# xz坐标系斜压方程组

其中

；

；

，分别为干空气和水汽的分子量。

方程组可化为矢量形式

其中

令

则

# 垂直剖分

由arctan函数入手，希望顶层和底层变化率低，中层变化率高

其中为不考虑地形时的坐标面高度，对应Klemp,2011相应变量；为可调伸缩参数，以控制中层区域的范围，越大，则arctan函数被拉长，即中间区域更平缓，且底层和顶层变化率更大，可取；为计算空间垂直坐标；为模式顶高

积分后得到垂直层位置

# 静力平衡修正及干湿分离方程组

静力平衡修正

干湿分离

其中

，，，撇号代表扰动量，上标横杠代表静力平衡量（参考态）；

，即全密度为干空气密度与水汽密度之和

为混合比，即为水汽密度，，

；

；

，分别为干空气和水汽的分子量。

方程组可化为矢量形式

其中

令

则有

# 扰动形式方程组

其中

，，，撇号代表扰动量，上标横杠代表静力平衡量（参考态）；

，即全密度为干空气密度与水汽密度之和

为混合比，即为水汽密度，，

；

；

，分别为干空气和水汽的分子量。

方程组可化为矢量形式

其中

令

则有

# AUSM+-up Riemann Solver

AUSM+-up黎曼解，基于以下两篇论文

Liou(2006) “*A sequel to AUSM. Part II: AUSM1-up for all speeds*”.

Ullrich(2012) “*Operator-Split Runge–Kutta–Rosenbrock Methods for Nonhydrostatic Atmospheric Models*”

对于在单元界面处的通量矢量的黎曼解可以写为左值和右值的重构组合

特征流动

为平均声速

分别为左右两侧声速

由的特征值的计算

可得到声速

平均密度

界面左右马赫数

局地平均马赫数

界面马赫数

其中

耗散项

界面气压

其中

耗散项

上述公式中各常数项如下定义

对于x方向

针对对气压计算进行修正

对于z方向

在计算过程中垂直速度变为了，而，声速和风速都是在坐标系下计算得到的（即使用了坐标系的度量），因此在计算时为了保证度量的一致性，必须在声速和前必须乘上。

分别为在坐标系度量下的声速

针对对气压计算进行修正

针对对气压计算进行修正

其中上标代表参考态

# 隐式迭代求解非线性方程组

令

时间离散

为求未知量，将上述方程内所有替换为

两端对求导

根据一阶牛顿法有

其中上标为迭代次数，

因为

所以

令，，，则有

若非奇异，且可显式表达，则