

## Ejercicios

**4.5.1** Encuentre con ayuda de *Wolfram Mathematica* el producto cartesiano entre  $A$  y  $B$ , siendo  $A = \{a \in \mathbb{N} \mid a \text{ un número par, } a \leq 500\}$  y  $B = \{b \in \mathbb{N} \mid b \text{ un número impar, } b \leq 500\}$ . ¿Cuál es la cardinalidad de  $A \times B$ ?

**4.5.2** Grafique  $A \times B$  por medio del software *Mathematica*, si  $A = \{a \in \mathbb{R} \mid a \geq 5\}$  y  $B = \{b \in \mathbb{R} \mid -10 \leq b \leq 6\}$ .

**4.5.3** Halle el dominio y el rango de la relación binaria  $R$  dada por:  $aRb$  sí y solo sí el mínimo común múltiplo entre  $a$  y  $b$  es igual a 300, con  $a \in A = \{1, 3, \dots, 99\}$  y  $b \in B = \{2, 4, \dots, 100\}$ . ¿Cuál es el máximo valor del mínimo común múltiplo donde la relación  $R$  es distinta de vacío? Sugerencia: utilice el comando **LCM** de *Mathematica* que calcula el mínimo común múltiplo.

**4.5.4** Represente en el plano cartesiano la relación binaria  $R$ :  $aRb$  siendo  $a$  y  $b$  dos números reales, sí y solo sí  $\frac{a^2}{36} + \frac{b^2}{49} = 1$ . ¿Cuál es el dominio de  $R$ ? ¿Cuál es el ámbito de  $R$ ? Determine si los pares ordenados de  $L$  pertenecen a la relación  $R$  con:

$$L = \left\{ \left( \sqrt{2}, \frac{7}{3} \sqrt{\frac{17}{2}} \right), \left( 5\sqrt{2}, \frac{7}{3} \sqrt{\frac{29}{2}} \right), \left( 2\sqrt{7}, \frac{7\sqrt{2}}{3} \right), \left( \sqrt{2}, \frac{7}{3} \sqrt{\frac{53}{2}} \right), \left( -3, \frac{7\sqrt{3}}{2} \right), \right. \\ \left. \left( \sqrt{3}, -\frac{7}{2} \sqrt{\frac{11}{3}} \right), \left( -3, \frac{7\sqrt{11}}{2} \right), \left( \sqrt{7}, -\frac{7\sqrt{29}}{6} \right), \left( \frac{1}{2}, -\frac{7\sqrt{143}}{12} \right), (0, -7) \right\}$$

**4.5.5** Sea  $R_1$  la relación binaria:  $aR_1b \Leftrightarrow a \leq b^2$ , siendo  $a, b \in A = \{2, 4, 6, \dots, 100\}$ . Encuentre explícitamente los pares ordenados de  $R_1$ . Determine usando la instrucción **ElementRelBinQ** si  $6R_13$ ,  $84R_196$ ,  $24R_12$ ,  $98R_110$  y  $38R_16$ .

Halle los pares ordenados que constituyen las siguientes relaciones binarias definidas sobre el conjunto  $A$  indicado.

**4.5.6**  $R_2 = \{(a, b) \mid a + b \leq 20\}$  con  $A = \{2, 4, 6, \dots, 100\}$ .

**4.5.7**  $aR_3b \Leftrightarrow a$  y  $b$  son números palíndromos con  $A = \{11, 13, 17, 19, 21, 22, 23, 29, 32, 51, 72, 83, 89, 97, 113, 121, 127, 222, 312, 723\}$ .

**4.5.8**  $aR_4b \Leftrightarrow a^2 - b^2$  es múltiplo de 5 con  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

**4.5.9**  $aR_5b \Leftrightarrow$  el residuo de la división  $(a - 3) \div 3$  es igual al residuo de  $(b - 3) \div 3$  donde  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

**4.5.10**  $R_6 = \{(a, b) \mid a - b \geq 3\}$  con  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

**4.5.11**  $aR_7b \Leftrightarrow |a^3 + b^2| = 3k$  con  $k \in \mathbb{Z}$  donde  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

**4.5.12** Grafique en el plano cartesiano las relaciones binarias  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$  y  $R_7$ . Encuentre una matriz y un grafo que las represente.

Resuelva las operaciones señaladas a continuación, usando la definición y también matrices booleanas.

**4.5.13**  $\overline{R_1^{-1}}$  y  $R_1 \circ R_1$ .

**4.5.14**  $\overline{R_2 \circ R_2}$  y  $(R_2 \circ R_2) \circ R_2$ .

**4.5.15**  $R_3^{-1} \cup R_3$  y  $R_3 \cap R_3^{-1}$ .

**4.5.16**  $\overline{R_1^{-1} \cup R_2^{-1}}$  y  $R_1^{-1} \circ R_2^{-1}$ .

**4.5.17**  $(R_6 \cup R_5)^{-1}$  y  $\left(\overline{R_4 \cap R_7}\right)^{-1}$ .

**4.5.18**  $\left(\left(\overline{R_5 \cap R_6^{-1}}\right) \cup R_4\right) \circ \overline{R_7}$ .

**4.5.19**  $\left(\left(\overline{R_7 \cap R_5^{-1}}\right)^{-1} \circ \overline{R_6}\right) \cup R_4^{-1}$ .

**4.5.20** Clasifique como reflexiva, antisimétrica, transitiva, de equivalencia y de orden parcial, las relaciones  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$  y  $R_7$ . Justifique su respuesta.

**4.5.21** Construya con ayuda del comando **SetPartitions**, todas las relaciones de equivalencia que se obtienen de las particiones de longitud 2 sobre el conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .



**Descargue un archivo: código 153.**

Solución de los ejercicios propuestos.