

מטלה 10 - חלוקת חפצים

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. הגשה בזוגות, עד תחילת ההרצאה הבאה.

שאלה 1: אלגוריתם "המנצח המתוקן" ומכפלת הערכים

באלגוריתם "המנצח המתוקן", כל משתתף מייחס ערך לכל חפץ, כך שסכום הערכים של כל משתתף הוא 100. האם תוצאת האלגוריתם תמיד ממקסמת את מכפלת הערכים? הוכיחו או הראו דוגמה נגדית.

שאלה 2: אלגוריתם "המנצח המתוקן" והסכמי קמפ-דייז

המאמר בקישור זה: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.1025.1941&rep=rep1&type=pdf>

- מנתח מה היה קורה אילו הסכמי קמפ-דייז בין ישראל למצרים היו נעשים באלגוריתם המנצח המתוקן.
- א. מיצאו במאמר את הנתונים שבהם השתמשו הכותבים - איזה נושאים עמדו למשא-ומתן? כמה אחוזים ייחס כל אחד מהצדדים לכל אחד מנושאים? מה התוצאות התיאורטיות של האלגוריתם? והאם הן דומות להסכם שהושג בפועל?
- ב. מה דעתכם על המאמר - האם אכן היה אפשר במציאות להשתמש באלגוריתם "המנצח המתוקן" במקום משא-ומתן? ומה היו התוצאות?

שאלה 3: אלגוריתם "מעגלי הקנאה" ועילות פארטו

הראו דוגמה שבה אלגוריתם מעגלי הקנאה מחזיר חלוקה שאינה יעילה פארטו, **בכל** סדר שבו מסדרים את החפצים, ולפי **כל** כלל בחירה בין שחקנים (כשיש שני שחקנים או יותר שאף אחד לא מקנא בהם).

שאלה 4: שילוב חפצים בדידים ורציפים

- נניח שאנחנו רוצים לחלק אוסף של חפצים, שחלקם בדידים וחלקם רציפים.
- אנחנו רוצים למצוא חלוקה יעילה-פארטו המקיימת את תנאי-ההגינות הבא (הרחבה של EF1): "לכל שני שחקנים א ו-ב, אם נסיר מהסל של שחקן ב חפץ בדיד אחד, **או** אחוז אחד מחפץ רציף, אז א לא יקנא".
- הסבירו איך אפשר להשתמש באלגוריתם "מיקסום מכפלת הערכים" כדי למצוא חלוקה שהיא גם יעילה-פארטו וגם מקיימת את תנאי-ההגינות המורחב.

שאלה 5: רמת הדיוק הדרושה להגינות

- כשמבצעים במחשב אלגוריתמים עם פונקציות ממשיות, כמו לוגריתמים, החישוב לא מושלם, ושגיאות הנובעות מעיגול-מספרים עלולות לשבש את האלגוריתם ולתת תוצאה לא אופטימלית.
- א. נניח שיש n שחקנים, ושכל הערכים של השחקנים הם מספרים שלמים בין 1 ל-1000. מהו ההפרש החיובי הקטן ביותר בין לוגריתמים של שתי חלוקות-חפצים שונות?
- ב. לפי תשובתכם ל-א, כמה סיביות צריכות להיות בייצוג של מספרים במחשב שלנו, כך שהאלגוריתם למיקסום מכפלת הערכים אכן ימצא את החלוקה האופטימלית ולא יושפע משגיאות של עיגול?

שאלה 6: תיכנות אלגוריתם

נתונה המחלקה הבאה:

```
class Agent {  
    double item_value(int item_index);  
}
```

המחלקה מייצגת שחקן המשתתף במשחק חלוקה הוגנת. יש בה פונקציה אחת המתארת את הערך שהשחקן מייחס לחפץ שהאינדקס שלו הוא `item_index`.

כיתבו פונקציה הבודקת האם חלוקת-חפצים נתונה כלשהי היא EF1. כותרת הפונקציה:

```
bool is_EF1(Agent[] agents, set<int>[] bundles);
```

הפרמטר `agents` הוא מערך בגודל `n` המייצג את השחקנים.

הפרמטר `bundles` הוא מערך באותו גודל - `n` - המייצג את החלוקה: `bundle[i]` הוא אוסף אינדקסי החפצים שמקבל שחקן `i`.