

שיווי-משקל נאש במשחקים ובמכרזים

אראל סגל-הלוי

מה עושים שחקנים במנגנון לא אמיתי?

- כשיש לנו מנגנון אמיתי, קל לנתח את

התנהגות המשתתפים – הם כנראה ידווחו
את ההעדפות האמיתיות שלהם.

- אבל מה עושים כשאין מנגנון אמיתי?

או כשהמנגנון האמיתי מסובך מדי?

איך יתנהגו המשתתפים?

- שאלה לדוגמה: איך יתנהגו המשתתפים

במכרז מחיר ראשון? מה יהיה הרווח למוכר?

תורת המשחקים על חצי רגל

הגדרה: משחק = אוסף של שחקנים,
לכל שחקן יש אוסף של פעולות אפשריות,
כל צירוף של פעולות מביא לתוצאה,
וכל שחקן מקבל תועלת מכל תוצאה אפשרית.

זוג או פרד
משחק הפנדל

1 / -1	-1 / 1
-1 / 1	1 / -1

אבן נייר ומספריים

0 / 0	-1 / 1	1 / -1
1 / -1	0 / 0	-1 / 1
-1 / 1	1 / -1	0 / 0

דילמת האסיר
שיתוף קבצים

3 / 3	0 / 5
5 / 0	1 / 1

1 / 1	0 / 0	0 / 0
0 / 0	1 / 1	0 / 0
0 / 0	0 / 0	1 / 1

משחק תיאום

	1	2	3
1	1.5 / 1	0 / 1	0 / 0
2	2 / 0	1 / 0.5	0 / 0
3	1 / 0	1 / 0	0.5 / 0

מכרז מחיר ראשון. ערכים: 3, 4.

איך מתנהגים שחקנים במשחק?

הגדרה: פעולה שולטת (דומיננטית) של שחקן:
עבור כל צירוף-פעולות של האחרים,
הפעולה נותנת לשחקן תועלת גבוהה ביותר.

1 / 10 2 / 30					1 / 10 3 / 20	
3 / 20 4 / 40					2 / 30 4 / 40	
		1 / 1	0 / 0	0 / 0		
1 / -1 -1 / 1		0 / 0	1 / 1	0 / 0	3 / 3 0 / 5	
-1 / 1 1 / -1		0 / 0	0 / 0	1 / 1	5 / 0 1 / 1	

פעולות שולטות במכרזים

הגדרה: פעולה שולטת (דומיננטית) של שחקן:
עבור כל צירוף-פעולות של האחרים,
הפעולה נותנת לשחקן תועלת גבוהה ביותר.

	1	2	3
1	1.5 / 1	0 / 2	0 / 2
2	3 / 0	1 / 0.5	0 / 1
3	3 / 0	2 / 0	0.5 / 0
4	3 / 0	2 / 0	1 / 0

מכרז מחיר שני - יש

	1	2	3
1	1.5 / 1	0 / 1	0 / 0
2	2 / 0	1 / 0.5	0 / 0
3	1 / 0	1 / 0	0.5 / 0
4	0 / 0	0 / 0	0 / 0

מכרז מחיר ראשון - אין

פעולות שולטות - עיקרון הגילוי (Revelation Principle)

משפט: כל מטרה

**שאפשר להשיג ע"י משחק עם פעולות שולטות
- אפשר להשיג ע"י מנגנון אמיתי.**

הוכחה: המנגנון האמיתי מקבל מהשחקנים את
טבלת הערכים שלהם, ומשחק עבורם את
הפעולה השלטת שלהם.

דוגמה: מכרז אנגלי.

איך מתנהגים שחקנים כשאין פעולה שולטת?

הגדרה: שיווי-משקל נאש (Nash): צירוף פעולות של כל השחקנים, שבו הפעולה של כל שחקן נותנת לו תועלת גבוהה ביותר בצירוף זה.

פרשנות: הסכם שאוכף את עצמו.

משפט: אם לכל שחקן יש פעולה שלטת, אז צירוף הפעולות השולטות הוא שיווי-משקל נאש.

		1 / 1	0 / 0	0 / 0		
1 / -1	-1 / 1	0 / 0	1 / 1	0 / 0	4 / 4	0 / 6
-1 / 1	1 / -1	0 / 0	0 / 0	1 / 1	6 / 0	2 / 2

שיווי-משקל נאש במכרזים

הגדרה: שיווי-משקל נאש: צירוף פעולות של כל השחקנים, שבו הפעולה של כל שחקן נותנת לו תועלת גבוהה ביותר בצירוף זה.

	1	2	3
1	1.5 / 1	0 / 2	0 / 2
2	3 / 0	1 / 0.5	0 / 1
3	3 / 0	2 / 0	0.5 / 0
4	3 / 0	2 / 0	1 / 0

מכרז מחיר שני - יש

	1	2	3
1	1.5 / 1	0 / 1	0 / 0
2	2 / 0	1 / 0.5	0 / 0
3	1 / 0	1 / 0	0.5 / 0
4	0 / 0	0 / 0	0 / 0

מכרז מחיר ראשון - יש

שיווי-משקל נאש במכרזים

דוגמה: מכרז על חפץ אחד, שני משתתפים.
ס - ערך 60. כ - ערך 20.

מה הם כל שיוויי-המשקל של המכרז?

נסמן: s - הכרזה של ס. k - הכרזה של כ.

מכרז מחיר ראשון - נחלק למקרים:

• אם $k < 19$ אז $s = k + 1$ ואז כ יעלה ל- s - לא ש"מ.

• אם $k \geq 19$ וגם $k < 60$, אז $s = k + 1$ וזה כן ש"מ.

• אם $k \geq 60$, ס יפסיד ו-כ יירד - לא ש"מ.

שיווי-משקל נאש במכרזים

דוגמה: מכרז על חפץ אחד, שני משתתפים.
ס - ערך 60. כ - ערך 20.

מה הם כל שיוויי-המשקל של המכרז?

נסמן: s - הכרזה של ס. k - הכרזה של כ.

מכרז מחיר שני - נחלק למקרים:

- אם $k < 20$ אז כל $s \geq 20$ הוא ש"מ.
- אם $k \geq 20$ וגם $k < 60$, אז כל $s > k$ הוא ש"מ.
- אם $k \geq 60$, אז כל $s < 20$ הוא ש"מ!

מכרז התדרים בניו-זילנד*

בשנת 1990 החליטה ממשלת ניו-זילנד למכור תדרי-שידור במכרז מחיר שני. תוצאות לדוגמה:

- מחיר ראשון: \$100,000. מחיר שני: \$6!

- מחיר ראשון: \$7,000,000. מחיר שני: \$5000!

לא ברור מה גרוע יותר – הפסד הרווחים, או העובדה שההצעות התפרסמו בציבור...

בפעם הבאה הם השתמשו במכרז מחיר ראשון.

* <http://theory.stanford.edu/~tim/f13/ll8.pdf>

באיזה מכרז להשתמש?

מחיר ראשון	מחיר שני	
לא	כן	פעולות שולטות
כן	לא	בש"מ, בעל הערך הגבוה תמיד זוכה
כן	לא	בש"מ, הרווח למוכר תמיד לפחות הערך השני