



Relaciones de recurrencia

≡ Etiquetas

¿Qué son las Relaciones de Recurrencia?

Una **relación de recurrencia** describe cómo calcular cada elemento de una sucesión basándose en uno o más elementos anteriores. En otras palabras, no se define la fórmula explícita del término a_n , sino que se proporciona una relación que permite obtener a_{n+1} (o a_{n+k}) a partir de valores previos.

Ejemplo sencillo

1. Recurrencia de primer orden:

$$a_{n+1} = a_n + 2, \quad \text{con } a_0 = 0.$$

- Esto indica que cada nuevo término se obtiene sumándole 2 al anterior.
- La sucesión se construiría así:

$$a_0 = 0, \quad a_1 = a_0 + 2 = 2, \quad a_2 = a_1 + 2 = 4, \quad a_3 = 6, \dots$$

2. Recurrencia de primer orden con factor:

$$a_{n+1} = 3 a_n, \quad \text{con } a_0 = 1.$$

- Cada término es el triple del anterior.
- La sucesión sería:

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 3, \quad a_2 = 9, \quad a_3 = 27, \dots$$

Resolviendo la Recurrencia

Existen distintas maneras de resolver recurrencias y expresar su **solución en forma cerrada**:

1. **Método iterativo** (desenrollar la recurrencia paso a paso).
 2. **Herramientas algebraicas** (como RSolve en Mathematica, que encuentran la solución general).
-

Ejemplo de segundo orden

Una **recurrencia lineal de segundo orden** típica es:

$$a_{n+2} = 5 a_{n+1} - 6 a_n, \quad a_0 = 2, \quad a_1 = 5.$$

¿Qué es una relación de recurrencia?

Una **relación de recurrencia** es una forma de definir una secuencia en términos de valores anteriores de la misma secuencia. En otras palabras, en lugar de dar una fórmula directa para calcular cualquier término, se establece una regla que indica cómo obtener un término a partir de los anteriores.

Pasos para identificar y crear una relación de recurrencia

1. **Identificar la secuencia:** Determinar los primeros términos de la secuencia para ver cómo crecen los valores.
2. **Encontrar la relación entre los términos:** Ver si cada número se puede expresar en función de los anteriores.
3. **Escribir la relación de recurrencia:** Expresar la regla en términos matemáticos.

4. **Definir las condiciones iniciales:** Especificar los primeros valores para poder generar el resto de la secuencia.

Ejemplo: Sucesión de Fibonacci

La sucesión de Fibonacci es un ejemplo clásico de relación de recurrencia. Se define así:

$$F(n) = F(n - 1) + F(n - 2)$$

con las condiciones iniciales:

$$F(0) = 0, \quad F(1) = 1$$

Es decir, cada término se obtiene sumando los dos anteriores.

Cómo implementarlo en Wolfram Mathematica

En **Wolfram Mathematica**, podemos definir la sucesión de Fibonacci con una relación de recurrencia de la siguiente manera:

```
FibonacciRec[n_] := FibonacciRec[n] = FibonacciRec[n - 1] + FibonacciRec[n - 2]
FibonacciRec[0] = 0;
FibonacciRec[1] = 1;
Table[FibonacciRec[n], {n, 0, 10}]
```

Explicación del código:

1. `FibonacciRec[n_] := FibonacciRec[n] = FibonacciRec[n - 1] + FibonacciRec[n - 2]`
 - Define la relación de recurrencia y usa **memorización** para evitar recalcular valores.
2. `FibonacciRec[0] = 0;` y `FibonacciRec[1] = 1;`
 - Establecen las **condiciones iniciales**.
3. `Table[FibonacciRec[n], {n, 0, 10}]`

- Genera los primeros 11 valores de la sucesión.

Ejemplo de salida en Mathematica

Si ejecutamos el código, obtenemos:

```
{0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55}
```

Cada número es la suma de los dos anteriores.

Resumen

- Una relación de recurrencia define una secuencia usando valores anteriores.
- Para construirla, necesitas una regla de generación y condiciones iniciales.
- En Mathematica, puedes definirla de forma recursiva con `:=` y memorización.