IND-8122 : Analyse financière industrielle

Analyse de Cas no. 2

Date de remise : 10 décembre 2024

Travail par équipe

## Optimisation de portefeuille sous contrainte.

L'objectif est de vous familiariser avec les techniques d'optimisation de portefeuille.

Les fonds indiciels Vanguard sont utilisés

- VGSMX: Vanguard Total Stock Mkt Index (Investable U.S. stock market)
- VGTSX: Vanguard Total Intl Stock Index (FTSE Global All Cap ex US Index)
- VSMAX: Vanguard Small Cap Index (CRSP US Small Cap Index)
- VFSTX: Vanguard Short Term Investment Grade Fund (US Short and Intermediate Investment Grade)
- VBMFX: Vanguard Total Bond Market Index (investment-grade, taxable, fixed income securities in the United States)
- VGSIX: Vanguard Real Estate Index (MSCI US Investable Real Estate)
- VGENX: Vanguard Energy Fund (Common Stocks of Companies engaged in Energy Industry)

Les données sont mensuelles et débutent en 2007 jusqu'à maintenant

Vous trouverez un chiffrier Excel avec :

- Prix ajustés pour les dividendes (Adjusted Prices)
- Rendements mensuels (Monthly Return)

Pour ceux ou celles qui utilisent Python ou R, les codes pour "downloader" les données sont sur Moodle

- 1) Vous devez séparer l'ensemble des données en deux échantillons
  - a. L'échantillon d'entraînement : de 2007 à 2022
  - b. L'échantillon de test : de 2023 à 2024

L'idée est de voir comment une allocation optimisée "in sample" parvient à battre des stratégies heuristiques "out of sample"

2) En utilisant l'échantillon d'entraînement, présentez les statistiques descriptives sur chacun des fonds indiciels.

Au début, il faut toujours comprendre la performance historique de chacun des fonds utilisés. Des conclusions évidentes surgiront et vous aideront à comprendre les résultats des portefeuilles optimisés. Présentez :

- Rendement moyen sur une base annuelle
- Volatilité annuelle (multipliez l'écart-type mensuel par  $\sqrt{12}$  )
- Ratio Rendement risque (Rendement moyen / Écart-type)
- Matrice des corrélations

Tracez des graphiques pour chacun des fonds (Je sais c'est long mais c'est utile de comprendre l'évolution des titres).

- Prix du titre
- Distribution des rendements mensuels
- Graphique du maximum drawdown (Les codes sont fournis)

Le "maximum drawdown" mesure la valeur d'un titre par rapport à son sommet précédent. Il indique si le titre a eu des périodes de forts reculs.

- 3) Par la suite, vous optimisez le portefeuille sur l'échantillon d'entraînement
  - Pour ce faire, vous avez besoin de la matrice des covariances et du rendement anticipé pour chaque fonds.
  - Utilisez le rendement moyen historique et la matrice des covariances (calculée sur les rendements) à partir de l'échantillon d'entraînement
  - Vous débutez par trouver le portefeuille à variance minimale en fonction de différentes contraintes
    - Trouvez le portefeuille à variance minimale (Ptf 1)
      - i. Contraintes:
        - 1. Poids  $\geq 0$

- 2. Somme des poids = 1
- Trouver le portefeuille à variance minimale (Ptf 2)
  - i. Contraintes:
    - 1. 5% <= Poids <= 30 %
    - 2. Somme des poids = 1
- Tracez la frontière efficiente
  - i. Contraintes
    - 1. Poids  $\geq 0$
    - 2. Somme des poids = 1
  - ii. Pour ceux qui utilisent Excel, spécifiez 10 rendements (Vous pouvez en prendre plus. L'idée est d'avoir suffisamment de points pour illustrer la frontière efficiente).
    - 1. Trouvez le rendement maximal pour un portefeuille
      - Vous aurez un seul titre, soit celui qui offre le rendement le plus élevé
    - 2. Faites une séquence de 10 rendements ou plus débutant avec le rendement du portefeuille à variance minimale jusqu'au portefeuille à rendement maximal
    - 3. Pour chaque rendement cible, vous trouvez le portefeuille qui minimise la variance.
    - 4. Vous répétez l'analyse pour tous les rendements spécifiés
  - iii. Pour ceux qui utilisent Python et R, vous trouverez des exemples en abondance.
    - 1. R : J'ai utilisé les toolbox : Portfolio Analytics, Quantmod et IntroCompFinR. Il y en a plus...
    - 2. Python : Encore une fois, la quantité de code est impressionnante.
      - Plusieurs tracent la frontière efficiente par simulation.
      - D'autres utilisent Scipy.Optimize
  - iv. Que constatez-vous sur la composition des portefeuilles sur la frontière efficiente.
    - 1. Présentez les poids estimés
- Vous répétez l'exercice pour identifier le portefeuille qui maximise le ratio rendement/risque. On suppose que le taux sans risque est 0 pour simplifier l'estimation.
  - Trouvez le portefeuille qui maximise le ratio rendement / risque (Ptf 3)
    - 1. Poids  $\geq 0$
    - 2. Somme des poids = 1

- ii. Trouvez le portefeuille qui maximise le ratio rendement / risque en ajoutant les contraintes : (PTF4)
  - 1. 5% <= Poids <= 30 %
  - 2. Somme des poids = 1
- Comparez les performances "in sample" des 4 portefeuilles estimées.
  - i. Présentez les statistiques descriptives.
- 4) Évaluez la performance de vos portefeuilles "out of sample"

Vous utilisez désormais l'échantillon de test, notamment les données sur le rendement mensuel.

Vous avez un montant de \$100,000 à investir en janvier 2023. Vous détenez votre portefeuille jusqu'à novembre 2024, soit la fin de l'échantillon de test.

L'objectif est de comparer la performance des portefeuilles optimisées, soit les portefeuilles (PF1, PF2, PF3, PF4) à deux stratégies heuristiques :

- Portefeuille équipondéré (1/N) (PF5)
  - Vous avez 7 fonds donc vous allouez 1/7 de votre capital initial par fonds
- Portefeuille pondéré par l'inverse de la volatilité (PF6)
  - Vous utilisez la volatilité historique calculée sur l'échantillon d'entraînement (HV)
  - Vous prenez l'inverse (IHV=1/HV)
  - Vous faites la somme des inverse ( $SIHV = \sum IHV$ )
  - Le poids de chacun des actifs est :  $w_i = IHV/SIHV$

Le portefeuille équipondéré (PF5) est l'un des plus simples et ne tient pas compte du rendement historique ni même de la volatilité et de la corrélation entre les actifs. On pourrait croire que ce type d'allocation de portefeuille est moins efficace qu'une allocation optimisée. Toutefois, plusieurs études ont montré que ce type d'allocation est difficile à battre.

Le portefeuille pondéré par l'inverse de la volatilité (PF6) fait en sorte que le poids de chacun des titres a la même contribution à la volatilité du portefeuille. Toutefois, l'allocation ne prend pas en compte la covariance entre les titres. Malgré tout, ce type de portefeuille génère souvent des rendements supérieurs à des stratégies plus élaborées.

Pour effectuer la comparaison, vous utilisez les poids obtenus pour chacune des stratégies avec l'échantillon d'entraînement et calculez la valeur du portefeuille.

- I. En janvier 2023, vous allouer votre \$100,000 entre les différents fonds selon les poids obtenus pour chacun des portefeuilles (PF1 à PF6)
- II. Par la suite, vous appliquez le rendement mensuel obtenu par chacun des fonds.
  - a. Vous répétez pour chacun des mois de l'échantillon test
  - b. Étant donné qu'on utilise le Adjusted Price, les dividendes versés sont inclus.
- III. Pour vous coller à la réalité, vous rebalancez votre portefeuille au trimestre.
  - a. Par exemple, vous avez votre allocation par fonds en \$ en janvier.
    - i. Vous calculez la valeur de chacun des fonds 3 mois plus tard.
    - ii. Vous trouvez la valeur du portefeuille en fin de période
    - iii. À partir de cette valeur, vous redistribuez en fonction des poids initiaux.
  - b. Le 1<sup>er</sup> avril, tous les portefeuilles ont donc des pondérations équivalentes aux pondérations initiales.
  - c. Vous répétez l'exercice, le 1<sup>er</sup> juillet, 1<sup>er</sup> octobre ... jusqu'à la fin de l'échantillon test.
- IV. Vous aurez donc une suite de rendement et de valeur de portefeuille pour chacune des stratégies (PF1 à PF6)
  - a. Faites un tableau de performance
    - i. Rendement annuel moyen
    - ii. Volatilité
    - iii. Ratio rendement/risque
    - iv. Maximum drawdown
  - b. Mettez sur un graphique (ou plusieurs), la performance de chacune des stratégies.
- V. Discutez des résultats
  - a. L'objectif du TP2 est de vous montrer que l'optimisation de portefeuille ne donne pas toujours les meilleures performances hors échantillon.
  - b. Pourquoi optimiser un portefeuille? En pratique, les gestionnaires de portefeuilles utilisent beaucoup plus de critères que seuls la moyenne et la variance. En outre, ils utilisent rarement le rendement historique comme rendement espéré. La majorité vont utiliser des modèles de facteurs. De

plus, ils doivent tenir compte des pondérations géographiques et par industrie ainsi que des critères de développement durable. Ils doivent minimiser les frais de rebalancement et tenir compte de l'impact de marché et plus encore. Les portefeuilles quantitatifs ont souvent quelques centaines de titres (Si on veut que la loi des grands nombres s'applique, on ne peut avoir peu de titres). L'optimisation permet de prendre en compte la majorité des critères alors qu'un humain ne le pourrait pas. Ainsi l'utilité de l'optimisation provient de la complexité des décisions. Cela ne veut toutefois pas dire que ces allocations performeront mieux que des portefeuilles heuristiques.