

מכרזים אמיתיים

Truthful Auctions

אראל סגל-הלוי

מקורות:

הקורס של טים, הרצאה 13:

<http://theory.stanford.edu/~tim/f16/l/l13.pdf>

ויקיפדיה Auction

מה מוכרים במכרזים?

- שלל מלחמה (רומא, לפני 2000 שנה).
- חפצי אומנות (אנגליה, לפני 350 שנה. גם היום).
- <https://youtu.be/ZyATAodMDrQ>
- משאבים ציבוריים – קרקעות, תדרים...
- עליות לתורה (ישראל, ?).
- כל דבר (eBay, 1995).
- פרסומות (מנועי חיפוש, רשתות חברתיות).

סוגי מכרזים

- **מכרז אנגלי** – המשתתפים מעלים מחיר, האחרון שנשאר זוכה.

- **מכרז יפני** – הכרוז מעלה מחיר, האחרון שנשאר זוכה.

- **מכרז הולנדי** – הכרוז מוריד מחיר, הראשון שמצטרף זוכה.

- **מעטפות חתומות, מחיר ראשון.**

- **מעטפות חתומות, מחיר שני.**

באיזה סוג מכרז כדאי להשתמש?

העדפות המשתתפים

- יש חפץ אחד העומד למכירה במכרז.

- כל משתתף j מייחס לחפץ שווי פרטי v_j . **למה?**

- טעם אישי (חפצי אומנות)

- כישרון בניה (קרקעות)

- יכולת הפקת רווח (תדרים)

- הערכת סיכויי רווח (שדה גז/נפט)

- תרומה למכירות (פרסומת)

- אם משתתף j זוכה ומשלם p , התועלת שלו $v_j - p$.

מכרז אמיתי

הגדרה: מכרז אמיתי: לכל משתתף j ולכל אופן-פעולה של האחרים, התועלת הגדולה ביותר מתקבלת מאמירת הערך האמיתי v_j .

איזה מהמכרזים הבאים אמיתי?

- מכרז אנגלי – המשתתפים מעלים מחיר, האחרון זוכה.
- מכרז יפני – הכרוז מעלה מחיר, האחרון שנשאר זוכה.
- מכרז הולנדי – הכרוז מוריד מחיר, הראשון זוכה.
- מעטפות חתומות, מחיר ראשון.
- מעטפות חתומות, מחיר שני.

מכרז מחיר ראשון – First Price Auction

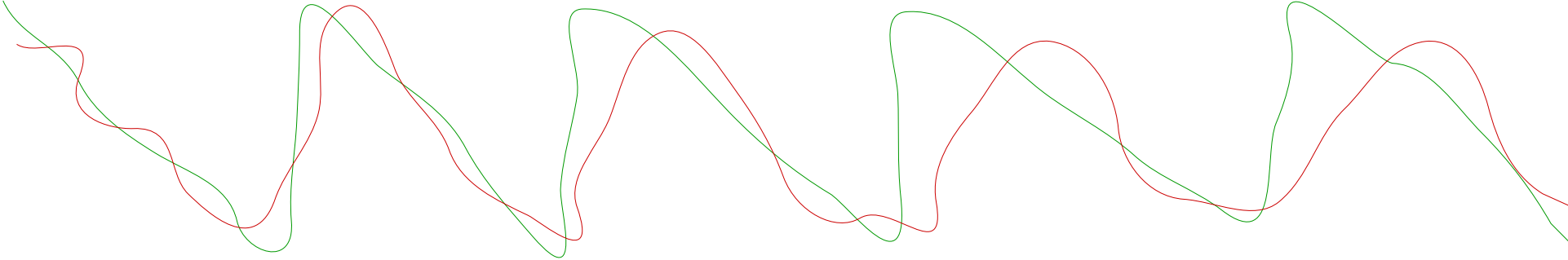
משפט: מכרז מחיר ראשון אינו אמיתי.

הוכחה:

- אמירת הערך האמיתי "מבטיחה" תועלת 0.
- אמירת ערך נמוך יותר מאפשרת להשיג תועלת חיובית.

למה זה רע?

מכרז מחיר ראשון בפירסום

- המכרזים הראשונים לפירסום לפי מילות חיפוש היו של Overture (לפני גוגל).
 - המכרזים הראשונים היו "מחיר ראשון".
 - המהנדסים שמו לב, שהמפרסמים משנים את ההכרזה שלהם בלי סוף:
- 
- נוצר עומס כבד על השרתים.

מכרז מחיר שני – Second Price Auction

מכרז ויקרי – Vickrey Auction

משפט: מכרז ויקרי הוא אמיתי.

הוכחה: נניח שהערך שלי הוא v והערך המקסימלי של האחרים הוא x .

• התועלת הגבוהה ביותר שאני יכול לקוות להשיג במכרז היא $\max(0, v-x)$.

• כשאני מכריז v אני אכן מקבל תועלת זו. ***

משפט: מכרז ויקרי מקיים השתתפות מרצון.

הוכחה: כנ"ל. ***

מכרז מחיר שני - Second Price Auction

מכרז ויקרי - Vickrey Auction

משפט: מכרז מחיר שני הוא יעיל פארטו.

הוכחה:

- במכרז שלנו, תוצאה היא יעילה פארטו אם-ורק-אם החפץ נמסר למשתתף עם הערך הגדול ביותר.

– כי אם החפץ נמסר למשתתף אחר, אז המשתתף עם הערך הגדול ביותר יכול לקנות אותו ממנו והקניה תועיל לשני הצדדים.

- זה בדיוק מה שעושה מכרז מחיר שני. ***

מכרז מחיר שני בפירסום

- בעקבות העומס הכבד על השרתים, החליטו המהנדסים של Google שהמכרז שלהם יהיה **מכרז מחיר שני**.
- המפרסם עם ההכרזה הגבוהה ביותר זוכה, ומשלים סנט אחד מעל ההכרזה השניה בגובהה.
- השלב הבא: הכללה למכירת כמה פרסומות בו-זמנית <--

מכרז פירסום – Ad Auction

יש כמה חפצים למכירה, כל אחד באיכות שונה:

Google - Mozilla Firefox - חיפוש ב- מחשב נייד - חיפוש ב- Google

file:///home/erelsgl/Dropbox/ariel/ALGORITHMS2M/google-ads.html 170% Search

תנך docs cite איפה בוס ubuntu תקציב stats dicta notebook אריאל אלג2מ CPP vps בר-אילן conf משתלות OOP

מחשב נייד Google

הכל תמונות סרטונים חדשות מפות עוד הגדרות כלים

כ-366,000 תוצאות (0.59 שניות)

- 1 מחשבים ניידים 60 יום ניסיון | עכשיו באתר AZRIELI.COM
www.azrieli.com/ (מודעה)
מגוון רחב של דגמים של מיטב המותגים לבחירתכם באתר הקניות החדש מקבוצת עזריאלי
- 2 רשת אייבורי מחשבים | מחשב נייד דל 15.6" | ivory.co.il
www.ivory.co.il/ (מודעה)
מעבד Windows 10 Core i3-6006U ב-1,890 ש"ח
- 3 מחשבים ניידים - מבחר של ניידים | במבחר מחירים החל מ-790 ש"ח
www.ksd.co.il/ח"ש 790 (מודעה) מחשבים ניידים/החל מ-790 ש"ח

מכרז פירסום – Ad Auction

הנחות:

- לכל משבצת k יש הסתברות-הקלקה r_k
- $r_1 > r_2 > \dots$ [$CTR = Click Through Rate$]
- לכל מפרסם j יש ערך-הקלקה v_j .
- מכאן: כל מפרסם מעריך את משבצת k כ:

$$v_j * r_k$$

המטרה שלנו למצוא מכרז שהוא:

- יעיל פארטו
- מקיים השתתפות מרצון
- אמיתי

מכרז פירסום – יעילות פארטו

משפט:

- הקצאת מקומות למפרסמים היא **יעילה-פארטו**, אם-ורק-אם היא **ממקסמת את סכום התועלות**:

$$v_1 * r_{k(1)} + v_2 * r_{k(2)} + v_3 * r_{k(3)} + \dots$$

הוכחה:

- (1) אם ההקצאה **לא יעילה פארטו**, אז קיים לה שיפור פארטו, ובו **סכום התועלות גבוה יותר**.
- (2) אם ההקצאה **לא ממקסמת את סכום התועלות**, אז ניתן לעבור להקצאה שבה **סכום התועלות גבוה יותר ולהעביר כספים בין המשתתפים, ומתקבל שיפור פארטו**.

מכרז פירסום – מיקסום סכום התועלות

אלגוריתם חמדני:

- סדר את המפרסמים בסדר יורד של v_j .

- $v_1 > v_2 > \dots$

- תן למפרסם j את המקום ה- j .

משפט: האלגוריתם ממקסם את סכום התועלות.

הוכחה: נתבונן בשני מפרסמים j, i ובסדר אחר שבו:

$$v_j < v_i \quad r_{k(j)} > r_{k(i)}$$

נחליף את מפרסמים j ו- i . השינוי בסכום התועלות:

$$v_i * (r_{k(j)} - r_{k(i)}) - v_j * (r_{k(j)} - r_{k(i)}) = (v_i - v_j)(r_{k(j)} - r_{k(i)}) \geq 0$$

מכרז פירסום

- אנחנו יודעים איך להקצות מפרסמים למקומות.
- אנחנו צריכים להחליט איך לקבוע את התשלומים.
- איך נכליל את מכרז ויקרי למכירת כמה חפצים?

אפשרות א: מכרז מחיר שני מוכלל

Generalized Second Price Auction - GSP -

- המפרסם שההכרזה שלו היא ה- j בגובהה, זוכה במקום j , ומשלם את ההכרזה של המפרסם ה- $j+1$.
- כשיש רק מקום אחד – זה בדיוק מכרז ויקרי.
- כשיש שני מקומות או יותר – האם המכרז אמיתי?

א. מכרז מחיר שני מוכלל (GSP)

משפט: כשיש שני מקומות או יותר, מכרז מחיר שני מוכלל אינו אמיתי.

הוכחה: מספיק להביא דוגמה נגדית אחת:

$$r_1 = 0.1, \quad r_2 = 0.05,$$

$$v_1 = 10, \quad v_2 = 9, \quad v_3 = 6.$$

אם מפרסם 1 אמיתי ומכריז 10, התועלת שלו היא:

$$0.1 * (10 - 9) = 0.1$$

אם מפרסם 1 מתחכם ומכריז 8, התועלת שלו היא:

$$0.05 * (10 - 6) = 0.2$$

א. מכרז מחיר שני מוכלל (GSP)

משפט: כשיש שני מקומות או יותר, מכרז מחיר שני מוכלל אינו אמיתי.

אז מה ההכללה ה"נכונה" של מכרז ויקרי למצב של יותר מחפץ אחד?

מכרז ויקרי - קלארק - גרובס

Vickrey – Clarke - Groves (VCG)

מכרז ויקרי לחפץ אחד - פרשנות חדשה:

- בחר את התוצאה עם סכום-הערכים הגבוה ביותר

(= תן את החפץ לשחקן עם הערך הגבוה ביותר - v_1).

- עבור כל שחקן:

- חשב את סכום הערכים של שאר השחקנים

(לזוכה - הסכום הזה הוא 0; לשאר - v_1).

- חשב את סכום הערכים של שאר השחקנים אילו

השחקן הנוכחי לא היה משתתף.

(לזוכה - הסכום הזה הוא v_2 ; לשאר - v_1).

- גבה מהשחקן את ההפרש בין הסכומים.

(לזוכה - ההפרש הוא v_2 ; לשאר - 0).

מכרז ויקרי - קלארק - גרובס

Vickrey – Clarke - Groves (VCG)

משפט: מכרז ויקרי-קלארק-גרובס הוא אמיתי.

מושגים: ערך = ברוטו (לא כולל המחיר);

תועלת = נטו (ערך פחות מחיר).

הוכחה: התועלת של כל שחקן היא:

• הערך של השחקן עצמו (1)

• פחות הסכום של שאר השחקנים בלעדיו (2)

• ועוד הסכום של שאר השחקנים כשהוא פה (3).

מכרז ויקרי - קלארק - גרובס

Vickrey – Clarke - Groves (VCG)

משפט: מכרז ויקרי-קלארק-גרובס הוא אמיתי.

הוכחה [המשך]: התועלת של כל שחקן היא:

סכום הערכים של כל השחקנים (שורה 1,3),

פחות מספר שאינו תלוי בהצהרה שלו (שורה 2)

השחקן שואף להשיג תועלת גדולה ביותר.

לשם כך עליו למקסם את סכום הערכים של

כל השחקנים. זה בדיוק מה שעושה מנגנון

ויקרי-קלארק-גרובס כשהשחקן אומר אמת.***

מכרז ויקרי - קלארק - גרובס

Vickrey – Clarke - Groves (VCG)

מכרז ויקרי-קלארק-גרובס הוא מאד כללי ויכול
לטפל בכל מצב שבו ההעדפות הן "כספיות":

	אפשרות 3	אפשרות 2	אפשרות 1
משתתף א	8 ש"ח	4 ש"ח	3 ש"ח
משתתף ב	5 ש"ח	8 ש"ח	1 ש"ח
משתתף ג	3 ש"ח	5 ש"ח	3 ש"ח

מכרז ויקרי - קלארק - גרובס - דוגמה

	אפשרות 3	אפשרות 2	אפשרות 1
משתתף א	8 ש"ח	4 ש"ח	3 ש"ח
משתתף ב	5 ש"ח	8 ש"ח	1 ש"ח
משתתף ג	3 ש"ח	5 ש"ח	3 ש"ח
סכום	16	*17	7
בלי א	8	*13	4
בלי ב	*11	9	6
בלי ג	*13	12	4
תשלום א		13-13 = 0	
תשלום ב	11-9 = 2		
תשלום ג	13-12 = 1		

תשלום כולל: 3 ש"ח, לתרום לצדקה או טיפ למלצר (למה?)

ויקרי - קלארק - גרובס במכרזי פירסום

נחזור לדוגמה קודמת:

$$r_1 = 0.1, \quad r_2 = 0.05, \\ v_1 = 10, \quad v_2 = 9, \quad v_3 = 6.$$

המחיר למפרסם 1:

- $9 * 0.1 + 6 * 0.05$ – סכום האחרים בלעדיו
- $- 9 * 0.05$ – סכום האחרים כשהוא נמצא
- $= 7.5 * 0.1$ (במקום 9; כבר לא כדאי לו להתחכם)

המחיר למפרסם 2:

- $10 * 0.1 + 6 * 0.05$ – סכום האחרים בלעדיו
- $- 10 * 0.1$ – סכום האחרים כשהוא נמצא
- $= 6 * 0.05$ (כמו קודם)

ויקרי - קלארק - גרובס במכרזי פירסום

תשלום כולל של מפרסם i במכרז VCG:

$$v_{i+1} * (r_i - r_{i+1}) + v_{i+2} * (r_{i+1} - r_{i+2}) + \dots$$

תשלום עבור קליק של מפרסם i במכרז VCG:

$$[v_{i+1} * (r_i - r_{i+1}) + v_{i+2} * (r_{i+1} - r_{i+2}) + \dots] / r_i$$

תשלום עבור קליק של מפרסם i במכרז GSP:

$$v_{i+1}$$

VCG לעומת GSP

- אם VCG כל כך טוב, למה לא משתמשים בו?
- קשה יותר למימוש.
 - פחות ברור למפרסמים.
 - עלול לגרום ירידה זמנית ברווחים.

2006: "The Lovely but Lonely Vickrey Auction"
(Lawrence M. Ausubel and Paul Milgrom).

VCG לעומת GSP

אם VCG כל כך בעייתי, למה חזרו להשתמש בו?

- מכרזי-פירסום בימינו ממילא מאד מסובכים:
 - לא רק המיקום משתנה אלא גם הגודל והצורה.
 - הסתברות ההקלקה לא ידועה למפרסמים.
 - משלמים לא רק על קליק אלא גם על לייק וכד'.
 - האלגוריתם החמדני לא עובד.
- לכן היום VCG חוזר לאופנה, למשל בפייסבוק ובפירסומות של גוגל באתרים אחרים.

2013: "VCG in Theory and Practice"
(Hal Varian, and Christopher Harris).

האתגר העיקרי ב-VCG: סיבוכיות

1. **סיבוכיות ההכרזה:** מספר התוצאות האפשריות הוא גדול מאד.

אבל ממשק-המשתמש חייב להיות פשוט.

• **"פתרון":** מניחים הנחות מפשטות, למשל: תועלת ליניארית.

2. **סיבוכיות החישוב:** מציאת התוצאה האופטימלית עלולה לקחת הרבה זמן.

• **"פתרון":** אלגוריתמי קירוב.

– בעיה חדשה: המנגנון כבר לא אמיתי...