院/系______ 专业______ 姓名______ 学号______

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

安徽大学 2018—2019 学年第二学期
《线性代数 B》期末考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

一、填空题（本题共五小题，每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

1．设 A 是 3 阶矩阵，且行列式 $|A|=-2$ ，则 A 的伴随矩阵 A^* 的行列式 $|A^*|=$ __________.

2．设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ 的等价标准形为____________________.

3．设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & a & -1 \\ 4 & 9 & a^2 & 1 \\ 8 & -27 & a^3 & -1 \end{pmatrix}$. 若 A 的秩小于 4，且 $|a|>2$，则 $a=$ ____________.

4．设 A 是实对称阵，且 $\alpha=(1,t,-1,0)^T$，$\beta=(4,1,2t,1)^T$ 是 A 的分别属于特征值 $\lambda_1=2$，$\lambda_2=-3$ 的特征向量．则 $t=$ ____________________.

5．向量 $\alpha=(1,1,1,1)^T, \beta=(-1,0,-1,0)^T$ 的夹角 $\langle\alpha,\beta\rangle=$ ____________________.

二、选择题（本题共五小题，每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

6．设 A,B 分别是 m 阶和 n 阶可逆矩阵．则分块矩阵 $\begin{pmatrix} A & 0 \\ C & B \end{pmatrix}$ 的逆为 （　　）

A. $\begin{pmatrix} A^{-1} & 0 \\ -B^{-1}CA^{-1} & B^{-1} \end{pmatrix}$.　　B. $\begin{pmatrix} A^{-1} & 0 \\ -A^{-1}CB^{-1} & B^{-1} \end{pmatrix}$.

C. $\begin{pmatrix} A^{-1} & -B^{-1}CA^{-1} \\ 0 & B^{-1} \end{pmatrix}$.　　D. $\begin{pmatrix} A^{-1} & -A^{-1}CB^{-1} \\ 0 & B^{-1} \end{pmatrix}$.

7. 设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$与向量组$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t$等价． 则下列说法**一定正确**的是　　(　　)

A．若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性相关，则$t\geq s$．　　B．若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性相关，则$s\geq t$．

C．若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性无关，则$t\geq s$．　　D．若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性无关，则$s\geq t$．

8．　设A是数域$\mathbb{F}$上n阶矩阵，$1\leq k<n$．　若A的秩$r(A)\leq k$，则　　(　　)

A．A的所有k阶子式不等于零．　　B．A的所有$k+1$阶子式等于零．

C．A至少有一个k阶非零子式．　　D．A至少有一个$k+1$阶非零子式．

9．设A是n阶非零矩阵，I是n阶单位矩阵．　若$A^3=0$，则　　(　　)

A．$I+A$不可逆，$I-A$不可逆．　　B．$I+A$可逆，$I-A$不可逆．

C．$I+A$不可逆，$I-A$可逆．　　D．$I+A$可逆，$I-A$可逆．

10．设A,B都是n阶实对称阵，且A合同于B． 则下列说法**一定正确**的是　　(　　)

A．A与B有相同的特征值；　　B．A与B有相同的特征向量；

C．A与B有相同的秩；　　D．A与B有相同的行列式．

三、计算题（本题共六小题，第 11-15 题每小题 10 分，第 16 题 20 分，共 70 分）

得　分	

11．计算n阶行列式$D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 3 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 4 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & n+1 \end{vmatrix}$．

12．设矩阵 $A=\begin{pmatrix}-3 & 1 & 0\\ 1 & -3 & 0\\ 0 & 0 & -4\end{pmatrix}$，且 $A-3B=AB$． 求矩阵 B．

13． 讨论 a 取何值时，线性方程组 $\begin{cases} x_1-2x_2 \qquad +3x_4=-3\\ -x_1+2x_2+x_3+x_4=-5\\ 2x_1-4x_2-x_3+2x_4=a\end{cases}$ 有解，并在有解时求出该方程的一般解.

14．设矩阵$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$可以相似对角化．求$x$的值．

15． 已知矩阵$A=\begin{pmatrix} x & 0 & y \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & a \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & b & c \end{pmatrix}$是正交阵． 求$a,b,c,x,y$的值．

16. 设实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1x_2-2x_1x_3+2x_2x_3$.

（1）写出该二次型的矩阵 A，并求 A 的特征值与特征向量.

（2）求正交线性替换 $X=QY$，将该二次型化为标准形.

（3）求该二次型的正、负惯性指数与规范形.

四、证明题（本题共 5 分）

得　分	

17．设向量组α_1，α_2，α_3,α_4线性无关，$\beta_1=\alpha_1-\alpha_2+\alpha_3-\alpha_4$，$\beta_2=\alpha_2-\alpha_3$，$\beta_3=2\alpha_3-3\alpha_4$，$\beta_4=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3-4\alpha_4$．证明：$\beta_1,\beta_2,\beta_3$是向量组$\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4$的一个极大线性无关组．