

Relaciones Binarias

☰ Etiquetas

Guía de Estudio: Relaciones Binarias

◆ 1. Producto Cartesiano (Cartesian Product)

Definición:

Dado dos conjuntos A y B , el **producto cartesiano** $A \times B$ es el conjunto de todos los pares ordenados (a, b) donde $a \in A$ y $b \in B$.

Ejemplo en Wolfram Mathematica:

```
A = {1, 2};  
B = {a, b};  
PC[A, B]
```

Salida esperada:

```
{{1, a}, {1, b}, {2, a}, {2, b}}
```

◆ 2. Relación Binaria

Definición:

Una **relación binaria** R entre conjuntos A y B es un subconjunto del producto cartesiano $A \times B$.

Ejemplo:

```
A = {1, 2, 3};  
R = {{1, 2}, {2, 3}, {3, 1}};
```

◆ 3. Unión de Relaciones

Definición:

La **unión** de dos relaciones $R \cup S$ es el conjunto de pares que están en R o en S (o en ambos).

Ejemplo:

```
R = {{1, 2}, {2, 3}};  
S = {{2, 3}, {3, 1}};  
Union[R, S]
```

Salida:

```
{{1, 2}, {2, 3}, {3, 1}}
```

◆ 4. Intersección de Relaciones

Definición:

La **intersección** $R \cap S$ contiene solo los pares que están en ambas relaciones.

Ejemplo:

```
Intersection[R, S]
```

Salida:

```
{{2, 3}}
```

◆ 5. Diferencia de Relaciones

Definición:

La **diferencia** $R - S$ contiene los pares que están en R pero no en S .

$R \rightarrow$ Conjunto universo.

$S \rightarrow$ Conjunto a evaluar.

Ejemplo:

```
Complement[R, S]
```

Salida:

$\{\{1, 2\}\}$

◆ 6. Inversa de una Relación

Definición:

La relación **inversa** R^{-1} invierte los pares: si $(a, b) \in R$, entonces $(b, a) \in R^{-1}$.

Ejemplo:

```
R = {{1, 2}, {2, 3}};  
Reverse /@ R
```

Salida:

$\{\{2, 1\}, \{3, 2\}\}$

◆ 7. Composición de Relaciones

Definición:

Dadas dos relaciones $R \subseteq A \times B$ y $S \subseteq B \times C$, su **composición** $R \circ S \subseteq A \times C$ contiene pares (a, c) tales que existe un b con $(a, b) \in R$ y $(b, c) \in S$.

Ejemplo:

```
RelacionComposicion[R1_, R2_] :=  
Module[{Composicion = {}, i, j},  
  For[i = 1, i <= Length[R2],  
    For[j = 1, j <= Length[R1],  
      If[R2[[i, 2]] == R1[[j, 1]],  
        Composicion = Append[Composicion, {R2[[i, 1]], R1[[j, 2]]}]; j++];  
  i++]; DeleteDuplicates[Composicion]]
```

◆ 8. Propiedades de las Relaciones

- **Reflexiva:** $\forall a \in A, (a, a) \in R$
 - **Significa que:** Todo elemento está relacionado consigo mismo.
 - **Ejemplo:** Si $A = \{1, 2\}$, entonces R es reflexiva si incluye $(1,1)$ y $(2,2)$.

- **Simétrica:** Si $(a, b) \in R$ entonces $(b, a) \in R$
 - **Significa que:** Si un elemento se relaciona con otro, el otro también se relaciona con el primero.
 - **Ejemplo:** $(1, 2) \in R$, entonces también debe estar $(2, 1)$.
 - **Antisimétrica:** Si $(a, b) \in R$ y $(b, a) \in R$, entonces $a = b$.
 - **Significa que:** Si dos elementos están relacionados en ambos sentidos, ¿entonces son el mismo!
 - **Ejemplo:** Si $(1, 2) \in R$ y $(2, 1) \in R$, **no** puede pasar, a menos que $1 = 2$.
 - **Transitiva:** Si $(a, b) \in R$ y $(b, c) \in R$, entonces $(a, c) \in R$
 - **Significa que:** La relación "se hereda".
 - **Ejemplo:** Si $(1, 2) \in R$ y $(2, 3) \in R$, entonces también debe estar $(1, 3)$.
-

Recursos

Definition (4.8)

Sea R una relación definida sobre un conjunto A , A distinto de vacío, entonces:

- 1 Se dice que R es reflexiva sí y solo sí $\forall a, a \in A$ se satisface aRa .
- 2 Se dice que R es simétrica sí y solo sí $\forall (a, b) \in R$ se cumple $(b, a) \in R$.
- 3 Se dice que R es antisimétrica sí y solo sí $\forall (a, b) \in R, a \neq b$ se tiene $(b, a) \notin R$.
- 4 Se dice que R es transitiva si $\forall (a, b) \in R$ y $(b, c) \in R$ se satisface $(a, c) \in R$.
- 5 Si R es una relación reflexiva, simétrica y transitiva se dice que R es una relación de equivalencia.
- 6 Si R es una relación reflexiva, antisimétrica y transitiva se dice que R es una relación de orden parcial.

1.1 Relación binaria | Matemáticas Discretas

Dados dos conjuntos no vacíos A y B , una relación binaria R es un conjunto formado por pares ordenados (a,b) . Donde, la primera componente del par está relacionado con la segunda componente, por medio de cierta propiedad o característica.

🌐 https://ecosistema.buap.mx/forms/files/dspace-32/11_relacin_binaria.html

[2-relaciones-binarias-definicion-y-propiedades-ciencias-basicas.pdf](#)

Relaciones Binarias: Nociones Fundamentales — Steemit

Saludos a todos los lectores de la comunidad de Steemit, en esta oportunidad les presentaré el inicio de una nueva... by reinaseq

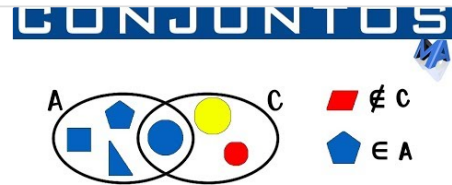
🌐 <https://steemit.com/spanish/@reinaseq/relaciones-binarias-nociones-fundamentales>



Teoría de conjuntos

Conjuntos (Curso COMPLETO)

📺 https://youtube.com/playlist?list=PLeySRPnY35dHACeGz_7oiU5Wo11AUt964&si=4QXRQG6q7goiKCjj



Matrices

Definition (4.3)

Si $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ y $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, una relación binaria R de A a B , se puede representar por una matriz de tamaño n por m , denotada $M_R = (m_{ij})$, tal que:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } a_i R b_j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

A esta matriz se le denomina “matriz de la relación R ”.

Theorem (4.1)

Sean A , B y C conjuntos distintos de vacío y, R_1 y R_2 relaciones binarias de A a B con matrices representativas M_{R_1} y M_{R_2} , respectivamente, entonces:

- 1 $M_{R_1 \cup R_2} = M_{R_1} \vee M_{R_2}$.
- 2 $M_{R_1 \cap R_2} = M_{R_1} \wedge M_{R_2}$.
- 3 $M_{\overline{R_1}} = \overline{M_{R_1}}$.
- 4 $M_{R_1^{-1}} = (M_{R_1})^t$.
- 5 $M_{R_1 \circ R_2} = M_{R_2} \odot M_{R_1}$ asumiendo R_2 definida de A a B y R_1 de B a C .

Matriz de una Relación Binaria

https://youtu.be/0yR5qHoH28k?si=Fke6agaeF_NnBtRd

$R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} = M_R$$

Matrices Booleanas y Relaciones Binarias

Este video está destinado a reforzar los conceptos relacionados con las matrices booleanas y las relaciones binarias que se imparten en la asignatura Lógica del 2do. Semestre de Ingeniería Industrial, UCAB,

<https://youtu.be/seRMvj0Su8?si=ZkY2c-WBh10juenH>

Producto Booleano

Sean R y S dos matrices booleanas de ordenes $m \times n$ y $n \times p$, respectivamente. Se define el producto booleano de R por S a la matriz que denotamos por RS de orden $m \times p$ y cuyo elemento genérico viene dado por:

$$(r \odot s)_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{k=1}^n r_{ik} s_{kj} = 0 \\ 1 & \text{si } \sum_{k=1}^n r_{ik} s_{kj} = 1 \end{cases}$$

Relaciones propiedades 04 reflexiva, simétrica, antisimétrica y transitiva

Relaciones - propiedades

Dado el conjunto $A = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ y la relación R definida en A por:

$$(x, y) \in R \Leftrightarrow \exists z \in A / 2z = x + y$$

Solución:

$$R = \{(2,2), (2,4), (2,6), (3,3), (3,5), (4,2), (4,4), (4,6), (5,3), (5,5), (6,2), (6,4), (6,6)\}$$

$$M_R = \begin{matrix} & \begin{matrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Reflexiva $\Leftrightarrow [(a, a) \in R, \forall a]$

R es reflexiva.

https://youtu.be/MMUzadgFLvc?si=zt0w7vIRc-dVGPS_


Relaciones binarias Composición y productos

Producto de matrices booleanas

Sean $A = (a_{ij})$ de tamaño $n \times m$ y $B = (b_{ij})$ de tamaño $m \times p$. La multiplicación booleana de A y B es la nueva matriz de tamaño $n \times p$ que se denota $A \odot B$, de manera que $A \odot B_{[i,j]} = 1$ si existe un 1 en la misma posición de la fila i de A y en la columna j de B .

https://youtu.be/q4VAKengJnc?si=TUunYT92s_bgSpkp

Operaciones Binarias con Matrices

 <https://youtu.be/Tdkoip7f14Q?si=AFxVChTzTXXATTtM>

SOLUCIÓN


$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \circ aRb \Leftrightarrow a \cdot b > 9$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\} \quad \circ aSb \Leftrightarrow b + a = 3k, k \in \mathbb{Z}$$

$$M_R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad M_S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Operaciones con relaciones: Producto booleano

En este video explicamos como realizar el producto booleano de matrices
 | Repaso de tablas lógicas | Conjunción y disyunción lógicas

 <https://youtu.be/xedVwRj3JxE?si=ZJOrJ66l08dVTftQ>

OPERACIONES CON RELACIONES: Le Base XI

PRODUCTO BOOLEANO

$$M_{RS} = M_R \circ M_S$$

\vee	0	1
0	0	1
1	1	1

\wedge	0	1
0	0	0
1	0	1

MATEMÁTICA 1 UNED 2020