# 1 问题重述

电子计算机断层扫描（应用ng yong﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽﷽构造ient in parabolic problems[J]. Computed Tomography, CT）是一种常用的多维检测手段，常用于医学检验、金属验伤与安全检查等。该技术利用不同材质对于X射线等穿透射线吸收特性不同的性质进行截线或截面扫描，得到待测物体的断层数据；利用截线或截面的投影数据重建多维模型，最终得到较为完整的待测物体内部与外部的形态数据。

已知一种二维CT系统，探测用X射线与接收平面垂直。512只探测器在接收平面上等距排列，探测时接收平面沿某中心逆时针旋转180次并收集射线强度数据，再经处理后形成了上述180个方向的待测物体信息。

由于CT系统存在误差，因此在使用该系统前需要对系统相关参数进行标定，标定的方法可以是借助某已知外部与内部结构的物体（模板）的CT成像数据进行旋转中心、旋转角度步长等系统参数的微调。

本文将建立数学模型和算法，解决以下问题：

(1) 已知均匀材质标定模板的几何信息、吸收特性（吸收率）与成像数据。标定该二维CT系统的旋转中心、探测器单元间距以及各次旋转步长。

(2) 已知某物体的成像数据。利用(1)中标定的系统参数，确定该物体的位置、几何形状与吸收率，同时具体给出所给的10个位置处该物体的吸收率。

(3) 已知另一物体的成像数据。利用(1)中得到的标定参数，确定该物体的位置、几何形状与吸收率，同时具体给出所给的10个位置处该物体的吸收率。

(4) 分析(1)中参数标定的精度和稳定性。设计新模板与对应的标定模型，以改进CT系统标定精度和稳定性，并说明理由。

# 2 问题分析

该题要建立的一种简化的二维CT系统模型。由于CT系统采集的是某一截面的投影数据，这些数据既包括该截面的长度数据，又包括该截面的深度数据，因此妥当利用投影信息中的多维数据是本题的突破口。不难看出，问题(2)(3)(4)需要问题(1)中标定的系统参数作为已知条件，因此问题(1)是本文讨论的重点。

关注到该系统采用平行射线的发射-接收系统，可以认为接收到的投影信息只包含了射线所在一维测度上信息，即无需考虑射线在物体表面与物体内部的衍射与散射情况。

# 3 问题(1)：二维CT系统参数的标定

### 3.1 问题(1)的分析

问题(1)要求根据标定模板的几何信息和对标定模板180个方向进行CT扫描的接收信息，确定CT系统旋转中心在正方形托盘中的位置、探测器单元之间的距离以及该CT系统使用的X射线的180个方向。

首先我们以椭圆的中心为原点建立平面直角坐标系：

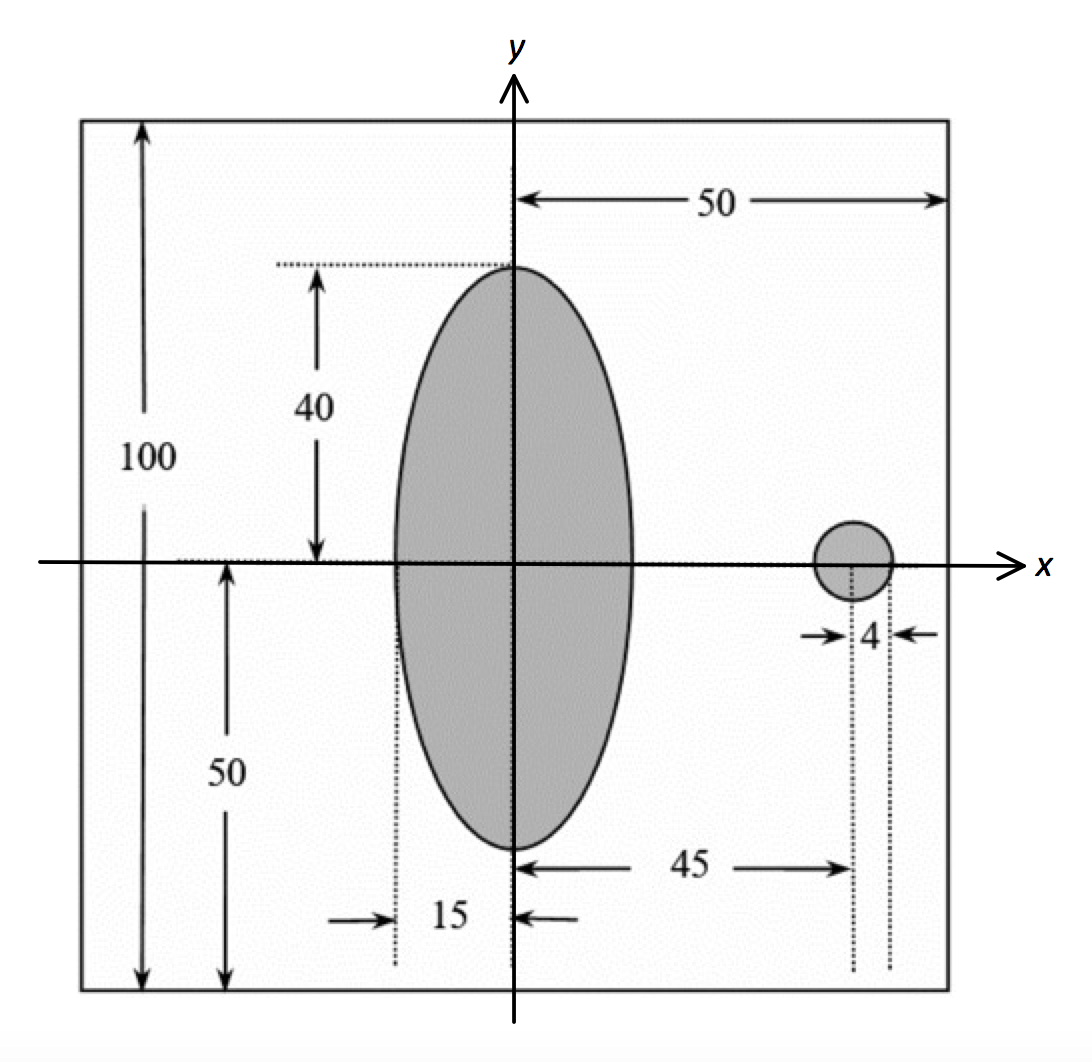


图1 标定模型的平面直角坐标系

### 3.2 符号

|  |  |
| --- | --- |
| 数学符号 | 说明 |
|  | 椭圆长轴 |
|  | 椭圆短轴 |
|  | 接收平面上探测器间距 |
|  |  |
|  |  |

### 3.3 求解

# 3 反投影重建

### 3.1 模型原理

### 3.2 模型的建立

### 3.3 运用模型求解问题(2)

### 3.4 运用模型求解问题(3)