradi di libertà è stato in grado di catturare con un livello di dettaglio appropriato il comportamento del veicolo quando viene spinto alle massime prestazioni. La necessità di calcolare in

tempo reale gli *input* per il modello di pneumatico scelto in [4] definisce l'obiettivo di questo lavoro. In particolare, lo scopo è quello di implementare una libreria scritta nel linguaggio `C++` che con alcuni *input*, come la denominazione *European Tyre and Rim Technical Organisation* (ETRTO) e la posizione nello spazio dello pneumatico, calcoli i dati relativi al contatto dello stesso con strada.

Descrizione della superficie stradale 2

Oltre allo pneumatico, la superficie stradale rappresenta il secondo importante elemento che definisce il contatto. Perché una superficie stradale possa essere facilmente utilizzata in una simulazione deve essere prima discretizzata. La discretizzazione in questo caso avviene mediante la rappresentazione della superficie stessa in una triangolazione (*mesh*). La *mesh* è contenuta in un *file* di formato RDF, che contiene le posizioni (x, y, z) di ogni vertice e i numeri di identificazione per ognuno dei tre vertici del triangolo, per ogni triangolo.

È importante notare che la discretizzazione del manto stradale è un processo molto importante in quanto, se campionato troppo grossolanamente potrebbe influire negativamente sui risultati dei calcoli per l'estrazione del piano strada locale. In altre parole, una semplificazione eccessiva, potrebbe causare degli errori tali da incorrere in risultati troppo approssimativi e non rispecchianti la realtà. Al contrario, una *mesh* troppo fitta, aumenterebbe inutilmente i calcoli da eseguire, dilatando quindi i tempi di esecuzione. È bene quindi discretizzare più densamente in maniera oculata e solo dove occorre realmente, ovvero in prossimità di cordoli, marciapiedi o qualsiasi tipo di ostacolo che potrebbe influire sulle prestazioni della vettura.

2.1 Il formato RDF per le superfici stradali

2.1.1 Superfici semplici

Sfortunatamente, non esistono *standard* universalmente riconosciuti per il formato RDF. In linea di massima le superfici stradali sono definite nei *Road Data File* (`*.rdf`). Questa tipologia di *file* è composta da varie sezioni, indicate da parentesi quadre.

```
1  { Comments section }
2
3  [UNITS]
4  LENGTH = 'meter'
5  ANGLE = 'degree'
6
7  [MODEL]
8  ROAD\_TYPE = '...'
9
10 [PARAMETERS]
11 ...
```

Nella sezione `[UNITS]`, vengono impostate le unità di misura utilizzate nel *file*. La sezione `[MODEL]` viene invece utilizzata per specificare la morfologia della superfice stradale, che può essere del tipo:

- `ROAD_TYPE = 'flat'`: superficie stradale piana.
- `ROAD_TYPE = 'plank'`: singolo scalino o dosso orientato perpendicolarmente o obliquo rispetto all'asse X, con o senza bordi smussati.
- `ROAD_TYPE = 'poly_line'`: altezza della strada è in funzione della distanza percorsa.
- `ROAD_TYPE = 'sine'`: superficie stradale costituita da una o più onde sinusoidali con lunghezza d'onda costante.

La sezione `[PARAMETERS]` contiene i parametri generali e specifici per il tipo di superficie stradale. Possono essere:

- Generali:
  - `MU`: è il fattore di correzione dell'attrito stradale (non il valore dell'attrito stesso), da moltiplicare con i fattori di ridimensionamento `LMU` del mo-

dello di pneumatico.
Impostazione predefinita: `MU = 1.0`.

- `OFFSET`: è l'offset verticale del terreno rispetto al sistema di riferimento inerziale.
- `ROTATION_ANGLE_XY_PLANE`: è l'angolo di rotazione del piano XY attorno all'asse Z della strada, ovvero la definizione dell'asse X positivo della strada rispetto al sistema di riferimento inerziale.

- Strada con scalino:
  - `HEIGHT`: altezza dello scalino.
  - `START`: distanza lungo l'asse X della strada dell'inizio dello scalino.
  - `LENGTH`: lunghezza dello scalino (escluso lo smusso) lungo l'asse X della strada.
  - `BEVEL_EDGE_LENGTH`: lunghezza del bordo smussato a $45°$ dello scalino.
  - `DIRECTION`: rotazione dello scalino attorno all'asse Z, rispetto all'asse Y della strada.
    Se lo scalino è posizionato trasversalmente, `DIRECTION = 0`. Se lo scalino è posto lungo l'asse X, `DIRECTION = 90`.

- Polilinea:
  Il blocco `[PARAMETERS]` deve avere un sotto blocco chiamato `(XZ_DATA)` e costituito da tre colonne di dati numerici:
  - La colonna 1 è un insieme di valori X in ordine crescente.
  - Le colonne 2 e 3 sono insiemi di rispettivi valori Z per la traccia sinistra e destra.

  Esempio:

```
1  [PARAMETERS]
2  MU = 1.0
3  OFFSET = 0.0
4  ROTATION_ANGLE_XY_PLANE = 0.0
5
6  { X_road  Z_left  Z_right }
7  (XZ_DATA)
8  -1.0e04 0 0
9  0.0500  0 0
10 0.1000  0 0
```

```
11  0.1500  0 0
12  ... ... ...
```

- Sinusoide:
  La strada a superficie sinusoidale è implementata come:

$$z(x) = \frac{H}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi \cdot (x - x_i)}{L}\right)\right) \tag{2.1}$$

  dove
  - z: coordinata verticale della strada;
  - H: altezza;
  - x: posizione attuale;
  - x_i: inizio dell'onda sinusoidale;
  - L: semi-periodo dell'onda sinusoidale.

  I parametri sono:
  - `HEIGHT`: altezza dell'onda sinusoidale.
  - `START`: distanza lungo l'asse X della strada dall'inizio dell'onda sinusoidale.
  - `LENGTH`: lunghezza dell'onda sinusoidale lungo l'asse X della strada.
  - `DIRECTION`: rotazione dell'onda sinusoidale attorno all'asse Z, rispetto all'asse Y della strada.
    Se l'onda sinusoidale è posizionata trasversalmente, `DIRECTION = 0`.
    Se l'onda sinusoidale è posta lungo l'asse X, `DIRECTION = 90`.

2.1.2 Superfici complesse

Sfortunatamente, queste informazioni appena descritte permettono di costruire strade troppo approssimate, che non rispecchiano la realtà. È quindi necessario inserire i risultati della discretizzazione della superficie stradale sopra citati.

Per descrivere la superficie stradale si utilizzerà dunque una *mesh* poligonale. Quest'ultima può essere rappresentata utilizzando diversi metodi per memorizzare i dati dei vertici, bordi e facce. Nel caso specifico si andrà ad utilizzare una rappresentazione del tipo faccia-vertice. La *mesh* faccia-vertice rappresenta un oggetto come un insieme di facce e un insieme di vertici. Questa rappresentazione è generalmente la più utilizzata in quanto permette una ricerca esplicita dei vertici di una faccia e delle facce che circondano un vertice.

Per descrivere una superficie stradale composta da una *mesh* di triangoli si utilizzerà quindi la seguente struttura dati:

- `[NODES]` (Vertici): presenti nella prima sezione, vengono descritti sotto forma di una quartina (id, x, y, z) data dal numero di identificazione e dalle coordinate nello spazio.
- `[ELEMENTS]` (Facce): presenti nella seconda sezione, vengono descritti sotto forma di una quartina (n_1, n_2, n_3, μ) data dai numeri di identificazione dei tre vertici componenti i-esimo triangolo e dal coefficiente di attrito presente nella faccia.

Esempio:

```
1  [NODES]
2  { id x_coord y_coord z_coord }
3  0 2.64637 35.8522 -1.59419e-005
4  1 4.54089 33.7705 -1.60766e-005
5  2 4.52126 35.8761 -1.62482e-005
6  3 2.66601 33.7456 -1.57714e-005
7  4 0.771484 35.8282 -1.56367e-005
8  5 0.791126 33.7206 -1.5465e-005
9  ... ... ... ...
10
11 [ELEMENTS]
12 { n1 n2 n3 mu }
13 1 2 3 1.0
14 2 1 4 1.0
15 5 4 1 1.0
16 ... ... ... ...
```

Ulteriori parametri possono essere aggiunti prima della dichiarazione dei nodi della *mesh*, come ad esempio:

- `X_SCALE`: riscala i punti delle coordinate dei nodi lungo l'asse X;
- `Y_SCALE`: riscala i punti delle coordinate dei nodi lungo l'asse Y;
- `Z_SCALE`: riscala i punti delle coordinate dei nodi lungo l'asse Z;
- `ORIGIN`: definisce la posizione dell'origine del sistema di riferimento della superficie stradale;

- `UP`: definisce la direzione positiva dell'asse Z;
- `[ORIENTATION]`: ruota i punti delle coordinate dei nodi secondo la matrice definita.

Esempio:

```
1  X_SCALE
2  1000.0
3  Y_SCALE
4  1000.0
5  Z_SCALE
6  1000.0
7  ORIGIN
8  0 0 0
9  UP
10 0.0,0.0,1.0
11 ORIENTATION
12 1.0  0.0  0.0
13 0.0  1.0  0.0
14 0.0  0.0  1.0
```

2.2 Analisi sintattico-grammaticale del formato RDF

L'analisi sintattico-grammaticale è un processo che analizza un flusso continuo di dati in ingresso (letti per esempio da un *file*) in modo da determinare la correttezza della sua struttura grazie ad una data grammatica formale. Il programma che esegue questo compito viene chiamato *parser*. Nella maggior parte dei casi l'analisi sintattica opera su una sequenza di *tokens* in cui l'analizzatore lessicale spezzetta l'*input*.

Nel lavoro svolto è stato creato un algoritmo per eseguire l'analisi sintattico-grammaticale dei *file* di tipo RDF. Purtroppo, come precedentemente affermato, non esiste uno *standard* universalmente riconosciuto per questo formato. Creare dunque un *parser* o definire un generatore di *parser* è arduo. Si è quindi optato per la creazione di un programma che rilevi solo i nodi (`[NODES]`), li salvi temporaneamente e, dopo aver immagazzinato anche i dati relativi agli elementi (`[ELEMENTS]`),

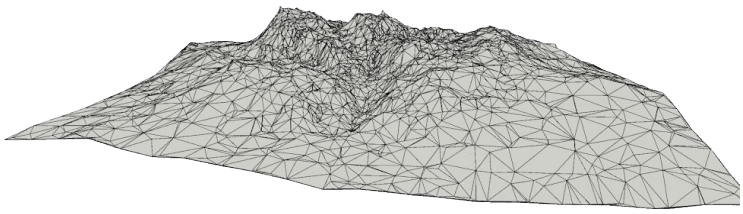


Figura 2.1: Esempio di superficie rappresentata tramite *mesh* triangolare.

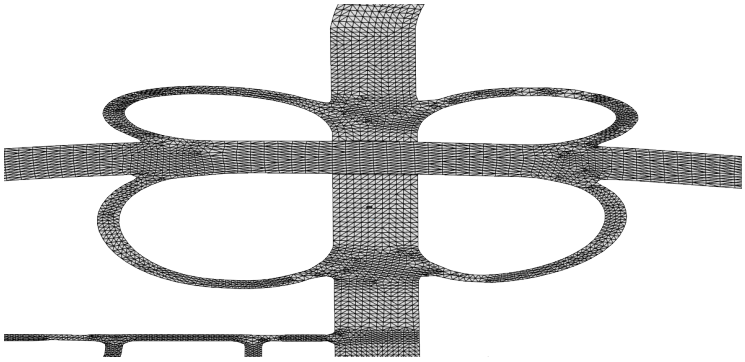


Figura 2.2: Intersezione stradale rappresentata tramite *mesh* triangolare.

istanzi un oggetto di tipo *mesh*, composto dai nodi dichiarati nella sezione degli elementi. Gli altri parametri non sono stati considerati.

Come verrà richiamato nelle conclusioni, l'importanza di definire uno *standard* per il formato RDF è di cruciale importanza. In questo modo si potrà creare un generatore di *parser* con una grammatica e un lessico ben definiti.

Modellizzazione dello pneumatico 3

Gli pneumatici sono probabilmente i componenti più complessi di un'auto in quanto combinano decine di elementi che devono essere formati, assemblati e combinati assieme. Il successo del prodotto finale dipende dalla loro capacità di fondersi in un prodotto coeso e che soddisfi le esigenze del conducente [10]. Essi sono caratterizzati da un comportamento altamente non lineare con una forte dipendenza da diversi fattori costruttivi e ambientali.

3.1 Descrizione geometria dello pneumatico

Quando si fa riferimento ai dati puramente geometrici, viene utilizzata una forma abbreviata della notazione completa prevista dall'ente di normazione ETRTO [12]. Assumendo di avere uno pneumatico generico la notazione che identificherà la geometria sarà del tipo a / b R c, dove:

- a rappresenta la larghezza nominale dello pneumatico nel punto più largo;
- b rappresenta la percentuale dell'altezza della spalla dello pneumatico in relazione alla larghezza dello stesso;
- c rappresenta il diametro dei cerchi ai quali lo pneumatico si adatta.

Si prenda come esempio la seguente denominazione ETRTO: 195/55R16. La larghezza nominale dello pneumatico è di circa 195 mm nel punto più largo, l'altezza della spalla corrisponde al 55% della larghezza − ovvero 107 mm − e il diametro

dei cerchi ai quali lo pneumatico si adatta è di 16 pollici. Con questa notazione è possibile calcolare direttamente il diametro esterno teorico dello pneumatico tramite una delle seguenti formule:

$$\phi_e = \frac{2ab}{25.4} + c \quad [\text{in}] \tag{3.1}$$

$$\phi_e = 2ab + 25.4c \quad [\text{mm}] \tag{3.2}$$

Riprendendo l'esempio usato sopra, il diametro esterno risulterà dunque 24.44 in o 621 mm.
Meno comunemente usata negli USA e in Europa (ma spesso in Giappone) è la notazione che indica l'intero diametro dello pneumatico invece delle proporzioni dell'altezza della spalla laterale, quindi non secondo ETRTO. Per fare lo stesso esempio, un cerchio da 16 pollici ha un diametro di 406 mm, l'aggiunta del doppio dell'altezza dello pneumatico (2×107 mm) produce un diametro totale di 620 mm. Quindi, uno pneumatico 195/55R16 potrebbe in alternativa essere etichettato come 195/620R16. Anche se queste due notazioni sono teoricamente ambigue, in pratica possono essere facilmente distinte perché l'altezza della parete laterale di uno pneumatico automobilistico è in genere molto inferiore alla larghezza. Quindi, quando l'altezza è espressa come percentuale della larghezza, è quasi sempre inferiore al 100% (e certamente meno del 200%). Al contrario, i diametri degli pneumatici del veicolo sono sempre superiori a 200 mm. Pertanto, se il secondo numero è superiore a 200, allora è quasi certo che viene utilizzata la notazione giapponese, se è inferiore a 200 allora viene utilizzata la notazione USA/europea.

3.2 Modelli di pneumatico

Le forze di contatto tra la superficie stradale e lo pneumatico possono essere descritte da un vettore di forza risultante applicato in un punto specifico dell'impronta di contatto e da una coppia risultante, come illustrato nella Figura 3.2.

Come componenti cruciali per la movimentazione dei veicoli e il comportamento di guida, le forze degli pneumatici richiedono particolare attenzione soprattutto perché dev'essere considerato anche il comportamento non stazionario. Attualmente, è possibile suddividere i modelli di pneumatico in tre gruppi:

- modelli matematici;

Figura 3.1: Esempio di misure, secondo la notazione ETRTO, riportate sulla spalla dello pneumatico.

F_x	forza longitudinale
F_y	forza laterale
F_z	forza verticale
T_x	coppia di sovrasterzo
T_y	resistenza al rotolamento
T_z	coppia di autoallineamento

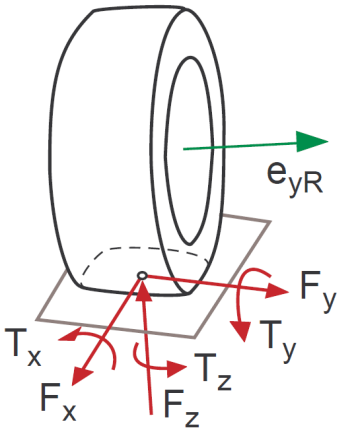


Figura 3.2: Forze e coppie generate dal contatto pneumatico/strada.
Da: Rill, *Road Vehicle Dynamics - Fundamentals and Modeling*.

- modelli fisici;
- combinazione dei precedenti.

La prima tipologia di modello tenta di rappresentare le caratteristiche fisiche dello pneumatico attraverso una descrizione puramente matematica. Pertanto, questo tipo di modelli parte da un insieme di curve caratteristiche ricavate sperimentalmente e cercano di derivare un comportamento approssimativo dall'interpolazione di un grande insieme di dati. Un esempio ben noto di questo approccio è il **modello di Pa-**

cejka o ***Magic Formula*** [8]. Questo tipo di modellazione è adatta per la simulazione di guida in cui il comportamento di interesse è per lo più la manovrabilità del veicolo e le frequenze di uscita sono ben al di sotto delle frequenze di risonanza della cintura dello pneumatico. I modelli fisici o i modelli ad alta frequenza, come i modelli agli elementi finiti, sono in grado di rilevare fenomeni di risonanza a frequenza più elevata. Ciò permette di valutare il comfort di guida di un veicolo. Dal punto di vista del calcolo, i modelli fisici complessi richiedono molto tempo al calcolatore per essere risolti, nonché di molti dati, al contrario dei più veloci modelli matematici, che richiedono un'accurata preelaborazione dei dati sperimentali. La terza tipologia di modelli consiste in un'estensione dei modelli matematici attraverso le leggi fisiche al fine di coprire una gamma di frequenza più ampia.

Il modello di pneumatico sviluppato nel modello di veicolo e il tipo di interfaccia di pneumatico/strada presentato da Matteo Larcher in [4] si basano sulla *Magic Formula* 6.2.

3.2.1 Il modello di Pacejka

Uno dei modelli di pneumatici più utilizzati è il cosiddetto modello *Magic Formula* sviluppato da Egbert Bakker e Pacejka in [1]. Questo modello è stato poi rivisto più volte e l'ultima versione è riportata nella referenza [8]. Il modello *Magic Formula* consiste in una pura descrizione matematica del rapporto *input-output* del contatto pneumatico/strada. Questa formulazione collega le variabili di forza con lo *slip* rigido del corpo. La forma generale della funzione può essere scritta come:

$$y(x) = D\sin\{C\arctan[B(x+S_h) - E(B(x+S_h) - \arctan(B(x+S_h)))]\} + S_v \tag{3.3}$$

dove i fattori rappresentano:

- B la rigidezza;
- C la forma;
- D il valore massimo della forza o coppia;
- E la curvatura in corrispondenza del valore massimo;
- S_v lo spostamento in verticale della curva caratteristica;
- S_h lo spostamento in orizzontale della curva caratteristica.

e dove $y(x)$ può rappresentare la forza longitudinale F_x, la forza laterale F_y o la coppia di autoallineamento M_z, mentre x è la componente di *slip* corrispondente. In

Figura 3.3 sono illustrate le curve caratteristiche generiche degli pneumatici derivate con il metodo della *Magic Formula*.
Per poter utilizzare la *Magic Formula* è necessario conoscere:

- la geometria dello pneumatico;
- lo slittamento (o *slip*);
- la forza verticale applicata allo pneumatico;
- la penetrazione in corrispondenza del punto di contatto ρ e la sua derivata nel tempo $\dot{\rho}$ (calcolate dalla libreria `C++` sviluppata nella tesi);
- l'inclinazione tra piano strada e sistema di riferimento del centro ruota, ovvero l'angolo di camber relativo (calcolato anch'esso dalla libreria `C++` sviluppata).

È proprio nell'inclinazione tra piano strada e sistema di riferimento del centro ruota che si porrà una maggiore attenzione in quanto elemento fondamentale per ricavare l'effettivo punto di contatto dell'interazione pneumatico/strada.

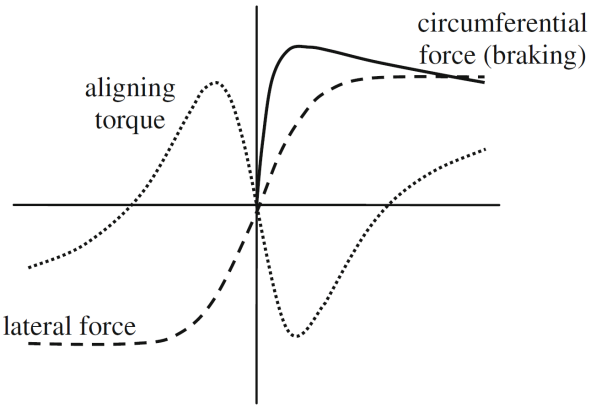


Figura 3.3: Curve caratteristiche generiche degli pneumatici derivate con il metodo della *Magic Formula*.
Da: Schramm, Hiller e Bardini, *Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation*.

3.3 Modelli di contatto con la superficie stradale

Si analizzeranno ora le quattro metodologie di complessità crescente per ricavare l'inclinazione del piano locale e i punti di contatto sulla circonferenza del disco indeformabile P_{MF}, nonché sulla superficie stradale P_{PL} dove effettivamente agiranno le forze ricavate mediante la *Magic Formula* [8]. Dapprima si utilizzerà un metodo a disco singolo presentato in [9], successivamente si passerà ad un modello a più

dischi, così da coprire una superficie stradale maggiore e avere quindi risultati più precisi, soprattutto in prossimità di variazioni repentine del manto stradale.

3.3.1 Modello di pneumatico a disco singolo

3.3.1.1 Contatto di Rill

Piano locale La posizione e l'orientamento della ruota in relazione al sistema fissato a terra sono dati dalla terna di riferimento del ruota RF_{wh}, che viene calcolata istante per istante risolvendo le equazioni dinamiche del sistema ottenuto nel Capitolo 2 in [4]. Supponendo che il profilo stradale sia rappresentato da una funzione arbitraria a due coordinate spaziali del tipo:

$$z = z(x, y) \tag{3.4}$$

su una superficie irregolare, il punto di contatto con il piano locale P_{PL} non può essere calcolato direttamente. Nel metodo a disco singolo presentato in [9] da Rill, come prima approssimazione si identifica un punto di contatto $P^\star$ come una semplice traslazione del centro ruota M:

$$P^\star = M - R_0 \boldsymbol{e}_{zC} \begin{bmatrix} x^\star \\ y^\star \\ z^\star \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

dove R_0 è il raggio dello pneumatico indeformato ed $\boldsymbol{e}_{zC}$ è il vettore unitario che definisce l'asse z_C del sistema di riferimento della ruota.

La prima stima del sistema di riferimento del punto di contatto $RF_{P^\star}$ è una terna con origine in $P^\star$ e la medesima orientazione degli assi del sistema di riferimento della ruota. Si noti dunque che l'origine di $RF_{P^\star}$ corrisponde alla proiezione lungo l'asse z_C del sistema di riferimento della ruota.

$$RF_{P^\star} = \left[\begin{array}{ccc|c} & [R_{RF_{wh}}] & & \begin{matrix} x^\star \\ y^\star \\ z^\star \end{matrix} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \tag{3.6}$$

Al fine di ottenere una buona approssimazione del piano strada locale in termini di inclinazione longitudinale e laterale, sono stati utilizzati i quattro punti di

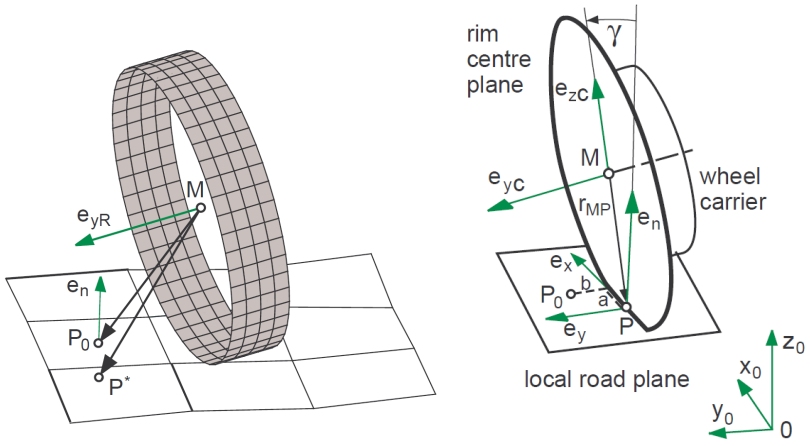


FIGURA 3.4: Geometria del contatto pneumatico-strada.
Da: Rill, *Road Vehicle Dynamics - Fundamentals and Modeling*.

campionamento $(Q_1^\star, Q_2^\star, Q_3^\star, Q_4^\star)$, rappresentati graficamente in Figura 3.5. I punti di campionamento sono definiti nel sistema di riferimento temporaneo del punto di contatto $RF_{P^\star}$; lo spostamento longitudinale e laterale sono definiti dall'origine, ovvero dallo stesso $P^\star$. I vettori di spostamento sono definiti come:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r}_{Q^\star_{1,2}} &= \pm\Delta x \boldsymbol{e}_{xP^\star} = \pm\Delta x \boldsymbol{e}_{xC} \\ \boldsymbol{r}_{Q^\star_{3,4}} &= \pm\Delta y \boldsymbol{e}_{yP^\star} = \pm\Delta y \boldsymbol{e}_{yC} \end{aligned} \tag{3.7}$$

e quindi, i quattro punti di campionamento sono:

$$\begin{aligned} Q^\star_{1,2} &= P^\star \pm \boldsymbol{r}_{Q^\star_{1,2}} = P^\star \pm \Delta x \boldsymbol{e}_{xC} \\ Q^\star_{3,4} &= P^\star \pm \boldsymbol{r}_{Q^\star_{3,4}} = P^\star \pm \Delta y \boldsymbol{e}_{yC} \end{aligned} \tag{3.8}$$

Al fine di campionare il terreno nel modo più efficace possibile, le distanze di Δx e Δy, dell'equazione precedente, vengono regolate in base al raggio indeformato R_0 e alla larghezza B dello pneumatico. I valori di queste due quantità possono essere trovate in [9] e sono $\Delta x = 0.1R_0$ e $\Delta y = 0.3B$. Attraverso questa definizione, si può ottenere un comportamento sufficientemente realistico durante la simulazione.

Ora, la componente z in corrispondenza dei quattro punti campione, viene valutata attraverso la funzione $z(x, y)$ precedentemente definita. Quindi, aggiornando la terza coordinata dei punti di campionamento $Q_i^\star$, si ottengono i corrispondenti punti campione Q_i sulla superficie. La linea fissata dai punti Q_1, Q_2 e Q_3, Q_4, può ora essere utilizzata per definire la normale al piano strada locale (Figura 3.6).

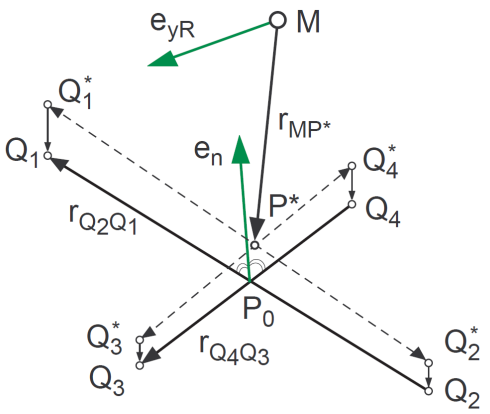


Figura 3.5: Punti campionati nel piano locale della superficie stradale.
Da: Rill, *Road Vehicle Dynamics - Fundamentals and Modeling*.

Pertanto, il vettore normale è definito come:

$$\boldsymbol{e}_n = \frac{\boldsymbol{r}_{Q_1Q_2} \times \boldsymbol{r}_{Q_4Q_3}}{|\boldsymbol{r}_{Q_1Q_2} \times \boldsymbol{r}_{Q_4Q_3}|} \tag{3.9}$$

Ora, i versori $\boldsymbol{e}_x$ ed $\boldsymbol{e}_y$, che descrivono l'inclinazione del piano locale nel possono essere ottenuti dalle seguenti equazioni:

$$\boldsymbol{e}_x = \frac{\boldsymbol{e}_{yC} \times \boldsymbol{e}_n}{|\boldsymbol{e}_{yC} \times \boldsymbol{e}_n|} \qquad \boldsymbol{e}_y = \boldsymbol{e}_n \times \boldsymbol{e}_x \tag{3.10}$$

dove sono $\boldsymbol{r}_{Q_2Q_1}$ e $\boldsymbol{r}_{Q_4Q_3}$ sono i vettori che puntano rispettivamente da Q_1 a Q_2 e da Q_3 a Q_4. Applicando la (3.10) è ora possibile calcolare i vettori unitari $\boldsymbol{e}_x$ e $\boldsymbol{e}_y$ del piano locale di contatto. Per definire univocamente il piano strada, oltre alla normale calcolata in (3.9), viene utilizzato il punto P_n dato dal valore medio delle tre coordinate spaziali dei quattro punti campione.

$$P_n = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{4} x_i \\ \sum_{i=1}^{4} y_i \\ \sum_{i=1}^{4} z_i \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Punti di contatto Infine, è necessario ricondursi alle condizioni tali per cui il modello di Pacejka è valido trovando il punto di contatto sulla circonferenza del disco indeformabile P_{MF} e il punto di contatto sul piano strada locale P_{PL} dove effettivamente agiranno le forze ricavate mediante la *Magic Formula* [8]. Si troverà dapprima la componente della normale al piano strada $\boldsymbol{e}_{n_{XZ}}$ sul piano in cui giace il singolo

disco indeformabile. P_{MF} sarà dunque trovato a partire dal centro ruota M, moltiplicando scalarmente il versore $-\boldsymbol{e}_{n_{XZ}}$ per il raggio del disco indeformabile R_0, ovvero:

$$P_{MF} = M - R_0 \boldsymbol{e}_{n_{XZ}} \tag{3.12}$$

Come illustrato in Figura 3.6, il punto di contatto sul piano strada locale P_{PL} viene invece calcolato sfruttando un algoritmo di intersezione piano-raggio (che si tratterà nel Capitolo 4). P_{PL} giacerà dunque sulla proiezione in direzione $-\boldsymbol{e}_{n_{XZ}}$ del punto M sulla retta individuata dal punto P_n e normale $\boldsymbol{e}_{n_{XZ}}$. Attraverso questi due punti si potrà calcolare la penetrazione ρ dello pneumatico in corrisondenza del punto di contatto:

$$\rho = ||P_{PL} - P_{MF}|| \tag{3.13}$$

e la sua derivata rispetto al tempo $\dot{\rho}$:

$$\dot{\rho} = \frac{\rho_k - \rho_{k-1}}{t} \tag{3.14}$$

È importante notare che sia in questo modello di contatto sia nei modelli successivamente presentati, lo schema per l'*output* di ρ e $\dot{\rho}$ sarà:

$$\begin{aligned} \rho > 0 \quad &\rightarrow \quad \begin{cases} \rho = ||P_{PL} - P_{MF}|| \\ \dot{\rho} = \dfrac{\rho_k - \rho_{k-1}}{t} \end{cases} \\ \rho < 0 \quad &\rightarrow \quad \begin{cases} \rho = 0 \\ \dot{\rho} = 0 \end{cases} \end{aligned} \tag{3.15}$$

Infine si possono unire tutte le componenti del piano di riferimento del punto di contatto P_{MF} ottenendo il relativo sistema di riferimento:

$$RF_{PL} = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & x_{P_{PL}} \\ \left[\boldsymbol{e}_x\right] & \left[\boldsymbol{e}_y\right] & \left[\boldsymbol{e}_z\right] & y_{P_{PL}} \\ & & & z_{P_{PL}} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \tag{3.16}$$

Attraverso questo approccio, la normale del piano strada locale $\boldsymbol{e}_n$ insieme al punto di contatto sul piano strada locale P_{PL} e al punto di contatto sulla circonferenza del disco indeformabile P_{MF}, sono in grado di rappresentare l'irregolarità della strada in modo soddisfacente seppur approssimativo, infatti, bordi taglienti o discontinuità del manto stradale saranno involontariamente filtrate da questo approccio.

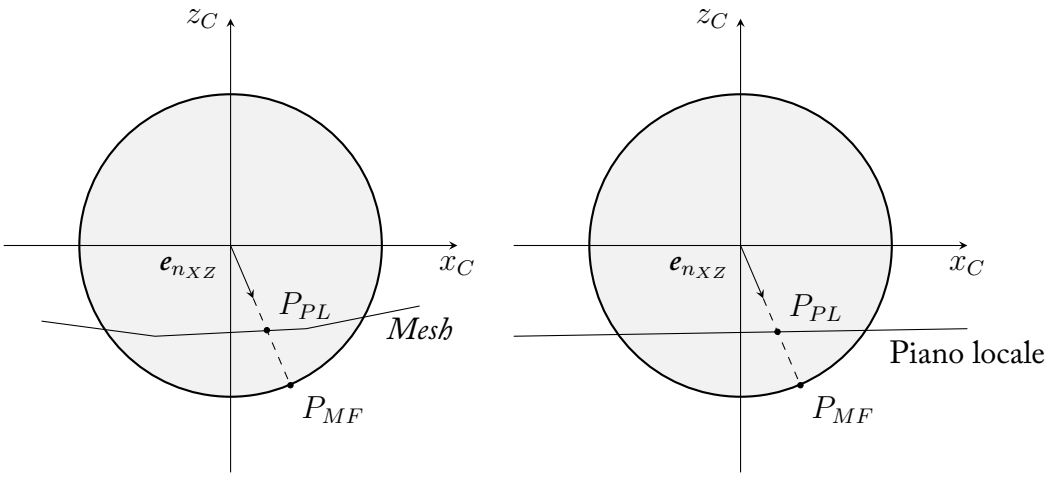


Figura 3.6: Punti di contatto P_{PL} e P_{MF} in relazione alla normale $e_{n_{XZ}}$ e al tipo di terreno.

Nel caso specifico di questo lavoro la superficie stradale non è rappresentata da una funzione del tipo $z(x, y)$ ma da un insieme di triangoli. Questo comporta l'impossibilità di valutare la terza coordinata dei punti di campionamento $Q_i^\star$. Per sopperire a questo problema si utilizzerà l'algoritmo per l'intersezione tra raggio e triangolo presentato nel Capitolo 4. Si definiranno dunque i punti di origine dei raggi direttamente nel sistema di riferimento della ruota RF_{wh} come:

$$\begin{aligned} Q_{1,2}^\star &= M \pm \boldsymbol{r}_{Q_{1,2}^\star} = P^\star \pm \Delta x \boldsymbol{e}_{xC} \\ Q_{3,4}^\star &= M \pm \boldsymbol{r}_{Q_{3,4}^\star} = P^\star \pm \Delta y \boldsymbol{e}_{yC} \end{aligned} \tag{3.17}$$

dai quali partiranno con direzione $-\boldsymbol{e}_{z_C}$ e intersecheranno la *mesh* nei punti Q_1, Q_2, Q_3 e Q_4.

È importante notare che, come mostrato in Figura 3.7 il modello di contatto di Rill non permette di rilevare ostacoli frontali o comunque al di fuori dell'impronta di contatto.

Coefficiente di attrito Il coefficiente di attrito μ viene calcolato come media aritmetica dei coefficienti di attrito ricavati nei quattro punti di contatto:

$$\mu = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{4} \mu_i \tag{3.18}$$

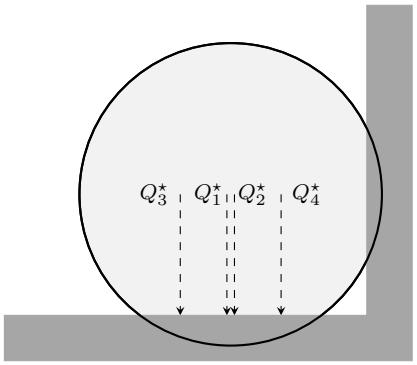


FIGURA 3.7: Ostacolo frontale non rilevato del modello di contatto di Rill.

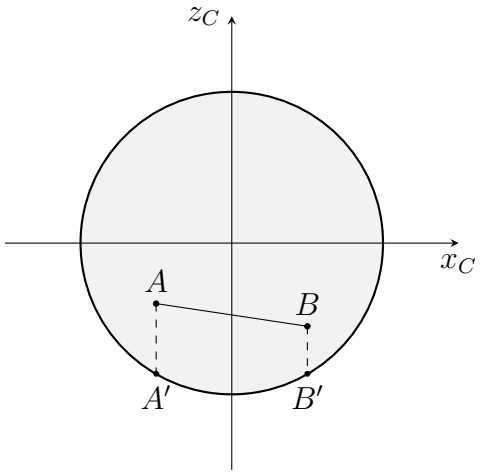


FIGURA 3.8: Dato un generico triangolo che, intersecando il piano in cui giace il disco, crea il segmento dato dai punti A e B, l'area di intersezione è la regione racchiusa dai segmenti $B'B$, AB, AA' e dall'arco di circonferenza $A'B'$.

3.3.1.2 Contatto ponderato in base all'area d'intersezione

Piano locale In alternativa, si può utilizzare un modello di contatto ponderato in base all'area di intersezione. In altre, parole si andrà a valutare triangolo per triangolo l'intersezione con il disco indeformabile. Prima di tutto si intersecherà il triangolo nello spazio con il piano in cui giace il disco trovando dunque un segmento. Successivamente si valuterà l'intersezione di questo segmento con il disco, calcolando l'area tra il segmento stesso e il semicerchio inferiore del disco.

Attraverso questa area si potrà pesare la normale alla faccia del triangolo considerato e quindi effettuare una media ponderata con tutti gli atri triangoli che

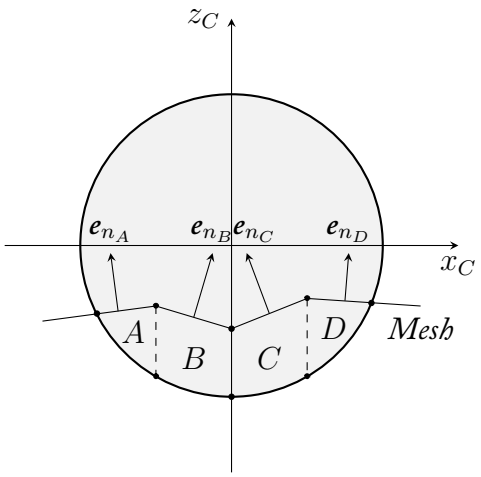


Figura 3.9: I versori normali e_{n_A}, e_{n_B}, e_{n_C} e e_{n_D} vengono ponderati in base all'area delle rispettive regioni d'intersezione A, B, C e D.

intersecano il disco, ovvero:

$$e_n = \frac{1}{A_{tot}} \sum_{i=1}^{N_T} A_i e_{n_i} \tag{3.19}$$

dove:

- N_T è il numero di triangoli all'interno della *Axis Aligned Bounding Box* (AABB) rappresentante l'ombra dello pneumatico;
- e_n è il versore normale risultante;
- e_{n_i} è il versore normale dell'i-esimo triangolo;
- A_i corrisponde all'area tra il segmento creato dall'intersezione piano-triangolo e il semicerchio inferiore del disco dell'i-esimo triangolo.

Questo metodo è ovviamente utilizzabile solo nel caso di strada rappresentata tramite *mesh* triangolare. A differenza dal modello di [9], permette di non approssimare la superficie stradale mediante soli quattro punti e di sfruttare tutti i dati messi a disposizione dalla discretizzazione del manto stradale.

Punti di contatto Per trovare il punto di contatto con la *mesh* P_{PL} e il punto di contatto sulla circonferenza del disco indeformabile P_{MF} precedentemente definiti, si andrà a ripetere l'operazione nella sezione 3.3.1.1 per trovare la componente della normale al piano strada $e_{n_{XZ}}$ sul piano in cui giace il singolo disco indeformabile. A differenza del modello di contatto di Rill, non si ha ora una definizione univoca

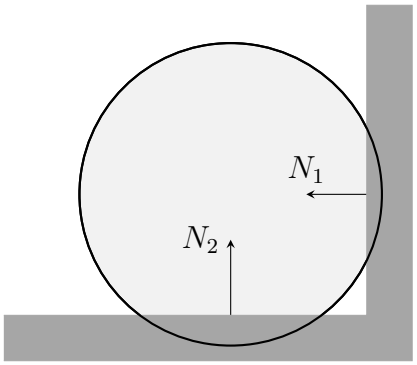


FIGURA 3.10: Ostacolo frontale rilevato del modello di contatto ponderato in base all'area d'intersezione.

del piano strada locale. Infatti, l'unica componente ad ora conosciuta è il versore risultante normale al terreno $\boldsymbol{e}_n$. Per ricavare il punto di contatto sulla circonferenza del disco indeformabile P_{MF} si utilizzerà l'equazione (3.12), mentre per il punto sulla *mesh* P_{PL} si andrà ad utilizzare un algoritmo d'intersezione tra raggio e la superficie stradale, dove l'origine del raggio sarà il centro ruota M e la direzione $-\boldsymbol{e}_{n_{XZ}}$.

È importante notare che, come mostrato in Figura 3.10 il modello di contatto ponderato in base all'area d'intersezione permette di rilevare ostacoli frontali o comunque al di fuori dell'impronta di contatto.

Coefficiente di attrito Il coefficiente di attrito μ viene calcolato come media ponderata tra i coefficienti di attrito μ_i sulle aree d'intersezione A_i dei triangoli i-esimi:

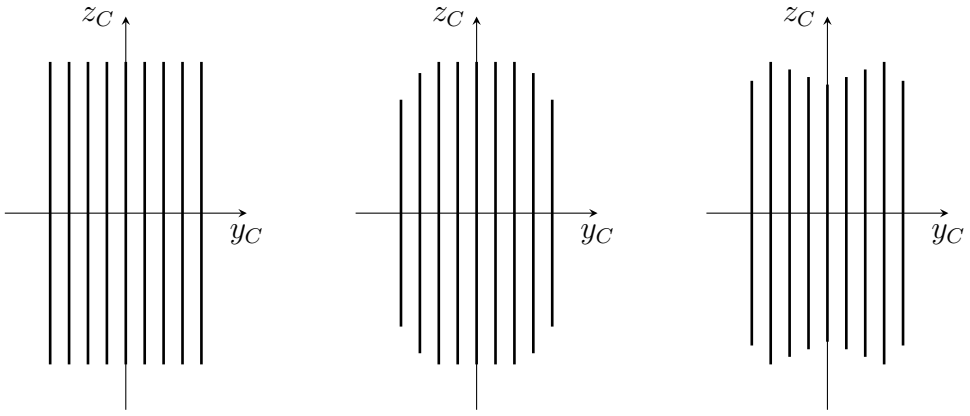
$$\mu = \frac{1}{A_{tot}} \sum_{i=1}^{N_T} \mu_i A_i \tag{3.20}$$

dove:

- N_T è il numero di triangoli all'interno della AABB rappresentante l'ombra dello pneumatico;
- μ è il coefficiente di attrito risultante;
- μ_i è il coefficiente di attrito dell'i-esimo triangolo;
- A_i corrisponde all'area tra il segmento creato dall'intersezione piano-triangolo e il semicerchio inferiore del disco dell'i-esimo triangolo.

3.3.2 Modello di pneumatico a più dischi

In questo modello lo pneumatico sarà rappresentato da più dischi rigidi indeformabili disposti uniformemente lungo la sezione dello stesso. Essi potranno avere raggio uguale o diverso l'uno dall'altro, in modo da rappresentare una forma specifica dello pneumatico.



(a) Raggio uniforme (b) Spalla raccordata (c) Profilo personalizzato

Figura 3.11: Disposizione dei dischi.

Anche se questo modello di pneumatico è costituito da più dischi, il punto di contatto P_{MF} utilizzato per valutare la formula di Pacejka verrà comunque considerato nel disco fittizio giacente sul piano XZ dello pneumatico. Equivalentemente, anche il punto di contatto con la *mesh* P_{PL} verrà considerato nel medesimo piano.

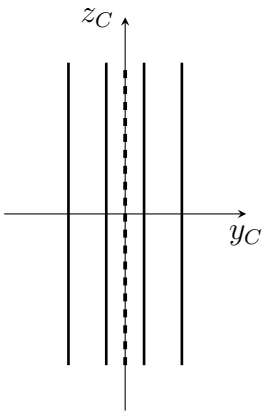


Figura 3.12: Pneumatico rappresentato da dischi a raggio uniforme. Notare il disco fittizio giacente sul piano XZ in linea tratteggiata.

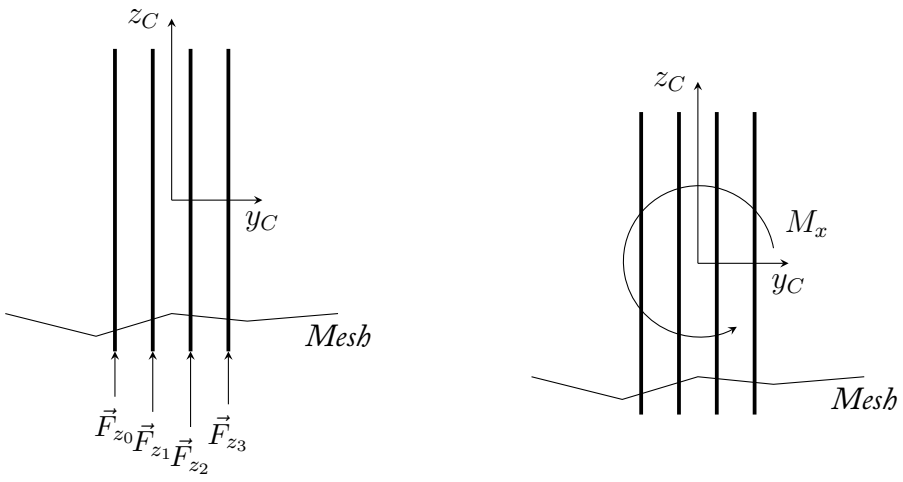


FIGURA 3.13: Momento creato dalla morfologia del terreno.

3.3.2.1 Contatto ponderato in base all'area d'intersezione

Piano locale Analogamente al modello di pneumatico a singolo disco, si può effettuare la stessa operazione su ogni disco per trovare il versore normale risultante $\boldsymbol{e}_{n_{D_j}}$ relativo al contatto del j-esimo disco. La (3.19) diventerà dunque:

$$\boldsymbol{e}_{n_{D_j}} = \frac{1}{A_{D_{tot}}} \sum_{i=1}^{N_T} A_i \boldsymbol{e}_{n_i} \tag{3.21}$$

Per combinare assieme i versori normali $\boldsymbol{e}_{n_{D_j}}$ relativi ai dischi si effettuerà una nuova media ponderata questa volta sull'area totale d'intersezione all'interno del disco. La formula sarà dunque:

$$\boldsymbol{e}_n = \frac{1}{A_{tot}} \sum_{j=1}^{N_D} A_{D_j} \boldsymbol{e}_{n_{D_j}} \tag{3.22}$$

dove:

- N_D è il numero di dischi totali rappresentanti lo pneumatico;
- $\boldsymbol{e}_n$ è il versore normale risultante;
- $\boldsymbol{e}_{n_{D_j}}$ è il versore normale associato al j-esimo disco;
- A_{D_j} corrisponde all'area d'intersezione all'interno del j-disco e sotto la superficie della *mesh*.

Punti di contatto Nel caso di pneumatico rappresentato da più dischi, al fine di dare più robustezza e aderenza alla realtà, si è deciso di adottare un metodo per

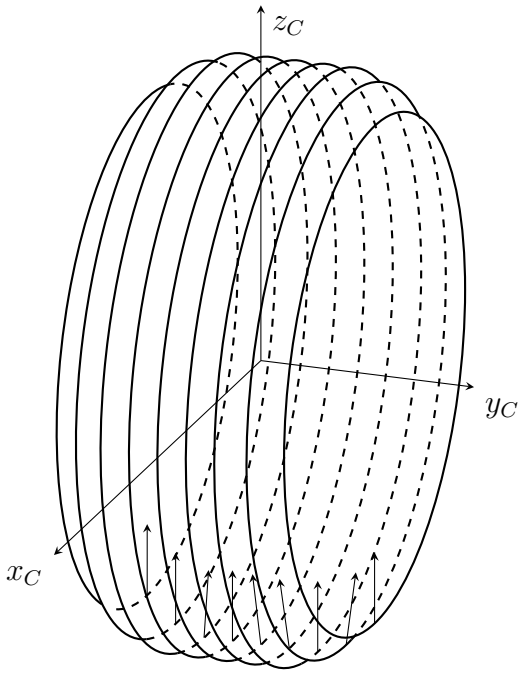


Figura 3.14: Normali associate ai vari dischi dello pneumatico.

calcolare il punto di contatto differente da quello utilizzato nella sezione 3.3.1.1. In altre parole, una volta ottenute le penetrazioni con la strada di ogni disco con il metodo presentato nella sezione 3.3.1.1, si andrà a combinarle con una nuova media media ponderata sull'area totale d'intersezione all'interno del disco. La formula sarà dunque:

$$\rho = \frac{1}{A_{tot}} \sum_{j=1}^{N_D} A_{D_j} \rho_j \tag{3.23}$$

dove:

- N_D è il numero di dischi totali rappresentanti lo pneumatico;
- ρ è la penetrazione pneumatico/strada risultante;
- ρ_j è la penetrazione con la srada del j-esimo disco;
- A_{D_j} corrisponde all'area d'intersezione all'interno del j-disco e sotto la superficie della *mesh*.

Avendo ora a disposizione la penetrazione pneumatico/strada risultante si calcolerà il punto di contatto sul piano strada P_{PL} giacente sul piano mediano XZ dello pneumatico. Si troverà dapprima la componente della normale al piano strada

$\boldsymbol{e}_{n_{XZ}}$ sul piano in cui giace il singolo disco indeformabile. P_{PL} sarà dunque trovato a partire dal centro ruota M come:

$$P_{PL} = M - (R_0 - \rho)\boldsymbol{e}_{n_{XZ}} \tag{3.24}$$

Il punto P_{MF} viene calcolato nel medesimo modo utilizzato nella sezione 3.3.1.1.

3.3.2.2 Contatto tramite campionamento

Piano locale Nel caso in cui la densità della *mesh* sia troppo alta, effettuare il calcolo per il modello di contatto ponderato in base all'area d'intersezione precedentemente presentato, può essere molto dispendioso in termini di tempo di calcolo. Per alleviare a questo problema, se il numero di triangoli è superiore ad un certo numero, si andrà a campionare la *mesh* triangolare in corrispondenza del piano in cui giacciono i dischi. In particolare, per campionare la *mesh* si sfrutterà l'algoritmo di intersezione tra raggio e triangolo che verrà presentato nel Capitolo 4. Attraverso questo algoritmo, supponendo che il raggio abbia la stessa direzione dell'asse z_C, si andranno a memorizzare le normali alle facce dei triangoli campionati. Il versore normale risultante $\boldsymbol{e}_n$ non verrà più calcolato mediante una media ponderata ma bensì attraverso una semplice media aritmetica tra tutte le normali dei punti campionati lungo il disco.

Per combinare assieme i versori normali $\boldsymbol{e}_{n_{D_j}}$ relativi ai dischi si effettuerà una nuova media ponderata questa volta sull'area totale d'intersezione all'interno del disco. In questo caso l'area del j-esimo disco viene calcolata come piano individuato dalla normale $\boldsymbol{e}_{n_{D_j}}$ e dal punto P_{PL_j}, calcolato come media dei punti di campionamento del disco. La formula sarà dunque:

$$\boldsymbol{e}_n = \frac{1}{A_{tot}} \sum_{j=1}^{N_D} A_{D_j} \boldsymbol{e}_{n_{D_j}} \tag{3.25}$$

dove:

- N_D è il numero di dischi totali rappresentanti lo pneumatico;
- $\boldsymbol{e}_n$ è il versore normale risultante;
- $\boldsymbol{e}_{n_{D_j}}$ è il versore normale associato al j-esimo disco;
- A_{D_j} corrisponde all'area d'intersezione all'interno del j-disco e sotto la superficie della *mesh*.

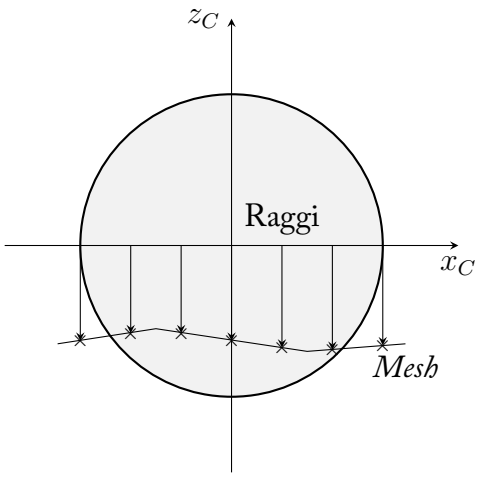


Figura 3.15: Campionamento della *mesh* triangolare in corrispondenza del piano in cui giace l'i-esimo disco. I raggi partono dall'asse x_C in direzione z_C.

Punti di contatto Avendo ora a disposizione il versore normale risultante $\boldsymbol{e}_n$, si possono trovare i punti P_{MF} e P_{PL} adottando il medesimo metodo utilizzato nella sezione 3.3.2.1, sempre tenendo conto che entrambi i punti giaceranno sul disco fittizio corrispondente al piano XZ della ruota.

Coefficiente di attrito Il coefficiente di attrito del singolo disco μ_{D_j} viene calcolato come media aritmetica dei coefficienti di attrito ricavati nei suoi punti di campionamento:

$$\mu_{D_j} = \frac{1}{N_C} \sum_{i=1}^{N_C} \mu_i \tag{3.26}$$

dove N_C è il numero dei punti di campionamento per singolo disco.

Per combinare assieme i coefficienti di attrito μ_D relativi ai dischi si effettuerà una nuova media ponderata pesata questa volta sull'area totale d'intersezione all'interno del disco. La formula sarà dunque:

$$\mu = \frac{1}{A_{tot}} \sum_{j=0}^{N_D} A_{D_j} \mu_{D_j} \tag{3.27}$$

dove:

- N_D è il numero di dischi totali rappresentanti lo pneumatico;
- μ è il coefficiente di attrito risultante;
- μ_{D_j} è il coefficiente di attrito associato al j-esimo disco;

- A_{D_j} corrisponde all'area d'intersezione all'interno del j-disco e sotto la superficie della *mesh*.

Algoritmi usati nella modellazione 4

4.1 Struttura ad albero di tipo "*Bounding Volume Hierarchy*"

Una *Bounding Volume Hierarchy* (BVH) è una struttura ad albero su un insieme di oggetti geometrici. Tutti gli oggetti geometrici sono raccolti in volumi di delimitazione [1] che formano i nodi fogliari dell'albero. Questi nodi vengono quindi raggruppati come piccoli insiemi e racchiusi in volumi di delimitazione più grandi. Questi, a loro volta, sono ancora raggruppati e racchiusi in altri volumi di delimitazione più grandi in modo ricorsivo, risultando infine in una struttura ad albero con un singolo volume di delimitazione nella parte superiore dell'albero. Le strutture BVH vengono utilizzate per supportare in modo efficiente diverse operazioni su insiemi di oggetti geometrici, come ad esempio il rilevamento delle collisioni.

Il confinamento degli oggetti nei volumi di delimitazione e l'esecuzione di test di collisione su di essi, prima di effettuare il test della geometria dell'oggetto stesso, comporta una semplificazione del problema e un miglioramenti significativi delle prestazioni. Organizzando i volumi di delimitazione in una strutture BVH, la complessità temporale (il numero di test eseguiti) può essere ridotta logaritmicamente nel numero di oggetti. Con una tale struttura, durante i test di collisione, i vo-

[1] Un volume di delimitazione per un oggetto è un volume chiuso che contiene completamente l'oggetto stesso.

lumi secondari non devono essere esaminati se i loro volumi principali non sono intersecati.

4.1.1 Struttura di tipo "*Minimum Bounding Box*"

In geometria, il rettangolo minimo o più piccolo (o *Minimum Bounding Box* (MBB)) per racchiudere un insieme di punti S in N dimensioni è il rettangolo con la misura più piccola (area, volume o iper-volume in dimensioni superiori) all'interno del quale si trovano tutti i punti. Il termine iper-rettangolo (o più semplicemente *box*) deriva dal suo utilizzo nel sistema di coordinate cartesiane, dove viene effettivamente visualizzato come un rettangolo (caso bidimensionale), parallelepipedo rettangolare (caso tridimensionale), ecc. Nel caso bidimensionale viene chiamato rettangolo di delimitazione minimo.

4.1.1.1 Struttura di tipo "*Axis Aligned Bounding Box*"

Il MBB allineato agli assi (AABB) per un determinato set di punti è il rettangolo di delimitazione minimo soggetto al vincolo che i bordi del rettangolo sono paralleli agli assi cartesiani. È costituito da N intervalli ciascuno dei quali è definito da un valore minimo e un valore massimo della coordinata corrispondente per i punti in S.

I rettangoli di delimitazione minimi allineati all'asse vengono utilizzati per determinare la posizione approssimativa di un oggetto e come descrittore molto semplice della sua forma. Ad esempio, nella geometria computazionale e nelle sue applicazioni, quando è necessario trovare intersezioni di oggetti in primo esame si valuteranno le intersezioni tra i loro AABB. Questa operazione consente infatti di escludere rapidamente i controlli delle coppie che sono molto distanti.

4.1.1.2 Struttura di tipo "*Arbitrarily Oriented Bounding Box*"

Il MBB orientato arbitrariamente (*Arbitrarily Oriented Bounding Box* (AOBB)) è il rettangolo di delimitazione minimo, calcolato senza vincoli di orientazione.

4.1.1.3 Struttura di tipo "*Object Oriented Bounding Box*"

Nel caso in cui un oggetto abbia un proprio sistema di coordinate locale, può essere utile memorizzare un rettangolo di selezione relativo a questi assi, che non richiede

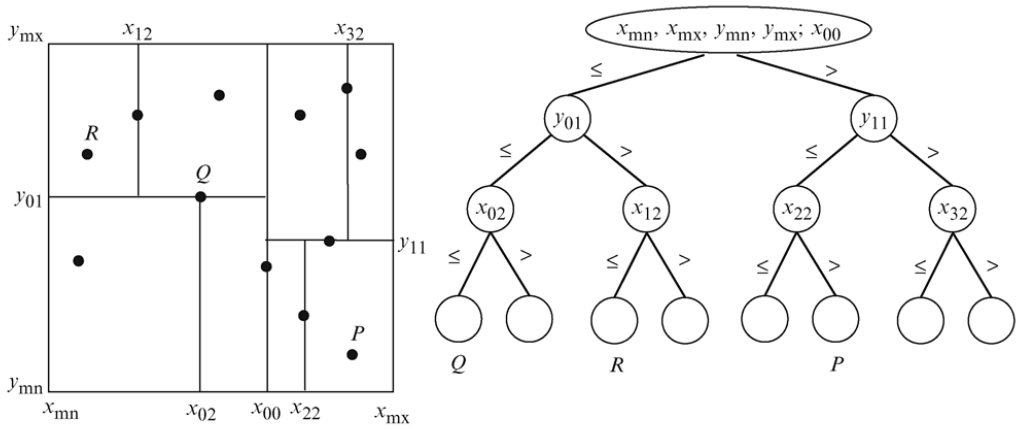


FIGURA 4.1: Esempio di albero di tipo AABB.

alcuna trasformazione quando cambia l'orientazione dell'oggetto stesso.

4.1.2 Intersezione tra alberi di tipo AABB

Per il rilevamento delle collisioni tra oggetti in due dimensioni, l'intersezione tra alberi di tipo AABB è l'algoritmo più veloce per determinare se le due entità di gioco si sovrappongono o meno, e in che parti. Nello specifico, vengono controllate le posizioni delle *i*-esime *Bounding Box* (BB) nello spazio delle coordinate bidimensionali per vedere se si sovrappongono.

Il vincolo di allineamento dei rettangoli agli assi è presente per motivi di prestazioni, infatti, l'area di sovrapposizione tra due rettangoli non ruotati può essere controllata solo tramite confronti logici. I riquadri ruotati richiedono invece ulteriori operazioni trigonometriche, che sono più lente da calcolare. Inoltre, se si hanno entità che possono ruotare, le dimensioni dei rettangoli e/o sotto-rettangoli dovranno modificarsi in modo da avvolgere ancora l'oggetto, altrimenti si dovrà optare per un altro tipo di geometria di delimitazione, come le sfere (che sono invarianti alla rotazione).

Volendo intersecare due semplici BB, quali

$$A = [\texttt{A.minX}, \texttt{A.maxX}, \texttt{A.minY}, \texttt{A.maxY}]$$
$$B = [\texttt{B.minX}, \texttt{B.maxX}, \texttt{B.minY}, \texttt{B.maxY}]$$

verrà usata la seguente funzione:

```
1  function intersect(A,B) {
2    return (A.minX <= B.maxX && A.maxX >= B.minX) &&
3           (A.minY <= B.maxY && A.maxY >= B.minY)
4  }
```

Volendo intersecare un albero di oggetti tipo AABB e una semplice AABB, basterà ripetere a più step la funzione precedente lungo i rami dell'albero. Una volta arrivati a una o più foglia avremo tutti gli oggetti che sono posti in corrispondenza della BB. Nel caso specifico del lavoro svolto gli oggetti trovati saranno i triangoli costituenti la *mesh*. Questi triangoli verranno poi utilizzato per determinare il piano strada locale e il punto di contatto.

Nel caso specifico, l'ombra dello pneumatico sarà rappresentata con una BB tridimensionale che racchiuderà lo stesso nello spazio. Essa avrà dimensioni pari a $\phi_e \times \phi_e \times W_{battistrada}$ e rappresenterà il massimo ingombro dello pneumatico. Si andrà quindi a orientare questa BB tridimensionale nello spazio con la stessa orientazione del sistema di riferimento del centro ruota. Una volta ruotata si ricaverà nel piano XY del sistema di riferimento assoluto:

- la AABB bidimensionale relativa alla faccia superiore della BB tridimensionale prima citata (ombra della faccia superiore);
- la AABB bidimensionale relativa alla faccia inferiore della BB tridimensionale prima citata (ombra della faccia inferiore);
- la AABB bidimensionale relativa a tutta la BB tridimensionale prima citata (ombra totale dello pneumatico).

In altre parole, una volta effettuata l'analisi sintattico-grammaticale del *file* RDF, verrà calcolato l'albero di tipo AABB relativo alla *mesh*. Lo pneumatico si muoverà dunque all'interno della *mesh* e la sua ombra totale verrà ricalcolata e intersecata con l'albero AABB per ottenere in tempo reale tutti i triangoli in corrispondenza della stessa.

È importante notare che il metodo appena visto, presenta numerosi vantaggi quali:

- la riduzione logaritmica del numero di comparazioni da effettuare per ottenere l'intersezione AABB-albero AABB. Infatti, dato che la *mesh* può conte-

nere decine di migliaia di triangoli il vantaggio apportato sarà di particolare importanza.
- la riduzione del numero di triangoli da processare per ottenere il piano strada locale e il punto di contatto virtuale dello pneumatico. Infatti, vengono solamente processati quelli posti in corrispondenza dell'ombra dello pneumatico.

4.2 Algoritmi di tipo geometrico

La geometria computazionale è la branca dell'informatica che studia le strutture dati e gli algoritmi efficienti per la soluzione di problemi di natura geometrica e la loro implementazione al calcolatore. Storicamente, è considerato uno dei campi più antichi del calcolo, anche se la geometria computazionale moderna è uno sviluppo più recente. I progressi compiuti nei campi computer grafica, del *Computer-Aided Design* (CAD), del *Computer-Aided Manufacturing* (CAM) e nella visualizzazione matematica sono la ragione principale per lo sviluppo della geometria computazionale. Ad oggi, le sue applicazioni si trovano nella robotica, nella progettazione di circuiti integrati, nella visione artificiale, nel *Computer-Aided Engineering* (CAE) e nel *Geographic Information Systems* (GIS). I rami principali della geometria computazionale sono:

- *Calcolo combinatorio* (o *geometria algoritmica*), che si occupa di oggetti geometrici come entità discrete. Ad esempio, può essere utilizzato per determinare il poliedro o il poligono più piccolo che contiene tutti i punti forniti, o più formalmente, dato un insieme di punti, si deve determinare il più piccolo insieme convesso che li contenga tutti (problema dell'inviluppo convesso).
- *Geometria di calcolo* numerica (o *Computer-Aided Geometric Design* (CAGD)), che si occupa principalmente di rappresentare oggetti del mondo reale in forme adatte per i calcoli informatici nei sistemi CAD e CAM. Questo ramo può essere considerato uno sviluppo della geometria descrittiva ed è spesso ritenuto un ramo della computer grafica o del CAD. Entità importanti di questo ramo sono superfici e curve parametriche, come ad esempio le *Spline*, *curve di Bézier*, *B-Spline*, ….

In questo capitolo saranno trattati tutti gli algoritmi che verranno utilizzati in seguito durante l'analisi geometrica dell'intersezione tra pneumatico e superficie stradale.

Questi algoritmi sono la soluzione di alcuni semplici ma molto importanti problemi, che devono essere risolti in modo efficiente. In particolare, le intersezioni tra:

- punto e segmento (nel piano);
- punto e cerchio (nel piano);
- segmento e circonferenza (nel piano);
- piano e piano (nello spazio);
- piano e segmento (nello spazio);
- piano e raggio (nello spazio);
- piano e triangolo (nello spazio);
- raggio e triangolo (nello spazio).

Essi saranno esaminati al fine di trovare la massima prestazione in termini di efficienza computazionale.

4.2.1 Intersezione tra entità geometriche

4.2.1.1 Intersezione punto-segmento

Dato un punto $P = (x_p, y_p)$ e un segmento definito dai punti $A = (x_A, y_B)$ e $B = (x_B, y_B)$.

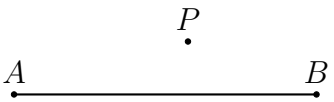


Figura 4.2: Schema del problema di intersezione punto-segmento

Per determinare se il punto P è interno al segmento si eseguiranno i seguenti step:

1. creazione di un vettore $\overrightarrow{AB}$ e di un vettore $\overrightarrow{AP}$;
2. calcolo del prodotto vettoriale $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{PA}$, se il modulo del vettore risultante è nullo allora il punto P appartiene al segmento considerato;
3. calcolo del prodotto scalare tra $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AP}$, se è nullo allora $P \equiv A$, se è pari al modulo di $\overrightarrow{AB}$ allora il $P \equiv B$, se è compreso tra 0 il modulo di $\overrightarrow{AB}$, allora il punto P giace all'interno del segmento considerato.

Lo pseudocodice che esegue questo tipo di test è riportato in Figura 4.4

(a) *Output* di tipo `integer` (b) *Output* di tipo `bool`

FIGURA 4.3: Schemi per l'*output* dell'intersezione punto-segmento.

Output di tipo `integer`

```
1  if ( AB.cross(AP) > epsilon )
2    { return 0; }
3  KAP = AB.dot(AP);
4  if ( KAP < -epsilon )
5    { return 0; }
6  if ( abs(KAP) < epsilon  )
7    { return 1; }
8  KAB = AB.dot(AB);
9  if ( KAP > KAB )
10   { return 0; }
11 if ( abs(KAP-KAB) < epsilon )
12   { return 2; }
13 return 3;
```

Output di tipo `bool`

```
1  if ( AB.cross(AP) > epsilon )
2    { return false; }
3  KAP = AB.dot(AP);
4  if ( KAP < -epsilon )
5    { return false; };
6  if ( abs(KAP) < epsilon )
7    { return true; }
8  KAB = AB.dot(AB);
9  if ( KAP > KAB )
10   { return false; }
11 if ( abs(KAP-KAB) < epsilon )
12   { return true; }
13 return true;
```

FIGURA 4.4: Schema dello pseudocodice per l'intersezione punto-segmento.

4.2.1.2 Intersezione punto-cerchio

Data una circonferenza con centro $C = (x_c, y_c)$ e raggio r, il problema consiste nel trovare se un generico punto $P = (x_p, y_p)$ è all'interno, all'esterno o corrispondente alla circonferenza.

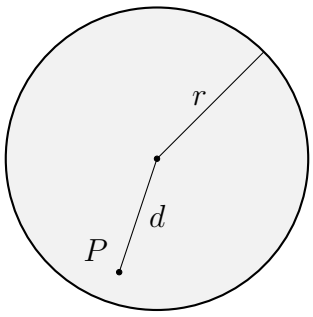


FIGURA 4.5: Schema del problema di intersezione punto-cerchio.

La soluzione al problema è semplice: la distanza tra il centro della circonferenza

C e il punto P è data dal teorema di Pitagora, ovvero:

$$d = \sqrt{(x_p - x_c)^2 + (y_p - y_c)^2} \tag{4.1}$$

Il punto P è dunque interno alla circonferenza se $d < r$, appartiene alla circonferenza se $d = r$ ed esterno alla circonferenza se $d > r$. In maniera analoga ma più efficace da punto di vista computazionale si può confrontare d^2 con r^2. Il punto P è dunque interno alla circonferenza se $d^2 < r^2$, appartiene alla circonferenza se $d^2 = r^2$ ed esterno alla circonferenza se $d^2 > r^2$. Pertanto, il confronto finale sarà tra il numero $(x_p - x_c)^2 + (y_p - y_c)^2$ e r^2.

Gli *inputs* dell'algoritmo per l'intersezione punto-cerchio sono:

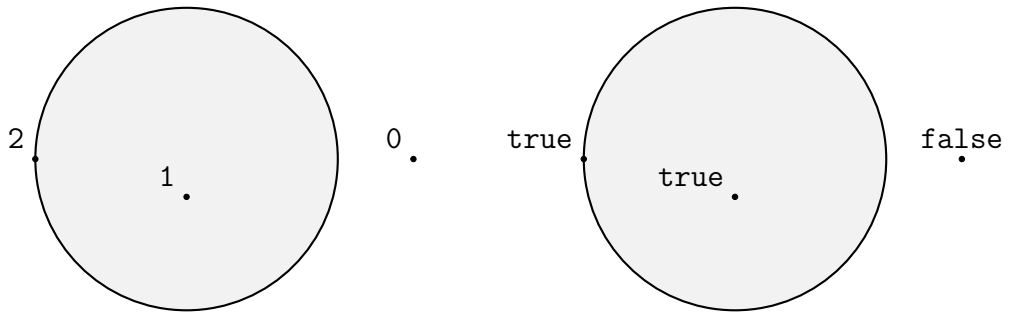
- il centro della circonferenza $C = (x_c, y_c)$;
- il raggio della circonferenza r;
- il punto generico da analizzare $P = (x_p, y_p)$.

L'*output* può essere un intero il cui valore risulta:

- `0` se il punto è esterno alla circonferenza;
- `1` se il punto è interno alla circonferenza;
- `2` se il punto appartiene alla circonferenza.

Il valore in *output* può essere anche una variabile booleana il cui valore è:

- `false` se il punto è esterno alla circonferenza;
- `true` se il punto è interno o appartiene alla circonferenza.



(a) *Output* di tipo `integer` (b) *Output* di tipo `bool`

Figura 4.6: Schemi per l'*output* dell'intersezione punto-cerchio.

Output di tipo `integer`

```
d = (x_p-x_c)^2 + (y_p-y_c)^2;
if ( d > r^2 ){ return  0; }
else if ( d < r^2 ){ return 1; }
else { return 2; }
```

Output di tipo `bool`

```
d = (x_p-x_c)^2 + (y_p-y_c)^2;
if ( d > r^2 ){ return  true; }
else { return false; }
```

FIGURA 4.7: Schema dello pseudocodice per l'intersezione punto-cerchio.

4.2.1.3 Intersezione segmento-circonferenza

Per l'intersezione di un segmento, avente punto iniziale e finale rispettivamente in P_0 e P_1, con una circonferenza, avente centro $C = (x_c, y_c)$ e raggio r, è necessario prima di tutto riscrivere le equazioni di entrambe le entità. Il segmento viene momentaneamente riscritto come una retta del tipo:

$$ax + by = c \tag{4.2}$$

mentre la circonferenza come:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2 \tag{4.3}$$

Assumendo che il centro C sia posto sull'origine, la precedente equazione si può semplificare come:

$$x^2 + y^2 = r^2 \tag{4.4}$$

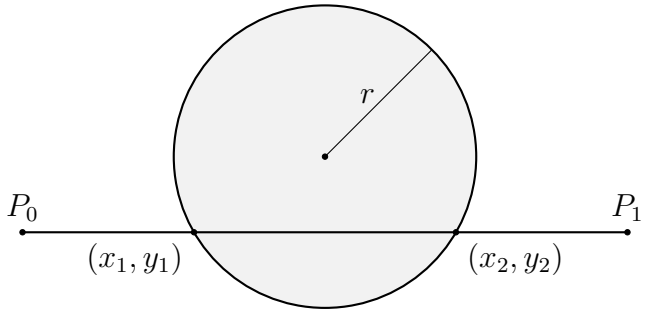


FIGURA 4.8: Schema del problema di intersezione punto-circonferenza.

Per trovare i termini a, b e c è necessario calcolare la direzione del segmento come differenza tra il punto finale e iniziale del segmento:

$$\vec{d} = P_1 - P_0 \tag{4.5}$$

È neccessario anche trovare il vettore tra l'origine e il punto P_1:

$$\vec{P}_{O1} = P_1 - O \tag{4.6}$$

I termini a, b e c saranno quindi pari a:

$$\begin{aligned} a =& \vec{d} \cdot \vec{d} \\ b =& 2(\vec{d} \cdot \vec{P}_{O1}) \\ c =& \vec{P}_{O1} \cdot \vec{P}_{O1} - r^2 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Risolvere l'equazione 4.2 per x o y è ora molto semplice. Basta infatti sostituirla nell'equazione 4.4 per ottenere le soluzioni (x_1, y_1) e (x_2, y_2) con:

$$x_{1/2} = \frac{ac \pm b\sqrt{r^2(a^2 + b^2) - c^2}}{a^2 + b^2} \tag{4.8}$$

oppure:

$$y_{1/2} = \frac{bc \mp a\sqrt{r^2(a^2 + b^2) - c^2}}{a^2 + b^2} \tag{4.9}$$

Se $r^2(a^2 + b^2) - c^2 \geq 0$ vale come una disuguaglianza stretta, esistono due punti di intersezione. Se invece vale $r^2(a^2 + b^2) - c^2 = 0$, allora esiste solo un punto di intersezione e la linea è tangente alla circonferenza. Se la disuguaglianza debole non regge, la linea non interseca la circonferenza.

Dal punto di vista del codice, l'*output* può essere un intero il cui valore può risultare:

- `0` se la linea non interseca la circonferenza;
- `1` se la linea interseca la circonferenza in un solo punto, ovvero è tangente;
- `2` se la linea interseca la circonferenza in due punti.

Una volta ottenute il numero di intersezioni e le soluzioni (x_1, y_1) e (x_2, y_2) bisognerà controllare che queste siano all'interno del segnemto individuato inizialemnte dai punti P_0 e P_1. Per questo motivo si utilizzerà l'algoritmo di intersezione punto-segmento visto precedentemente in 4.2.1.1.

4.2.1.4 Intersezione piano-piano

Nello spazio delle coordinate tridimensionali, due piani P_1 e P_2 o sono paralleli o si intersecano creando una singola retta L. Sia P_i con $i = 1, 2$ descritto da un punto V_i e un vettore normale $\vec{n}_i$. L'equazione implicita del piano sarà dunque:

$$\vec{n}_i \cdot P + d_i = 0 \tag{4.10}$$

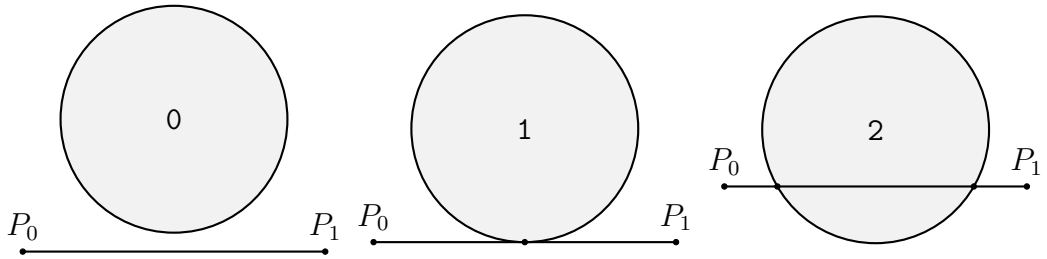


FIGURA 4.9: Schemi per l'*output* dell'intersezione segmento-cerchio.

```
1  a = d · d;
2  b = 2 * (d · P_01);
3  c = P_01 · P_01 - r^2;
4  discriminant = r^2 * (a^2 + b^2) - c^2;
5  if ( a <= epsilon || discriminant < 0.0 ) {
6    IntPt_1 = (quiteNaN, quiteNaN);
7    IntPt_2 = (quiteNaN, quiteNaN);
8    return 0;
9  } else if ( abs(discriminant) < epsilon ) {
10   t = - b / (2 * a);
11   IntPt_1 = P_1 + t * d;
12   IntPt_2 = (quiteNaN, quiteNaN);
13   return 1;
14 } else {
15   t = (-b + sqrt(discriminant)) / (2 * a);
16   IntPt_1 = P_1 + t * d;
17   t = (-b - sqrt(discriminant)) / (2 * a);
18   IntPt_2 = P_1 + t * d;
19   return 2;
20 }
```

FIGURA 4.10: Schema dello pseudocodice per l'intersezione segmento-cerchio.

dove $P = (x, y, z)$. I piani P_1 e P_2 sono paralleli ogni volta che i loro normali vettori $\vec{n}_1$ e $\vec{n}_2$ sono paralleli. Questo equivale alla condizione che $\vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = 0$. Quando i piani non sono paralleli, $\vec{u} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$ è il vettore di direzione della linea di intersezione L. Si noti che $\vec{u}$ è perpendicolare sia a $\vec{n}_1$ che a $\vec{n}_2$, e quindi è parallelo a entrambi i piani.

Dopo aver calcolato $\vec{n}_1 \times \vec{n}_2$, per determinare univocamente la linea di intersezione, è necessario trovare un punto di essa. Cioè, un punto $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ che si trova in entrambi i piani. Si può trovare una soluzione comune delle equazioni implicite per P_1 e P_2. Ci sono solo due equazioni nelle tre incognite poiché il punto

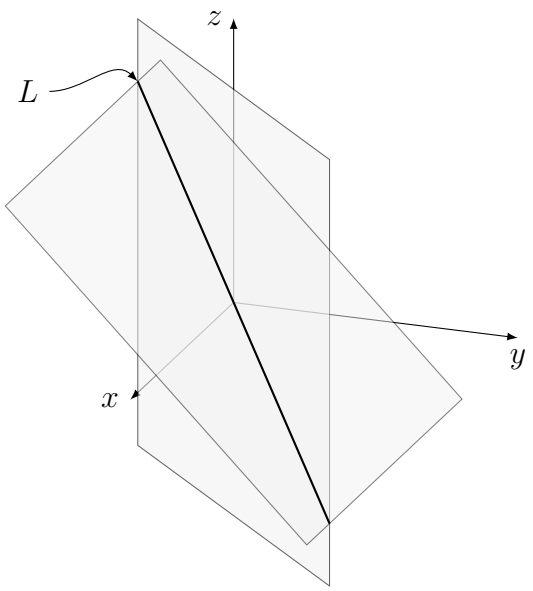


Figura 4.11: Schemi del problema di intersezione piano-piano.

P_0 può trovarsi ovunque sulla linea monodimensionale L. Quindi è necessario aggiungere un altro vincolo per determinare un P_0. Esistono diversi modi per farlo, il più semplice è attraverso l'aggiunta di un terzo piano P_3 avente equazione implicita $\vec{n}_3 \cdot P = 0$ dove $\vec{n}_3 = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$ e $d_3 = 0$ (ovvero passa attraverso l'origine). Questo metodo è funzionante poiché:

- L è perpendicolare a P_3 e quindi lo interseca;
- i vettori $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$ e $\vec{n}_3$ sono linearmente indipendenti.

Pertanto, i piani P_1, P_2 e P_3 si intersecano in un unico punto P_0 che deve trovarsi su L.

Nello specifico, la formula per l'intersezione di tre piani è:

$$P_0 = \frac{-d_1(\vec{n}_2 \times \vec{n}_3) - d_2(\vec{n}_3 \times \vec{n}_1) - d_3(\vec{n}_1 \times \vec{n}_2)}{\vec{n}_1 \cdot (\vec{n}_2 \times \vec{n}_3)} \tag{4.11}$$

e ponendo $d_3 = 0$ per P_3, si ottiene:

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{-d_1(\vec{n}_2 \times \vec{n}_3) - d_2(\vec{n}_3 \times \vec{n}_1)}{\vec{n}_1 \cdot (\vec{n}_2 \times \vec{n}_3)} = \frac{(d_2\vec{n}_1 - d_1\vec{n}_2) \times \vec{n}_3}{(\vec{n}_1 \times \vec{n}_2) \cdot \vec{n}_3} \\ &= \frac{(d_2\vec{n}_1 - d_1\vec{n}_2) \times \vec{u}}{|\vec{u}|^2} \end{aligned} \tag{4.12}$$

pertanto l'equazione parametrica per la retta L sarà:

$$L(s) = \frac{(d_2\vec{n}_1 - d_1\vec{n}_2) \times \vec{u}}{|\vec{u}|^2} + s\vec{u} \tag{4.13}$$

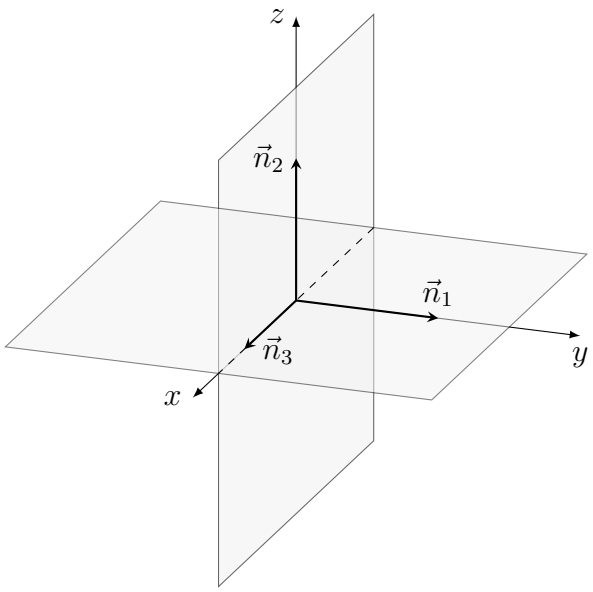


FIGURA 4.12: Vettori dei piani P_1, P_2 e della retta L.

dove $\vec{u} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$.

```
1  u = n_1 × n_2;
2  if ( u.norm() > epsilon ) {
3    d_1 = - V_1 · n_1;
4    d_2 = - V_2 · n_2;
5    u_1 = d_1 * n_1;
6    u_2 = - d_2 * n_2;
7    P_0 = (u1 + u2) × u / (u · u);
8    return true;
9  } else {
10   return false;
11 }
```

FIGURA 4.13: Schema dello pseudocodice per l'intersezione piano-piano.

4.2.1.5 Piano-Segmento e Piano-Raggio

Nello spazio delle coordinate tridimensionali, una linea L può essere o parallela a un piano P o può intersecarlo in un singolo punto. Sia L data dall'equazione parametrica:

$$P(t) = P_0 + t(P_1 - P_0) = P_0 + t\vec{u} \tag{4.14}$$

mentre il piano P sia dato da un punto V_0 appartenente ad esso e da un vettore normale $\vec{n} = (a, b, c)$. Per prima cosa è necessario controllare se L è parallelo a P verificando se $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$, il che significa che il vettore di direzione della linea $\vec{u}$ è perpendicolare al piano normale $\vec{n}$. Se questo è vero, allora L e P sono paralleli e non si intersecano, oppure L giace totalmente nel piano P. Disgiunzione o coincidenza possono essere determinate controllando se in P esiste un punto specifico di L, per esempio P_0, ovvero se soddisfa l'equazione di linea implicita:

$$\vec{n} \cdot (P_0 - V_0) = 0 \tag{4.15}$$

Se la linea e il piano non sono paralleli, allora L e P si intersecano in un unico punto $P(t_I)$. Nel punto di intersezione, il vettore $P(t) - V_0 = \vec{w} + t\vec{u}$ è perpendicolare a $\vec{n}$, dove $\vec{w} = P_0 - V_0$. Ciò equivale alla condizione del prodotto scalare:

$$\vec{n} \cdot (\vec{w} + t\vec{u}) = 0 \tag{4.16}$$

Risolvendo si ottiene:

$$t_I = -\frac{\vec{n} \cdot \vec{w}}{\vec{n} \cdot \vec{u}} = -\frac{\vec{n} \cdot (V_0 - P_0)}{\vec{n} \cdot (P_1 - P_0)} \tag{4.17}$$

Se la linea L è un segmento finito da P_0 a P_1, è sufficiente verificare che $0 \leq t_I \leq 1$ per dimostrare che vi sia un'intersezione tra il segmento e il piano. Per raggio, c'è invece un'intersezione con il piano quando $t_I \geq 0$.

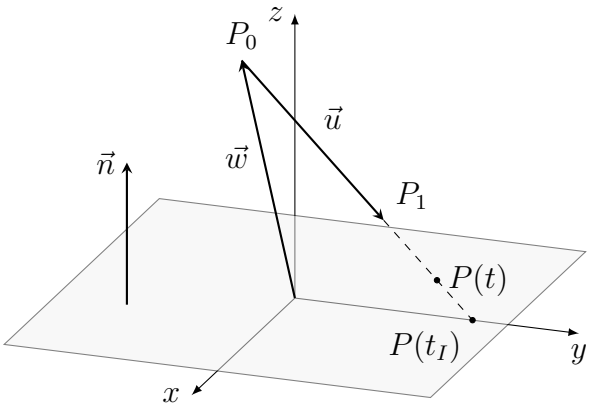


Figura 4.14: Vettori dei piani P_1, P_2 e della retta L.

4.2.1.6 Intersezione piano-triangolo

Per risolvere l'intersezione piano triangolo basta usare la soluzione precedentemente trovata per il problema dell'intersezione tra piano e segmento. Nello specifico, basta

```
1  u = P_1 - P_0;
2  t = n · (V_0 - P_0) / (u · n);
3  if ( t >= 0 && t <= 1 ) {
4    P_tI = P_0 + u * t;
5    return true;
6  } else {
7    return false;
8  }
```

FIGURA 4.15: Schema dello pseudocodice per l'intersezione piano-segmento.

trattare i lati del triangolo come tre segmenti distinti e per ognuno di esso applicare la funzione per l'intersezione piano-segmento. Vi saranno tre possibili soluzioni:

- il triangolo non viene intersecato dal piano;
- il triangolo viene intersecato dal piano in uno dei suoi tre vertici;
- il triangolo viene intersecato dal piano, formando quindi due punti d'intersezione nel suo perimetro;
- il triangolo giace nel piano intersecante (vengono considerati 3 punti di intersezione).

```
1  if ( intersectSegmentPlane( N, P, V_0, V_1, IntPt_1 ))
2  { IntPts.push_back(IntPt1); }
3  if ( intersectSegmentPlane( N, P, V_1, V_2, IntPt2 ))
4  { IntPts.push_back(IntPt2); }
5  if ( intersectSegmentPlane( N, P, V_2, V_0, IntPt3 ))
6  { IntPts.push_back(IntPt3); }
7  if ( IntPts.size() > 0 )
8  { return true; }
9  else
10 { return false; }
```

FIGURA 4.16: Schema dello pseudocodice per l'intersezione piano-triangolo.

4.2.1.7 Intersezione raggio-triangolo

Dato un triangolo avente vertici (A, B, C) e un raggio R con origine R_O e direzione $\vec{R}_D$, il problema consiste nel capire se il raggio colpisce o meno il triangolo e, in tal caso, trovare il punto di intersezione P. Negli ultimi decenni, sono stati proposti numerosi algoritmi per risolvere questo problema, esistono quindi diverse soluzioni

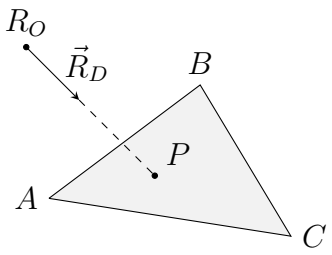


Figura 4.17: Schema del problema di intersezione raggio-triangolo.

al problema di intersezione raggio-triangolo. Tre degli algoritmi più importanti sono:

- l'algoritmo di *Badouel*;
- l'algoritmo di *Segura*;
- l'algoritmo di *Möller* e *Trumbore*.

Come Jiménez, Segura e Feito afferma in [2], l'algoritmo di Möller-Trumbore è il più veloce quando il piano normale e/o il piano di proiezione non sono stati precedentemente memorizzati, come nel caso specifico di questa tesi.

La teoria alla base di questo algoritmo è spiegata estensivamente in [6]. In particolare, l'algoritmo sfrutta la parametrizzazione di P, il punto di intersezione, in termini delle coordinate baricentriche, ovvero:

$$P = wA + uB + vC \tag{4.18}$$

Dato che $w = 1 - u - v$, si può quindi scrivere:

$$P = (1 - u - v)A + uB + vC \tag{4.19}$$

e sviluppando si ottiene:

$$P = A - uA - vA + uB + vC = A + u(B - A) + v(C - A) \tag{4.20}$$

Si noti che $(B-A)$ e $(C-A)$ sono i bordi AB e AC del triangolo ABC. L'intersezione P può anche essere scritta usando l'equazione parametrica del raggio:

$$P = R_O + t\vec{R}_D \tag{4.21}$$

dove t è la distanza dall'origine del raggio all'intersezione P. Sostituendo P nell'equazione 4.20 con l'equazione del raggio si ottiene:

$$\begin{aligned} R_O + t\vec{R}_D &= A + u(B - A) + v(C - A) \\ O - A &= -tD + u(B - A) + v(C - A) \end{aligned} \tag{4.22}$$

Sul membro a sinistra si hanno le tre incognite (t, u, v) moltiplicate per tre termini noti $(B-A, C-A, D)$. Si può riorganizzare questi termini e presentare l'equazione 4.22 usando la seguente notazione:

$$\begin{bmatrix} -D & (B-A) & (C-A) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = R_O - A \tag{4.23}$$

Si immagini ora di avere un punto P all'interno del triangolo. Se si trasforma il triangolo in qualche modo (ad esempio traslandolo, ruotandolo o scalandolo), le coordinate del punto P espresse nel sistema di coordinate cartesiane tridimensionali (x, y, z) cambieranno. D'altra parte, se si esprime la posizione di P usando le coordinate baricentriche, le trasformazioni applicate al triangolo non influenzeranno le coordinate baricentriche del punto di intersezione. Se il triangolo viene ruotato, ridimensionato, allungato o traslato, le coordinate (u, v) che definiscono la posizione di P rispetto ai vertici (A, B, C) non cambieranno. L'algoritmo di Möller-Trumbore sfrutta proprio questa proprietà. Infatti, gli autori hanno definito un nuovo sistema di coordinate in cui le coordinate di P non sono definite in termini di (x, y, z) ma in termini di (u, v). La somma tra le coordinate baricentriche non può essere maggiore di 1 ($u + v \leq 1$), infatti esprimono le coordinate dei punti definiti all'interno di un triangolo unitario, ovvero un triangolo definito nello spazio (u, v) dai vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$.

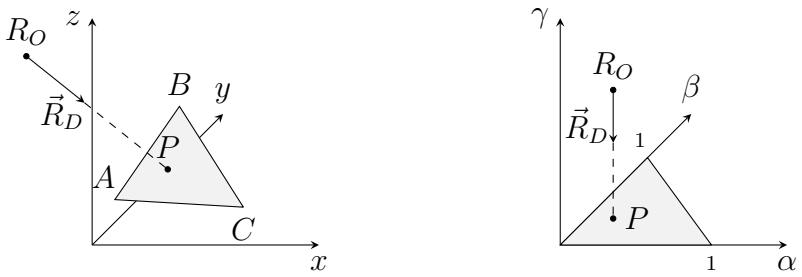


Figura 4.18: Cambiamento di coordinate nell'algoritmo di Möller-Trumbore.

Geometricamente, si è appena chiarito il significato di u e v. Si consideri ora l'elemento t. Esso è il terzo asse del sistema di coordinate u e v appena introdotto. Si sa inoltre che t esprime la distanza dall'origine del raggio a P, il punto di intersezione. Si è quindi creato un sistema di coordinate che consentirà di esprimere univocamente la posizione del punto d'intersezione P in termini di coordinate baricentriche e distanza dall'origine del raggio a quel punto sul triangolo.

Möller e Trumbore spiegano che la prima parte dell'equazione 4.23 (il termine $O - A$) può essere vista come una trasformazione che sposta il triangolo dalla sua posizione spaziale mondiale originale all'origine (il primo vertice del triangolo coincide con l'origine). L'altro lato dell'equazione ha l'effetto di trasformare il punto di intersezione dallo spazio (x, y, z) nello spazio (t, u, v) come spiegato precedentemente.

Per risolvere l'equazione (4.23), Möller e Trumbore hanno usato la regola di Cramer. La regola di Cramer fornisce la soluzione a un sistema di equazioni lineari mediante dei determinanti. La regola afferma che se la moltiplicazione di una matrice M per un vettore colonna X è uguale a un vettore colonna C, allora è possibile trovare X_i (l'i-esimo elemento del vettore colonna X) dividendo il determinante di M_i per il determinante di M. Dove M_i è la matrice formata sostituendo la sua colonna di M con il vettore colonna C. Usando questa regola si ottiene:

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{\begin{vmatrix} -D & E_1 & E_2 \end{vmatrix}} \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} T & E_1 & E_2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -D & T & E_2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -D & E_1 & T \end{vmatrix} \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

dove $T = O - A$, $E_1 = B - A$ ed $E_2 = C - A$. Il prossimo passo è trovare un valore per questi quattro determinanti. Il determinante (di una matrice 3×3) non è altro che un triplo prodotto scalare, quindi si può riscrivere l'equazione precedente come:

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \frac{1}{(D \times E_2) \cdot E_1} \begin{bmatrix} (T \times E_1) \cdot E_2 \\ (D \times E_2) \cdot T \\ (T \times E_1) \cdot D \end{bmatrix} = \frac{1}{P \cdot E_1} \begin{bmatrix} Q \cdot E_2 \\ P \cdot T \\ Q \cdot D \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

dove $P = (D \times E_2)$ e $Q = (T \times E_1)$. Come si può vedere ora è facile trovare i valori t, u e v.

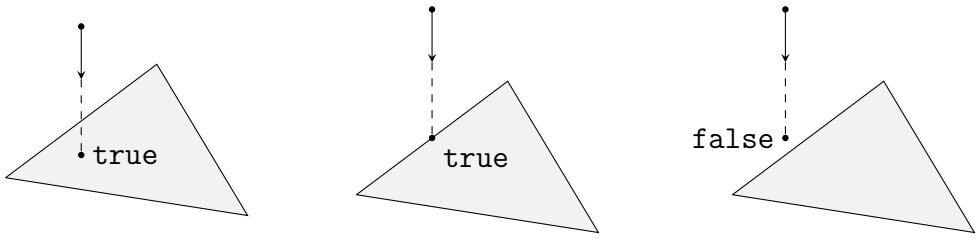


FIGURA 4.19: Schemi per l'*output* dell'intersezione punto-cerchio.

```
1  E_1 = B - A;
2  E_2 = C - A;
3  A = R_D × E_2;
4  D = A · E_1;
5  if ( D > epsilon ) {
6    T = R_O - A;
7    u = A · T;
8    if ( u < 0.0 || u > D ) return false;
9    B = T × E_1;
10   v = B · R_D;
11   if (v < 0.0 || u + v > D) return false;
12 } else if ( D < -epsilon ) {
13   T = R_O - A;
14   u = A · T;
15   if (u > 0.0 || u < D) return false;
16   B = T × E_1;
17   v = B · R_D;
18   if ( v > 0.0 || u + v < D ) return false;
19 } else {
20   return false;
21 }
22 t = ( B · E_2 ) / D;
23 if ( t > 0.0 ) {
24   P = Q + D * t;
25   return true;
26 } else {
27   return false;
28 }
```

FIGURA 4.20: Schema dello pseudocodice per l'intersezione raggio-triangolo con *back-face culling*.

La libreria TireGround 5

5.1 Organizzazione

La libreria TireGround è stata organizzata in due parti, la prima gestisce la superficie stradale mentre la seconda gestisce i modelli di contatto dello pneumatico. Si sviluppa all'interno dell'omonimo *namespace* TireGround nel quale vengono inoltre dichiarati con typedef alcuni tipi che verranno utilizzati nelle due sottosezioni. Verranno ora riportate le informazioni di maggior rilievo per ognuna delle due parti della libreria.

5.1.1 Gestione della superficie stradale

La gestione della superficie stradale avviene all'interno del *namespace* RDF. In quest'ultimo vengono raccolti alcuni tipi dichiarati con typedef presenti solo nel *namespace* RDF. Lo spazio dei nomi RDF contiene tutti le classi e la funzioni per gestire e processare la *mesh* a partire dal *file* in formato RDF.

BBox2D Questa classe contiene tutte le informazioni per definire, manipolare e processare una AABB bidimensionale. Consiste nella descrizione geometrica dell'oggetto BB. I metodi più importanti di questa classe sono i seguenti.

- clear – elimina il dominio della BB settando tutti i quattro valori su quietNaN.

- `updateBBox2D` – aggiorna il dominio della BB settando i suoi valori secondo il massimo ingombro dato dai tre vertici nello spazio tridimensionale in *input*.

Tipo	Nome	*Getter*	*Setter*	Descrizione
`real_type`	`Xmin`	•	•	X_{min} della AABB
`real_type`	`Ymin`	•	•	Y_{min} della AABB
`real_type`	`Xmax`	•	•	X_{max} della AABB
`real_type`	`Ymax`	•	•	Y_{max} della AABB

Tabella 5.1: Attributi della classe `BBox2D`.

`Triangle3D` Questa classe contiene tutte le informazioni geometriche per definire, manipolare e processare un triangolo con vertici nello spazio tridimensionale. Consiste nella descrizione geometrica dell'oggetto triangolo. I metodi più importanti di questa classe sono:

- `Normal` – calcola la normale alla faccia del triangolo.
- `intersectRay` – interseca il triangolo con una data semiretta (detta anche raggio), definita da direzione e punto di origine, e ne calcola il punto di intersezione.
- `intersectPlane` – interseca il triangolo con un dato piano, definito da normale e punto noto e ne calcola i punti di intersezione.

Tipo	Nome	*Getter*	*Setter*	Descrizione
`vec3`	`Vertices[3]`	•	•	Vertici del triangolo
`vec3`	`Normal`	•	•	Normale al triangolo
`BBox2D`	`TriangleBBox`	•	•	AABB del triangolo

Tabella 5.2: Attributi della classe `Triangle3D`.

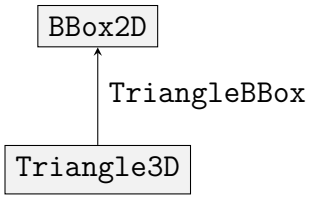


Figura 5.1: Diagramma delle collaborazioni per la classe `Triangle3D`.

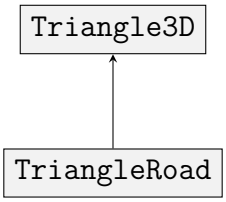


Figura 5.2: Diagramma dell'ereditarietà per la classe `Triangle3D`.

`TriangleRoad` Questa classe contiene tutte le informazioni geometriche e non geometriche per definire e manipolare un triangolo con vertici nello spazio tridimensionale rappresentante la superficie stradale. È derivato dalla classe `Triangle3D` e ha inoltre un attributo che permette di descrivere il coefficiente di attrito nella faccia. I metodi più importanti sono ereditati dalla classe `Triangle3D`. [h!]

Tipo	Nome	*Getter*	*Setter*	Descrizione
`real_type`	`Friction`	•	•	Coefficiente di attrito μ

Tabella 5.3: Attributi della classe `TriangleRoad`.

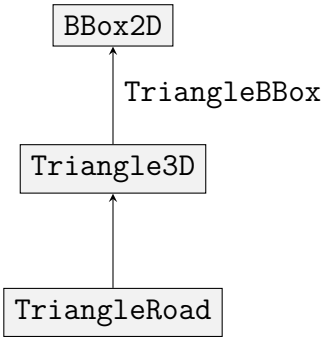


Figura 5.3: Diagramma delle collaborazioni per la classe `TriangleRoad`.

`MeshSurface` Questa classe contiene il vettore di puntatori di tipo `std::shared_ptr` alle istanze della classe `TriangleRoad` che vengono create durante l'analisi

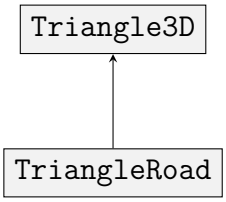


Figura 5.4: Diagramma dell'ereditarietà per la classe `TriangleRoad`.

sintattico-grammaticale del *file* RDF. Inoltre, contiene il vettore di puntatori alle BB di tipo `PtrBBox`, necessario per calcolare l'albero di tipo AABB. Quest'ultimo esiste come ulteriore attributo della classe sotto forma di puntatore `PtrAABB`. I metodi più importanti di questa classe sono:

- `set` – copia la *mesh* da un'altra già esistente.
- `LoadFile` – effettua l'analisi sintattico-grammaticale del *file* dato come *input* e crea le istanze `TriangleRoad` che costituiscono la *mesh*.
- `updateIntersection` – interseca l'albero di tipo AABB della *mesh* con un altro albero esterno di tipo AABB e ne restituisce il vettore dei puntatori di tipo `std::shared_ptr` alle istanze della classe `TriangleRoad` che vengono intersecate.

Tipo	Nome	*Getter*	*Setter*	Descrizione
`TriangleRoad_list`	`Friction`	•		Vettore dei triangoli
`std::vector<PtrBBox>`	`PtrBBoxVec`	•		Vettore delle BB
`PtrAABB`	`PtrTree`	•		Albero di tipo AABB

Tabella 5.4: Attributi della classe `MeshSurface`.

5.1.2 Gestione dei modelli di pneumatico

La gestione dei modelli di contatto dello pneumatico avviene nel *namespace* `TireGround`. Quest'ultimo contiene tutti le classi e la funzioni per gestire l'intersezione tra lo pneumatico e la *mesh* a partire dalla conoscenza di quest'ultima, della geometria e della posizione dello pneumatico.

`Disk` Questa classe contiene tutte le informazioni geometriche per definire e manipolare un disco nello spazio tridimensionale. Consiste nella descrizione geometrica e nel posizionamento dello spazio delle coordinate tridimensionali dell'oggetto disco (il disco viene rappresentato nel sistema di riferimento dello pneumatico). I metodi più importanti di questa classe sono:

- `isPointInside` – controlla se un punto generico nello spazio bidimensionale, definito dal piano in cui giace lo stesso disco, si trova all'interno o all'esterno della circonferenza.

- `intersectSegment` – trova i punti di intersezione tra la circonferenza esterna del disco e un segmento bidimensionale, che dev'essere definito nel piano in cui giace lo stesso disco. L'intero di *output* fornisce il numero di punti di intersezione.
- `intersectPlane` – interseca il disco con un piano definito da normale e punto noto. In *output* fornisce l'entità geometrica creata dall'intersezione sotto forma di punto noto e direzione della retta.
- `contactTriangles` – funzione in *overloading* che consente di ottenere il versore normale e coefficiente attrito medi ponderati sull'area, nonché l'area di contatto stessa all'interno del singolo disco a partire da una serie di triangoli.
- `contactPlane` – funzione in *overloading* che consente di ottenere l'area di contatto all'interno del singolo disco dato un piano.

Tipo	**Nome**	***Getter***	***Setter***	**Descrizione**
`vec2`	`OriginXZ`	•	•	Coordinate XZ del disco
`real_type`	`OffsetY`	•	•	Coordinata Y del disco
`real_type`	`Radius`	•	•	Raggio del disco

Tabella 5.5: Attributi della classe `Disk`.

`ETRTO` Questa classe contiene tutte le informazioni necessarie per definire geometricamente uno pneumatico secondo la normativa ETRTO. Consiste nella descrizione geometrica dell'oggetto pneumatico in termini di larghezza totale e di diametro esterno indeformato. Come visto nel Capitolo 3 attraverso la nomenclatura ETRTO (e.g. 205/65R16) è infatti possibile risalire a tutte le informazioni geometriche che definiscono, anche se in maniera grossolana, lo pneumatico.

Tipo	**Nome**	***Getter***	***Setter***	**Descrizione**
`real_type`	`SectionWidth`	•	•	Larghezza dello pneumatico
`real_type`	`AspectRatio`	•	•	Rapporto percentuale H/W
`real_type`	`RimDiameter`	•	•	Diametro del cerchione
`real_type`	`SidewallHeight`	•		Altezza della spalla
`real_type`	`TireDiameter`	•		Diametro dello pneumatico

Tabella 5.6: Attributi della classe `ETRTO`.

`ReferenceFrame` Questa classe contiene tutte le informazioni per definire e manipolare una terna di riferimento nello spazio tridimensionale. Consiste nel posizionamento dello spazio del sistema di riferimento. I metodi più importanti di questa classe sono:

- `setTotalTransformationMatrix` – posiziona nello spazio il sistema di riferimento grazie alla matrice di trasformazione 4×4 fornita come *input*.
- `getEulerAngleX` – ottiene l'angolo creato dalla rotazione attorno all'asse Y del sistema di riferimento locale rispetto a quello assoluto (lo stesso della *mesh*). L'angolo viene ottenuto in seguito alla fattorizzazione $R_z(\Omega)R_x(\gamma)R_y(\theta)$ e utilizzando il metodo di Eulero.
- `getEulerAngleY` – come il metodo `getEulerAngleX`, ma usato per ottenere l'angolo creato dalla rotazione attorno all'asse Y.
- `getEulerAngleZ` – come il metodo `getEulerAngleX`, ma usato per il ottenere l'angolo creato dalla rotazione attorno all'asse Z.

Tipo	Nome	*Getter*	*Setter*	Descrizione
`vec3`	`Origin`	•	•	Origine della terna
`mat3`	`RotationMatrix`	•	•	Matrice di rotazione

Tabella 5.7: Attributi della classe `ReferenceFrame`.

`Shadow` Questa classe serve a rappresentare l'ombra dello pneumatico nello spazio bidimensionale. È molto simile alla `RDF::BBox2D` precedentemente presentata, ma a differenza di quest'ultima permette di calcolare gli alberi di tipo AABB relativi all'ombra totale, della parte superiore e della parte inferiore del BB tridimensionale che racchiude lo pneumatico. I metodi più importanti di questa classe sono:

- `clear` – elimina il dominio dell'ombra settando tutti i suoi valori su `quietNaN`.
- `update` – aggiorna il dominio dell'ombra settando tutti i suoi valori secondo il massimo ingombro dato dalla geometria dello pneumatico e dalla sua posizione nello spazio.

`SamplingGrid` Questa classe contiene tutti i parametri che riguardano la precisione dei calcoli che verranno effettuati nel calcolo della normale al terreno, punto e area di contatto.

Tipo	Nome	*Getter*	*Setter*	Descrizione
`PtrAABB`	`PtrTree`	•		Albero AABB totale
`PtrAABB`	`PtrTree_U`	•		Albero AABB parte superiore
`PtrAABB`	`PtrTree_L`	•		Albero AABB parte inferiore

Tabella 5.8: Attributi della classe `Shadow`.

Un attributo molto importante è `Switch`, esso consiste nel limite massimo di triangoli di tipo `TriangleRoad` che possono essere contenuti all'interno dell'ombra dello pneumatico prima di passare:

- dal modello di contatto ponderato in base all'area d'intersezione al modello di contatto di Rill nel caso di pneumatico di tipo `MagicFormula`;
- dal modello di contatto ponderato in base all'area d'intersezione al modello di contatto tramite campionamento nel caso di pneumatico di tipo `MultiDisk`.

Modificando il suo valore si può quindi decidere che tipo di modello di contatto adottare in base al numero di triangoli totali all'interno dell'ombra dello pneumatico. In questo modo, se la *mesh* è estremamente fitta (100/200+ triangoli), si eviterà rallentare troppo l'esecuzione. Come si vedrà successivamente infatti, sia per quanto riguarda la precione dell'*output* che per i tempi di esecuzione, converrà sempre utilizzare un modello di contatto di tipo ponderato in base all'area d'intersezione.

Tipo	Nome	*Getter*	*Setter*	Descrizione
`int_type`	`PointsN`	•	•	N° di punti di campionamento
`int_type`	`DisksN`	•	•	N° di dischi
`int_type`	`Switch`	•	•	*Threshold* per il tipo contatto

Tabella 5.9: Attributi della classe `SamplingGrid`.

`Tire` Questa classe serve a rappresentare lo pneumatico nelle coordinate dello spazio tridimensionale. Consiste nel punto di giunzione tra la classe `ETRTO` che definisce la geometria dello pneumatico in condizione di riposo e la classe `ReferenceFrame` che ne definisce invece la posizione nello spazio. È una classe virtuale in quanto viene definita con alcuni metodi puri virtuali. Questi metodi verranno poi sostituiti con nelle classi figlie.

Tipo	Nome	*Getter*	*Setter*	Descrizione
`SamplingGrid`	`Precision`			Precisione dei calcoli
`ETRTO`	`TireGeometry`			Geometria
`ReferenceFrame`	`RF`	•	•	Posizione

Tabella 5.10: Attributi della classe `Tire`.

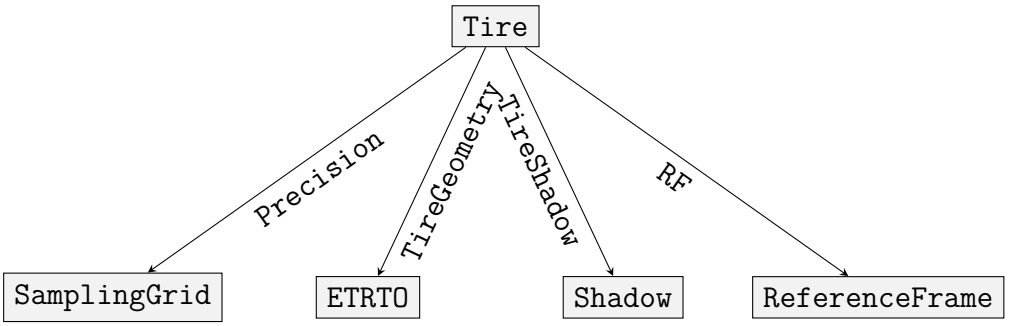


Figura 5.5: Diagramma delle collaborazioni per la classe `Tire`.

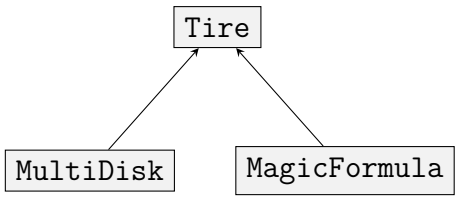


Figura 5.6: Diagramma dell'ereditarietà per la classe `Tire`.

`MagicFormula` e `MultiDisk` Queste classi calcolano tutti i parametri necessari per valutare il contatto tra pneumatico a disco singolo e terreno attraverso la formula di Pacejka. I metodi più importanti di queste classi sono:

- `setup` – consente di riposizionare la ruota all'interno della *mesh*/piano generico rappresentante la strada e di valutare l'intersezione;
- `getRelativeCamber` – calcola il camber relativo;
- `getRho` – calcola l'affondamento del disco nel piano strada locale;
- `getFriction` – calcola il coefficiente di attrito nel punto di contatto;
- `getArea` – calcola l'area d'intersezione dei dischi.

Tipo	Nome	*Getter*	Descrizione
`Disk`	`SingleDisk`		Disco rigido
`vec3`	`Normal`	•	Versore del piano strada
`vec3`	`MeshPoint`	•	Punto di contatto sulla *mesh*
`vec3`	`DiskPoint`	•	Punto di contatto sul disco
`real_type`	`Friction`	•	Coefficiente di attrito locale
`real_type`	`Area`	•	Area d'intersezione

Tabella 5.11: Attributi della classe `MagicFormula`.

Tipo	Nome	*Getter*	Descrizione
`Disk`	`DiskVec`		Vettore dei dischi
`vec3`	`NormalVec`	•	Vettore dei versori normali
`vec3`	`MeshPointVec`	•	Vettore dei punti di contatto sulla *mesh*
`vec3`	`DiskPointVec`	•	Vettore dei punti di contatto sul disco
`real_type`	`FrictionVec`	•	Vettore dei coefficienti di attrito locale
`real_type`	`AreaVec`	•	Vettore delle aree d'intersezione
`vec3`	`Normal`	•	Versore del piano strada
`vec3`	`MeshPoint`	•	Punto di contatto singolo sulla *mesh*
`vec3`	`DiskPoint`	•	Punto di contatto singolo sul disco
`real_type`	`Friction`	•	Coefficiente di attrito locale
`real_type`	`Area`	•	Area totale d'intersezione

Tabella 5.12: Attributi della classe `MultiDisk`.

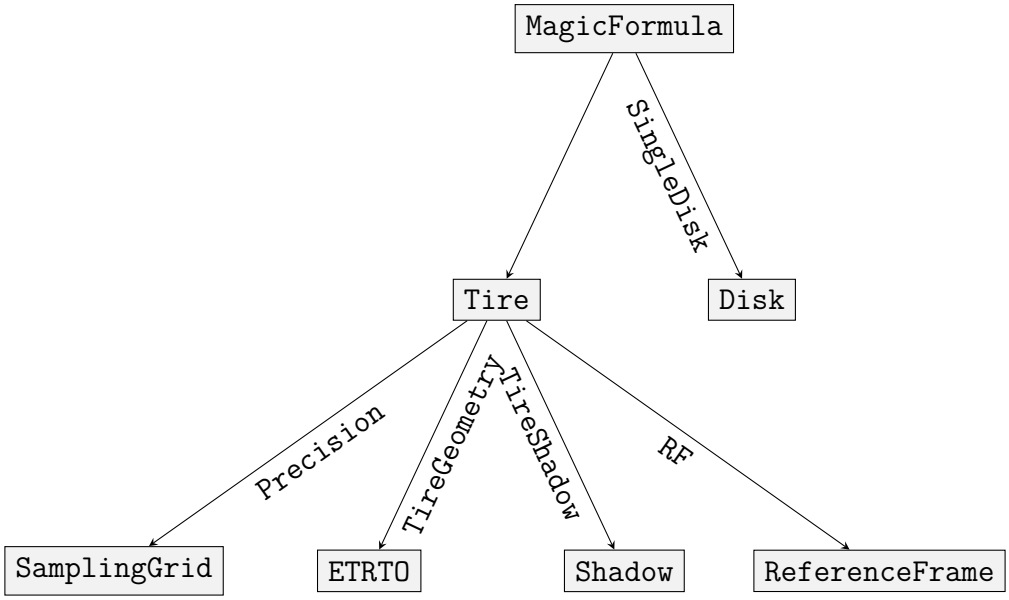


Figura 5.7: Diagramma delle collaborazioni per la classe `MagicFormula`.

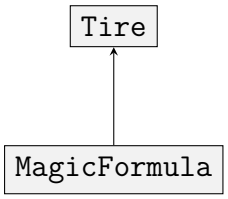


Figura 5.8: Diagramma dell'ereditarietà per la classe `MagicFormula`.

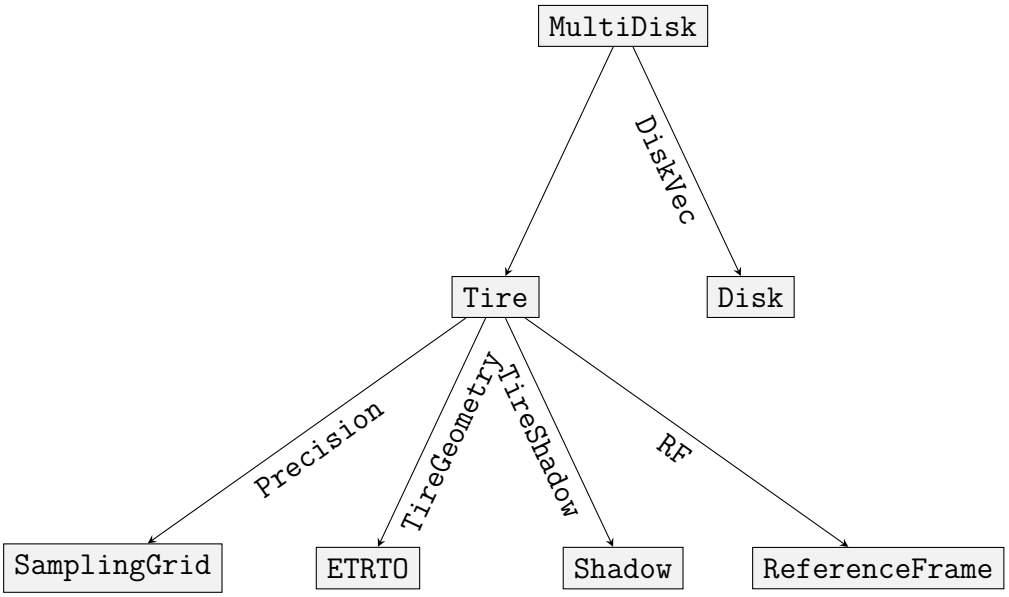


Figura 5.9: Diagramma delle collaborazioni per la classe `MultiDisk`.

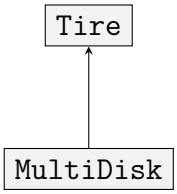


Figura 5.10: Diagramma dell'ereditarietà per la classe `MultiDisk`.

5.2 Librerie ausiliarie

Oltre al codice appena descritto sono state utilizzate anche altre due librerie esterne al fine di velocizzare il processo di sviluppo e al contempo di utilizzare una solida base per le operazione più complesse, ovvero le operazioni matriciali e vettoriali, nonché la creazione degli alberi per oggetti di tipo AABB e l'intersezione tra gli stessi.

5.2.1 `Eigen3`

`Eigen3` è una libreria `C++` di alto livello di *template headers* per operazioni di algebra lineare, vettoriali, matriciali, trasformazioni geometriche, *solver* numerici e algoritmi correlati.

Questa libreria utilizza la tecnica di *template metaprogramming*, che crea degli alberi di espressioni in fase di compilazione e genera un codice ottimizzato per valutarli.

5.2.2 `Clothoids`

Questa libreria nasce per il *fitting* e manipolazione di clotoidi, *spline* di clotoidi, archi circolari e *biarc*. In questo lavoro di tesi la libreria `Clothoids` è stata usata per sfruttare l'implementazione degli oggetti di tipo AABB e del relativo albero.

5.3 Esempi di uso della libreria

La libreria `TireGround` è stata pensata per essere semplice da utilizzare. Si vedranno ora i vari passi per utilizzarla in maniera appropriata.

Caricare la *mesh* Per caricare la superficie stradale, rappresentata dalla *mesh* triangolare contenuta nel *file* RDF, è sufficiente sfruttare il costruttore della classe `MeshSurface` che prende in *input* l'indirizzo al *file*.

```
1  RDF::MeshSurface Road("./file.rdf");
```

Creare lo pneumatico Per creare lo pneumatico a singolo disco è sufficiente utilizzare il costruttore di *default* della classe `MagicFormula`.

```
1  TireGround::Tire* SampleTire = new TireGround::MagicFormula(
2    SectionWidth, // Sezione laterale dello pneumatico [m]
3    AspectRatio,  // Aspect ratio percentuale dello pneumatico
4    RimDiameter,  // Diametro del cerchio [in]
5    SwitchNumber  // Threshold per passare dal modello di contatto
         ponderato in base all'area di intersezione a quello di Rill
6    );
```

Nel caso invece si voglia creare uno pneumatico a più dischi si utilizzerà uno dei costruttori della classe `MultiDisk`.

Per il caso di pneumatico a più dischi con raggio uniforme si avrà:

```
1  TireGround::Tire* SampleTire = new TireGround::MultiDisk(
2    SectionWidth, // Sezione laterale dello pneumatico [m]
3    AspectRatio,  // Aspect ratio percentuale dello pneumatico
4    RimDiameter,  // Diametro del cerchio [in]
5    PointsNumber, // Numero di punti di campionamento per ogni disco
6    DisksNumber,  // Numero di dischi totale
7    SwitchNumber  // Threshold per passare dal modello di contatto
         ponderato in base all'area di intersezione a quello di Rill
8    );
```

Nel caso di pneumatico a più dischi con raggio di raccordo sulla spalla si avrà invece:

```
1  TireGround::Tire* SampleTire = new TireGround::MultiDisk(
2    SectionWidth, // Sezione laterale dello pneumatico [m]
3    AspectRatio,  // Aspect ratio percentuale dello pneumatico
4    RimDiameter,  // Diametro del cerchio [in]
5    SideRadius,   // Raggio di raccordo sulla spalla [m]
6    PointsNumber, // Numero di punti di campionamento per ogni disco
7    DisksNumber,  // Numero di dischi totale
8    SwitchNumber  // Threshold per passare dal modello di contatto
         ponderato in base all'area di intersezione a quello di Rill
9    );
```

Infine, nel caso si voglia creare uno pneumatico a più dischi con forma personalizzata:

```
1  TireGround::Tire* SampleTire = new TireGround::MultiDisk(
```

```
2    SectionWidth, // Sezione laterale dello pneumatico [m]
3    AspectRatio,  // Aspect ratio percentuale dello pneumatico
4    RimDiameter,  // Diametro del cerchio [in]
5    RadiusVec,    // Vettore dei raggi dei dischi [m]
6    PointsNumber, // Numero di punti di campionamento per ogni disco
7    SwitchNumber  // Threshold per passare dal modello di contatto
         ponderato in base all'area di intersezione a quello di Rill
8    );
```

Orientazione dello pneumatico e valutazione del contatto Per orientare lo pneumatico e valutarne il contatto con il manto stradale (rappresentato da una *mesh* o da un piano generico) si utilizzeranno i metodi `setup` della classe `Tire`.

```
1 bool Out = TireMD->setup(
2  Road, // Superficie stradale
3  TM    // Matrice di trasformazione 4x4 per orientare lo pneumatico
4  );
```

```
1 bool Out = TireMD->setup(
2  Normal,   // Vettore normale al piano
3  Point,    // Punto appartenente al piano
4  Friction, // Coefficiente di attrito nel piano
5  TM        // Matrice di trasformazione 4x4 per orientare lo pneumatico
6  );
```

Per estrarre i risultati si andranno dapprima a inizializzazione delle variabili reali o vettoriali come segue.

```
1  // Inizializzazione delle variabili
2  TireGround::vec3 N;
3  TireGround::vec3 P;
4  TireGround::real_type Friction;
5  TireGround::real_type Rho;
6  TireGround::real_type RhoDot;
7  TireGround::real_type RelativeCamber;
8  TireGround::real_type Area;
9  TireGround::real_type Volume;
10
```

```
11 // Estrazione della dimensione appropriata della struttura dati
12 TireGround::int_type size = TireSD->getDisksNumber();
13
14 // Inizializzazione dei vettori con dimensione appropriata
15 TireGround::row_vec3 NVec(size);
16 TireGround::row_vec3 PVec(size);
17 TireGround::row_vecN FrictionVec(size);
18 TireGround::row_vecN RhoVec(size);
19 TireGround::row_vecN RhoDotVec(size);
20 TireGround::row_vecN RelativeCamberVec(size);
21 TireGround::row_vecN AreaVec(size);
22 TireGround::row_vecN VolumeVec(size);
```

Successivamente verranno modificate dai metodi della classe `Tire` come:

```
1  // Estrazione dei dati
2  SampleTire->getNormal(N);
3  SampleTire->getMFpoint(P);
4  SampleTire->getFriction(Friction);
5  SampleTire->getRho(Rho);
6  SampleTire->getRhoDot(PreviousRho,TimeStep,RhoDot);
7  SampleTire->getRelativeCamber(RelativeCamber);
8  SampleTire->getArea(Area);
9  SampleTire->getVolume(Volume);
10
11 // Estrazione dei dati in vettori
12 SampleTire->getNormal(NVec);
13 SampleTire->getMFpoint(PVec);
14 SampleTire->getFriction(FrictionVec);
15 SampleTire->getRho(RhoVec);
16 SampleTire->getRhoDot(PreviousRho,TimeStep,RhoDotVec);
17 SampleTire->getRelativeCamber(RelativeCamberVec);
18 SampleTire->getArea(AreaVec);
19 SampleTire->getVolume(VolumeVec);
```

Casi particolari Nel caso in cui la variabile booleana in *output* dal metodo `setup` precedentemente chiamato sia falsa, si prospettano due casi.

Pneumatico fuori *mesh* Per verificare questa consizione occorre intersecare l'albero della *mesh* con l'albero a una foglia dell'ombra dello pneumatico.

```
1 RDF::TriangleRoad_list TrianglesList;
2 bool List = Road.intersectAABBtree(TireSD->getAABBtree(),
      TrianglesList);
```

Se la variabile booleana in *output* dal metodo `intersectAABBtree` è falsa allora la lista è vuota e lo pneumatico sarà quindi considerato fuori dalla superficie stradale descritta nel *file* RDF.

Pneumatico in volo Per verificare questa consizione occorre ancora intersecare l'albero della *mesh* con l'albero a una foglia dell'ombra dello pneumatico.

```
1 RDF::TriangleRoad_list TrianglesList;
2 bool List = Road.intersectAABBtree(TireSD->getAABBtree(),
      TrianglesList);
```

Se la variabile booleana in *output* dal metodo `intersectAABBtree` è vera allora la lista non è vuota e lo pneumatico sarà quindi considerato in volo sopra la superficie stradale descritta nel *file* RDF. In questo caso i parametri d'intersezione vanno settati come intersezione nulla.

5.4 Prestazioni della libreria

I vari modelli di contatto sono stati preventivamente testati in una macchina avente le seguenti specifiche tecniche:

- memoria RAM:
  - dimensione: 8 GB;
  - frequenza: 1.33 GHz;
- processore:
  - denominazione: Intel i5 3230M;
  - numero di *core*: 2;
  - numero di thread: 4;
  - frequenza base: 2.60 GHz;
  - frequenza massima: 3.20 GHz;

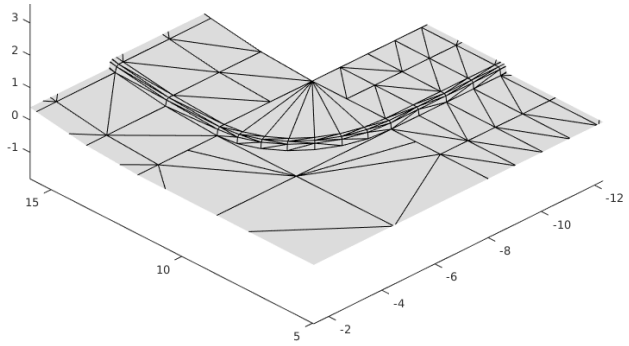


Figura 5.11: Porzione di *mesh* particolarmente densa di triangoli.

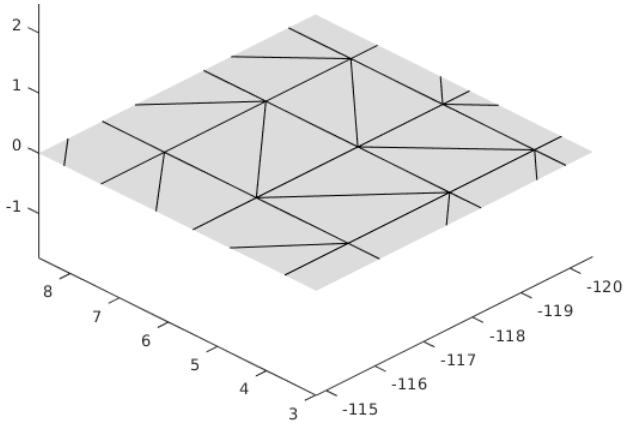


Figura 5.12: Porzione di *mesh* non così particolarmente densa di triangoli.

– *cache*: L3 3 MB.

I tempi rilevati per il modello di pneumatico a singolo disco `MagicFormula` sono riportati nelle Tabelle 5.13 e 5.15. Analogamente, i tempi rilevati per il modello di pneumatico a più dischi `MultiDisk` sono riportati nelle Tabelle 5.14 e 5.16. Notare che le Tabelle 5.13 e 5.14 sono relative ad un'area dove la *mesh* è più densa, mentre le Tabelle 5.15 e 5.16 sono relative ad un'area dove la *mesh* è poco densa.

	Modello di contatto		
	Rill	**Ponderato sull'area**	***Mix***
T_{totale} [ms]	116.543	121.249	106.058
T_{step} [ms]	0.0041621	0.00433017	0.00378765
σ^2 [ms^2]	5.21719e-05	3.09234e-06	1.11754e-05

Pneumatico 205/55R16
Campionamenti = 28000
Numero medio di triangoli sotto lo pneumatico = 11.4
Switch Area ▷ Rill a 10 triangoli

Tabella 5.13: Tempi per il modello di pneumatico `MagicFormula` nel caso di *mesh* densa.

	Precisione		Modello di contatto		
	Dischi	**Punti**	**Campionamento**	**Ponderato sull'area**	***Mix***
T_{step} [ms]	5	5	0.30604	0.027332	0.292775
σ^2 [ms^2]	5	5	0.050355	0.0007717	0.076598
T_{step} [ms]	10	5	0.31406	0.029972	0.30546
σ^2 [ms^2]	10	5	0.0165893	0.000768059	0.038468
T_{step} [ms]	5	10	0.38714	0.030945	0.37890
σ^2 [ms^2]	5	10	0.039487	0.000744563	0.085648
T_{step} [ms]	10	10	0.40604	0.031138	0.316745
σ^2 [ms^2]	10	10	0.0104055	0.000660589	0.0426783
T_{step} [ms]	10	20	1.55412	0.0563041	1.17447
σ^2 [ms^2]	10	20	0.142766	0.000214928	0.619357
T_{step} [ms]	20	10	0.840434	0.0285447	0.651595
σ^2 [ms^2]	20	10	0.0398545	5.12437e-05	0.193016
T_{step} [ms]	20	20	3.46259	0.0587258	2.73157
σ^2 [ms^2]	20	20	0.692889	0.000257929	3.51893

Pneumatico 205/55R16
Campionamenti = 28000
Numero medio di triangoli sotto lo pneumatico = 11.4
Switch Area ▷ Campionamento a 10 triangoli

Tabella 5.14: Tempi per il modello di pneumatico `MultiDisk` nel caso di *mesh* densa.

	Modello di contatto		
	Rill	**Ponderato sull'area**	***Mix***
T_{totale} [ms]	64.15	46.44	54.269
T_{step} [ms]	0.00229099	0.00165851	0.00193811
σ^2 [ms^2]	3.92268e-06	4.39344e-06	5.825e-06

Pneumatico 205/55R16
Campionamenti = 28000
Numero medio di triangoli sotto lo pneumatico = 3.2
Switch Area ▷ Rill a 3 triangoli

Tabella 5.15: Tempi per il modello di pneumatico `MagicFormula` nel caso di *mesh* poco densa.

	Precisione		Modello di contatto		
	Dischi	**Punti**	**Campionamento**	**Ponderato sull'area**	***Mix***
T_{step} [ms]	5	5	0.29604	0.010375	0.020880
σ^2 [ms^2]	5	5	0.00364537	0.00734568	0.0027406
T_{step} [ms]	10	5	0.31406	0.015352	0.027446
σ^2 [ms^2]	10	5	0.0174863	0.000436738	0.0047837
T_{step} [ms]	5	10	0.42839	0.01972	0.038590
σ^2 [ms^2]	5	10	0.027645	0.0045783	0.007463
T_{step} [ms]	10	10	0.213785	0.0115888	0.0111662
σ^2 [ms^2]	10	10	0.0021398	1.73799e-05	2.52509e-05
T_{step} [ms]	10	20	0.902904	0.0210344	0.0222986
σ^2 [ms^2]	10	20	0.0444643	4.91353e-05	0.000116275
T_{step} [ms]	20	10	0.481218	0.0114461	0.0112381
σ^2 [ms^2]	20	10	0.0115384	2.87254e-05	1.70045e-05
T_{step} [ms]	20	20	1.88533	0.019253	0.0193953
σ^2 [ms^2]	20	20	0.142808	2.87459e-05	3.20608e-05

Pneumatico 205/55R16
Campionamenti = 28000
Numero medio di triangoli sotto lo pneumatico = 3.2
Switch Area ▷ Campionamento a 3 triangoli

Tabella 5.16: Tempi per il modello di pneumatico `MultiDisk` nel caso di *mesh* poco densa.

	Modello di contatto	
	Ponderato sull'area	***Mix***
T_{step} [μs]	9.6688	9.7658
σ^2 [μs^2]	1.4018	1.4983

Pneumatico 250/55R11
Campionamenti = 30000
Switch Area ▷ Rill a 10 triangoli

Tabella 5.17: Tempi sul simulatore per il modello di pneumatico `MagicFormula`.

	Precisione		**Modello di contatto**	
	Dischi	**Punti**	**Ponderato sull'area**	***Mix***
T_{step} [μs]	5	5	24.5736	39.6069
σ^2 [μs^2]	10	5	42.6262	439.6915
T_{step} [μs]	5	10	24.6686	55.7135
σ^2 [μs^2]	10	10	41.4114	479.8682

Pneumatico 250/55R11
Campionamenti = 30000
Switch Area ▷ Campionamento a 10 triangoli

Tabella 5.18: Tempi sul simulatore per il modello di pneumatico `MultiDisk`.

Testando il modello al simulatore è stato possibile valutare la sua complessità computazionale. Le specifiche tecniche di questo simulatore sono:

- sistema operativo: 64bit Concurrent Real-Time RedHawk 7.5 (CentOS 7.5 + RedHawk 4.9.98 Real-Time Kernel);
- memoria RAM: 32 GB;
- processore: Intel Xeon(R) 3.40 GHz (16 *cores*);
- scheda grafica: Nvidia GeForce GTX 680.

I tempi rilevati per il modello di pneumatico a singolo disco `MagicFormula` sono riportati nella Tabella 5.17. Analogamente, i tempi rilevati per il modello di pneumatico a più dischi `MultiDisk` sono riportati nella Tabella 5.18.

Conclusioni e possibili sviluppi 6

I modelli sviluppati, nelle corrette condizioni di lavoro, soddisfano la necessità del calcolo in tempo reale imposto dalle condizioni di utilizzo. Il tempo di calcolo sull'*hardware* del simulatore professionale si traduce in un ciclo di lavoro massimo del 4.3% circa, garantendo quindi un ampio margine di sicurezza e dando la possibilità di aumentare la precisione del modello attraverso l'implementazione di modelli più complessi.

I modelli di contatto sviluppati garantiscono un tempo di esecuzione basso. In generale per qualità dell'*output* generato e per tempo di compilazione il modello di contatto ponderato sull'area d'intersezione è da preferire. Esso infatti permette di rilevare ostacoli anche al di fuori dell'impronta di contatto garantendo quindi una descrizione qualitativamente maggiore del contatto tra lo pneumatico e la strada. Inoltre è opportuno settare lo *switch* tra un modello di contatto e l'altro indicaticamente quanto i triangoli all'interno dell'ombra di contatto sono maggiori del prodotto tra il numero di dischi e il numero di punti di campionamento associati ad ogni disco. Considerando dunque le finalità principali e i test effettuati sul modello sviluppato, possiamo affermare la sua validità per i campi di utilizzo previsti.

Un punto critico sul quale è opportuno porre particolare attenzione è la rappresentazione del terreno. I *file* RDF hanno una struttura dati molto poco formale e solida. La mancanza di uno standard universalmente riconosciuto per questo formato rende impossibile implementare un *parser* sufficientemente efficiente e la stabile per tutte le occasioni.

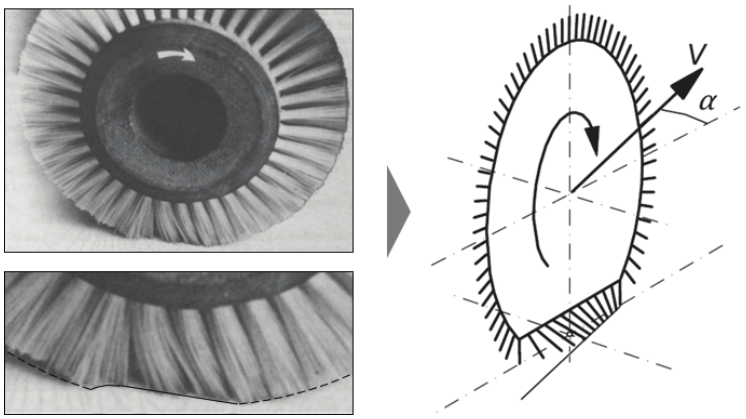


Figura 6.1: Schema strutturale del modello "a spazzola" (*brush model*).

Infine, bisogna certamente notare che la rappresentazione dello pneumatico è basato sul modello di Pacejka, ovvero un modello semi-empirico che non tiene conto dei fenomeni transitori. Sarà quindi una scelta obbligata passare ad una rappresentazione dello pneumatico mediante un modello fisico. Quest'ultimo, infatti, a seconda del grado di complessità, può tenere in considerazione alcuni dei fenomeni transitori che maggiormente influenzano la manovrabilità del veicolo. I modelli fisici sono quindi anche molto complessi. Lo pneumatico è modellato da divesi anelli circolari con punti di massa accoppiati anche in direzione laterale. Si tiene quindi conto del contatto in più punti e della distribuzione della pressione su tutta la larghezza della cintura. Importante sarà quindi valutare la possibilità di poter parallelizzare i processi di calcolo per diminuire i tempi di esecuzione.

Convenzioni e notazioni A

A.0.1 Sistemi di riferimento

La convenzione utilizzata per definire gli assi del sistema di riferimento della vettura è la *International Organization for Standardization* (ISO) 8855.

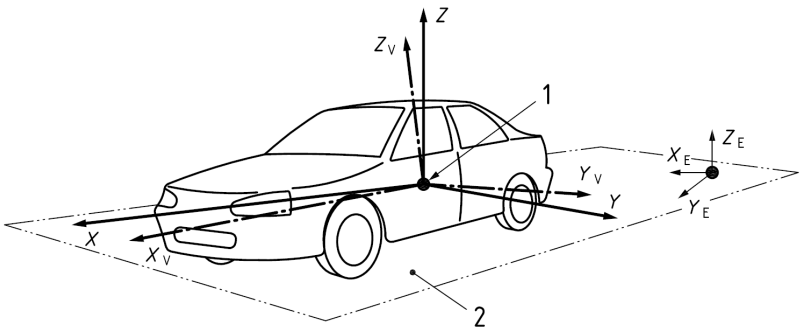


Figura A.1: Rappresentazione degli assi del sistema di riferimento della vettura secondo la convenzione ISO-V.
Da: Normalización (Ginebra), *Road Vehicles, Vehicle Dynamics and Road-holdin Ability: Vocabulary*.

Il sistema di riferimento della ruota è conforme alla convenzione ISO-V, la cui disposizione degli assi è illustrata nella Figura A.2. L'origine del sistema di riferimento del vettore ruota è posta in corrispondenza del centro della ruota mentre posizione e orientamento relativi rispetto al sistema di riferimento del telaio sono definiti attraverso il modello della sospensione descritto in [4].

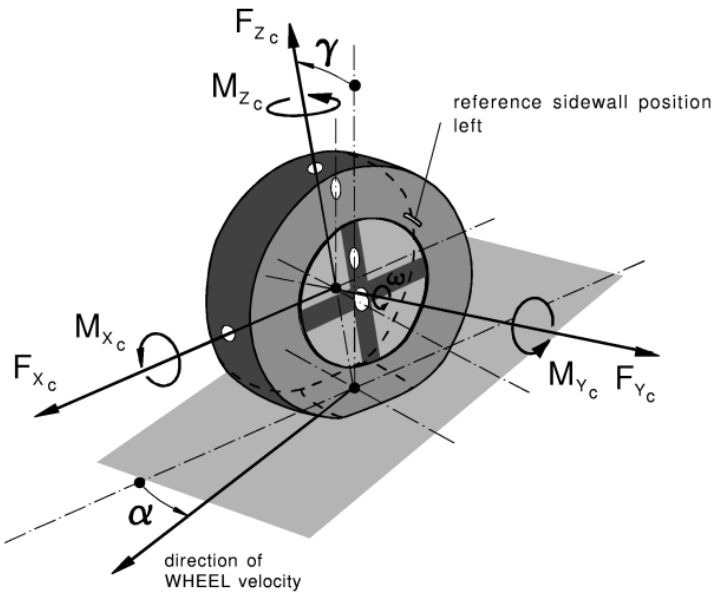


Figura A.2: Rappresentazione degli assi del sistema di riferimento dello pneumatico secondo la convenzione ISO-C.
Da: Documentazione `MFeval`.

A.0.2 Matrice di trasformazione

Per descrivere sia l'orientamento che la posizione di un sistema di assi nello spazio, viene introdotta la matrice roto-traslazione, chiamata anche matrice di trasformazione. Questa notazione permette di impiegare le operazioni matrice-vettore per l'analisi di posizione, velocità e accelerazione. La forma generale di una matrice di trasformazione è del tipo:

$$T_m = \left[\begin{array}{ccc|c} & [R_m] & & \begin{matrix} O_{mx} \\ O_{my} \\ O_{mz} \end{matrix} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \tag{A.1}$$

dove R_m è la matrice di rotazione 3×3 del sistema di riferimento in movimento e O_{mx}, O_{my} e O_{mz} sono le coordinate della sua origine nel sistema di riferimento assoluto o nativo.

L'introduzione dell'elemento fittizio 1 nel vettore della posizione di origine e la successiva spaziatura interna zero della matrice rende possibili le moltiplicazioni matrice-vettore, rendendo la matrice di trasformazione una notazione compatta e

conveniente per la descrizione dei sistemi di riferimento. Si noti che per i vettori, le informazioni traslazionali vengono trascurate imponendo l'elemento fittizio pari a 0.

Documentazione della libreria `TireGround` B

`Doxygen` è una libreria comunemente utilizzata per generare documentazione direttamente dalle annotazioni nei *file* `C++`. Questo *tool* supporta anche altri linguaggi di programmazione popolari come `C`, `Objective-C`, `C#`, `PHP`, `Java`, `Python`, `Fortran`, `VHDL`, `Tcl` e in una certa misura `D`.

`Doxygen` può essere utile per i seguenti motivi.

- Può generare una documentazione da utilizzare *online* (in `HTML`) e/o un manuale di riferimento *offline* (in LaTeX) da una serie di *file* sorgente opportunamente annotati. C'è anche il supporto per generare *output* in `RTF` (MicroSoft Word), `PostScript`, `PDF` con *hyperlink* e `HTML` compresso. La documentazione viene estratta direttamente dalle fonti, il che rende molto più semplice mantenere la documentazione coerente con il codice sorgente.
- È possibile configurare `doxygen` per estrarre la struttura del codice da *file* sorgente non documentati. Questo è molto utile per analizzare rapidamente ed efficacemente i *file* sorgente di grandi dimensioni. Doxygen può anche visualizzare le relazioni tra i vari elementi mediante grafici di dipendenza, diagrammi di ereditarietà e diagrammi di collaborazione, tutti generati automaticamente.

`Doxygen` è supportato su Mac OS X e Linux, ma è configurato per essere altamente portabile. Di conseguenza, funziona anche con la maggior parte degli altri sistemi Unix. Inoltre, sono disponibili eseguibili per Windows.

TireGround

Davide Stocco

March 2020

Generated by Doxygen 1.8.13

Contents

Chapter 1

TireGround

A repository for the code developed by Davide Stocco for his thesis.

Department of Industrial Engineering
Master Degree in Mechatronics Engineering

EN: **Real-Time Computation of Tire/Road Contact using Tailored Algorithms**
IT: **Valutazione Real-Time del Contatto Pneumatico/Strada con Algoritmi Dedicati**

Academic Year 2019 · 2020

Author: **Davide Stocco**
Supervisor & Co-supervisor: **Prof. Enrico Bertolazzi** & **Dr.Eng. Matteo Ragni**

MagicFormula tire model usage

1. Load .rdf file.

```
TireGround::RDF::MeshSurface Road(
  "./file.rdf" // Path to the *.rdf file
);
```

2. Initialize the MagicFormula tire model.

```
TireGround::Tire* TireSD = new TireGround::MagicFormula(
  SectionWidth, // [m]
  AspectRatio,  // [%]
  RimDiameter,  // [in]
  SwitchNumber  // Maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)
);
```

3. Contact evaluation.

```
bool Out = TireSD->setup( Road,    // Road mesh
                          TransfMat // 4x4 total transformation matrix
                        );
```

4. Data extraction.

```
// Variable initialization (for real numbers)
TireGround::vec3 N;
TireGround::vec3 P;
TireGround::real_type Friction;
TireGround::real_type Rho;
TireGround::real_type RhoDot;
TireGround::real_type RelativeCamber;
TireGround::real_type Area;
TireGround::real_type Volume;

// Data extraction (for real numbers)
TireSD->getNormal(N);
```

```
TireSD->getMFpoint(P);
TireSD->getFriction(Friction);
TireSD->getRho(Rho);
TireSD->getRhoDot(PreviousRho,TimeStep,RhoDot);
TireSD->getRelativeCamber(RelativeCamber);
TireSD->getArea(Area);
TireSD->getVolume(Volume);

// Extract data stucture size
TireGround::int_type size = TireSD->getDisksNumber();

// Variable initialization (for vectors)
TireGround::row_vec3 NVec(size);
TireGround::row_vec3 PVec(size);
TireGround::row_vecN FrictionVec(size);
TireGround::row_vecN RhoVec(size);
TireGround::row_vecN RhoDotVec(size);
TireGround::row_vecN RelativeCamberVec(size);
TireGround::row_vecN AreaVec(size);
TireGround::row_vecN VolumeVec(size);

// Data extraction (for vectors)
TireSD->getNormal(NVec);
TireSD->getMFpoint(PVec);
TireSD->getFriction(FrictionVec);
TireSD->getRho(RhoVec);
TireSD->getRhoDot(PreviousRho,TimeStep,RhoDotVec);
TireSD->getRelativeCamber(RelativeCamberVec);
TireSD->getArea(AreaVec);
TireSD->getVolume(VolumeVec);
```

MultiDisk tire model usage

1. Load .rdf file.

```
TireGround::RDF::MeshSurface Road(
  "./file.rdf" // Path to the *.rdf file
);
```

2. Initialize the MultiDisk tire model:

   (a) MultiDisk tire without sidewall radius (uniform cylinder).

```
TireGround::Tire* TireMD = new TireGround::MultiDisk(
  SectionWidth, // [m]
  AspectRatio,  // [%]
  RimDiameter,  // [in]
  PointsNumber, // Sampling points for each disk
  DisksNumber,  // Disks number
  SwitchNumber  // Maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)
);
```

   (b) MultiDisk tire with sidewall radius (uniform cylinder with filleted sidewall edge).

```
TireGround::Tire* TireMD = new TireGround::MultiDisk(
  SectionWidth, // [m]
  AspectRatio,  // [%]
  RimDiameter,  // [in]
  SideRadius,   // Sidewall radius [m]
  PointsNumber, // Sampling points for each disk
  DisksNumber,  // Disks number
  SwitchNumber  // Maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)
);
```

   (c) MultiDisk tire with custom disks radius.

```
TireGround::Tire* TireMD = new TireGround::MultiDisk(
  SectionWidth, // [m]
  AspectRatio,  // [%]
  RimDiameter,  // [in]
  RadiusVec,    // Disks radius vector [m]
  PointsNumber, // Sampling points for each disk
  SwitchNumber  // Maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)
);
```

3. Contact evaluation.

```
bool Out = TireMD->setup( Road,    // Road mesh
                          TransfMat // 4x4 total transformation matrix
                        );
```

4. Data extraction for contact point(s).

```
// Variable initialization (for real numbers)
TireGround::vec3 N;
TireGround::vec3 P;
TireGround::real_type Friction;
TireGround::real_type Rho;
TireGround::real_type RhoDot;
TireGround::real_type RelativeCamber;
TireGround::real_type Area;
TireGround::real_type Volume;

// Data extraction (for real numbers)
TireMD->getNormal(N);
TireMD->getMFpoint(P);
TireMD->getFriction(Friction);
TireMD->getRho(Rho);
TireMD->getRhoDot(PreviousRho,TimeStep,RhoDot);
TireMD->getRelativeCamber(RelativeCamber);
TireMD->getArea(Area);
TireMD->getVolume(Volume);

// Extract data stucture size
TireGround::int_type size = TireSD->getDisksNumber();

// Variable initialization (for vectors)
TireGround::row_vec3 NVec(size);
TireGround::row_vec3 PVec(size);
TireGround::row_vecN FrictionVec(size);
TireGround::row_vecN RhoVec(size);
TireGround::row_vecN RhoDotVec(size);
TireGround::row_vecN RelativeCamberVec(size);
TireGround::row_vecN AreaVec(size);
TireGround::row_vecN VolumeVec(size);

// Data extraction (for vectors)
TireMD->getNormal(NVec);
TireMD->getMFpoint(PVec);
TireMD->getFriction(FrictionVec);
TireMD->getRho(RhoVec);
TireMD->getRhoDot(PreviousRho,TimeStep,RhoDotVec);
TireMD->getRelativeCamber(RelativeCamberVec);
TireMD->getArea(AreaVec);
TireMD->getVolume(VolumeVec);
```

Chapter 2

Namespace Index

2.1 Namespace List

Here is a list of all documented namespaces with brief descriptions:

Chapter 3

Hierarchical Index

3.1 Class Hierarchy

This inheritance list is sorted roughly, but not completely, alphabetically:

Chapter 4

Class Index

4.1 Class List

Here are the classes, structs, unions and interfaces with brief descriptions:

Chapter 5

Namespace Documentation

5.1 TireGround Namespace Reference

Tire computations routines.

Namespaces

- algorithms

  Algorithms for tire computations routine.
- RDF

  RDF mesh computations routines.

Classes

- class Disk

  Tire disk.
- class ETRTO

  Tire ETRTO denomination.
- class MagicFormula

  Pacejka MagicFormula contact model.
- class MultiDisk

  Multi-disk tire contact model.
- class ReferenceFrame

  Reference frame.
- class SamplingGrid

  Patch evaluation precision.
- class Shadow

  2D shadow (2D bounding box enhacement)
- class Tire

  Base class for Tire models.

Typedefs

- typedef double real_type

  Real number type.
- typedef int int_type

  Integer number type.
- typedef Eigen::Vector2i vec2_int

  2D vector type of real integer type
- typedef Eigen::Vector2d vec2

  2D vector type of real number type
- typedef Eigen::Vector3d vec3

  3D vector type of real number type
- typedef Eigen::Vector4d vec4

  4D vector type of real number type
- typedef Eigen::Matrix3d mat3

  3x3 matrix type of real number type
- typedef Eigen::Matrix4d mat4

  4x4 matrix type of real number type
- typedef Eigen::Matrix< real_type, 1, Eigen::Dynamic > row_vecN

  Row vector type real number type.
- typedef Eigen::Matrix< real_type, Eigen::Dynamic, 1 > col_vecN

  Column vector type real number type.
- typedef Eigen::Matrix< real_type, Eigen::Dynamic, Eigen::Dynamic > matN

  Matrix type of real number type.
- typedef Eigen::Matrix< vec2, 1, Eigen::Dynamic > row_vec2

  Row vector type of 2D vector.
- typedef Eigen::Matrix< vec2, Eigen::Dynamic, 1 > col_vec2

  Column vector type of 2D vector.
- typedef Eigen::Matrix< vec2, Eigen::Dynamic, Eigen::Dynamic > mat_vec2

  Matrix type of 2D vector.
- typedef Eigen::Matrix< vec3, 1, Eigen::Dynamic > row_vec3

  Row vector type of 3D vector.
- typedef Eigen::Matrix< vec3, Eigen::Dynamic, 1 > col_vec3

  Column vector type of 3D vector.
- typedef Eigen::Matrix< vec3, Eigen::Dynamic, Eigen::Dynamic > matN_vec3

  Matrix type of 3D vector.
- typedef Eigen::Matrix< mat4, 1, Eigen::Dynamic > row_mat4

  Matrix type of 4x4 matrix.
- typedef std::basic_ostream< char > ostream_type

  Output stream type.

Variables

- real_type const epsilon = std::numeric_limits<real_type>::epsilon()

  Epsilon type.

5.1.1 Detailed Description

Tire computations routines.

Typedefs for tire computations routine.

file: PatchTire.hh

file: TireGround.hh

5.2 TireGround::algorithms Namespace Reference

Algorithms for tire computations routine.

Functions

- vec3 mean (row_vec3 const &Values)

  Calculate arithmetic weighted mean for 3D vectors.
- real_type weightedMean (row_vecN const &Values, row_vecN const &Weights)

  Calculate arithmetic weighted mean for real numbers.
- vec3 weightedMean (row_vec3 const &Values, row_vecN const &Weights)

  Calculate arithmetic weighted mean for 3D vectors.
- bool intersectPointSegment (vec2 const &Point1, vec2 const &Point2, vec2 const &PointQ)
- bool intersectRayPlane (vec3 const &planeN, vec3 const &planeP, vec3 const &RayPoint, vec3 const &RayDirection, vec3 &IntersectionPt)

  Check if a segment hits a plane and find the intersection point.
- void minmax_XY (row_vec3 const &Points, vec2 &XYmin, vec2 &XYmax)

  Calculate minumum and maximum in XY plane for 3D vectors.
- void minmax_XY (row_vec2 const &Points, vec2 &XYmin, vec2 &XYmax)

  Calculate minumum and maximum in XY plane for 2D vectors.
- real_type trapezoidArea (real_type const Base2, real_type const Base1, real_type const Height)

  Calculate area of a trapeziod [m^2].

5.2.1 Detailed Description

Algorithms for tire computations routine.

5.2.2 Function Documentation

5.2.2.1 intersectPointSegment()

```
bool TireGround::algorithms::intersectPointSegment (
            vec2 const & Point1,
            vec2 const & Point2,
            vec2 const & PointQ )
```

Check if a point lays inside or outside a line segment
Warning: The point query point must be on the same rect of the line segment!

Parameters

Point1	Line segment point 1
Point2	Line segment point 2
PointQ	Query point

5.2.2.2 intersectRayPlane()

```
bool TireGround::algorithms::intersectRayPlane (
            vec3 const & planeN,
            vec3 const & planeP,
            vec3 const & RayPoint,
            vec3 const & RayDirection,
            vec3 & IntersectionPt )
```

Check if a segment hits a plane and find the intersection point.

Parameters

planeN	Plane normal vector
planeP	Plane known point
RayPoint	Ray point
RayDirection	Ray direction
IntersectionPt	Intersection point

5.2.2.3 mean()

```
vec3 TireGround::algorithms::mean (
            row_vec3 const & Values )
```

Calculate arithmetic weighted mean for 3D vectors.

Parameters

Values	Values (3D vectors)

5.2.2.4 minmax_XY() [1/2]

```
void TireGround::algorithms::minmax_XY (
            row_vec3 const & Points,
            vec2 & XYmin,
            vec2 & XYmax )
```

Calculate minumum and maximum in XY plane for 3D vectors.

Parameters

Points	3D points vector
XYmin	Minimum (X, Y) values
XYmax	Maximum (X, Y) values

5.2.2.5 minmax_XY() [2/2]

```
void TireGround::algorithms::minmax_XY (
            row_vec2 const & Points,
            vec2 & XYmin,
            vec2 & XYmax )
```

Calculate minumum and maximum in XY plane for 2D vectors.

Parameters

Points	2D points vector
XYmin	Minimum (X, Y) values
XYmax	Maximum (X, Y) values

5.2.2.6 trapezoidArea()

```
real_type TireGround::algorithms::trapezoidArea (
            real_type const Base2,
            real_type const Base1,
            real_type const Height )  [inline]
```

Calculate area of a trapeziod [m^2].

Parameters

Base2	Base 1
Base1	Base 2
Height	Heigth

5.2.2.7 weightedMean() [1/2]

```
real_type TireGround::algorithms::weightedMean (
            row_vecN const & Values,
            row_vecN const & Weights )
```

Calculate arithmetic weighted mean for real numbers.

Parameters

Values	Values (real numbers)
Weights	Weights (real numbers)

5.2.2.8 weightedMean() [2/2]

```
vec3 TireGround::algorithms::weightedMean (
            row_vec3 const & Values,
            row_vecN const & Weights )
```

Calculate arithmetic weighted mean for 3D vectors.

Parameters

Values	Values (3D vectors)
Weights	Weights (real numbers)

5.3 TireGround::RDF Namespace Reference

RDF mesh computations routines.

Namespaces

- algorithms
  Algorithms for RDF mesh computations routine.

Classes

- class BBox2D
  2D Bounding Box class
- class MeshSurface
  Mesh surface.
- class Triangle3D
  3D triangle (pure geometrical description)
- class TriangleRoad
  3D triangles for road representation

Typedefs

- typedef std::shared_ptr< TriangleRoad > TriangleRoad_ptr
  Shared pointer to TriangleRoad object.
- typedef std::vector< TriangleRoad_ptr > TriangleRoad_list
  Vector of shared pointers to TriangleRoad objects.

5.3.1 Detailed Description

RDF mesh computations routines.

5.4 TireGround::RDF::algorithms Namespace Reference

Algorithms for RDF mesh computations routine.

Functions

- void split (std::string const &in, std::vector< std::string > &out, std::string const &token)
  Split a string into a string array at a given token.
- std::string tail (std::string const &in)
  Get tail of string after first token and possibly following spaces.
- std::string firstToken (std::string const &in)
  Get first token of string.
- template<typename T >
  T const & getElement (std::vector< T > const &elements, std::string const &index)
  Get element at given index position.

5.4.1 Detailed Description

Algorithms for RDF mesh computations routine.

5.4.2 Function Documentation

5.4.2.1 firstToken()

```
std::string TireGround::RDF::algorithms::firstToken (
            std::string const & in )
```

Get first token of string.

Parameters

in	Input string

5.4.2.2 getElement()

```
template<typename T >
T const& TireGround::RDF::algorithms::getElement (
            std::vector< T > const & elements,
            std::string const & index )
```

Get element at given index position.

Parameters

elements	Elements vector
index	Index position

5.4.2.3 split()

```
void TireGround::RDF::algorithms::split (
            std::string const & in,
            std::vector< std::string > & out,
            std::string const & token )
```

Split a string into a string array at a given token.

Parameters

in	Input string
out	Output string vector
token	Token

5.4.2.4 tail()

```
std::string TireGround::RDF::algorithms::tail (
```

```
std::string const & in )
```

Get tail of string after first token and possibly following spaces.

Parameters

in	Input string

Chapter 6

Class Documentation

6.1 TireGround::RDF::BBox2D Class Reference

2D Bounding Box class

`#include <RoadRDF.hh>`

Public Member Functions

- BBox2D ()
  Default constructor.
- BBox2D (vec3 const Vertices[3])
  Variable set constructor.
- void setXmin (real_type const _Xmin)
  Set X_{min} shadow domain.
- void setYmin (real_type const _Ymin)
  Set Y_{min} shadow domain.
- void setXmax (real_type const _Xmax)
  Set X_{max} shadow domain.
- void setYmax (real_type const _Ymax)
  Set Y_{max} shadow domain.
- real_type getXmin (void) const
  Get X_{min} shadow domain.
- real_type getYmin (void) const
  Get Y_{min} shadow domain.
- real_type getXmax (void) const
  Get X_{max} shadow domain.
- real_type getYmax (void) const
  Get Y_{max} shadow domain.
- void clear (void)
  Clear the bounding box domain.
- void print (ostream_type &stream) const
  Print bounding box domain.
- void updateBBox2D (vec3 const Vertices[3])
  Update the bounding box domain with three input vertices.

6.1.1 Detailed Description

2D Bounding Box class

6.1.2 Constructor & Destructor Documentation

6.1.2.1 BBox2D()

```
TireGround::RDF::BBox2D::BBox2D (
            vec3 const Vertices[3] )  [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

Vertices	Vertices reference vector

6.1.3 Member Function Documentation

6.1.3.1 print()

```
void TireGround::RDF::BBox2D::print (
            ostream_type & stream ) const  [inline]
```

Print bounding box domain.

Parameters

stream	Output stream type

6.1.3.2 updateBBox2D()

```
void TireGround::RDF::BBox2D::updateBBox2D (
            vec3 const Vertices[3] )
```

Update the bounding box domain with three input vertices.

Parameters

Vertices	Vertices reference vector

The documentation for this class was generated from the following file:

- include/RoadRDF.hh

6.2 TireGround::Disk Class Reference

Tire disk.

```
#include <PatchTire.hh>
```

Public Member Functions

- Disk (Disk &&)=default

  Enable && operator.
- Disk ()

  Default constructor.
- Disk (vec2 const &_OriginXZ, real_type _OffsetY, real_type _Radius)

  Variable set constructor.
- void set (Disk const &in)

  Copy the Disk object.
- void setOriginXZ (vec2 const &_OriginXZ)

  Set origin on XZ plane.
- vec2 const & getOriginXZ (void) const

  Get origin vector XZ-axes coordinates.
- vec3 getOriginXYZ (void) const

  Get origin vector XYZ-axes coordinates.
- real_type getOffsetY (void) const

  Get origin Y-axis coordinate.
- real_type getRadius (void) const

  Get Disk radius.
- void contactTriangles (RDF::TriangleRoad_list const &TriList, ReferenceFrame const &RF, vec3 &Normal, real_type &Friction, real_type &Area) const
- void contactPlane (vec3 const &Normal, vec3 const &Point, ReferenceFrame const &RF, real_type &Area) const
- void pointOnDisk (vec3 const &Normal, ReferenceFrame const &RF, vec3 &DiskPoint, vec3 &NormalOnDisk) const

  Get the points on Disk the circumference and on a given plane.
- real_type segmentArea (real_type const Length) const
- bool isPointInside (vec2 const &Point) const

  Check if a point in Disk reference frame is inside or outside the Disk.
- real_type y (real_type const x) const

  Evaluate Y at a query X value on the lower side Disk circumfererence.
- real_type segmentLength (vec2 const Point1, vec2 const Point2) const

  Evaluate a generic segment length given 2 points on the Disk circumfererence.
- int_type intersectSegment (vec2 const &Point1, vec2 const &Point2, vec2 &Intersect1, vec2 &Intersect2) const
- bool intersectPlane (vec3 const &Plane_Normal, vec3 const &Plane_Point, vec3 &Line_↩ Direction, vec3 &Line_Point) const
- real_type getLineArea (vec2 const &Point1_XZ, vec2 const &Point2_XZ) const

  Get a two points line segment area [m^2] (as ouput) inside the Disk.

6.2.1 Detailed Description

Tire disk.

6.2.2 Constructor & Destructor Documentation

6.2.2.1 Disk()

```
TireGround::Disk::Disk (
            vec2 const & _OriginXZ,
            real_type _OffsetY,
            real_type _Radius )  [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

_OriginXZ	(X_0, Z_0) origin coordinate
_OffsetY	Y_0 origin coordinate (offset from center)
_Radius	Radius

6.2.3 Member Function Documentation

6.2.3.1 contactPlane()

```
void TireGround::Disk::contactPlane (
            vec3 const & Normal,
            vec3 const & Point,
            ReferenceFrame const & RF,
            real_type & Area ) const
```

Get the contact area [m^2] inside the single Disk given a plane in absolute reference frame

Parameters

Normal	Plane normal in absolute reference frame
Point	Plane point in absolute reference frame
RF	Tire ReferenceFrame
Area	Contact area [m^2]

6.2.3.2 contactTriangles()

```
void TireGround::Disk::contactTriangles (
            RDF::TriangleRoad_list const & TriList,
            ReferenceFrame const & RF,
            vec3 & Normal,
            real_type & Friction,
            real_type & Area ) const
```

Get area weighted mean road normal versor, area weighted mean friction and contact area [m^2] inside the single Disk of segments described by the intersection of triangles on XZ-plane

Parameters

TriList	Shadow / MeshSurface intersected triangles
RF	Tire ReferenceFrame
Normal	Area weighted mean road normal versor

Parameters

Friction	Area weighted mean contact friction
Area	Contact area [m^2]

6.2.3.3 getLineArea()

```
real_type TireGround::Disk::getLineArea (
            vec2 const & Point1_XZ,
            vec2 const & Point2_XZ ) const
```

Get a two points line segment area [m^2] (as ouput) inside the Disk.

Parameters

Point1_XZ	Point 1 in Disk reference frame
Point2_XZ	Point 2 in Disk reference frame

6.2.3.4 intersectPlane()

```
bool TireGround::Disk::intersectPlane (
            vec3 const & Plane_Normal,
            vec3 const & Plane_Point,
            vec3 & Line_Direction,
            vec3 & Line_Point ) const
```

Check if two plane intersects and find the intersecting rect given two points in Disk reference frame

Parameters

Plane_Normal	Plane normal vector in Disk reference frame
Plane_Point	Plane known point in Disk reference frame
Line_Direction	Rect direction vector in Disk reference frame
Line_Point	Plane known point in Disk reference frame

6.2.3.5 intersectSegment()

```
int_type TireGround::Disk::intersectSegment (
            vec2 const & Point1,
            vec2 const & Point2,
            vec2 & Intersect1,
            vec2 & Intersect2 ) const
```

Find the intersection points between the Disk and a two points line segment in Disk reference frame (output integer gives number of intersection points)

Parameters

Point1	Line segment point 1 in Disk reference frame

Parameters

Point2	Line segment point 2 in Disk reference frame
Intersect1	Intersection point 1 in Disk reference frame
Intersect2	Intersection point 2 in Disk reference frame

6.2.3.6 isPointInside()

```
bool TireGround::Disk::isPointInside (
            vec2 const & Point ) const
```

Check if a point in Disk reference frame is inside or outside the Disk.

Parameters

Point	Query point in Disk reference frame

6.2.3.7 segmentArea()

```
real_type TireGround::Disk::segmentArea (
            real_type const Length ) const  [inline]
```

Get the contact patch area under the intersection plane in absolute reference frame [m^2]

Parameters

Length	Chord length

6.2.3.8 segmentLength()

```
real_type TireGround::Disk::segmentLength (
            vec2 const Point1,
            vec2 const Point2 ) const  [inline]
```

Evaluate a generic segment length given 2 points on the Disk circumfererence.

Parameters

Point1	Point 1
Point2	Point 2

6.2.3.9 set()

```
void TireGround::Disk::set (
            Disk const & in )  [inline]
```

Copy the Disk object.

Parameters

in	Disk object to be copied

6.2.3.10 setOriginXZ()

```
void TireGround::Disk::setOriginXZ (
            vec2 const & _OriginXZ )  [inline]
```

Set origin on XZ plane.

Parameters

_OriginXZ	New origin on XZ plane

6.2.3.11 y()

```
real_type TireGround::Disk::y (
            real_type const x ) const  [inline]
```

Evaluate Y at a query X value on the lower side Disk circumfererence.

Parameters

x	Query X value

The documentation for this class was generated from the following file:

- include/PatchTire.hh

6.3 TireGround::ETRTO Class Reference

Tire ETRTO denomination.

`#include <PatchTire.hh>`

Public Member Functions

- ETRTO ()
  Default constructor.
- ETRTO (real_type _SectionWidth, real_type _AspectRatio, real_type _RimDiameter)
  Variable set constructor.
- real_type getSidewallHeight (void) const
  Get sidewall height [m].
- real_type getTireDiameter (void) const
  Get external tire diameter [m].
- real_type getTireRadius (void) const
  Get external tire radius [m].
- real_type getSectionWidth (void) const

Get section width [m].

- void print (ostream_type &stream) const

  Display tire data.

6.3.1 Detailed Description

Tire ETRTO denomination.

6.3.2 Constructor & Destructor Documentation

6.3.2.1 ETRTO()

```
TireGround::ETRTO::ETRTO (
            real_type _SectionWidth,
            real_type _AspectRatio,
            real_type _RimDiameter )  [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

_SectionWidth	Tire section width [m]
_AspectRatio	Tire aspect ratio [$\%$]
_RimDiameter	Rim diameter [in]

6.3.3 Member Function Documentation

6.3.3.1 print()

```
void TireGround::ETRTO::print (
            ostream_type & stream ) const  [inline]
```

Display tire data.

Parameters

stream	Output stream type

The documentation for this class was generated from the following file:

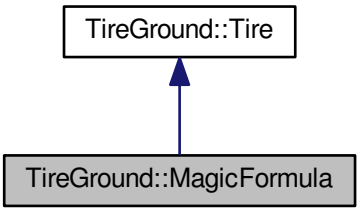
- include/PatchTire.hh

6.4 TireGround::MagicFormula Class Reference

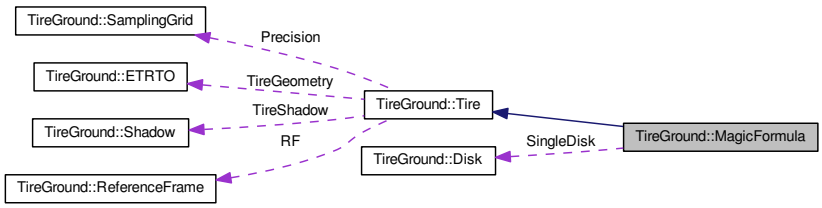
Pacejka MagicFormula contact model.

```
#include <PatchTire.hh>
```

Inheritance diagram for TireGround::MagicFormula:



Collaboration diagram for TireGround::MagicFormula:



Public Member Functions

- ~MagicFormula ()

  Default destructor.
- MagicFormula (real_type const SectionWidth, real_type const AspectRatio, real_type const RimDiameter, int_type const SwitchN)

  Variable set constructor.
- void getNormal (vec3 &_Normal) const override

  Get contact normal versor.
- void getNormal (row_vec3 &_Normal) const override

  Get contact normal versors vector.
- void getMFpoint (vec3 &_DiskPoint) const override

  Get Magic Formula contact point.
- void getMFpoint (row_vec3 &_DiskPoint) const override

  Get Magic Formula contact point vector.
- void getFriction (real_type &_Friction) const override

  Get contact point friction.
- void getFriction (row_vecN &_Friction) const override

  Get contact point friction vector.
- void getMFpointRF (mat4 &PointRF) const override

  Get Magic Formula contact point reference frame with 4x4 transformation matrix.

- void getMFpointRF (row_mat4 &_MFpointRF) const override

  Get Magic Formula contact point reference frame vector with 4x4 transformation matrix.
- void getRho (real_type &Rho, real_type &RhoDot, real_type const RhoOld, real_type const Time) const override
- void getRho (row_vecN &Rho, row_vecN &RhoDot, row_vecN const RhoOld, real_type const Time) const override
- void getArea (real_type &_Area) const override

  Get approximated contact area on Disk plane [m^2].
- void getArea (row_vecN &_Area) const override

  Get approximated contact area vector on Disk plane [m^2].
- void getVolume (real_type &_Volume) const override

  Get approximated contact volume [m^3].
- void getVolume (row_vecN &Volume) const override

  Get approximated contact volume vector [m^3].
- bool setup (RDF::MeshSurface &Mesh, mat4 const &TM) override

  Update current tire position and find contact parameters.
- void setup (vec3 const &Plane_Normal, vec3 const &Plane_Point, real_type const Plane_↩ Friction, mat4 const &TM) override
- void print (ostream_type &stream) const override

  Print contact parameters.
- void printETRTOGeometry (ostream_type &stream) const

  Display Tire ETRTO geometry data.
- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getAABBtree (void) const

  Get total Tire Shadow G2Lib::AABBtree (3D projection on ground)
- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getUpperSideAABBtree (void) const

  Get upper side Tire Shadow G2Lib:AABBtree (3D projection on ground)
- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getLowerSideAABBtree (void) const

  Get lower side Tire Shadow G2Lib:AABBtree (3D projection on ground)
- void setReferenceFrame (ReferenceFrame const &_RF)
- ReferenceFrame const & getReferenceFrame (void) const

  Get tire ReferenceFrame object.
- void setOrigin (vec3 const &Origin)

  Set a new tire origin.
- void setRotationMatrix (mat3 const &RotationMatrix)
- void setTotalTransformationMatrix (mat4 const &TM)
- real_type getEulerAngleX (void) const
- real_type getEulerAngleY (void) const
- real_type getEulerAngleZ (void) const
- void getRelativeCamber (real_type &RelativeCamber) const

  Get relative camber angle [rad].
- int_type getDisksNumber (void) const

  Dimension of the contact points data structure (disks number)

Protected Member Functions

- MagicFormula (MagicFormula const &)=delete

  Deleted copy constructor.
- MagicFormula const & operator= (MagicFormula const &)=delete

  Deleted copy operator.
- void evaluateContact (RDF::TriangleRoad_list const &TriList) override

Evaluate contact with RoadTriangles.

- void fourPointsSampling (RDF::TriangleRoad_list const &TriList, vec3 &P_star)

  Perform triangles sampling on 4 points at ±0.1∗R along X and ±0.3∗W along Y .
- bool pointSampling (RDF::TriangleRoad_list const &TriList, vec3 const &RayOrigin, vec3 const &RayDirection, vec3 &SampledPt, real_type &TriFriction=quietNaN, vec3 &Tri↩ Normal=vec3_NaN) const

  Perform one point sampling (ray-triangle intersection)

Protected Attributes

- Disk SingleDisk

  Single Disk.
- vec3 Normal

  Contact normal versor.
- vec3 MeshPoint

  Contact point on Mesh (for Magic Formula)
- vec3 DiskPoint

  Contact point on undeformed Disk circumference (not for Magic Formula)
- real_type Friction

  Contact friction.
- real_type Area

  Contact area [m^2].
- SamplingGrid Precision

  Contacth patch evaluating precision.
- ETRTO TireGeometry

  Tire ETRTO denomination.
- ReferenceFrame RF

  ReferenceFrame.
- Shadow TireShadow

  Tire shadow.

6.4.1 Detailed Description

Pacejka MagicFormula contact model.

6.4.2 Constructor & Destructor Documentation

6.4.2.1 MagicFormula()

```
TireGround::MagicFormula::MagicFormula (
            real_type const SectionWidth,
            real_type const AspectRatio,
            real_type const RimDiameter,
            int_type const SwitchN )  [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

SectionWidth	Tire section width [m]
AspectRatio	Tire aspect ratio [$\%$]
RimDiameter	Rim diameter [in]
SwitchN	Maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)

6.4.3 Member Function Documentation

6.4.3.1 evaluateContact()

```
void TireGround::MagicFormula::evaluateContact (
            RDF::TriangleRoad_list const & TriList )  [override], [protected], [virtual]
```

Evaluate contact with RoadTriangles.

Parameters

TriList	Shadow/MeshSurface intersected triangles

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.2 fourPointsSampling()

```
void TireGround::MagicFormula::fourPointsSampling (
            RDF::TriangleRoad_list const & TriList,
            vec3 & P_star )  [protected]
```

Perform triangles sampling on 4 points at ±0.1∗R along X and ±0.3∗W along Y.

Parameters

TriList	Shadow/MeshSurface intersected triangles

6.4.3.3 getArea() [1/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getArea (
            real_type & _Area ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get approximated contact area on Disk plane [m^2].

Parameters

_Area	Contact area [m^2]

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.4 getArea() [2/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getArea (
            row_vecN & _Area ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get approximated contact area vector on Disk plane [m^2].

Parameters

_Area	Contact area vector [m^2]

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.5 getEulerAngleX()

```
real_type TireGround::Tire::getEulerAngleX (
            void  ) const  [inline], [inherited]
```

Get current Euler angles [rad] for X-axis
Warning: Factor as $[R_z][R_x][R_y]$!

6.4.3.6 getEulerAngleY()

```
real_type TireGround::Tire::getEulerAngleY (
            void  ) const  [inline], [inherited]
```

Get current Euler angles [rad] for Y-axis
Warning: Factor as $[R_z][R_x][R_y]$!

6.4.3.7 getEulerAngleZ()

```
real_type TireGround::Tire::getEulerAngleZ (
            void  ) const  [inline], [inherited]
```

Get current Euler angles [rad] for Z-axis
Warning: Factor as $[R_z][R_x][R_y]$!

6.4.3.8 getFriction() [1/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getFriction (
            real_type & _Friction ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get contact point friction.

Parameters

_Friction	Contact point friction

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.9 getFriction() [2/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getFriction (
            row_vecN & _Friction ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get contact point friction vector.

Parameters

_Friction	Contact point friction vector

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.10 getMFpoint() [1/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getMFpoint (
            vec3 & _DiskPoint ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get Magic Formula contact point.

Parameters

_DiskPoint	Magic Formula contact point

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.11 getMFpoint() [2/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getMFpoint (
            row_vec3 & _DiskPoint ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get Magic Formula contact point vector.

Parameters

_DiskPoint	Contact point vector on Disk

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.12 getMFpointRF() [1/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getMFpointRF (
            mat4 & PointRF ) const  [override], [virtual]
```

Get Magic Formula contact point reference frame with 4x4 transformation matrix.

Parameters

PointRF	Magic Formula contact point reference frame

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.13 getMFpointRF() [2/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getMFpointRF (
            row_mat4 & _MFpointRF ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get Magic Formula contact point reference frame vector with 4x4 transformation matrix.

Parameters

_MFpointRF	Magic Formula ontact point reference frames vector

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.14 getNormal() [1/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getNormal (
            vec3 & _Normal ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get contact normal versor.

Parameters

_Normal	Contact point normal versor

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.15 getNormal() [2/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getNormal (
            row_vec3 & _Normal ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get contact normal versors vector.

Parameters

_Normal	Contact point normal direction vector

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.16 getRelativeCamber()

```
void TireGround::Tire::getRelativeCamber (
            real_type & RelativeCamber ) const  [inherited]
```

Get relative camber angle [rad].

Parameters

RelativeCamber	Relative camber angle

6.4.3.17 getRho() [1/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getRho (
            real_type & Rho,
            real_type & RhoDot,
            real_type const RhoOld,
            real_type const Time ) const  [override], [virtual]
```

Get contact depth at center point [m] and it time derivative [m/s]
Warning: (if negative the tire does not touch the ground)!

Parameters

Rho	Depth at center point [m/s]
RhoDot	Contact depth derivative [m/s]
RhoOld	Previous time step Rho [m]
Time	Time step [s]

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.18 getRho() [2/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getRho (
            row_vecN & Rho,
            row_vecN & RhoDot,
            row_vecN const RhoOld,
            real_type const Time ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get contact depth matrix [m] and it time derivatives [m/s]
Warning: (if negative the tire does not touch the ground)!

Parameters

Rho	Depth matrix [m/s]
RhoDot	Contact depth derivative matrix [m/s]
RhoOld	Previous time step Rho matrix [m]
Time	Time step [s]

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.19 getVolume() [1/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getVolume (
            real_type & _Volume ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get approximated contact volume [m^3].

Parameters

_Volume	Contact volume [m^3]

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.20 getVolume() [2/2]

```
void TireGround::MagicFormula::getVolume (
            row_vecN & Volume ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get approximated contact volume vector [m^3].

Parameters

Volume	Contact volume vector [m^3]

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.21 pointSampling()

```
bool TireGround::Tire::pointSampling (
```

```
            RDF::TriangleRoad_list const & TriList,
            vec3 const & RayOrigin,
            vec3 const & RayDirection,
            vec3 & SampledPt,
            real_type & TriFriction = quietNaN,
            vec3 & TriNormal = vec3_NaN ) const  [protected], [inherited]
```

Perform one point sampling (ray-triangle intersection)

Parameters

TriList	Shadow/MeshSurface intersected triangles
RayOrigin	Ray origin
RayDirection	Ray direction
SampledPt	Intersection point
TriFriction	Intersected triangle friction
TriNormal	Intersected triangle normal

6.4.3.22 print()

```
void TireGround::MagicFormula::print (
            ostream_type & stream ) const  [override], [virtual]
```

Print contact parameters.

Parameters

stream	Output stream type

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.23 printETRTOGeometry()

```
void TireGround::Tire::printETRTOGeometry (
            ostream_type & stream ) const  [inline], [inherited]
```

Display Tire ETRTO geometry data.

Parameters

stream	Output stream type

6.4.3.24 setOrigin()

```
void TireGround::Tire::setOrigin (
            vec3 const & Origin )  [inline], [inherited]
```

Set a new tire origin.

Parameters

Origin	Tire origin

6.4.3.25 setReferenceFrame()

```
void TireGround::Tire::setReferenceFrame (
            ReferenceFrame const & _RF )  [inline], [inherited]
```

Copy the tire ReferenceFrame object
Warning: Rotation matrix must be orthonormal!

Parameters

_RF	ReferenceFrame object to be copied

6.4.3.26 setRotationMatrix()

```
void TireGround::Tire::setRotationMatrix (
            mat3 const & RotationMatrix )  [inline], [inherited]
```

Set a new 3x3 rotation matrix
Warning: Rotation matrix must be orthonormal!

Parameters

RotationMatrix	Rotation matrix

6.4.3.27 setTotalTransformationMatrix()

```
void TireGround::Tire::setTotalTransformationMatrix (
            mat4 const & TM )  [inline], [inherited]
```

Set 4x4 total transformation matrix
Warning: Rotation matrix must be orthonormal!

Parameters

TM	4x4 total transformation matrix

6.4.3.28 setup() [1/2]

```
bool TireGround::MagicFormula::setup (
            RDF::MeshSurface & Mesh,
            mat4 const & TM )  [override], [virtual]
```

Update current tire position and find contact parameters.

Parameters

Mesh	MeshSurface object (road)
TM	4x4 total transformation matrix

Implements TireGround::Tire.

6.4.3.29 setup() [2/2]

```
void TireGround::MagicFormula::setup (
            vec3 const & Plane_Normal,
            vec3 const & Plane_Point,
            real_type const Plane_Friction,
            mat4 const & TM )  [override], [virtual]
```

Update current tire position and find contact parameters with external plane

Parameters

Plane_Normal	Plane normal vector
Plane_Point	Plane known point
Plane_Friction	Friction on plane
TM	4x4 total transformation matrix

Implements TireGround::Tire.

The documentation for this class was generated from the following file:

- include/PatchTire.hh

6.5 TireGround::RDF::MeshSurface Class Reference

Mesh surface.

`#include <RoadRDF.hh>`

Public Member Functions

- MeshSurface ()
  Default set constructor.
- MeshSurface (TriangleRoad_list const &_PtrTriangleVec)
  Variable set constructor.
- MeshSurface (std::string const &Path)
  Variable set constructor.
- TriangleRoad_list const & getTrianglesList (void) const
  Get all triangles inside the mesh as a vector.
- TriangleRoad_ptr const getTriangle (unsigned i) const
  Get i-th TriangleRoad.
- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getAABBPtr (void) const
  Get AABBtree object.
- void printData (std::string const &FileName) const

Print data in file.

- std::vector< G2lib::BBox::PtrBBox > const & getPtrBBoxList () const

  Get the mesh G2lib bounding boxes pointers vector.
- void set (MeshSurface const &in)

  Copy the MeshSurface object.
- bool LoadFile (std::string const &Path)

  Load the RDF model and print information on a file.
- bool intersectAABBtree (G2lib::AABBtree::PtrAABB const &AABBTreePtr, RDF::Triangle↩ Road_list &TrianglesList) const

  Intersect the mesh AABB tree with an external AABB tree.
- bool intersectBBox (std::vector< G2lib::BBox::PtrBBox > const &BBoxPtr, RDF::Triangle↩ Road_list &TrianglesList) const

  Update the mesh AABBtree with an external G2lib::BBox object pointer vector.

6.5.1 Detailed Description

Mesh surface.

6.5.2 Constructor & Destructor Documentation

6.5.2.1 MeshSurface() [1/2]

```
TireGround::RDF::MeshSurface::MeshSurface (
            TriangleRoad_list const & _PtrTriangleVec ) [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

_PtrTriangleVec	Road triangles pointer vector list

6.5.2.2 MeshSurface() [2/2]

```
TireGround::RDF::MeshSurface::MeshSurface (
            std::string const & Path ) [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

Path	Path to the RDF file

6.5.3 Member Function Documentation

6.5.3.1 intersectAABBtree()

```
bool TireGround::RDF::MeshSurface::intersectAABBtree (
            G2lib::AABBtree::PtrAABB const & AABBTreePtr,
            RDF::TriangleRoad_list & TrianglesList ) const
```

Intersect the mesh AABB tree with an external AABB tree.

Parameters

AABBTreePtr	External AABBtree object pointer
TrianglesList	Intersected TriangleRoad vector list

6.5.3.2 intersectBBox()

```
bool TireGround::RDF::MeshSurface::intersectBBox (
            std::vector< G2lib::BBox::PtrBBox > const & BBoxPtr,
            RDF::TriangleRoad_list & TrianglesList ) const
```

Update the mesh AABBtree with an external G2lib::BBox object pointer vector.

Parameters

BBoxPtr	External G2lib::BBox object pointer vector
TrianglesList	Intersected TriangleRoad vector list

6.5.3.3 LoadFile()

```
bool TireGround::RDF::MeshSurface::LoadFile (
            std::string const & Path )
```

Load the RDF model and print information on a file.

Parameters

Path	Path to the RDF file

6.5.3.4 printData()

```
void TireGround::RDF::MeshSurface::printData (
            std::string const & FileName ) const
```

Print data in file.

Parameters

FileName	File name in which print data

6.5.3.5 set()

```
void TireGround::RDF::MeshSurface::set (
            MeshSurface const & in )  [inline]
```

Copy the MeshSurface object.

Parameters

in	MeshSurface object to be copied

The documentation for this class was generated from the following file:

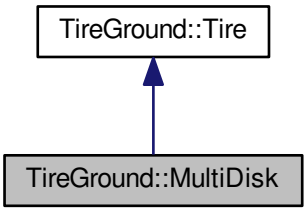
- include/RoadRDF.hh

6.6 TireGround::MultiDisk Class Reference

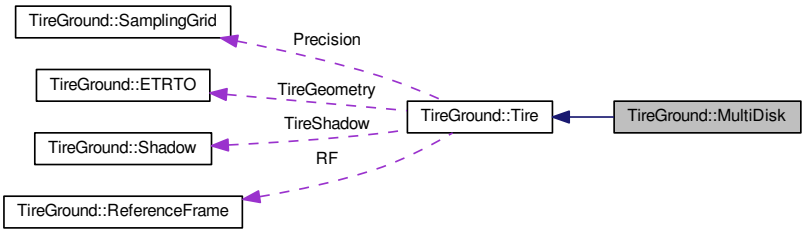
Multi-disk tire contact model.

`#include <PatchTire.hh>`

Inheritance diagram for TireGround::MultiDisk:



Collaboration diagram for TireGround::MultiDisk:



Public Member Functions

- ~MultiDisk ()

  Default destructor.
- MultiDisk (real_type const SectionWidth, real_type const AspectRatio, real_type const RimDiameter, int_type const PointsN, int_type const DisksN, int_type const SwitchN)

  Variable set constructor.

- MultiDisk (real_type const SectionWidth, real_type const AspectRatio, real_type const RimDiameter, real_type const SideRadius, int_type const PointsN, int_type const DisksN, int_type const SwitchN)

  Variable set constructor.
- MultiDisk (real_type const SectionWidth, real_type const AspectRatio, real_type const RimDiameter, row_vecN const DisksRadius, int_type const PointsN, int_type const SwitchN)

  Variable set constructor.
- real_type getPointstep (void) const

  Get grid step on X-axis between sampling points [m].
- real_type getDiskStep (void) const

  Get step on Y-axis between disks [m].
- void getNormal (vec3 &_Normal) const override

  Get contact normal mean versor.
- void getDiskOriginXYZ (row_vec3 &Origin) const

  Get disks origin (X, Y, Z).
- void getDiskOriginXYZ (int_type const i, vec3 &Origin) const

  Get i-th Disk origin (X, Y, Z).
- void setDiskOriginXZ (row_vec2 &Origin)

  Set disks origin (X, Y, Z).
- void setDiskOriginXZ (int_type const i, vec2 &Origin)

  Set i-th Disk origin (X, Y, Z).
- void getNormal (row_vec3 &_NormalVec) const override

  Get contact normal versors vector.
- void getDiskNormal (int_type const i, vec3 &_Normal) const

  Get i-th Disk contact normal versor.
- void getMFpoint (vec3 &_DiskPoint) const override

  Get Magic Formula contact point.
- void getMFpoint (row_vec3 &_DiskPointVec) const override

  Get Magic Formula contact points vector.
- void getDiskMFpoint (int_type const i, vec3 &_DiskPoint) const

  Get i-th Disk Magic Formula contact point.
- void getFriction (real_type &_Friction) const override

  Get area weighted mean contact friction.
- void getFriction (row_vecN &_Friction) const override

  Get contact frictions vector.
- void getDiskFriction (int_type const i, real_type &_Friction) const

  Get i-th Disk contact friction.
- void getMFeffectiveRF (mat4 &PointRF) const

  Get effective contact point reference frame with 4x4 transformation matrix.
- void getMFpointRF (mat4 &PointRF) const override

  Get Magic Formula contact point reference frame with 4x4 transformation matrix.
- void getMFpointRF (row_mat4 &PointRF) const override

  Get Magic Formula contact point reference frames vector with 4x4 transformation matrix.
- void getDiskMFpointRF (int_type const i, mat4 &PointRF) const

  Get Disk Magic Formula contact point reference frame with 4x4 transformation matrix.
- void getRho (real_type &Rho, real_type &RhoDot, real_type const RhoOld, real_type const Time) const override
- void getRho (row_vecN &Rho, row_vecN &RhoDot, row_vecN const RhoOld, real_type const Time) const override

- void getDiskRho (int_type const i, real_type &Rho, real_type &RhoDot, real_type const RhoOld, real_type const Time) const
- void getArea (real_type &_Area) const override

  Get approximated mean contact area on Disk plane [m^2].
- void getArea (row_vecN &_AreaVec) const override

  Get approximated contact areas vector on Disk plane [m^2].
- void getVolume (real_type &Volume) const override

  Get approximated contact volume [m^3].
- void getVolume (row_vecN &Volume) const override

  Get approximated contact volumes vector [m^3].
- void getMFeffectiveY (real_type &effectiveY) const

  Get effective Y-axis coordinate of contact point [m].
- void getMFeffectiveR (real_type &Radius) const

  Get effective radius of contact point [m].
- bool setup (RDF::MeshSurface &Mesh, mat4 const &TM) override

  Update current tire position and find contact parameters.
- void setup (vec3 const &Plane_Normal, vec3 const &Plane_Point, real_type const Plane_↩ Friction, mat4 const &TM) override
- void print (ostream_type &stream) const override

  Print contact parameters.
- void printETRTOGeometry (ostream_type &stream) const

  Display Tire ETRTO geometry data.
- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getAABBtree (void) const

  Get total Tire Shadow G2Lib::AABBtree (3D projection on ground)
- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getUpperSideAABBtree (void) const

  Get upper side Tire Shadow G2Lib:AABBtree (3D projection on ground)
- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getLowerSideAABBtree (void) const

  Get lower side Tire Shadow G2Lib:AABBtree (3D projection on ground)
- void setReferenceFrame (ReferenceFrame const &_RF)
- ReferenceFrame const & getReferenceFrame (void) const

  Get tire ReferenceFrame object.
- void setOrigin (vec3 const &Origin)

  Set a new tire origin.
- void setRotationMatrix (mat3 const &RotationMatrix)
- void setTotalTransformationMatrix (mat4 const &TM)
- real_type getEulerAngleX (void) const
- real_type getEulerAngleY (void) const
- real_type getEulerAngleZ (void) const
- void getRelativeCamber (real_type &RelativeCamber) const

  Get relative camber angle [rad].
- int_type getDisksNumber (void) const

  Dimension of the contact points data structure (disks number)

Protected Member Functions

- bool pointSampling (RDF::TriangleRoad_list const &TriList, vec3 const &RayOrigin, vec3 const &RayDirection, vec3 &SampledPt, real_type &TriFriction=quietNaN, vec3 &Tri↩ Normal=vec3_NaN) const

  Perform one point sampling (ray-triangle intersection)

Protected Attributes

- SamplingGrid Precision
  Contacth patch evaluating precision.
- ETRTO TireGeometry
  Tire ETRTO denomination.
- ReferenceFrame RF
  ReferenceFrame.
- Shadow TireShadow
  Tire shadow.

6.6.1 Detailed Description

Multi-disk tire contact model.

6.6.2 Constructor & Destructor Documentation

6.6.2.1 MultiDisk() [1/3]

```
TireGround::MultiDisk::MultiDisk (
            real_type const SectionWidth,
            real_type const AspectRatio,
            real_type const RimDiameter,
            int_type const PointsN,
            int_type const DisksN,
            int_type const SwitchN )  [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

SectionWidth	Tire section width [m]
AspectRatio	Tire aspect ratio [$\%$]
RimDiameter	Rim diameter [in]
PointsN	Sampling points for each Disk (divisions on X-axis)
DisksN	Number of Disks (divisions on Y-axis -1)
SwitchN	Maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)

6.6.2.2 MultiDisk() [2/3]

```
TireGround::MultiDisk::MultiDisk (
            real_type const SectionWidth,
            real_type const AspectRatio,
            real_type const RimDiameter,
            real_type const SideRadius,
            int_type const PointsN,
            int_type const DisksN,
            int_type const SwitchN )  [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

SectionWidth	Tire section width [m]
AspectRatio	Tire aspect ratio [$\%$]
RimDiameter	Rim diameter [in]
SideRadius	Sidewall radius [m]
PointsN	Sampling points for each Disk (divisions on X-axis)
DisksN	Number of Disks (divisions on Y-axis -1)
SwitchN	Maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)

6.6.2.3 MultiDisk() [3/3]

```
TireGround::MultiDisk::MultiDisk (
            real_type const SectionWidth,
            real_type const AspectRatio,
            real_type const RimDiameter,
            row_vecN const DisksRadius,
            int_type const PointsN,
            int_type const SwitchN )  [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

SectionWidth	Tire section width [m]
AspectRatio	Tire aspect ratio [$\%$]
RimDiameter	Rim diameter [in]
DisksRadius	Disks radius vector [m]
PointsN	Sampling points for each Disk (divisions on X-axis)
SwitchN	Maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)

6.6.3 Member Function Documentation

6.6.3.1 getArea() [1/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getArea (
            real_type & _Area ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get approximated mean contact area on Disk plane [m^2].

Parameters

_Area	Contact area [m^2]

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.2 getArea() [2/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getArea (
            row_vecN & _AreaVec ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get approximated contact areas vector on Disk plane [m^2].

Parameters

_AreaVec	Contact areas vector [m^2]

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.3 getDiskFriction()

```
void TireGround::MultiDisk::getDiskFriction (
            int_type const i,
            real_type & _Friction ) const  [inline]
```

Get i-th Disk contact friction.

Parameters

i	i-th Disk
_Friction	Disk contact friction

6.6.3.4 getDiskMFpoint()

```
void TireGround::MultiDisk::getDiskMFpoint (
            int_type const i,
            vec3 & _DiskPoint ) const  [inline]
```

Get i-th Disk Magic Formula contact point.

Parameters

i	i-th Disk
_DiskPoint	Disk Magic Formula contact point

6.6.3.5 getDiskMFpointRF()

```
void TireGround::MultiDisk::getDiskMFpointRF (
            int_type const i,
            mat4 & PointRF ) const
```

Get Disk Magic Formula contact point reference frame with 4x4 transformation matrix.

Parameters

i	i-th Disk
PointRF	Magic Formula contact point reference frame

6.6.3.6 getDiskNormal()

```
void TireGround::MultiDisk::getDiskNormal (
            int_type const i,
            vec3 & _Normal ) const  [inline]
```

Get i-th Disk contact normal versor.

Parameters

i	i-th Disk
_Normal	Contact normal versor

6.6.3.7 getDiskOriginXYZ() [1/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getDiskOriginXYZ (
            row_vec3 & Origin ) const  [inline]
```

Get disks origin (X, Y, Z).

Parameters

Origin	Disks origin

6.6.3.8 getDiskOriginXYZ() [2/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getDiskOriginXYZ (
            int_type const i,
            vec3 & Origin ) const  [inline]
```

Get i-th Disk origin (X, Y, Z).

Parameters

i	i-th Disk
Origin	Disks origin

6.6.3.9 getDiskRho()

```
void TireGround::MultiDisk::getDiskRho (
            int_type const i,
            real_type & Rho,
            real_type & RhoDot,
            real_type const RhoOld,
            real_type const Time ) const
```

Get i-th Disk contact depth [m] and it time derivative [m/s]
Warning: (if negative the tire does not touch the ground)!

Parameters

i	i-th Disk
Rho	Disk contact depth
RhoDot	Contact depth derivative [m/s]
RhoOld	Previous time step Rho [m]
Time	Time step [s]

6.6.3.10 getEulerAngleX()

```
real_type TireGround::Tire::getEulerAngleX (
            void  ) const  [inline], [inherited]
```

Get current Euler angles [rad] for X-axis
Warning: Factor as $[R_z][R_x][R_y]$!

6.6.3.11 getEulerAngleY()

```
real_type TireGround::Tire::getEulerAngleY (
            void  ) const  [inline], [inherited]
```

Get current Euler angles [rad] for Y-axis
Warning: Factor as $[R_z][R_x][R_y]$!

6.6.3.12 getEulerAngleZ()

```
real_type TireGround::Tire::getEulerAngleZ (
            void  ) const  [inline], [inherited]
```

Get current Euler angles [rad] for Z-axis
Warning: Factor as $[R_z][R_x][R_y]$!

6.6.3.13 getFriction() [1/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getFriction (
            real_type & _Friction ) const  [override], [virtual]
```

Get area weighted mean contact friction.

Parameters

_Friction	Area weighted mean contact friction

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.14 getFriction() [2/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getFriction (
            row_vecN & _Friction ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get contact frictions vector.

Parameters

_Friction	Contact frictions vector

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.15 getMFeffectiveR()

```
void TireGround::MultiDisk::getMFeffectiveR (
            real_type & Radius ) const
```

Get effective radius of contact point [m].

Parameters

Radius	Effective radius of contact point [m]

6.6.3.16 getMFeffectiveRF()

```
void TireGround::MultiDisk::getMFeffectiveRF (
            mat4 & PointRF ) const
```

Get effective contact point reference frame with 4x4 transformation matrix.

Parameters

PointRF	Magic Formula contact point reference frame

6.6.3.17 getMFeffectiveY()

```
void TireGround::MultiDisk::getMFeffectiveY (
            real_type & effectiveY ) const
```

Get effective Y-axis coordinate of contact point [m].

Parameters

effectiveY	Effective Y-axis coordinate of contact point [m]

6.6.3.18 getMFpoint() [1/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getMFpoint (
            vec3 & _DiskPoint ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get Magic Formula contact point.

Parameters

_DiskPoint	Magic Formula contact point

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.19 getMFpoint() [2/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getMFpoint (
            row_vec3 & _DiskPointVec ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get Magic Formula contact points vector.

Parameters

_DiskPointVec	Magic Formula contact points vector

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.20 getMFpointRF() [1/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getMFpointRF (
            mat4 & PointRF ) const  [override], [virtual]
```

Get Magic Formula contact point reference frame with 4x4 transformation matrix.

Parameters

PointRF	Magic Formula contact point reference frame

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.21 getMFpointRF() [2/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getMFpointRF (
            row_mat4 & PointRF ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get Magic Formula contact point reference frames vector with 4x4 transformation matrix.

Parameters

PointRF	Magic Formula contact point reference frames vector

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.22 getNormal() [1/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getNormal (
            vec3 & _Normal ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get contact normal mean versor.

Parameters

_Normal	Contact normal mean versor

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.23 getNormal() [2/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getNormal (
            row_vec3 & _NormalVec ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get contact normal versors vector.

Parameters

_NormalVec	Contact normal versors vector

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.24 getRelativeCamber()

```
void TireGround::Tire::getRelativeCamber (
            real_type & RelativeCamber ) const  [inherited]
```

Get relative camber angle [rad].

Parameters

RelativeCamber	Relative camber angle

6.6.3.25 getRho() [1/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getRho (
            real_type & Rho,
            real_type & RhoDot,
            real_type const RhoOld,
            real_type const Time ) const  [override], [virtual]
```

Get contact depth at center point [m] and it time derivative [m/s]
Warning: (if negative the tire does not touch the ground)!

Parameters

Rho	Depth at center point [m/s]
RhoDot	Contact depth derivative [m/s]
RhoOld	Previous time step Rho [m]
Time	Time step [s]

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.26 getRho() [2/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getRho (
            row_vecN & Rho,
            row_vecN & RhoDot,
            row_vecN const RhoOld,
            real_type const Time ) const  [override], [virtual]
```

Get contact depths vector [m] and it time derivatives [m/s]
Warning: (if negative the tire does not touch the ground)!

Parameters

Rho	Depth matrix [m/s]
RhoDot	Contact depth derivative matrix [m/s]
RhoOld	Previous time step Rho matrix [m]
Time	Time step [s]

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.27 getVolume() [1/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getVolume (
            real_type & Volume ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get approximated contact volume [m^3].

Parameters

Volume	Contact volume [m^3]

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.28 getVolume() [2/2]

```
void TireGround::MultiDisk::getVolume (
            row_vecN & Volume ) const  [inline], [override], [virtual]
```

Get approximated contact volumes vector [m^3].

Parameters

Volume	Contact volumes vector [m^3]

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.29 pointSampling()

```
bool TireGround::Tire::pointSampling (
            RDF::TriangleRoad_list const & TriList,
            vec3 const & RayOrigin,
            vec3 const & RayDirection,
            vec3 & SampledPt,
            real_type & TriFriction = quietNaN,
            vec3 & TriNormal = vec3_NaN ) const  [protected], [inherited]
```

Perform one point sampling (ray-triangle intersection)

Parameters

TriList	Shadow/MeshSurface intersected triangles
RayOrigin	Ray origin
RayDirection	Ray direction
SampledPt	Intersection point
TriFriction	Intersected triangle friction
TriNormal	Intersected triangle normal

6.6.3.30 print()

```
void TireGround::MultiDisk::print (
            ostream_type & stream ) const  [override], [virtual]
```

Print contact parameters.

Parameters

stream	Output stream type

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.31 printETRTOGeometry()

```
void TireGround::Tire::printETRTOGeometry (
            ostream_type & stream ) const  [inline], [inherited]
```

Display Tire ETRTO geometry data.

Parameters

stream	Output stream type

6.6.3.32 setDiskOriginXZ() [1/2]

```
void TireGround::MultiDisk::setDiskOriginXZ (
            row_vec2 & Origin )  [inline]
```

Set disks origin (X, Y, Z).

Parameters

Origin	New Disks origin vector

6.6.3.33 setDiskOriginXZ() [2/2]

```
void TireGround::MultiDisk::setDiskOriginXZ (
```

```
            int_type const i,
            vec2 & Origin )  [inline]
```

Set i-th Disk origin (X, Y, Z).

Parameters

i	*i*-th Disk
Origin	New Disks origin vector

6.6.3.34 setOrigin()

```
void TireGround::Tire::setOrigin (
            vec3 const & Origin )  [inline], [inherited]
```

Set a new tire origin.

Parameters

Origin	Tire origin

6.6.3.35 setReferenceFrame()

```
void TireGround::Tire::setReferenceFrame (
            ReferenceFrame const & _RF )  [inline], [inherited]
```

Copy the tire ReferenceFrame object
Warning: Rotation matrix must be orthonormal!

Parameters

_RF	ReferenceFrame object to be copied

6.6.3.36 setRotationMatrix()

```
void TireGround::Tire::setRotationMatrix (
            mat3 const & RotationMatrix )  [inline], [inherited]
```

Set a new 3x3 rotation matrix
Warning: Rotation matrix must be orthonormal!

Parameters

RotationMatrix	Rotation matrix

6.6.3.37 setTotalTransformationMatrix()

```
void TireGround::Tire::setTotalTransformationMatrix (
            mat4 const & TM )  [inline], [inherited]
```

Set 4x4 total transformation matrix
Warning: Rotation matrix must be orthonormal!

Parameters

TM	4x4 total transformation matrix

6.6.3.38 setup() [1/2]

```
bool TireGround::MultiDisk::setup (
             RDF::MeshSurface & Mesh,
             mat4 const & TM )  [override], [virtual]
```

Update current tire position and find contact parameters.

Parameters

Mesh	MeshSurface object (road)
TM	4x4 total transformation matrix

Implements TireGround::Tire.

6.6.3.39 setup() [2/2]

```
void TireGround::MultiDisk::setup (
             vec3 const & Plane_Normal,
             vec3 const & Plane_Point,
             real_type const Plane_Friction,
             mat4 const & TM )  [override], [virtual]
```

Update current tire position and find contact parameters with external plane

Parameters

Plane_Normal	Plane normal vector
Plane_Point	Plane known point
Plane_Friction	Friction on plane
TM	4x4 total transformation matrix

Implements TireGround::Tire.

The documentation for this class was generated from the following file:

- include/PatchTire.hh

6.7 TireGround::ReferenceFrame Class Reference

Reference frame.

```
#include <PatchTire.hh>
```

Public Member Functions

- ReferenceFrame ()
  Default constructor.
- ReferenceFrame (vec3 const &_Origin, mat3 const &_RotationMatrix)
  Variable set constructor.
- bool isEmpty (void)
  Check if ReferenceFrame object is empty.
- mat3 const & getRotationMatrix (void) const
  Get current 3x3 rotation matrix.
- mat3 getRotationMatrixInverse (void) const
  Get current 3x3 rotation matrix inverse.
- vec3 getX (void) const
  Get current X-axis versor.
- vec3 getY (void) const
  Get current Y-axis versor.
- vec3 getZ (void) const
  Get current Z-axis versor.
- vec3 const & getOrigin (void) const
  Get origin position.
- void setOrigin (vec3 const &_Origin)
  Set origin position.
- void setRotationMatrix (mat3 const &_RotationMatrix)
  Set 3x3 rotation matrix.
- void setTotalTransformationMatrix (mat4 const &TM)
  Set 4x4 total transformation matrix.
- mat4 getTotalTransformationMatrix (void)
  Get 4x4 total transformation matrix.
- void set (ReferenceFrame const &in)
- real_type getEulerAngleX (void) const
- real_type getEulerAngleY (void) const
- real_type getEulerAngleZ (void) const

6.7.1 Detailed Description

Reference frame.

6.7.2 Constructor & Destructor Documentation

6.7.2.1 ReferenceFrame()

```
TireGround::ReferenceFrame::ReferenceFrame (
            vec3 const & _Origin,
            mat3 const & _RotationMatrix )  [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

_Origin	Origin position
_RotationMatrix	3x3 rotation matrix

6.7.3 Member Function Documentation

6.7.3.1 getEulerAngleX()

```
real_type TireGround::ReferenceFrame::getEulerAngleX (
            void  ) const
```

Get current Euler angles [rad] for X-axis
Warning: Factor as $[R_z][R_x][R_y]$!

6.7.3.2 getEulerAngleY()

```
real_type TireGround::ReferenceFrame::getEulerAngleY (
            void  ) const
```

Get current Euler angles [rad] for Y-axis
Warning: Factor as $[R_z][R_x][R_y]$!

6.7.3.3 getEulerAngleZ()

```
real_type TireGround::ReferenceFrame::getEulerAngleZ (
            void  ) const
```

Get current Euler angles [rad] for Z-axis
Warning: Factor as $[R_z][R_x][R_y]$!

6.7.3.4 set()

```
void TireGround::ReferenceFrame::set (
            ReferenceFrame const & in )  [inline]
```

Copy the tire ReferenceFrame object
Warning: Rotation matrix must be orthonormal!

Parameters

in	ReferenceFrame object to be copied

6.7.3.5 setOrigin()

```
void TireGround::ReferenceFrame::setOrigin (
            vec3 const & _Origin )  [inline]
```

Set origin position.

Parameters

_Origin	Origin position

6.7.3.6 setRotationMatrix()

```
void TireGround::ReferenceFrame::setRotationMatrix (
            mat3 const & _RotationMatrix )  [inline]
```

Set 3x3 rotation matrix.

Parameters

_RotationMatrix	3x3 rotation matrix

6.7.3.7 setTotalTransformationMatrix()

```
void TireGround::ReferenceFrame::setTotalTransformationMatrix (
            mat4 const & TM ) [inline]
```

Set 4x4 total transformation matrix.

Parameters

TM	4x4 total transformation matrix

The documentation for this class was generated from the following file:

- include/PatchTire.hh

6.8 TireGround::SamplingGrid Class Reference

Patch evaluation precision.

`#include <PatchTire.hh>`

Public Member Functions

- SamplingGrid ()
  Default constructor.
- SamplingGrid (int_type _PointsN, int_type _DisksN)
  Variable set constructor.
- SamplingGrid (int_type _PointsN, int_type _DisksN, int_type _Switch)
  Variable set constructor.
- int_type getPointsNumber (void) const
  Get number of sampling points for each Disk (divisions on X-axis)
- int_type getDisksNumber (void) const
  Get number of Disks (divisions on Y-axis −1)
- unsigned getSwitchNumber (void) const
  Get number of maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)
- void setSwitchNumber (int_type const _Switch)
  Set number of maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)
- void set (int_type _PointsN, int_type _DisksN, int_type _Switch)
  Set number of divisions.
- void set (SamplingGrid const &in)
  Copy the SamplingGrid object.

6.8.1 Detailed Description

Patch evaluation precision.

6.8.2 Constructor & Destructor Documentation

6.8.2.1 SamplingGrid() [1/2]

```
TireGround::SamplingGrid::SamplingGrid (
            int_type _PointsN,
            int_type _DisksN ) [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

_PointsN	Sampling points for each Disk (divisions on X-axis)
_DisksN	Number of Disks (divisions on Y-axis -1)

6.8.2.2 SamplingGrid() [2/2]

```
TireGround::SamplingGrid::SamplingGrid (
            int_type _PointsN,
            int_type _DisksN,
            int_type _Switch ) [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

_PointsN	Sampling points for each Disk (divisions on X-axis)
_DisksN	Number of Disks (divisions on Y-axis -1)
_Switch	Maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)

6.8.3 Member Function Documentation

6.8.3.1 set() [1/2]

```
void TireGround::SamplingGrid::set (
            int_type _PointsN,
            int_type _DisksN,
            int_type _Switch ) [inline]
```

Set number of divisions.

Parameters

_PointsN	Sampling points for each Disk (divisions on X-axis)
_DisksN	Number of Disks (divisions on Y-axis -1)
_Switch	Maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)

6.8.3.2 set() [2/2]

```
void TireGround::SamplingGrid::set (
            SamplingGrid const & in )  [inline]
```

Copy the SamplingGrid object.

Parameters

in	SamplingGrid object to be copied

6.8.3.3 setSwitchNumber()

```
void TireGround::SamplingGrid::setSwitchNumber (
            int_type const _Switch )  [inline]
```

Set number of maximum RoadTriangles in the Tire Shadow (switch to sampling)

Parameters

_Switch	New switch number

The documentation for this class was generated from the following file:

- include/PatchTire.hh

6.9 TireGround::Shadow Class Reference

2D shadow (2D bounding box enhacement)

`#include <PatchTire.hh>`

Public Member Functions

- Shadow ()
  Default constructor.
- Shadow (ETRTO const &TireGeometry, ReferenceFrame const &RF)
- void update (ETRTO const &TireGeometry, ReferenceFrame const &RF)
- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getAABBtree (void) const
  Get total Tire G2Lib::AABBtree (3D projection on ground)
- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getUpperSideAABBtree (void) const
  Get upper side Tire G2Lib:AABBtree (3D projection on ground)
- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getLowerSideAABBtree (void) const
  Get lower side Tire G2Lib:AABBtree (3D projection on ground)

6.9.1 Detailed Description

2D shadow (2D bounding box enhacement)

6.9.2 Constructor & Destructor Documentation

6.9.2.1 Shadow()

```
TireGround::Shadow::Shadow (
            ETRTO const & TireGeometry,
            ReferenceFrame const & RF )  [inline]
```

Variable set constructor
Warning: Rotation matrix must be orthonormal!

Parameters

TireGeometry	Tire ETRTO denomination
RF	Tire ReferenceFrame

6.9.3 Member Function Documentation

6.9.3.1 update()

```
void TireGround::Shadow::update (
            ETRTO const & TireGeometry,
            ReferenceFrame const & RF )
```

Update the 2D tire shadow domain
Warning: Rotation matrix must be orthonormal!

Parameters

TireGeometry	Tire ETRTO denomination
RF	Tire ReferenceFrame

The documentation for this class was generated from the following file:

- include/PatchTire.hh

6.10 TicToc Class Reference

Public Member Functions

- void **tic** ()
- void **toc** ()
- real_type **elapsed_s** () const
- real_type **elapsed_ms** () const

The documentation for this class was generated from the following file:

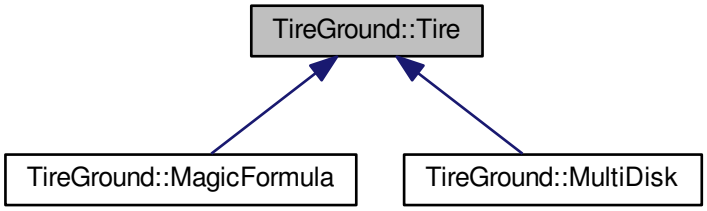
- include/TicToc.hh

6.11 TireGround::Tire Class Reference

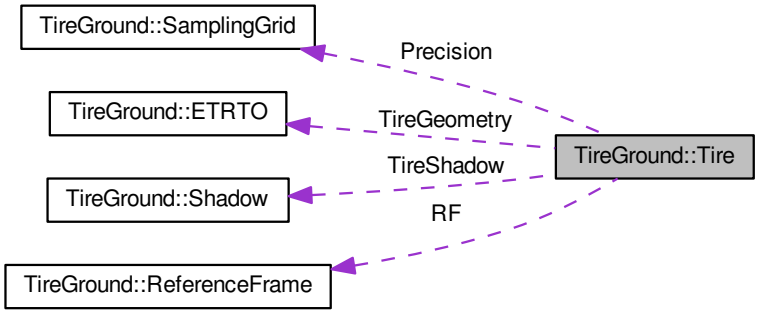
Base class for Tire models.

`#include <PatchTire.hh>`

Inheritance diagram for TireGround::Tire:



Collaboration diagram for TireGround::Tire:



Public Member Functions

- ~Tire ()

  Default destructor.
- Tire (real_type const SectionWidth, real_type const AspectRatio, real_type const Rim↩ Diameter, int_type const PointsN, int_type const DisksN)

  Variable set constructor.
- void printETRTOGeometry (ostream_type &stream) const

  Display Tire ETRTO geometry data.
- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getAABBtree (void) const

  Get total Tire Shadow G2Lib::AABBtree (3D projection on ground)
- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getUpperSideAABBtree (void) const

  Get upper side Tire Shadow G2Lib:AABBtree (3D projection on ground)

- G2lib::AABBtree::PtrAABB const getLowerSideAABBtree (void) const
  Get lower side Tire Shadow G2Lib:AABBtree (3D projection on ground)
- void setReferenceFrame (ReferenceFrame const &_RF)
- ReferenceFrame const & getReferenceFrame (void) const
  Get tire ReferenceFrame object.
- void setOrigin (vec3 const &Origin)
  Set a new tire origin.
- void setRotationMatrix (mat3 const &RotationMatrix)
- void setTotalTransformationMatrix (mat4 const &TM)
- real_type getEulerAngleX (void) const
- real_type getEulerAngleY (void) const
- real_type getEulerAngleZ (void) const
- void getRelativeCamber (real_type &RelativeCamber) const
  Get relative camber angle [rad].
- int_type getDisksNumber (void) const
  Dimension of the contact points data structure (disks number)
- virtual void getRho (real_type &Rho, real_type &RhoDot, real_type const RhoOld, real_type const Time) const =0
- virtual void getRho (row_vecN &Rho, row_vecN &RhoDot, row_vecN const RhoOld, real_type const Time) const =0
- virtual void getNormal (vec3 &Normal) const =0
  Get contact normal versor.
- virtual void getNormal (row_vec3 &Normal) const =0
  Get contact normal versors vector.
- virtual void getMFpoint (vec3 &Point) const =0
  Get Magic Formula contact point.
- virtual void getMFpoint (row_vec3 &Point) const =0
  Get Magic Formula contact point vector.
- virtual void getFriction (real_type &Friction) const =0
  Get contact point friction.
- virtual void getFriction (row_vecN &Friction) const =0
  Get contact frictions vector.
- virtual void getMFpointRF (mat4 &PointRF) const =0
  Get Magic Formula contact point reference frame with 4x4 transformation matrix.
- virtual void getMFpointRF (row_mat4 &PointRF) const =0
  Get Magic Formula contact point reference frame vector with 4x4 transformation matrix.
- virtual void getArea (real_type &_Area) const =0
  Get approximated contact area on Disk plane [m^2].
- virtual void getArea (row_vecN &Area) const =0
  Get approximated contact areas vector on Disk plane [m^2].
- virtual void getVolume (real_type &Volume) const =0
  Get approximated contact volume [m^3].
- virtual void getVolume (row_vecN &_Volume) const =0
  Get approximated contact volume [m^3].
- virtual void evaluateContact (RDF::TriangleRoad_list const &TriList)=0
  Evaluate contact with RoadTriangles.
- virtual bool setup (RDF::MeshSurface &Mesh, mat4 const &TM)=0
  Update current tire position and find contact parameters.
- virtual void setup (vec3 const &Plane_Normal, vec3 const &Plane_Point, real_type const Plane_Friction, mat4 const &TM)=0
- virtual void print (ostream_type &stream) const =0
  Print contact parameters.

Protected Member Functions

- Tire (Tire const &)=delete

  Deleted copy constructor.
- Tire const & operator= (Tire const &)=delete

  Deleted copy operator.
- bool pointSampling (RDF::TriangleRoad_list const &TriList, vec3 const &RayOrigin, vec3 const &RayDirection, vec3 &SampledPt, real_type &TriFriction=quietNaN, vec3 &TriNormal=vec3_NaN) const

  Perform one point sampling (ray-triangle intersection)

Protected Attributes

- SamplingGrid Precision

  Contacth patch evaluating precision.
- ETRTO TireGeometry

  Tire ETRTO denomination.
- ReferenceFrame RF

  ReferenceFrame.
- Shadow TireShadow

  Tire shadow.

6.11.1 Detailed Description

Base class for Tire models.

6.11.2 Constructor & Destructor Documentation

6.11.2.1 Tire()

```
TireGround::Tire::Tire (
            real_type const SectionWidth,
            real_type const AspectRatio,
            real_type const RimDiameter,
            int_type const PointsN,
            int_type const DisksN )  [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

SectionWidth	Tire section width [m]
AspectRatio	Tire aspect ratio [$\%$]
RimDiameter	Rim diameter [in]
PointsN	Sampling points for each Disk (divisions on X-axis)
DisksN	Number of Disks (divisions on Y-axis -1)

6.11.3 Member Function Documentation

6.11.3.1 evaluateContact()

```
virtual void TireGround::Tire::evaluateContact (
            RDF::TriangleRoad_list const & TriList ) [pure virtual]
```

Evaluate contact with RoadTriangles.

Parameters

TriList	Shadow/MeshSurface intersected triangles

Implemented in TireGround::MagicFormula.

6.11.3.2 getArea() [1/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getArea (
            real_type & _Area ) const [pure virtual]
```

Get approximated contact area on Disk plane [m^2].

Parameters

_Area	Contact area [m^2]

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.3 getArea() [2/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getArea (
            row_vecN & Area ) const [pure virtual]
```

Get approximated contact areas vector on Disk plane [m^2].

Parameters

Area	Contact areas vector [m^2]

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.4 getEulerAngleX()

```
real_type TireGround::Tire::getEulerAngleX (
            void ) const [inline]
```

Get current Euler angles [rad] for X-axis
Warning: Factor as $[R_z][R_x][R_y]$!

6.11.3.5 getEulerAngleY()

```
real_type TireGround::Tire::getEulerAngleY (
            void ) const [inline]
```

Get current Euler angles [rad] for Y-axis
Warning: Factor as $[R_z][R_x][R_y]$!

6.11.3.6 getEulerAngleZ()

```
real_type TireGround::Tire::getEulerAngleZ (
            void  ) const  [inline]
```

Get current Euler angles [rad] for Z-axis
Warning: Factor as $[R_z][R_x][R_y]$!

6.11.3.7 getFriction() [1/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getFriction (
            real_type & Friction ) const  [pure virtual]
```

Get contact point friction.

Parameters

Friction	Contact point friction

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.8 getFriction() [2/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getFriction (
            row_vecN & Friction ) const  [pure virtual]
```

Get contact frictions vector.

Parameters

Friction	Contact frictions vector

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.9 getMFpoint() [1/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getMFpoint (
            vec3 & Point ) const  [pure virtual]
```

Get Magic Formula contact point.

Parameters

Point	Magic Formula contact point

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.10 getMFpoint() [2/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getMFpoint (
            row_vec3 & Point ) const  [pure virtual]
```

Get Magic Formula contact point vector.

Parameters

Point	Magic Formula Contact point vector

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.11 getMFpointRF() [1/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getMFpointRF (
            mat4 & PointRF ) const  [pure virtual]
```

Get Magic Formula contact point reference frame with 4x4 transformation matrix.

Parameters

PointRF	Magic Formula contact point reference frame

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.12 getMFpointRF() [2/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getMFpointRF (
            row_mat4 & PointRF ) const  [pure virtual]
```

Get Magic Formula contact point reference frame vector with 4x4 transformation matrix.

Parameters

PointRF	Magic Formula ontact point reference frames vector

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.13 getNormal() [1/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getNormal (
            vec3 & Normal ) const  [pure virtual]
```

Get contact normal versor.

Parameters

Normal	Contact point normal direction

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.14 getNormal() [2/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getNormal (
            row_vec3 & Normal ) const  [pure virtual]
```

Get contact normal versors vector.

Parameters

Normal	Contact point normal direction vector

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.15 getRelativeCamber()

```
void TireGround::Tire::getRelativeCamber (
            real_type & RelativeCamber ) const
```

Get relative camber angle [rad].

Parameters

RelativeCamber	Relative camber angle

6.11.3.16 getRho() [1/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getRho (
            real_type & Rho,
            real_type & RhoDot,
            real_type const RhoOld,
            real_type const Time ) const  [pure virtual]
```

Get contact depth at center point [m]
Warning: (if negative the tire does not touch the ground)!

Parameters

Rho	Depth at center point [m/s]
RhoDot	Contact depth derivative [m/s]
RhoOld	Previous time step Rho [m]
Time	Time step [s]

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.17 getRho() [2/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getRho (
            row_vecN & Rho,
            row_vecN & RhoDot,
            row_vecN const RhoOld,
            real_type const Time ) const  [pure virtual]
```

Get contact depth vector [m] and it time derivatives [m/s]
Warning: (if negative the tire does not touch the ground)!

Parameters

Rho	Depth matrix [m/s]

Parameters

RhoDot	Contact depth derivative matrix [m/s]
RhoOld	Previous time step Rho matrix [m]
Time	Time step [s]

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.18 getVolume() [1/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getVolume (
            real_type & Volume ) const  [pure virtual]
```

Get approximated contact volume [m^3].

Parameters

Volume	Contact volume [m^3]

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.19 getVolume() [2/2]

```
virtual void TireGround::Tire::getVolume (
            row_vecN & _Volume ) const  [pure virtual]
```

Get approximated contact volume [m^3].

Parameters

_Volume	Contact volume vector [m^3]

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.20 pointSampling()

```
bool TireGround::Tire::pointSampling (
            RDF::TriangleRoad_list const & TriList,
            vec3 const & RayOrigin,
            vec3 const & RayDirection,
            vec3 & SampledPt,
            real_type & TriFriction = quietNaN,
            vec3 & TriNormal = vec3_NaN ) const  [protected]
```

Perform one point sampling (ray-triangle intersection)

Parameters

TriList	Shadow/MeshSurface intersected triangles
RayOrigin	Ray origin
RayDirection	Ray direction

Parameters

SampledPt	Intersection point
TriFriction	Intersected triangle friction
TriNormal	Intersected triangle normal

6.11.3.21 print()

```
virtual void TireGround::Tire::print (
            ostream_type & stream ) const  [pure virtual]
```

Print contact parameters.

Parameters

stream	Output stream type

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.22 printETRTOGeometry()

```
void TireGround::Tire::printETRTOGeometry (
            ostream_type & stream ) const  [inline]
```

Display Tire ETRTO geometry data.

Parameters

stream	Output stream type

6.11.3.23 setOrigin()

```
void TireGround::Tire::setOrigin (
            vec3 const & Origin )  [inline]
```

Set a new tire origin.

Parameters

Origin	Tire origin

6.11.3.24 setReferenceFrame()

```
void TireGround::Tire::setReferenceFrame (
            ReferenceFrame const & _RF )  [inline]
```

Copy the tire ReferenceFrame object
Warning: Rotation matrix must be orthonormal!

Parameters

_RF	ReferenceFrame object to be copied

6.11.3.25 setRotationMatrix()

```
void TireGround::Tire::setRotationMatrix (
            mat3 const & RotationMatrix )  [inline]
```

Set a new 3x3 rotation matrix
Warning: Rotation matrix must be orthonormal!

Parameters

RotationMatrix	Rotation matrix

6.11.3.26 setTotalTransformationMatrix()

```
void TireGround::Tire::setTotalTransformationMatrix (
            mat4 const & TM )  [inline]
```

Set 4x4 total transformation matrix
Warning: Rotation matrix must be orthonormal!

Parameters

TM	4x4 total transformation matrix

6.11.3.27 setup() [1/2]

```
virtual bool TireGround::Tire::setup (
            RDF::MeshSurface & Mesh,
            mat4 const & TM )  [pure virtual]
```

Update current tire position and find contact parameters.

Parameters

Mesh	MeshSurface object (road)
TM	4x4 total transformation matrix

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

6.11.3.28 setup() [2/2]

```
virtual void TireGround::Tire::setup (
            vec3 const & Plane_Normal,
            vec3 const & Plane_Point,
```

```
        real_type const Plane_Friction,
        mat4 const & TM )  [pure virtual]
```

Update current tire position and find contact parameters with external plane

Parameters

Plane_Normal	Plane normal vector
Plane_Point	Plane known point
Plane_Friction	Friction on plane
TM	4x4 total transformation matrix

Implemented in TireGround::MultiDisk, and TireGround::MagicFormula.

The documentation for this class was generated from the following file:

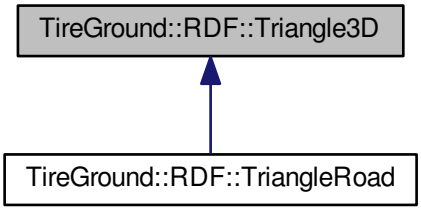
- include/PatchTire.hh

6.12 TireGround::RDF::Triangle3D Class Reference

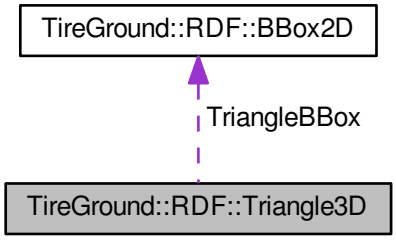
3D triangle (pure geometrical description)

```
#include <RoadRDF.hh>
```

Inheritance diagram for TireGround::RDF::Triangle3D:



Collaboration diagram for TireGround::RDF::Triangle3D:



Public Member Functions

- Triangle3D ()

  Variable set constructor.
- Triangle3D (vec3 const _Vertices[3])

  Variable set constructor.
- void setVertices (vec3 const _Vertices[3])

  Set new vertices and update bounding box domain.
- void setVertices (vec3 const &Vertex0, vec3 const &Vertex1, vec3 const &Vertex2)

  Set new vertices then update bounding box domain and normal versor.
- vec3 const & getNormal (void) const

  Get normal versor.
- vec3 const & getVertex (unsigned i) const

  Get i-th vertex.
- BBox2D const & getBBox (void) const

  Get Triangle3D bonding box BBox2D.
- void print (ostream_type &stream) const

  Print vertices data.
- bool intersectRay (vec3 const &RayOrigin, vec3 const &RayDirection, vec3 &IntPt) const
- int_type intersectEdgePlane (vec3 const &PlaneN, vec3 const &PlaneP, int_type const Edge, vec3 &IntPt1, vec3 &IntPt2) const
- bool intersectPlane (vec3 const &PlaneN, vec3 const &PlaneP, std::vector< vec3 > &IntPts) const

Protected Member Functions

- Triangle3D (Triangle3D const &)=delete

  Deleted copy constructor.
- Triangle3D & operator= (Triangle3D const &)=delete

  Deleted copy operator.

Protected Attributes

- vec3 Vertices [3]

  Vertices reference vector.
- vec3 Normal

  Triangle normal versor.
- BBox2D TriangleBBox

  Triangle 2D bounding box (XY plane)

6.12.1 Detailed Description

3D triangle (pure geometrical description)

6.12.2 Constructor & Destructor Documentation

6.12.2.1 Triangle3D()

```
TireGround::RDF::Triangle3D::Triangle3D (
            vec3 const _Vertices[3] )  [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

_Vertices	Vertices reference vector

6.12.3 Member Function Documentation

6.12.3.1 intersectEdgePlane()

```
int_type TireGround::RDF::Triangle3D::intersectEdgePlane (
            vec3 const & PlaneN,
            vec3 const & PlaneP,
            int_type const Edge,
            vec3 & IntPt1,
            vec3 & IntPt2 ) const
```

Check if an edge of the Triangle3D object hits a and find the intersection point

Parameters

PlaneN	Plane normal vector
PlaneP	Plane known point
Edge	Triangle edge number (0:2)
IntPt1	Intersection point 1
IntPt2	Intersection point 2

6.12.3.2 intersectPlane()

```
bool TireGround::RDF::Triangle3D::intersectPlane (
            vec3 const & PlaneN,
            vec3 const & PlaneP,
            std::vector< vec3 > & IntPts ) const
```

Check if a plane intersects a Triangle3D object and find the intersection points

Parameters

PlaneN	Plane normal vector
PlaneP	Plane known point
IntPts	Intersection points

6.12.3.3 intersectRay()

```
bool TireGround::RDF::Triangle3D::intersectRay (
            vec3 const & RayOrigin,
            vec3 const & RayDirection,
            vec3 & IntPt ) const
```

Check if a ray hits a Triangle3D object through Möller-Trumbore intersection algorithm

Parameters

RayOrigin	Ray origin position
RayDirection	Ray direction vector
IntPt	Intersection point

6.12.3.4 print()

```
void TireGround::RDF::Triangle3D::print (
            ostream_type & stream ) const  [inline]
```

Print vertices data.

Parameters

stream	Output stream type

6.12.3.5 setVertices() [1/2]

```
void TireGround::RDF::Triangle3D::setVertices (
            vec3 const _Vertices[3] )  [inline]
```

Set new vertices and update bounding box domain.

Parameters

_Vertices	Vertices reference vector

6.12.3.6 setVertices() [2/2]

```
void TireGround::RDF::Triangle3D::setVertices (
            vec3 const & Vertex0,
            vec3 const & Vertex1,
            vec3 const & Vertex2 )  [inline]
```

Set new vertices then update bounding box domain and normal versor.

Parameters

Vertex0	Vertex 1
Vertex1	Vertex 2
Vertex2	Vertex 3

The documentation for this class was generated from the following file:

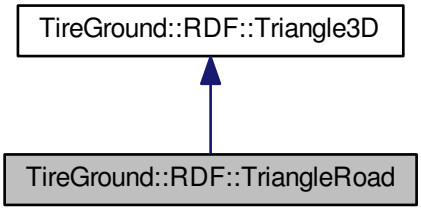
- include/RoadRDF.hh

6.13 TireGround::RDF::TriangleRoad Class Reference

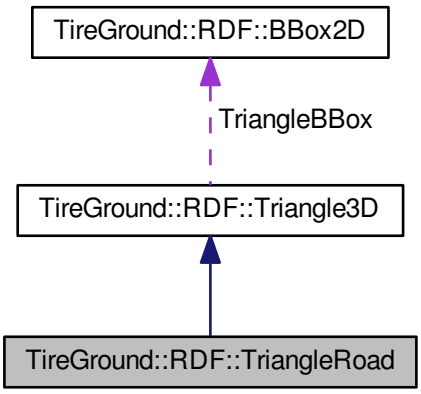
3D triangles for road representation

```
#include <RoadRDF.hh>
```

Inheritance diagram for TireGround::RDF::TriangleRoad:



Collaboration diagram for TireGround::RDF::TriangleRoad:



Public Member Functions

- TriangleRoad ()

  Default set constructor.
- TriangleRoad (vec3 const _Vertices[3], real_type _Friction)

  Variable set constructor.
- void setFriction (real_type _Friction)

  Set friction coefficient.
- real_type getFriction (void) const

  Get friction coefficent on the face.
- void setVertices (vec3 const _Vertices[3])

  Set new vertices and update bounding box domain.
- void setVertices (vec3 const &Vertex0, vec3 const &Vertex1, vec3 const &Vertex2)

  Set new vertices then update bounding box domain and normal versor.
- vec3 const & getNormal (void) const

  Get normal versor.
- vec3 const & getVertex (unsigned i) const

  Get i-th vertex.
- BBox2D const & getBBox (void) const

  Get Triangle3D bonding box BBox2D.
- void print (ostream_type &stream) const

  Print vertices data.
- bool intersectRay (vec3 const &RayOrigin, vec3 const &RayDirection, vec3 &IntPt) const
- int_type intersectEdgePlane (vec3 const &PlaneN, vec3 const &PlaneP, int_type const Edge, vec3 &IntPt1, vec3 &IntPt2) const
- bool intersectPlane (vec3 const &PlaneN, vec3 const &PlaneP, std::vector< vec3 > &IntPts) const

Protected Attributes

- vec3 Vertices [3]
  Vertices reference vector.
- vec3 Normal
  Triangle normal versor.
- BBox2D TriangleBBox
  Triangle 2D bounding box (XY plane)

6.13.1 Detailed Description

3D triangles for road representation

6.13.2 Constructor & Destructor Documentation

6.13.2.1 TriangleRoad()

```
TireGround::RDF::TriangleRoad::TriangleRoad (
            vec3 const _Vertices[3],
            real_type _Friction )  [inline]
```

Variable set constructor.

Parameters

_Vertices	Vertices reference vector
_Friction	Friction coefficient

6.13.3 Member Function Documentation

6.13.3.1 intersectEdgePlane()

```
int_type TireGround::RDF::Triangle3D::intersectEdgePlane (
            vec3 const & PlaneN,
            vec3 const & PlaneP,
            int_type const Edge,
            vec3 & IntPt1,
            vec3 & IntPt2 ) const  [inherited]
```

Check if an edge of the Triangle3D object hits a and find the intersection point

Parameters

PlaneN	Plane normal vector
PlaneP	Plane known point
Edge	Triangle edge number (0:2)
IntPt1	Intersection point 1
IntPt2	Intersection point 2

6.13.3.2 intersectPlane()

```
bool TireGround::RDF::Triangle3D::intersectPlane (
            vec3 const & PlaneN,
            vec3 const & PlaneP,
            std::vector< vec3 > & IntPts ) const  [inherited]
```

Check if a plane intersects a Triangle3D object and find the intersection points

Parameters

PlaneN	Plane normal vector
PlaneP	Plane known point
IntPts	Intersection points

6.13.3.3 intersectRay()

```
bool TireGround::RDF::Triangle3D::intersectRay (
            vec3 const & RayOrigin,
            vec3 const & RayDirection,
            vec3 & IntPt ) const  [inherited]
```

Check if a ray hits a Triangle3D object through Möller-Trumbore intersection algorithm

Parameters

RayOrigin	Ray origin position
RayDirection	Ray direction vector
IntPt	Intersection point

6.13.3.4 print()

```
void TireGround::RDF::Triangle3D::print (
            ostream_type & stream ) const  [inline], [inherited]
```

Print vertices data.

Parameters

stream	Output stream type

6.13.3.5 setFriction()

```
void TireGround::RDF::TriangleRoad::setFriction (
            real_type _Friction )  [inline]
```

Set friction coefficient.

Parameters

_Friction	New friction coefficient

6.13.3.6 setVertices() [1/2]

```
void TireGround::RDF::Triangle3D::setVertices (
            vec3 const _Vertices[3] )  [inline], [inherited]
```

Set new vertices and update bounding box domain.

Parameters

_Vertices	Vertices reference vector

6.13.3.7 setVertices() [2/2]

```
void TireGround::RDF::Triangle3D::setVertices (
            vec3 const & Vertex0,
            vec3 const & Vertex1,
            vec3 const & Vertex2 )  [inline], [inherited]
```

Set new vertices then update bounding box domain and normal versor.

Parameters

Vertex0	Vertex 1
Vertex1	Vertex 2
Vertex2	Vertex 3

The documentation for this class was generated from the following file:

- include/RoadRDF.hh

Index

Codice sorgente delle prove numeriche C

C.1 *Tests* di tipo geometrico

C.1.1 `Geometry-test1.cc`

```
// GEOMETRY TEST 1 - RAY/TRIANGLE INTERSECTION ON TRIANGLE EDGE

#include <fstream>   // fStream - STD File I/O Library
#include <iostream>  // Iostream - STD I/O Library
#include <string>    // String - STD String Library

#include "PatchTire.hh"  // Tire Data Processing
#include "RoadRDF.hh"    // Tire Data Processing

// Main function
int
main() {
  std::cout
    << " GEOMETRY TEST 1 - RAY/TRIANGLE INTERSECTION ON TRIANGLE EDGE\n"
    << "Angle\tIntersections\n";

  TireGround::vec3 V1[3];
  V1[0] = TireGround::vec3(1.0, 0.0, 0.0);
  V1[1] = TireGround::vec3(0.0, 1.0, 0.0);
  V1[2] = TireGround::vec3(-1.0, 0.0, 0.0);

  TireGround::vec3 V2[3];
  V2[0] = TireGround::vec3(-1.0, 0.0, 0.0);
  V2[1] = TireGround::vec3(0.0, -1.0, 0.0);
  V2[2] = TireGround::vec3(1.0, 0.0, 0.0);

  // Initialize generic Triangle3D
  TireGround::RDF::TriangleRoad Triangle1(V1, 0.0);
  TireGround::RDF::TriangleRoad Triangle2(V2, 0.0);

  // Initialize rotation matrix
  TireGround::mat3 Rot_X;

```

```
34  // Initialize intersection point
35  TireGround::vec3 IntersectionPointTri1, IntersectionPointTri2;
36  bool IntersectionBoolTri1, IntersectionBoolTri2;
37
38  // Initialize Ray
39  TireGround::vec3 RayOrigin    = TireGround::vec3(0.0, 0.0, 0.0);
40  TireGround::vec3 RayDirection = TireGround::vec3(0.0, 0.0, -1.0);
41
42  // Perform intersection at 0.5° step
43  for ( TireGround::real_type angle = 0;
44        angle < G2lib::m_pi;
45        angle += G2lib::m_pi / 360.0 ) {
46
47    Rot_X << 1,          0,           0,
48             0, cos(angle), -sin(angle),
49             0, sin(angle),  cos(angle);
50
51    // Initialize vertices
52    TireGround::vec3 VerticesTri1[3], VerticesTri2[3];
53
54    VerticesTri1[0] = Rot_X * V1[0];
55    VerticesTri1[1] = Rot_X * V1[1];
56    VerticesTri1[2] = Rot_X * V1[2];
57
58    VerticesTri2[0] = Rot_X * V2[0];
59    VerticesTri2[1] = Rot_X * V2[1];
60    VerticesTri2[2] = Rot_X * V2[2];
61
62    Triangle1.setVertices(VerticesTri1);
63    Triangle2.setVertices(VerticesTri2);
64
65    IntersectionBoolTri1 = Triangle1.intersectRay(
66      RayOrigin, RayDirection, IntersectionPointTri1
67    );
68    IntersectionBoolTri2 = Triangle2.intersectRay(
69      RayOrigin, RayDirection, IntersectionPointTri2
70    );
71
72    std::cout
73      << angle * 180.0 / G2lib::m_pi << "°\t"
74      << "T1 -> " << IntersectionBoolTri1 << ", T2 -> "
75      << IntersectionBoolTri2 << std::endl;
76
77    // ERROR if no one of the two triangles is hit
78    if ( !IntersectionBoolTri1 && !IntersectionBoolTri2 ) {
79      std::cout << "GEOMETRY TEST 1: Failed\n";
80      break;
81    }
82  }
83
84  // Print triangle normal vector
85  TireGround::vec3 N1 = Triangle1.getNormal();
86  TireGround::vec3 N2 = Triangle2.getNormal();
87  std::cout
88    << "\nTriangle 1 face normal = [" << N1[0] << ", " << N1[1] << ", " << N1[2] << "]"
89    << "\nTriangle 2 face normal = [" << N2[0] << ", " << N2[1] << ", " << N2[2] << "]"
90    << "\n\n\nGEOMETRY TEST 1: Completed\n";
91
92  // Exit the program
93  return 0;
94 }
```

C.1.2 Geometry-test2.cc

```
// GEOMETRY TEST 2 - SEGMENT CIRCLE INTERSECTION

#include <fstream>   // fStream - STD File I/O Library
#include <iostream>  // Iostream - STD I/O Library
#include <string>    // String - STD String Library

#include "PatchTire.hh"  // Tire Data Processing
#include "RoadRDF.hh"    // Tire Data Processing

// Main function
int
main() {
  // Initialize disk
  TireGround::Disk NewDisk(TireGround::vec2(0.0, 0.0), 0.0, 1.0);

  // Initialize segments points
  TireGround::vec2 SegIn1PtA = TireGround::vec2(0.0, 0.0);
  TireGround::vec2 SegIn1PtB = TireGround::vec2(0.0, 1.0);

  TireGround::vec2 SegIn2PtA = TireGround::vec2(-2.0, 0.0);
  TireGround::vec2 SegIn2PtB = TireGround::vec2(2.0, 0.0);

  TireGround::vec2 SegOutPtA = TireGround::vec2(1.0, 2.0);
  TireGround::vec2 SegOutPtB = TireGround::vec2(-1.0, 2.0);

  TireGround::vec2 SegTangPtA = TireGround::vec2(1.0, 1.0);
  TireGround::vec2 SegTangPtB = TireGround::vec2(-1.0, 1.0);

  // Initialize intersection points and output types
  TireGround::vec2 IntSegIn1_1, IntSegIn1_2, IntSegIn2_1, IntSegIn2_2, IntSegOut_1,
      IntSegOut_2, IntSegTang_1, IntSegTang_2;
  TireGround::int_type PtIn1, PtIn2, PtOut, PtTang;

  // Calculate intersections
  PtIn1 = NewDisk.intersectSegment(
    SegIn1PtA, SegIn1PtB, IntSegIn1_1, IntSegIn1_2
  );
  PtIn2 = NewDisk.intersectSegment(
    SegIn2PtA, SegIn2PtB, IntSegIn2_1, IntSegIn2_2
  );
  PtOut = NewDisk.intersectSegment(
    SegOutPtA, SegOutPtB, IntSegOut_1, IntSegOut_2
  );
  PtTang = NewDisk.intersectSegment(
    SegTangPtA, SegTangPtB, IntSegTang_1, IntSegTang_2
  );

  // Diplay results
  std::cout
    << "GEOMETRY TEST 2 - SEGMENT DISK INTERSECTION\n\n"
    << "Radius = " << NewDisk.getRadius() << std::endl
    << "Origin = [" << NewDisk.getOriginXZ().x() << ", " << NewDisk.getOriginXZ().y() << "]\n"
    << std::endl
    << "Segment 1 with two intersections -> " << PtIn1 << " intersections found\n"
    << "Segment Point A\t= [" << SegIn1PtA.x() << ", " << SegIn1PtA.y() << "]\n"
    << "Segment Point B\t= [" << SegIn1PtB.x() << ", " << SegIn1PtB.y() << "]\n"
    << "Intersection Point 1\t= [" << IntSegIn1_1.x() << ", " << IntSegIn1_1.y() << "]\n"
    << "Intersection Point 2\t= [" << IntSegIn1_2.x() << ", " << IntSegIn1_2.y() << "]\n"
    << std::endl
    << "Segment 2 with two intersections -> " << PtIn2 << " intersections found\n"
    << "Segment Point A\t= [" << SegIn2PtA.x() << ", " << SegIn2PtA.y() << "]\n"
    << "Segment Point B\t= [" << SegIn2PtB.x() << ", " << SegIn2PtB.y() << "]\n"
    << "Intersection Point 1\t= [" << IntSegIn2_1.x() << ", " << IntSegIn2_1.y() << "]\n"
    << "Intersection Point 2\t= [" << IntSegIn2_2.x() << ", " << IntSegIn2_2.y() << "]\n"
    << std::endl
```

```
66     << "Segment with no intersections -> " << PtOut << " intersections found\n"
67     << "Segment Point A\t= [" << SegOutPtA.x() << ", " << SegOutPtA.y() << "]\n"
68     << "Segment Point B\t= [" << SegOutPtB.x() << ", " << SegOutPtB.y() << "]\n"
69     << "Intersection Point 1\t= [" << IntSegOut_1.x() << ", " << IntSegOut_1.y() << "]\n"
70     << "Intersection Point 2\t= [" << IntSegOut_2.x() << ", " << IntSegOut_2.y() << "]\n"
71     << std::endl
72     << "Segment with one intersection -> " << PtTang << " intersection found\n"
73     << "Segment Point A\t= [" << SegTangPtA.x() << ", " << SegTangPtA.y() << "]\n"
74     << "Segment Point B\t= [" << SegTangPtB.x() << ", " << SegTangPtB.y() << "]\n"
75     << "Intersection Point 1\t= [" << IntSegTang_1.x() << ", " << IntSegTang_1.y() << "]\n"
76     << "Intersection Point 2\t= [" << IntSegTang_2.x() << ", " << IntSegTang_2.y() << "]\n"
77     << "\nCheck the results...\n"
78     << "\nGEOMETRY TEST 2: Completed\n";
79
80   // Exit the program
81   return 0;
82 }
```

C.1.3 Geometry-test3.cc

```
 1 // GEOMETRY TEST 3 - POINT INSIDE CIRCLE
 2
 3 #include <fstream>   // fStream - STD File I/O Library
 4 #include <iostream>  // Iostream - STD I/O Library
 5 #include <string>    // String - STD String Library
 6
 7 #include "PatchTire.hh"  // Tire Data Processing
 8 #include "RoadRDF.hh"    // Tire Data Processing
 9
10 // Main function
11 int
12 main() {
13   // Initialize disk
14   TireGround::Disk NewDisk(TireGround::vec2(0.0, 0.0), 0.0, 1.0);
15
16   // Query points and intersection bools
17   TireGround::vec2 PointIn     = TireGround::vec2(0.0, 0.0);
18   TireGround::vec2 PointOut    = TireGround::vec2(2.0, 0.0);
19   TireGround::vec2 PointBorder = TireGround::vec2(1.0, 0.0);
20
21   bool PtInBool, PtOutBool, PtBordBool;
22
23   // Calculate intersection
24   PtInBool   = NewDisk.isPointInside( PointIn );
25   PtOutBool  = NewDisk.isPointInside( PointOut );
26   PtBordBool = NewDisk.isPointInside( PointBorder );
27
28   std::cout
29     << "GEOMETRY TEST 3 - POINT INSIDE DISK\n\n"
30     << "Radius = " << NewDisk.getRadius() << std::endl
31     << "Origin = [" << NewDisk.getOriginXZ().x() << ", " << NewDisk.getOriginXZ().y() << "]\n";
32
33   // Show results
34   if ( PtInBool && !PtOutBool && PtBordBool ) {
35     std::cout
36       << "Point inside\t= ["
37       << PointIn.x() << ", " << PointIn.y() << "] -> Bool = " << PtInBool << std::endl
38       << "Point outside\t= ["
39       << PointOut.x() << ", " << PointOut.y()  << "] -> Bool = " << PtOutBool << std::endl
40       << "Point on border\t= ["
41       << PointBorder.x() << ", " << PointBorder.y() << "] -> Bool = "<< PtBordBool
42       << std::endl;
43   } else {
44     std::cout << "GEOMETRY TEST 3: Failed";
```

```
45   }
46
47   std::cout << "\nGEOMETRY TEST 3: Completed\n";
48
49   // Exit the program
50   return 0;
51 }
```

C.1.4 Geometry-test4.cc

```
 1 // GEOMETRY TEST 4 - POINT ON SEGMENT
 2
 3 #include <fstream>   // fStream - STD File I/O Library
 4 #include <iostream>  // Iostream - STD I/O Library
 5 #include <string>    // String - STD String Library
 6
 7 #include "PatchTire.hh"  // Tire Data Processing
 8 #include "RoadRDF.hh"    // Tire Data Processing
 9
10 // Main function
11 int
12 main() {
13   // Initialize segment points
14   TireGround::vec2 PointA = TireGround::vec2(0.0, 0.0);
15   TireGround::vec2 PointB = TireGround::vec2(1.0, 1.0);
16
17   // Query points and intersection bools
18   TireGround::vec2 PointIn     = TireGround::vec2(0.5, 0.5);
19   TireGround::vec2 PointOut    = TireGround::vec2(-1.0, -1.0);
20   TireGround::vec2 PointBorder = TireGround::vec2(1.0, 1.0);
21
22   // Calculate intersection
23   bool PtInBool   = TireGround::algorithms::intersectPointSegment(PointA, PointB, PointIn);
24   bool PtOutBool  = TireGround::algorithms::intersectPointSegment(PointA, PointB, PointOut);
25   bool PtBordBool = TireGround::algorithms::intersectPointSegment(PointA, PointB, PointBorder);
26
27   std::cout
28     << "GEOMETRY TEST 4 - POINT ON SEGMENT\n\n"
29     << "Point A = [" << PointA[0] << ", " << PointA[1] << "]\n"
30     << "Point B = [" << PointB[0] << ", " << PointB[1] << "]\n\n";
31
32   // Show results
33   if ( PtInBool && !PtOutBool && PtBordBool ) {
34     std::cout
35       << "Point inside\t= ["
36       << PointIn[0] << ", " << PointIn[1] << "] -> Bool = " << PtInBool
37       << "\nPoint outside\t= ["
38       << PointOut[0] << ", " << PointOut[1] << "] -> Bool = " << PtOutBool
39       << "\nPoint on border\t= ["
40       << PointBorder[0] << ", " << PointBorder[1] << "] -> Bool = " << PtBordBool
41       << std::endl;
42   } else {
43     std::cout << "GEOMETRY TEST 4: Failed";
44   }
45
46   std::cout << "\nGEOMETRY TEST 4: Completed\n";
47
48   // Exit the program
49   return 0;
50 }
```

C.2 *Tests* per il modello a singolo disco

C.2.1 `MagicFormula-test1.cc`

```
// PATCH EVALUATION TEST 1 - LOAD THE DATA FROM THE RDF FILE THEN PRINT IT INTO
// A FILE Out.txt. THEN CHARGE THE TIRE DATA AND ASSOCIATE THE CURRENT MESH TO
// IT.

#include <chrono>    // chrono - STD Time Measurement Library
#include <fstream>   // fStream - STD File I/O Library
#include <iostream>  // Iostream - STD I/O Library

#include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
#include "RoadRDF.hh"   // Tire Data Processing
#include "TicToc.hh"    // Processing Time Library

// Main function
int
main() {

  try {

    // Instantiate a TicToc object
    TicToc tictoc;

    std::cout
      << "MAGIC FORMULA TIRE TEST 1 - CHECK INTERSECTION ON UNKNOWN MESH.\n\n";

    // Load .rdf File
    TireGround::RDF::MeshSurface Road("./RDF_files/Eight.rdf");

    // Print OutMesh.txt file
    // Road.printData("OutMesh.txt");

    // Initialize the Magic Formula Tire
    TireGround::Tire* TireSD = new TireGround::MagicFormula(0.250, 55, 16, 10);

    // Orient the tire in the space
    TireGround::real_type Yaw    = 0*G2lib::m_pi;
    TireGround::real_type Camber = 0*G2lib::m_pi;

    // Transformation matrix for X and Z-axis rotation
    TireGround::mat3 Rot_Z;
    Rot_Z << cos(Yaw), -sin(Yaw), 0,
             sin(Yaw),  cos(Yaw), 0,
                    0,        0, 1;
    TireGround::mat3 Rot_X;
    Rot_X << 1,           0,            0,
             0, cos(Camber), -sin(Camber),
             0, sin(Camber),  cos(Camber);
    // Update Rotation Matrix
    TireGround::mat3 RotMat = Rot_Z * Rot_X;

    TireGround::vec3 Origin(1.8, 19.0, 0.26);
    TireGround::ReferenceFrame Pose(Origin, RotMat);

    // Start chronometer
    tictoc.tic();

    // Set an orientation and calculate parameters (true = print results)
    bool Out = TireSD->setup( Road, Pose.getTotalTransformationMatrix() );

    // Stop chronometer
```

```
60    tictoc.toc();
61
62    // Display current tire data on command line
63    if (Out) TireSD->print(std::cout);
64
65    // This constructs a duration object using milliseconds
66    std::cout
67      << "Execution time = " << tictoc.elapsed_ms() << " ms\n"
68      << "\nCheck the results...\n"
69      << "\nMAGIC FORMULA TIRE TEST 1: Completed\n\n";
70
71  } catch ( std::exception const & exc ) {
72    std::cerr << exc.what() << '\n';
73  }
74  catch (...) {
75    std::cerr << "Unknown error\n";
76  }
77 }
```

C.2.2 MagicFormula-test2.cc

```
 1 // PATCH EVALUATION TEST 2 - CHECK MF_Pacejka_SCP INTERSECTION
 2
 3 #include <fstream>   // fStream - STD File I/O Library
 4 #include <iostream>  // Iostream - STD I/O Library
 5 #include <string>    // String - STD String Library
 6
 7 #include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
 8 #include "RoadRDF.hh"   // Tire Data Processing
 9 #include "TicToc.hh"    // Processing Time Library
10
11 // Main function
12 int
13 main() {
14
15   try {
16
17     // Instantiate a TicToc object
18     TicToc tictoc;
19
20     std::cout
21       << "MAGIC FORMULA TIRE TEST 2 - CHECK INTERSECTION ON KNOWN MESH.\n\n";
22
23     // Initialize a quite big triangle
24     TireGround::vec3  Vertices[3];
25     Vertices[0] = TireGround::vec3(100.0, 0.0, 1.0);
26     Vertices[1] = TireGround::vec3(0.0, 100.0, 0.0);
27     Vertices[2] = TireGround::vec3(0.0, -100.0, 0.0);
28     TireGround::RDF::TriangleRoad_list PtrTriangleVec;
29     PtrTriangleVec.push_back(
30       TireGround::RDF::TriangleRoad_ptr( new TireGround::RDF::TriangleRoad(Vertices, 1.0) ) );
31
32     // Build the mesh
33     TireGround::RDF::MeshSurface Road(PtrTriangleVec);
34
35     // Initialize the Magic Formula Tire
36     TireGround::Tire* TireSD = new TireGround::MagicFormula(0.205, 60, 15, 0);
37
38     // Orient the tire in the space
39     TireGround::real_type Yaw    = 0*G2lib::m_pi;
40     TireGround::real_type Camber = 0*G2lib::m_pi;
41
42     // Transformation matrix for X and Z-axis rotation
43     TireGround::mat3 Rot_Z;
```

```
44    Rot_Z << cos(Yaw), -sin(Yaw), 0,
45             sin(Yaw),  cos(Yaw), 0,
46                     0,        0, 1;
47    TireGround::mat3 Rot_X;
48    Rot_X << 1,           0,           0,
49             0, cos(Camber), -sin(Camber),
50             0, sin(Camber),  cos(Camber);
51    // Update Rotation Matrix
52    TireGround::mat3 RotMat = Rot_Z * Rot_X;
53
54    TireGround::vec3 Origin( 50.0, 10.0, 0.26+0.5 );
55    TireGround::ReferenceFrame Pose(Origin, RotMat);
56
57    // Start chronometer
58    tictoc.tic();
59
60    // Set an orientation and calculate parameters (true = print results)
61    bool Out = TireSD->setup( Road, Pose.getTotalTransformationMatrix() );
62
63    // Stop chronometer
64    tictoc.toc();
65
66    // Display current tire data on command line
67    if (Out) TireSD->print(std::cout);
68
69    // This constructs a duration object using milliseconds
70    std::cout
71      << "Execution time = " << tictoc.elapsed_ms() << " ms\n"
72      << "\nCheck the results...\n"
73      << "\nMAGIC FORMULA TIRE TEST 2: Completed\n";
74
75  } catch ( std::exception const & exc ) {
76    std::cerr << exc.what() << '\n';
77  }
78  catch (...) {
79    std::cerr << "Unknown error\n";
80  }
81 }
```

C.2.3 MagicFormula-test3.cc

```
 1 // PATCH EVALUATION TEST 2 - CHECK MF_Pacejka_SCP INTERSECTION
 2
 3 #include <fstream>   // fStream - STD File I/O Library
 4 #include <iostream>  // Iostream - STD I/O Library
 5 #include <string>    // String - STD String Library
 6
 7 #include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
 8 #include "RoadRDF.hh"   // Tire Data Processing
 9 #include "TicToc.hh"    // Processing Time Library
10
11 // Main function
12 int
13 main() {
14
15   try {
16
17     // Instantiate a TicToc object
18     TicToc tictoc;
19
20     std::cout
21       << "MAGIC FORMULA TIRE TEST 3 - CHECK INTERSECTION ON KNOWN MESH.\n\n";
22
23     // Plane data
```

```
24    TireGround::vec3      Normal(0.0, 0.0, 1.0);
25    TireGround::vec3      Point(0.0, 0.0, 0.1);
26    TireGround::real_type Friction = 1.0;
27
28    // Initialize the Magic Formula Tire
29    TireGround::Tire* TireSD = new TireGround::MagicFormula(0.205, 60, 15, 0);
30
31    // Orient the tire in the space
32    TireGround::real_type Yaw    = 0*G2lib::m_pi;
33    TireGround::real_type Camber = 0*G2lib::m_pi;
34
35    // Transformation matrix for X and Z-axis rotation
36    TireGround::mat3 Rot_Z;
37    Rot_Z << cos(Yaw), -sin(Yaw), 0,
38             sin(Yaw),  cos(Yaw), 0,
39                    0,        0, 1;
40    TireGround::mat3 Rot_X;
41    Rot_X << 1,           0,            0,
42             0, cos(Camber), -sin(Camber),
43             0, sin(Camber),  cos(Camber);
44    // Update Rotation Matrix
45    TireGround::mat3 RotMat = Rot_Z * Rot_X;
46
47    TireGround::vec3 Origin( 5.0, 10.0, 0.2 );
48    TireGround::ReferenceFrame Pose(Origin, RotMat);
49
50    // Start chronometer
51    tictoc.tic();
52
53    // Set an orientation and calculate parameters (true = print results)
54    TireSD->setup( Normal, Point, Friction, Pose.getTotalTransformationMatrix() );
55
56    // Stop chronometer
57    tictoc.toc();
58
59    // Display current tire data on command line
60    TireSD->print(std::cout);
61
62    // This constructs a duration object using milliseconds
63    std::cout
64      << "Execution time = " << tictoc.elapsed_ms() << " ms\n"
65      << "\nCheck the results...\n"
66      << "\nMAGIC FORMULA TIRE TEST 3: Completed\n";
67
68  } catch ( std::exception const & exc ) {
69    std::cerr << exc.what() << '\n';
70  }
71  catch (...) {
72    std::cerr << "Unknown error\n";
73  }
74 }
```

C.3 *Tests* per il modello a più dischi

C.3.1 `MultiDisk-test1.cc`

```
1 // PATCH EVALUATION TEST 1 - LOAD THE DATA FROM THE RDF FILE THEN PRINT IT INTO
2 // A FILE Out.txt. THEN CHARGE THE TIRE DATA AND ASSOCIATE THE CURRENT MESH TO
3 // IT.
4
5 #include <chrono>    // chrono - STD Time Measurement Library
6 #include <fstream>   // fStream - STD File I/O Library
```

```
 7 #include <iostream>  // Iostream - STD I/O Library
 8
 9 #include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
10 #include "RoadRDF.hh"   // Tire Data Processing
11 #include "TicToc.hh"    // Processing Time Library
12
13 // Main function
14 int
15 main() {
16
17   try {
18
19     // Instantiate a TicToc object
20     TicToc tictoc;
21
22     std::cout
23       << "MULTIDISK TIRE TEST 1 - CHECK INTERSECTION ON UNKNOWN MESH.\n\n";
24
25     // Load .rdf File
26     TireGround::RDF::MeshSurface Road("./RDF_files/Town04.rdf");
27
28     // Print OutMesh.txt file
29     // Road.printData("OutMesh.txt");
30
31     // Initialize the MultiDisk Tire
32     TireGround::Tire* TireMD = new TireGround::MultiDisk(0.250, 55, 11, 0.120, 4, 11, 100);
33
34     // Orient the tire in the space
35     TireGround::real_type Yaw    = 0*G2lib::m_pi;
36     TireGround::real_type Camber = 0*G2lib::m_pi;
37
38     // Transformation matrix for X and Z-axis rotation
39     TireGround::mat3 Rot_Z;
40     Rot_Z << cos(Yaw), -sin(Yaw), 0,
41              sin(Yaw),  cos(Yaw), 0,
42                     0,        0, 1;
43     TireGround::mat3 Rot_X;
44     Rot_X << 1,           0,           0,
45              0, cos(Camber), -sin(Camber),
46              0, sin(Camber),  cos(Camber);
47     // Update Rotation Matrix
48     TireGround::mat3 RotMat = Rot_Z * Rot_X;
49
50     TireGround::vec3 Origin(-400, -20.0, 0.35);
51     TireGround::ReferenceFrame Pose(Origin, RotMat);
52
53     // Start chronometer
54     tictoc.tic();
55
56     // Set an orientation and calculate parameters (true = print results)
57     bool Out = TireMD->setup( Road, Pose.getTotalTransformationMatrix() );
58
59     // Stop chronometer
60     tictoc.toc();
61
62     // Display current tire data on command line
63     if (Out) TireMD->print(std::cout);
64
65     // This constructs a duration object using milliseconds
66     std::cout
67       << "Execution time = " << tictoc.elapsed_ms() << " ms\n"
68       << "\nCheck the results...\n"
69       << "\nMULTIDISK TIRE TEST 1: Completed\n\n";
70
71   } catch ( std::exception const & exc ) {
```

```
72     std::cerr << exc.what() << '\n';
73   }
74   catch (...) {
75     std::cerr << "Unknown error\n";
76   }
77 }
```

C.3.2 MultiDisk-test2.cc

```
 1 // PATCH EVALUATION TEST 2 - CHECK MF_Pacejka_SCP INTERSECTION
 2
 3 #include <fstream>   // fStream - STD File I/O Library
 4 #include <iostream>  // Iostream - STD I/O Library
 5 #include <string>    // String - STD String Library
 6
 7 #include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
 8 #include "RoadRDF.hh"   // Tire Data Processing
 9 #include "TicToc.hh"    // Processing Time Library
10
11 // Main function
12 int
13 main() {
14
15   try {
16
17     // Instantiate a TicToc object
18     TicToc tictoc;
19
20     std::cout
21       << "MULTIDISK TIRE TEST 2 - CHECK INTERSECTION ON KNOWN MESH.\n\n";
22
23     // Initialize a quite big triangle
24     TireGround::vec3  Vertices[3];
25     Vertices[0] = TireGround::vec3(100.0, 0.0, 0.0);
26     Vertices[1] = TireGround::vec3(0.0, 100.0, 0.0);
27     Vertices[2] = TireGround::vec3(0.0, -100.0, 0.0);
28     TireGround::RDF::TriangleRoad_list PtrTriangleVec;
29     PtrTriangleVec.push_back(
30       TireGround::RDF::TriangleRoad_ptr( new TireGround::RDF::TriangleRoad(Vertices, 1.0) ) );
31
32     // Build the mesh
33     TireGround::RDF::MeshSurface Road(PtrTriangleVec);
34
35     // Initialize the Magic Formula Tire
36     TireGround::Tire* TireMD = new TireGround::MultiDisk(0.205, 60, 15, 0.090, 5, 5, 10);
37
38     // Orient the tire in the space
39     TireGround::real_type Yaw    = 0*G2lib::m_pi;
40     TireGround::real_type Camber = 1/3*G2lib::m_pi;
41
42     // Transformation matrix for X and Z-axis rotation
43     TireGround::mat3 Rot_Z;
44     Rot_Z << cos(Yaw), -sin(Yaw), 0,
45              sin(Yaw),  cos(Yaw), 0,
46                     0,        0, 1;
47     TireGround::mat3 Rot_X;
48     Rot_X << 1,           0,            0,
49              0, cos(Camber), -sin(Camber),
50              0, sin(Camber),  cos(Camber);
51     // Update Rotation Matrix
52     TireGround::mat3 RotMat = Rot_Z * Rot_X;
53
54     TireGround::vec3 Origin( 50.0, 10.0, 0.2 );
55     TireGround::ReferenceFrame Pose(Origin, RotMat);
```

```
56
57    // Start chronometer
58    tictoc.tic();
59
60    // Set an orientation and calculate parameters (true = print results)
61    bool Out = TireMD->setup( Road, Pose.getTotalTransformationMatrix() );
62
63    // Stop chronometer
64    tictoc.toc();
65
66    // Display current tire data on command line
67    if (Out) TireMD->print(std::cout);
68
69    // This constructs a duration object using milliseconds
70    std::cout
71      << "Execution time = " << tictoc.elapsed_ms() << " ms\n"
72      << "\nCheck the results...\n"
73      << "\nMULTIDISK TIRE TEST 2: Completed\n";
74
75  } catch ( std::exception const & exc ) {
76    std::cerr << exc.what() << '\n';
77  }
78  catch (...) {
79    std::cerr << "Unknown error\n";
80  }
81 }
```

C.3.3 MultiDisk-test3.cc

```
 1 // PATCH EVALUATION TEST 2 - CHECK MF_Pacejka_SCP INTERSECTION
 2
 3 #include <fstream>   // fStream - STD File I/O Library
 4 #include <iostream>  // Iostream - STD I/O Library
 5 #include <string>    // String - STD String Library
 6
 7 #include "PatchTire.hh" // Tire Data Processing
 8 #include "RoadRDF.hh"   // Tire Data Processing
 9 #include "TicToc.hh"    // Processing Time Library
10
11 // Main function
12 int
13 main() {
14
15   try {
16
17     // Instantiate a TicToc object
18     TicToc tictoc;
19
20     std::cout
21       << "MULTIDISK TIRE TEST 3 - CHECK INTERSECTION ON KNOWN MESH.\n\n";
22
23     // Plane data
24     TireGround::vec3      Normal(0.0, 0.0, 1.0);
25     TireGround::vec3      Point(0.0, 0.0, 0.1);
26     TireGround::real_type Friction = 1.0;
27
28     // Initialize the Magic Formula Tire
29     TireGround::Tire* TireMD = new TireGround::MultiDisk(0.205, 60, 15, 10, 5, 1000);
30
31     // Orient the tire in the space
32     TireGround::real_type Yaw    = 0*G2lib::m_pi;
33     TireGround::real_type Camber = 0.2*G2lib::m_pi;
34
35     // Transformation matrix for X and Z-axis rotation
```

```
36    TireGround::mat3 Rot_Z;
37    Rot_Z << cos(Yaw), -sin(Yaw), 0,
38             sin(Yaw),  cos(Yaw), 0,
39                    0,        0, 1;
40    TireGround::mat3 Rot_X;
41    Rot_X << 1,           0,           0,
42             0, cos(Camber), -sin(Camber),
43             0, sin(Camber),  cos(Camber);
44    // Update Rotation Matrix
45    TireGround::mat3 RotMat = Rot_Z * Rot_X;
46
47    TireGround::vec3 Origin( 5.0, 10.0, 0.3 );
48    TireGround::ReferenceFrame Pose(Origin, RotMat);
49
50    // Start chronometer
51    tictoc.tic();
52
53    // Set an orientation and calculate parameters (true = print results)
54    TireMD->setup( Normal, Point, Friction, Pose.getTotalTransformationMatrix() );
55
56    // Stop chronometer
57    tictoc.toc();
58
59    // Display current tire data on command line
60    TireMD->print(std::cout);
61
62    // This constructs a duration object using milliseconds
63    std::cout
64      << "Execution time = " << tictoc.elapsed_ms() << " ms\n"
65      << "\nCheck the results...\n"
66      << "\nMULTIDISK TIRE TEST 3: Completed\n";
67
68  } catch ( std::exception const & exc ) {
69    std::cerr << exc.what() << '\n';
70  }
71  catch (...) {
72    std::cerr << "Unknown error\n";
73  }
74 }
```

Bibliografia

[1] Lars Nyborg Egbert Bakker e Hans B. Pacejka. "Tyre Modelling for Use in Vehicle Dynamics Studies". In: *SAE Transactions* 96 (1987), pp. 190–204. ISSN: 0096736X.

[2] Juan J. Jiménez, Rafael J. Segura e Francisco R. Feito. "A Robust Segment/-Triangle Intersection Algorithm for Interference Tests. Efficiency Study". In: *Comput. Geom. Theory Appl.* 43.5 (lug. 2010), pp. 474–492. ISSN: 0925-7721. DOI: 10.1016/j.comgeo.2009.10.001. URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.comgeo.2009.10.001.

[3] Dick De Waard Karel A. Brookhuis e Wiel H. Janssen. "Behavioural impacts of advanced driver assistance systems–an overview". In: *European Journal of Transport and Infrastructure Research 1.3* (2019).

[4] Matteo Larcher. "Development of a 14 Degrees of Freedom Vehicle Model for Realtime Simulations in 3D Environment". Master Thesis. University of Trento.

[5] Anu Maria. "Introduction to modeling and simulation". In: *Winter simulation conference* 29 (gen. 1997), pp. 7–13.

[6] Tomas Möller e Ben Trumbore. "Fast, Minimum Storage Ray-triangle Intersection". In: *J. Graph. Tools* 2.1 (ott. 1997), pp. 21–28. ISSN: 1086-7651. DOI: 10.1080/10867651.1997.10487468. URL: http://dx.doi.org/10.1080/10867651.1997.10487468.

[7] Organización Internacional de Normalización (Ginebra). *Road Vehicles, Vehicle Dynamics and Road-holdin Ability: Vocabulary*. ISO, 1991. ISBN: ISBN 9781439838983.

[8] Hans Pacejka. *Tire and vehicle dynamics, 3rd Edition*. 2012.

[9] Georg Rill. *Road Vehicle Dynamics - Fundamentals and Modeling*. Set. 2011. ISBN: ISBN 9781439838983.

[10] Georg Rill. *Road vehicle dynamics: fundamentals and modeling*. 2011.

[11] Dieter Schramm, Manfred Hiller e Roberto Bardini. *Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation*. Springer Publishing Company, Incorporated, 2014. ISBN: 3540360441.

[12] European Tyre e Rim Technical Organisation. *Standards Manual 2010 G6*. English. 2010. URL: http://www.etrto.org/files/files/ETRTO/Index_Publications_SM/SM_2010_GEN_INFO.pdf.