

חלוקה הוגנת ואמיתית

Truthful Fair

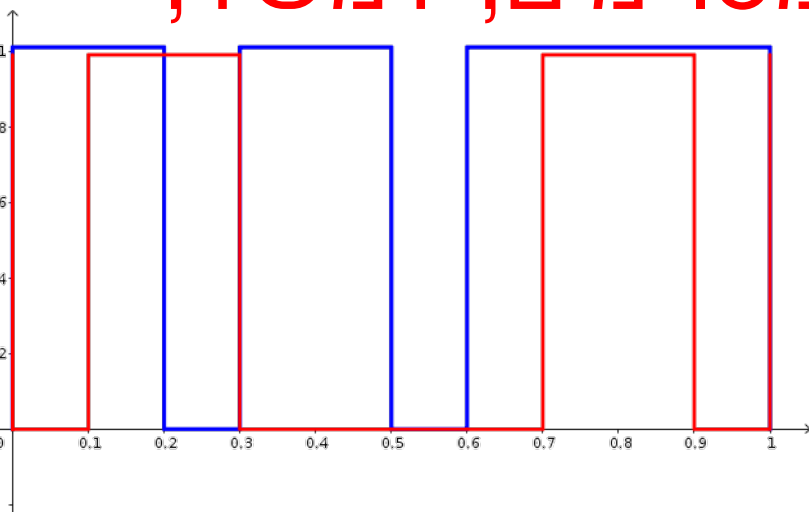
Division

אראל סגל-הלוי

חלוקה הוגנת ואמיתית

- האלגוריתמים שראינו עד כה הם רק "חצי אמיתיים":
- שחקן אמיתי מבטיח לעצמו את תכונות ההגינות (פרופורציונליות / אין קנאה) גם אם כולם נגדו;
 - אבל - שחקן מתחכם יכול לקבל אפילו יותר.

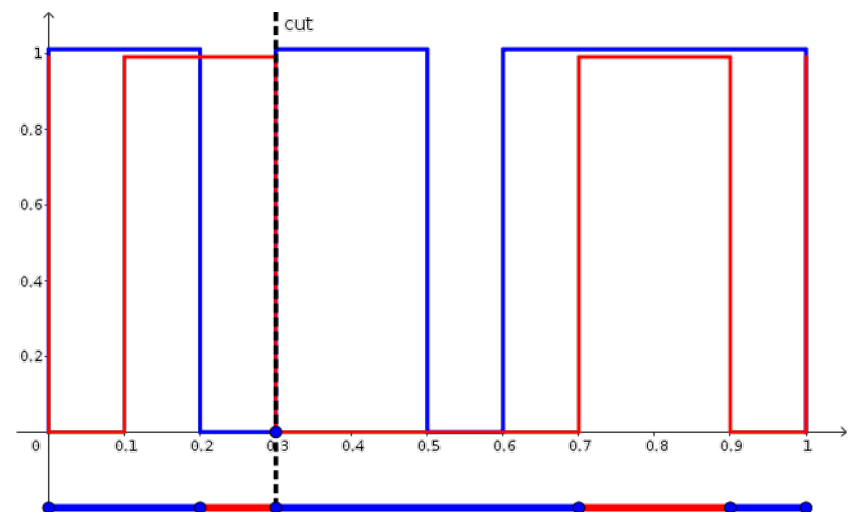
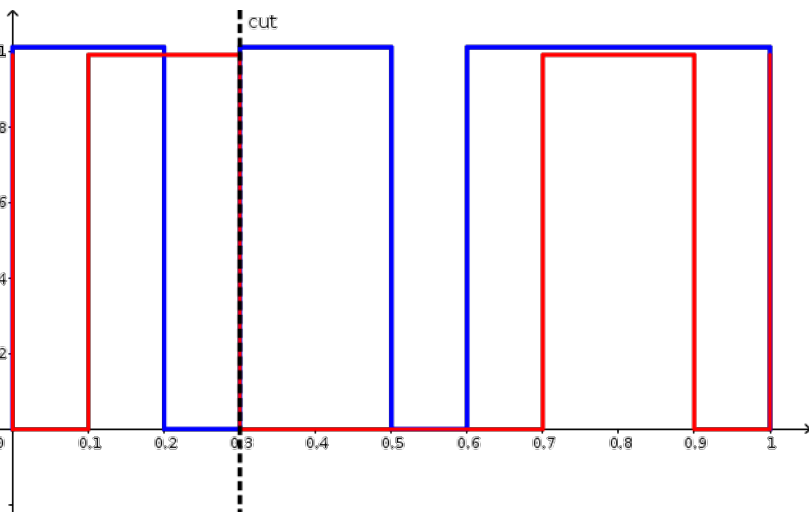
- בשנים האחרונות פותחו אלגוריתמי חלוקה אמיתיים.
- אבל - הם עובדים רק בתנאים מסויימים, למשל, צפיפויות-ערך בינאריות:



חלוקה הוגנת ואמיתית - דוגמה

אלגוריתם Bei, Huzhang, Suksompong, 2018
לשני שחקנים עם העדפות בינאריות:

- מצא את ה- x המינימלי כך שהערך של b משמאלו שווה לערך של a מימינו:
$$V_b([0, x]) = V_a([x, 1])$$
- תן לשחקן b את הקטעים שהוא רוצה משמאל ל- x , ואת הקטעים ששחקן a לא רוצה מימין ל- x :



חלוקה הוגנת ואמיתית - דוגמה

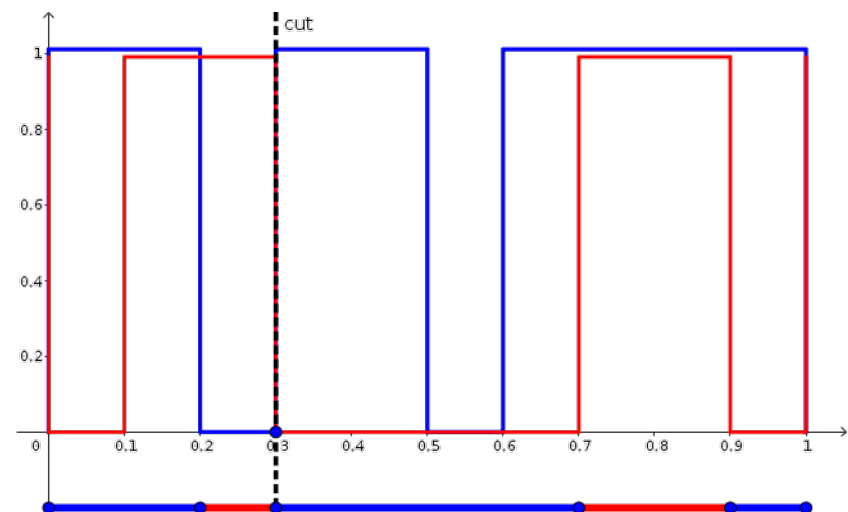
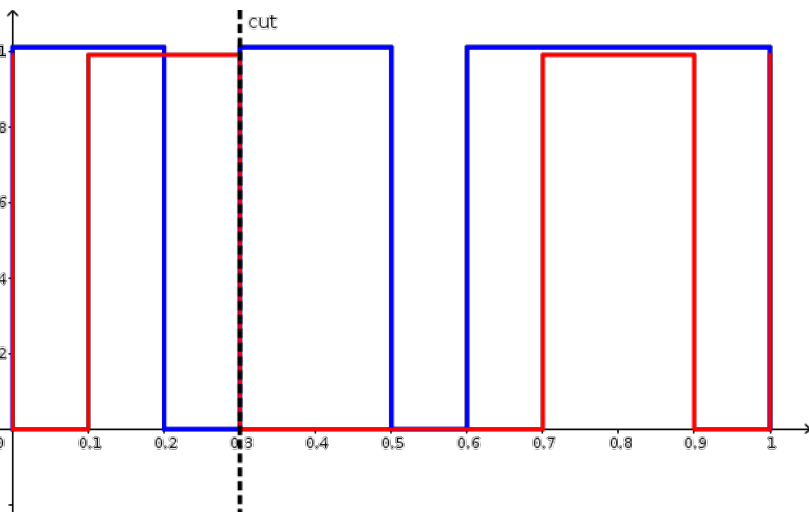
הגינות: נוכיח לשחקן ב (ההוכחה ל-א סימטרית):

$$U_b \geq V_b([0, x])$$

$$U_b \geq V_b(C) - V_a([x, 1]) = V_b(C) - V_b([0, x])$$

$$2 U_b \geq V_b(C)$$

$$U_b \geq V_b(C) / 2$$



חלוקה הוגנת ואמיתית - דוגמה

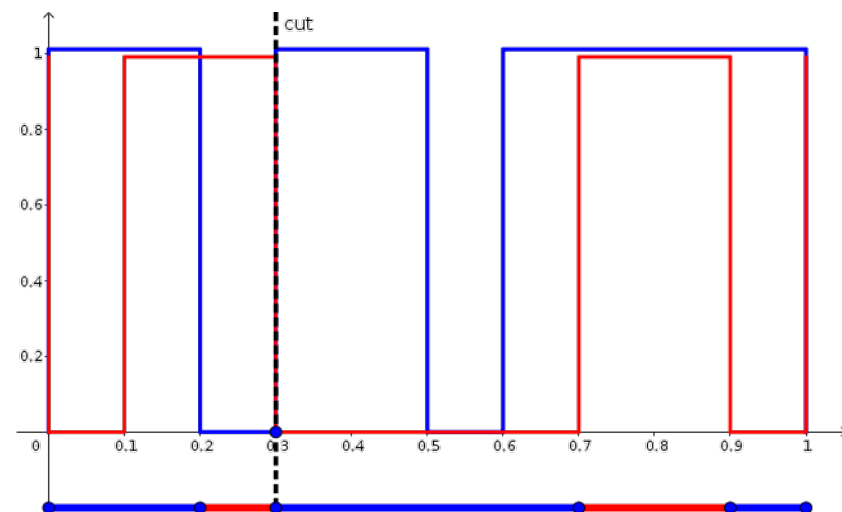
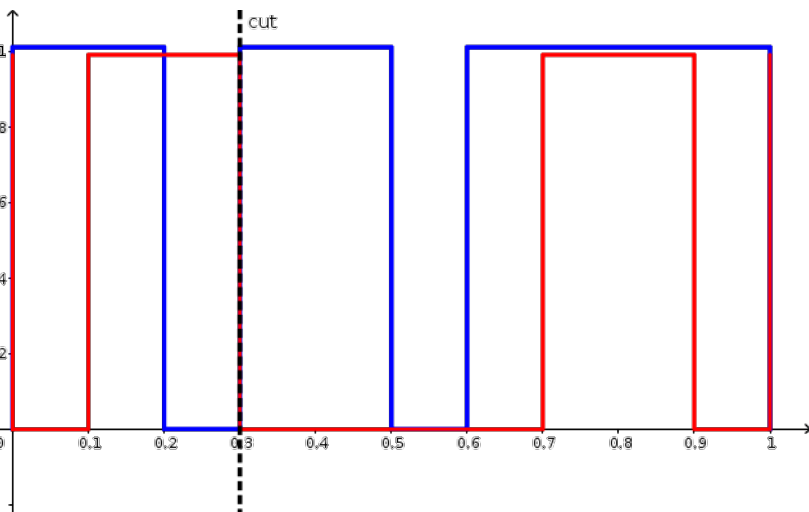
אמיתיות: נוכיח לשחקן ב (ההוכחה ל-א סימטרית):
שינוי מימין לקו – לא משפיע.

שינוי משמאל לקו:

• מ-0 ל-1: הקו זז שמאלה; ב רק מפסיד.

• מ-1 ל-0: ב מפסיד קטע באורך L משמאל לקו,

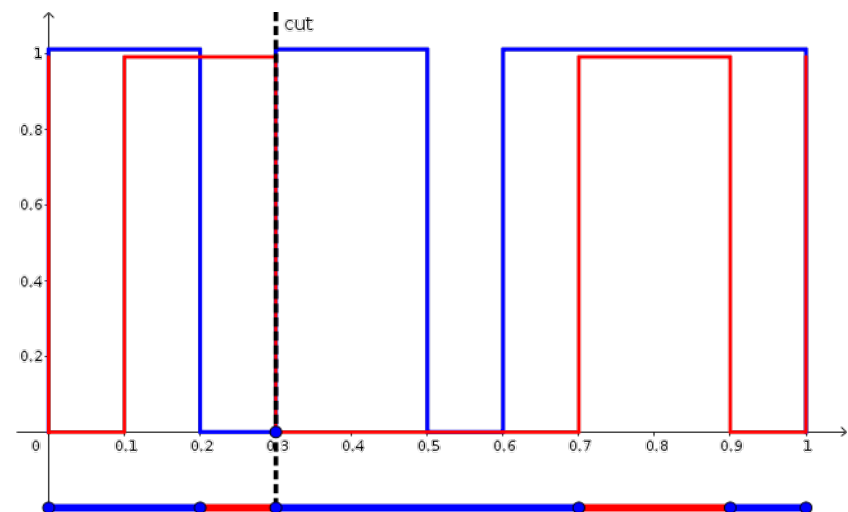
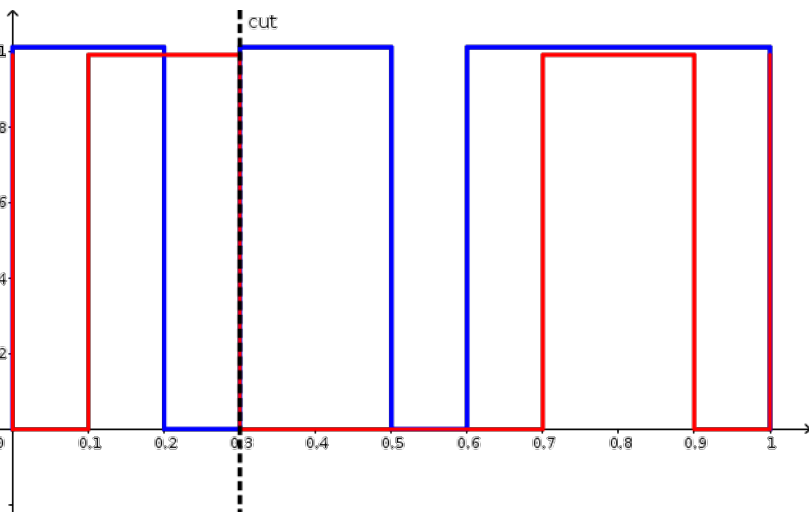
ומרויח לכל היותר L בהזזת הקו ימינה.



חלוקה הוגנת ואמיתית - דוגמה

יעילות פארטו:

- קטע ש-ב רוצה ו-א לא רוצה - ניתן תמיד ל-ב.
- קטע ש-א רוצה ו-ב לא רוצה - ניתן תמיד ל-א.
- קטע ששניהם רוצים - ניתן תמיד לאחד מהם. ***



חלוקה הוגנת ואמיתית – אי-אפשרות

לא קיים אלגוריתם הוגן אמיתי ויעיל-פארטו אם:

- (1) פונקציות הערך לא בינאריות, או -
- (2) כל שחקן צריך לקבל חתיכה קשירה.