

# Dilithium

May 30, 2023

## 1 TP4

### 1.1 Grupo 17:

PG50315 - David Alexandre Ferreira Duarte

PG51247 - João Rafael Cerqueira Monteiro

### 1.2 Exercício 1.

Neste trabalho pretende-se implementar em Sagemath de algumas dos candidatos a “standartização” ao concurso NIST Post-Quantum Cryptography na categoria de esquemas de assinatura digital. Ver também a directoria com a documentação. Construa

1. Um protótipo Sagemath do algoritmo Dilithium ,

## 2 Dilithium

```
[1]: # imports
from sage.all import *
from cryptography.hazmat.primitives import hashes
```

### 2.0.1 INFO

Este algoritmo baseia-se em três passos principais: - Geração das chaves (pública e privada) quando o algoritmo é instanciado - Função **assinar()**: procedimentos para assinatura - Função **verificar()**: procedimentos para a verificação efectiva de uma assinatura

Além disso, um dos objectivos deste algoritmo é ser modular e parametrizável, pelo que foram implementados vários modos de instanciação com diferentes níveis de segurança nos parâmetros propostos.

As seguintes classes são passadas como argumentos para o construtor da classe *Dilithium*

```
[2]: class Weak:
    k = 3
    l = 2
    eta = 7
    beta = 375
    omega = 64
```

```

class Medium:
    k = 4
    l = 3
    eta = 6
    beta = 325
    omega = 80

class Recommended:
    k = 5
    l = 4
    eta = 5
    beta = 275
    omega = 96

class VeryHigh:
    k = 6
    l = 5
    eta = 3
    beta = 175
    omega = 120

```

## 2.0.2 Implementação

**Geração das chaves:** O algoritmo de geração de chaves gera uma matriz  $A$  de dimensões  $k \times l$ , e amostra 2 vetores  $s1$  e  $s2$ . Também gera um último parâmetro público  $t = A * s1 + s2$ . Assim, para mostrar a matriz  $A$  e os vetores de polinômios  $s1$  e  $s2$ , bastou-nos implementar dois métodos auxiliares, que seguem a especificação nos documentos (nomeadamente, `expandA` e `sample`). Uma vez geradas todas estas variáveis, finalmente temos as chaves: **Chave Pública:**  $(A, t)$  e **Chave Privada:**  $(A, t, s1, s2)$ .

**Assinatura:** O algoritmo de assinatura necessita de seguir uma série de passos: - É amostrado  $y$  com dimensão igual a  $l \times 1$ . De seguida, calcula-se os *high\_bits* de  $A * y$  para  $w1$  - Obter o hash  $H()$  a partir de  $w1$  e da mensagem - Calcular  $z = y + c * s1$  - Finalmente, é necessário verificar a condição de assinatura. Caso não seja satisfeita, efetuar novamente o processo

**Verificação:** Para se verificar a assinatura a partir da chave pública, basta seguir os seguintes passos: - Calcular os *high\_bits* de  $A * y - c * t$  para  $w1$  - De seguida, basta confirmar se a condição da assinatura se verifica

Todos estes algoritmos implicam uma série de métodos auxiliares, tal como estão especificados nos documentos oficiais. Deste modo, foram também implementados e comentados de seguida.

```

[3]: class Dilithium:
    def __init__(self, params=Recommended):
        # Definição de parametros
        self.n = 256
        self.q = 8380417

```

```

self.d = 14
self.weight = 60
self.gamma1 = 523776 # (q-1) / 16
self.gamma2 = 261888 # gamma1 / 2
self.k = params.k
self.l = params.l
self.eta = params.eta
self.beta = params.beta
self.omega = params.omega

# Definir os campos
Zq.<x> = GF(self.q)[]
self.Rq = Zq.quotient(x^self.n + 1)

# Geração de chaves
self.A = self.expandirA()
self.s1 = self.sample(self.eta, self.l)
self.s2 = self.sample(self.eta, self.k)
self.t = self.A * self.s1 + self.s2

# chave publica : A, t
# chave privada : s1, s2

def assinar(self, m):
    # Inicialização da Variável
    z = None
    # caso nenhum 'z' tenha sido gerado
    while z == None:
        # Início de geração de 'z'
        y = self.sample(self.gamma1 - 1, self.l)
        # Ay é reutilizado por isso pode-se precalcular
        Ay = self.A * y
        # High bits
        w1 = self.high_bits(Ay, 2 * self.gamma2)
        # Calculo do Hash
        hsh = self.H(b"".join([bytes([int(i) for i in e]) for e in w1]) +
        ↪m)

        # Calculo do polinômio
        hash_poly = self.Rq(hsh)

        # Calculo do 'z'
        z = y + hash_poly * self.s1

        # Verificar as condições
        if(self.sup_normal(z) >= self.gamma1 - self.beta) and (self.
        ↪sup_normal([self.low_bits(Ay - hash_poly * self.s2, 2 * self.gamma2)]) >=
        ↪self.gamma2 - self.beta):

```

```

        # Necessário calcular um novo 'z'
        z = None

    return (z,hsh)

def verificar(self, m, ass):
    # Assinatura
    (z,hsh) = ass

    # Calcular os High Bits
    w1_ = self.high_bits(self.A * z - self.Rq(hsh) * self.t, 2 * self.
↪gamma2)

    # Calcular as condições de verificação
    torf1 = (self.sup_normal(z) < self.gamma1 - self.beta)
    torf2 = (hsh == self.H(b"".join([bytes([ int(i) for i in e]) for e in_
↪w1_]) + m))

    # torf1 and torf2
    return torf1 and torf2

def expandirA(self):
    mat = [ self.Rq.random_element() for _ in range(self.k * self.l)]
    return matrix(self.Rq, self.k, self.l, mat)

def sample(self, coef_max, size):
    def rand_poly():
        return self.Rq( [randint(0,coef_max) for _ in range(self.n)])

    vector = [rand_poly() for _ in range(size)]

    return matrix(self.Rq, size, 1, vector)

def high_bits(self, r, alfa):
    r1, _ = self.decompose(r, alfa)
    return r1

def low_bits(self, r, alfa):
    _, r0 = self.decompose(r, alfa)
    return r0

def decompose(self, r, alfa):

    r0_vector = []
    r1_vector = []
    torf = True

```

```

    for p in r:
        r0_poly = []
        r1_poly = []

        for c in p[0]:
            c = int(mod(c, int(self.q)))
            r0 = int(mod(c, int(alfa)))

            if c - r0 == int(self.q) - int(1):
                r1 = 0
                r0 = r0 - 1
            else:
                r1 = (c - r0) / int(alfa)

            r0_poly.append(r0)
            r1_poly.append(r1)

        if torf:
            torf = False

        r0_vector.append(self.Rq(r0_poly))
        r1_vector.append(self.Rq(r1_poly))

    return (r1_vector, r0_vector)

def H(self, obj):
    sha3 = hashes.Hash(hashes.SHAKE256(int(60)))
    sha3.update(obj)
    res = [ (-1) ** (b % 2) for b in sha3.finalize()]
    return res + [0] * 196

def sup_normal(self, v):
    return max([max(p[0]) for p in v])

```

### 2.0.3 Testes

Foram definidos três diferentes testes para certificar que as assinaturas estão a ser bem geradas. Para tal, instanciou-se duas classes diferentes, com os mesmos parâmetros.

```

[4]: dilithium1 = Dilithium(params = Recommended)
    dilithium2 = Dilithium(params = Recommended)
    mensagem = b"Grupo 17, EC 2022/2023"

```

**Teste 1: Verificar se o esquema valida corretamente uma assinatura**

```
[5]: # Assinar uma mensagem
      ass = dilithium1.assinar(mensagem)
      # Verificar a assinatura
      print("Teste 1 (True):", dilithium1.verificar(mensagem, ass))
```

Teste 1 (True): True

**Teste 2: Verificar se o esquema reconhece quando os dados assinados são diferentes**

```
[7]: # Assinar uma mensagem
      ass = dilithium1.assinar(mensagem)
      # Verificar a assinatura
      print("Teste 2 (False):", dilithium1.verificar(b"Estruturas Criptograficas",
      ↪ass))
```

Teste 2 (False): False

**Teste 3: Verificar se existe relação entre instâncias diferentes**

```
[8]: # Assinar uma mensagem
      ass = dilithium1.assinar(mensagem)
      # Verificar a assinatura
      print("Teste 3 (False):", dilithium2.verificar(mensagem, ass))
```

Teste 3 (False): False