

## 圣诞礼物solution

- 考虑选择了某个集合的礼物后，一定按照斜率从小到大增加参数。
- 可以用调整法证明如下结论：最小代价的方案一定包含一个礼物 $x$ ，斜率小于礼物 $x$ 的礼物的参数都选择右端点，斜率大于礼物 $x$ 的礼物的参数都选择左端点。（假设斜率两两不同）
- 考虑枚举上述结论中的礼物 $x$ ，对剩下的礼物进行背包后统计答案。
- 考虑优化上述过程。由于背包的加入与顺序无关，我们将所有礼物按照斜率从小到大排序后，分治地统计某个区间中的答案：

```
solve(l, r, v): 统计[l,r]礼物的答案，当前背包使用的dp数组为v
if l==r
    使用v统计当前枚举的礼物为礼物l时的答案
else
    m = (l+r)/2
    v' = v
    for (i = m+1 to r) 用参数为左端点的礼物i更新v'
        solve(l, m, v')
    v' = v
    for (i = l to m) 用参数为右端点的礼物i更新v'
        solve(m+1, r, v')
```

- 上述伪代码中分治到某个位置时（即 $l = r$ 的情况），斜率小与它的都取的右端点，斜率大于它的都取的左端点。此时复杂度 $O(nM \log n + nMQ)$ （ $M$ 为询问的位置最大值）。
- 考虑优化询问复杂度，假设使用位置为 $p$ 的dp值更新询问为 $q$ 的答案，那么它的代价为 $k(q_i - p) + b + dp_p$ ，将其拆分为 $kq_i$ 和 $-kp + b + dp_p$ 后问题转化为区间询问最小值。使用RMQ或单调队列即可将这部分复杂度优化到 $O(nM \log M + nQ)$ 或 $O(nM + nQ)$ 。
- 总复杂度 $O(nM \log n + nQ)$ 。