院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学 2019—2020 学年第二学期

《线性代数 B》期末考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号______

一、选择题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．设 A 是一个正交矩阵, 则 （　　）.

A．$|A|=1$.　　　B．$|A|=-1$.

C．A 的伴随矩阵也是正交矩阵.　　　D．A 的列向量组线性相关.

2．设 A 为 n 阶可逆方阵,则下列说法错误的是 （　　）.

A．$|A|\neq 0$.　　　B．矩阵 A 的秩小于 n.

C． A 的列向量组线性无关.　　　D．齐次线性方程组 $Ax=0$ 仅有零解.

3．n 阶矩阵 A 有 n 个不同特征值是 A 可以相似对角化的 （　　）.

A．充分条件.　　　B．充要条件.

C．必要条件.　　　D．既非充分也非必要条件.

4．若向量组 I：$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$ 和向量组 II：$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_s$ 等价，则 （　　）.

A．向量组 I 和向量组 II 含有相同个数的向量.

B．向量组 I 不能由向量组 II 线性表示.

C．向量组 I 和向量组 II 有相同的秩.

D．向量组 I 和向量组 II 有相同的极大线性无关组.

5．若 3 阶矩阵 A 的特征值分别为 $0,1,2$，则行列式 $|A+I|$ 等于 （　　）.

A. 1.　　　B. 6.　　　C．0.　　　D. 3.

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．向量组 $\alpha_1=(1,-1,1),\alpha_2=(1,2,0),\alpha_3=(1,0,3)$ 线性______关.

7. 设$|A|=\begin{vmatrix}1&7&9&7\\2&4&1&3\\1&8&0&3\\5&5&4&2\end{vmatrix}$, 则$A_{41}+8A_{42}+3A_{44}=$______.（其中$A_{ij}$为元素$a_{ij}$的代数余子式）

8. 二次型$f(x_1,x_2,x_3)=10x_1^2+2x_2^2+x_3^2+8x_1x_2+24x_1x_3-28x_2x_3$的矩阵为 ___________.

9．设A,B为 4 阶方阵，且$|A|=-2$，$|B|=3$，则$|-AB^T|=$ _________.

10. n 阶排列$n(n-1)(n-2)\cdots 321$的逆序数为 _________.

三、计算题（本题共 5 小题，每小题 10 分，共 50 分）

11. 计算行列式$D_n=\begin{vmatrix}x_1&1&1&\cdots&1\\1&x_2&0&\cdots&0\\1&0&x_3&\cdots&0\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\1&0&0&0&x_n\end{vmatrix}$, 其中$x_1x_2\cdots x_n\neq 0$.

12. 已知向量组$\alpha_1=(1,2,-3),\alpha_2=(3,0,1),\alpha_3=(9,6,-7)$和向量组$\beta_1=(0,1,-1),\beta_2=(a,2,1),\beta_3=(b,1,0)$有相同的秩, 且$\beta_3$可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示，求$a,b$的值.

13. 设矩阵$A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&0&1\\0&1&m\end{pmatrix}$和矩阵$B=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&3&4\\0&-2&n\end{pmatrix}$相似，求$m,n$的值.

14. 求矩阵$A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&2&-3\\0&0&1\end{pmatrix}$的特征值和特征向量.

15．判定二次型$f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2+x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2-8x_1x_3-4x_2x_3$是否为正定二次型.

四、分析计算题（本题 10 分）

16. 设n阶方阵A满足$A^2-2A-5I=0$，试证$A+I$可逆，并求$A+I$的逆矩阵.

五、证明题（本题 10 分）

17. 设$\beta_1=\alpha_1,\beta_2=\alpha_1+\alpha_2,\beta_r=\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_r$, 向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_r$ 线性无关, 证明: 向量组 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_r$ 线性无关.