



THUẬT TOÁN ỨNG DỤNG
THUẬT TOÁN TRÊN ĐỒ THỊ
DFS và ứng dụng

ONE LOVE. ONE FUTURE.

NỘI DUNG

- Đường đi dài nhất trên cây
- Tổng đường đi trên cây

ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
HANOI UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

ĐƯỜNG ĐI DÀI NHẤT TRÊN CÂY

- Cho cây $T = (V, E)$, mỗi cạnh (u, v) có trọng số $w(u, v)$. Hãy tìm đường đi có tổng trọng số lớn nhất trên T
- Ký hiệu $A[v]$ là tập các đỉnh kề với đỉnh v trên T
- Thuật toán dựa trên duyệt theo chiều sâu
 - Chọn 1 đỉnh s bất kỳ trên T
 - Thực hiện DFS(s) để tìm đỉnh x cách xa s nhất
 - Thực hiện DFS(x) để tìm đỉnh y cách xa x nhất
 - Đường đi từ x đến y tìm được sẽ là đường đi dài nhất trên T

ĐƯỜNG ĐI DÀI NHẤT TRÊN CÂY

```
Init(V, A) {  
    for v in V do d[v] = -1;  
}  
  
DFS(u) {  
    for x in A[u] do {  
        if d[x] < 0 then {  
            d[x] = d[u] + w(u, x);  
            DFS(x);  
        }  
    }  
}
```

```
LongestPathOnTree(V, A){  
    Init(V, A);  
    s = select a node in V;  
    DFS(s);  
    x = select u in V such that d[u] is maximal;  
    Init(V, A);  
    DFS(x);  
    y = select u in V such that d[u] is maximal;  
    P = unique path between x and y in T;  
    return P;  
}
```

ĐƯỜNG ĐI DÀI NHẤT TRÊN CÂY

- Độ phức tạp tính toán $O(|V| + |E|)$

TỔNG ĐƯỜNG ĐI TRÊN CÂY

- Cho cây $T = (V, E)$, mỗi cạnh (u, v) có trọng số $w(u, v)$. Tập đỉnh V gồm n đỉnh
- Ký hiệu:
 - $A[v]$ là tập các đỉnh kề với đỉnh v trên T
 - $c(u, v)$ là độ dài đường đi duy nhất giữa 2 đỉnh u và v trên T
 - $f(u)$: tổng độ dài đường đi từ các đỉnh khác đến u trên T : $f(u) = \sum_{v \in V} c(v, u)$
- Tìm $f(u)$ với mọi $u \in V$

TỔNG ĐƯỜNG ĐI TRÊN CÂY

- Chọn một đỉnh s bất kỳ trên T làm gốc, thực hiện duyệt theo chiều sâu trên T xuất phát từ s :
 - $p(u)$: đỉnh cha của u (là đỉnh mà từ đó thuật toán thăm u)
 - $d(u)$: tổng độ dài đường đi từ các đỉnh con cháu của u đến u
 - $N(u)$: số lượng đỉnh con cháu của u (kể cả đỉnh u)

TỔNG ĐƯỜNG ĐI TRÊN CÂY

- DFS1(u): duyệt theo chiều sâu ở pha thứ nhất
 - Mục đích: tính $d(x)$ và $N(x)$ với mọi đỉnh x là con cháu của u
 - Khi DFS1(u) thực hiện xong thì $d(u)$ được tính xong và nó sẽ được dùng để tính $d(p(u))$
 - Thực hiện: với mỗi đỉnh $v \in A[u]$:
 - Gọi DFS1(v)
 - Cập nhật: $d(u) = d(u) + N(v) * d(v)$
 - $N(u) = N(u) + N(v)$

TỔNG ĐƯỜNG ĐI TRÊN CÂY

- DFS1(u): duyệt theo chiều sâu ở pha thứ nhất
 - Mục đích: tính $d(x)$ và $N(x)$ với mọi đỉnh x là con cháu của u
 - Khi DFS1(u) thực hiện xong thì $d(u)$ được tính xong và nó sẽ được dùng để tính $d(p(u))$
 - Thực hiện: với mỗi đỉnh $v \in A[u]$:
 - Gọi DFS1(v)
 - Cập nhật: $d(u) = d(u) + N(v) * d(v)$
 - $N(u) = N(u) + N(v)$
- DFS2(u): duyệt theo chiều sâu ở pha thứ hai
 - Mục đích: Khi DFS2(u) được gọi thì $f(u)$ đã được tính toán xong và ta sẽ tính toán $f(v)$ với mỗi đỉnh v là con của u
 - Thực hiện: với mỗi đỉnh $v \in A[u]$ mà chưa được thăm
 - $F = f(u) - (d(v) + w(u,v) * N(v))$
 - $f(v) = F + d(v) + w(u,v) * (n - N(v))$
 - Gọi DFS2(v)

TỔNG ĐƯỜNG ĐI TRÊN CÂY

```
DFS1(u){
  for v in A[u] do {
    if p(v) = 0 then {
      p(v) = u;
      DFS1(v);
      d(u) = d(u) + d(v) + N(v)*w(u,v);
      N(u) = N(u) + N(v);
    }
  }
}

Phase1(){
  for v in V do {
    p(v) = 0; d(v) = 0; N(v) = 1; f(v) = 0;
  }
  p(1) = 1; DFS1(1);
}

DFS2(u){
  for v in A[u] do {
    if p(v) = 0 then {
      F = f(u) - (d(v) + N(v)*w(u,v));
      f(v) = F + d(v) + w(u,v)*(n - N(v));
      p(v) = u; DFS2(v);
    }
  }
}

Phase2(){
  for v in V do { p(v) = 0; }
  f(1) = d(1); p(1) = 1; DFS2(1);
}

Main(){
  Phase1(); Phase2();
}
```

TỔNG ĐƯỜNG ĐI TRÊN CÂY

- Độ phức tạp tính toán $O(|V| + |E|)$

HUST

THANK YOU !