# 1 问题重述

电子计算机断层扫描（应用ng yong﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽构造ient in parabolic problems[J]. Computed Tomography, CT）是一种常用的多维检测手段，常用于医学检验、金属验伤与安全检查等。该技术利用不同材质对于X射线等穿透射线吸收特性不同的性质进行截线或截面扫描，得到待测物体的断层数据；利用截线或截面的投影数据重建多维模型，最终得到较为完整的待测物体内部与外部的形态数据。

已知一种二维CT系统，探测用X射线与接收平面垂直。512只探测器在接收平面上等距排列，探测时接收平面沿某中心逆时针旋转180次并收集射线强度数据，再经处理后形成了上述180个方向的待测物体信息。

由于CT系统存在误差，因此在使用该系统前需要对系统相关参数进行标定，标定的方法可以是借助某已知外部与内部结构的物体（模板）的CT成像数据进行旋转中心、旋转角度步长等系统参数的微调。

本文将建立数学模型和算法，解决以下问题：

(1) 已知均匀材质标定模板的几何信息、吸收特性（吸收率）与成像数据。标定该二维CT系统的旋转中心、探测器单元间距以及各次旋转步长。

(2) 已知某物体的成像数据。利用(1)中标定的系统参数，确定该物体的位置、几何形状与吸收率，同时具体给出所给的10个位置处该物体的吸收率。

(3) 已知另一物体的成像数据。利用(1)中得到的标定参数，确定该物体的位置、几何形状与吸收率，同时具体给出所给的10个位置处该物体的吸收率。

(4) 分析(1)中参数标定的精度和稳定性。设计新模板与对应的标定模型，以改进CT系统标定精度和稳定性，并说明理由。

# 2 问题分析

该题要建立的一种简化的二维CT系统模型。由于CT系统采集的是某一截面的投影数据，这些数据既包括该截面的长度数据，又包括该截面的深度数据，因此妥当利用投影信息中的多维数据是本题的突破口。不难看出，问题(2)(3)(4)需要问题(1)中标定的系统参数作为已知条件，因此问题(1)是本文讨论的重点。

关注到该系统采用平行射线的发射-接收系统，可以认为接收到的投影信息只包含了射线所在一维测度上信息，即无需考虑射线在物体表面与物体内部的衍射与散射情况。

# 3 问题(1)：二维CT系统参数的标定

### 3.1 问题(1)的分析

问题(1)要求根据标定模板的几何信息和对标定模板180个方向进行CT扫描的接收信息，确定CT系统旋转中心在正方形托盘中的位置、探测器单元之间的距离以及该CT系统使用的X射线的180个方向。

首先我们以椭圆的中心为原点建立平面直角坐标系：

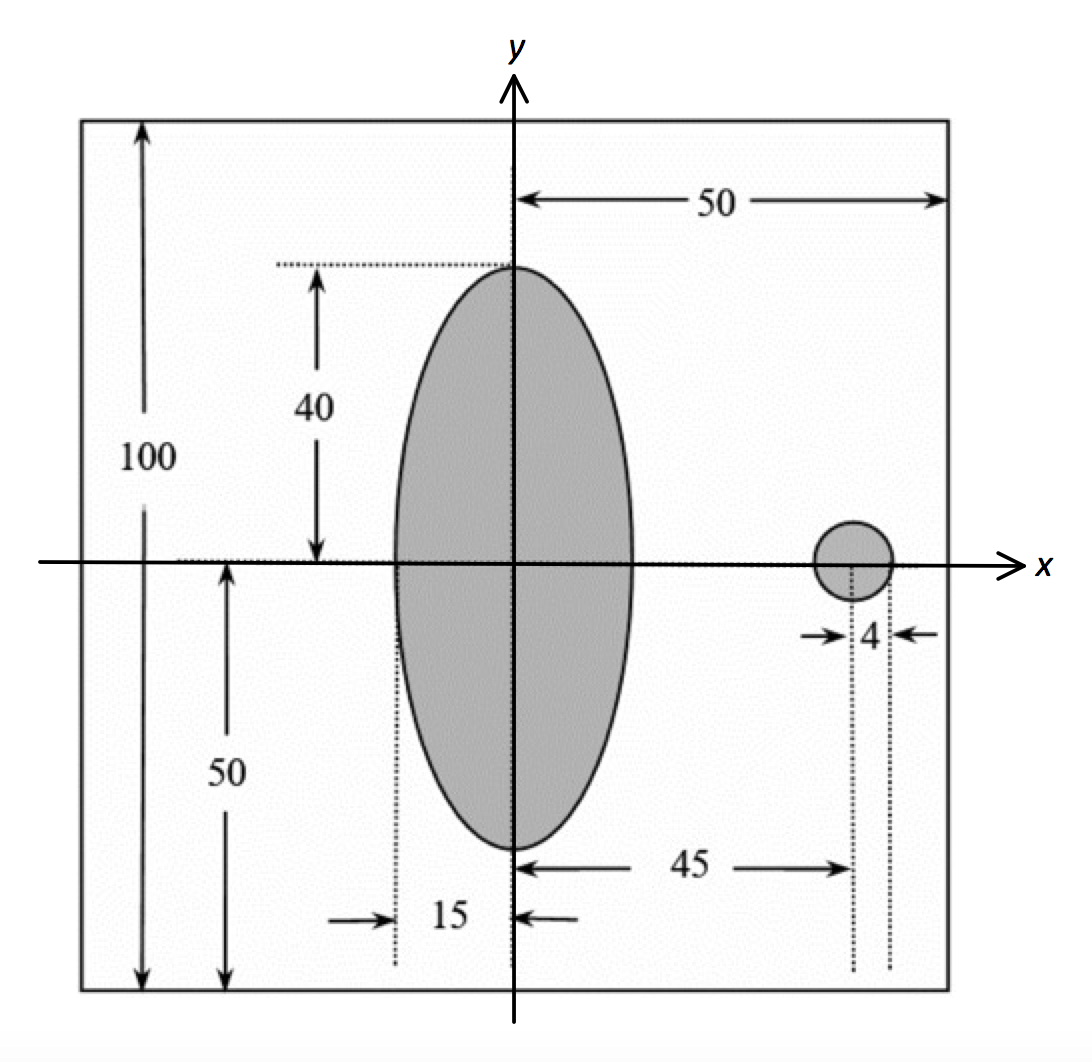


图1 标定模型的平面直角坐标系

### 3.2 数学符号

|  |  |
| --- | --- |
| 数学符号 | 说明 |
|  | 椭圆长轴 |
|  | 椭圆短轴 |
|  | 接收平面上探测器间距 |
|  | 圆形半径 |
|  |  |

表1 数学符号及对应说明

### 3.3 探测器固定距离的求解

利用圆柱体各方向投影一致的性质，可以通过提取标定模型中圆柱体的投影信息来估计接收平面上探测器的固定距离，基本原理如下。

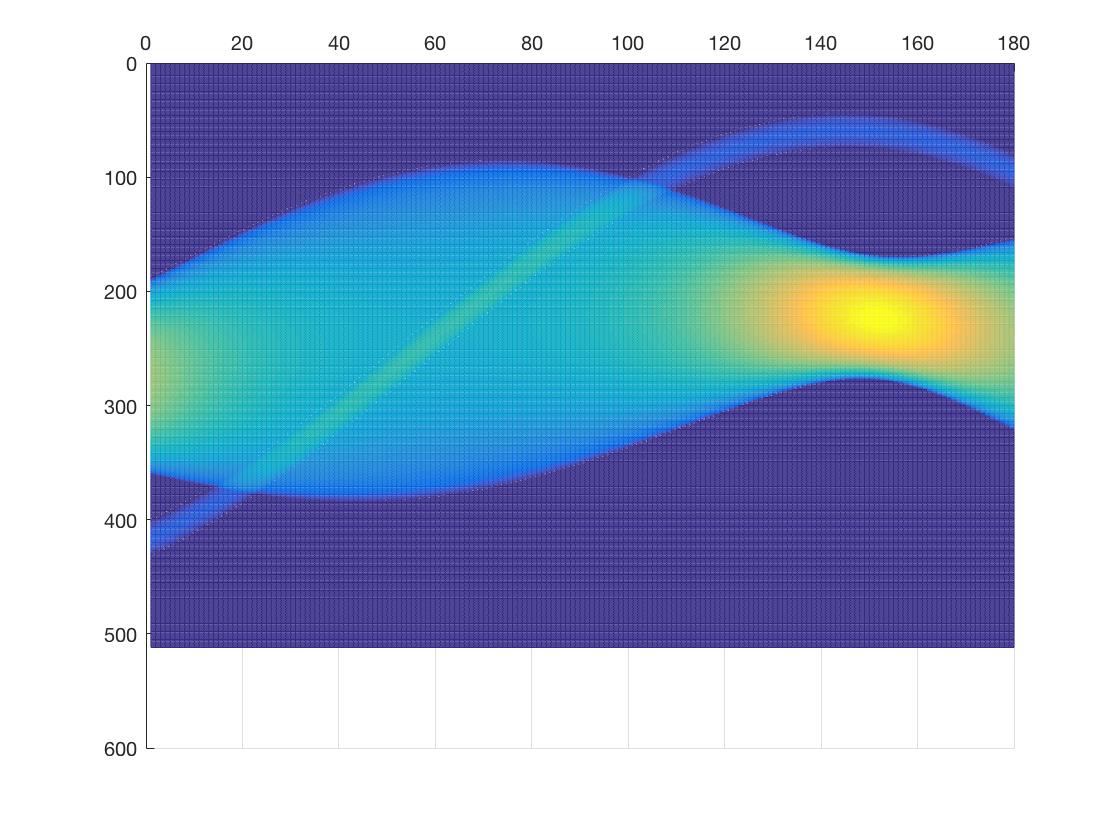


图2 附件2所含投影信息

首先，观察附件2中的投影信息发现，除某些角度上由于椭圆与圆重叠导致边缘模糊化外，可从其他方向的接收数据分析出圆形半径对应的探测器单位尺度。

分析得到：附件2中的第1~13，第109~180数据可用作分析探测器距离，不难得到圆形半径对应的探测器单位为28.83，进一步得探测器间距。

### 3.4 旋转中心的求解

利用附件2中所包含的椭圆投影信息求解旋转中心。已知各方向的投影信息，不难求出该方向上与椭圆相切的直线，即过切点，椭圆投影长度为的切线满足下列方程：

可以求出该方向的切线

通过选取三组不同的角度得到三条切线，分别是

将三条切线利用投影信息进一步修正至投射平面边缘处，得到三条新的直线，记为

其中*b1n, b2n, b3n*根据直线斜率与旋转关系不难得出，此时由旋转中心到三条线距离相等而满足的等式可得线性方程组

解上述方程组可得旋转中心。

选取143组投影信息并平均化，解得旋转中心。

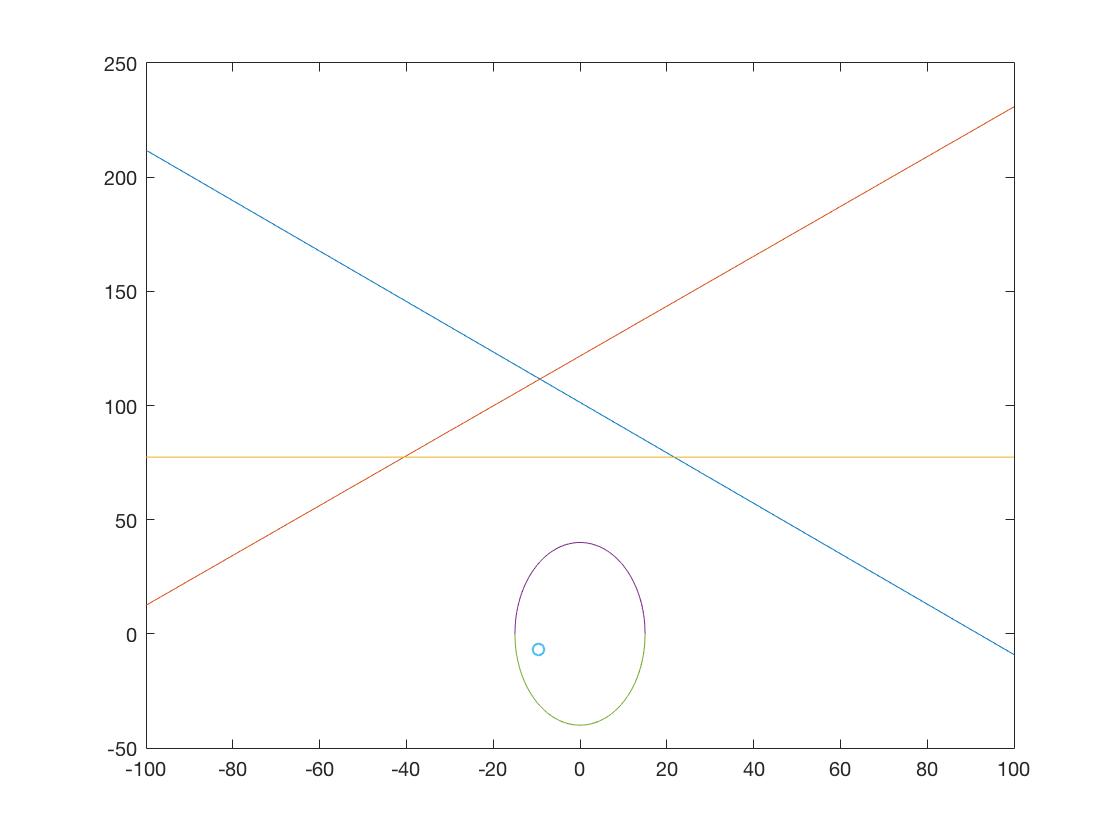


图3 利用特殊点求解旋转中心

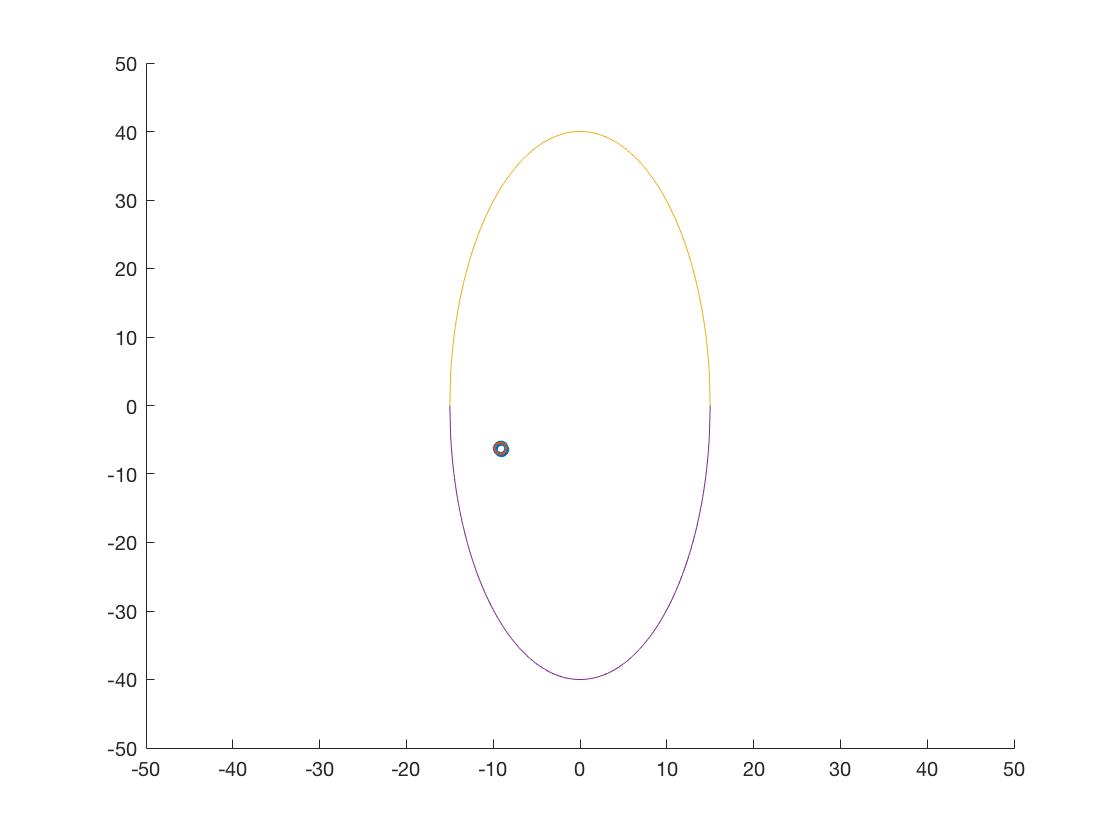


图4 利用143组射线求解旋转中心

由图4可以看出，143组射线接触的旋转中心点分布十分集中，表示模型建立正确。

### 3.5 探测器旋转角度步长的求解

# 3 反投影重建

### 3.1 模型原理

### 3.2 模型的建立

### 3.3 运用模型求解问题(2)

### 3.4 运用模型求解问题(3)