

一、选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1-5. D A C C B ; 6-10. B D A C B.

二、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

11. $\frac{qy}{2\pi\epsilon_0(y^2+a^2)^{3/2}}, \frac{\sqrt{2}a}{2}$ 或 $-\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

12. $\frac{\lambda}{2\epsilon_0}$ 或 $-\frac{\lambda}{2\epsilon_0}$.

13. $\epsilon_0 \epsilon_r E$.

14. $\frac{\mu_0 I}{2R} (1 - \frac{1}{\pi})$, 垂直纸面向里.

15. +x 轴方向 或 x 轴正向.

三、计算题（每小题 15 分，共 60 分）

16. 解：第一步分别求球内外电场 E 的分布，第二步求各区域的静电场能量.

(1) 球内 ($r < R$)

$$\text{静电能 } W_{\text{内}} = \iiint \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 dV = \iiint \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 R^2} \right)^2 dV = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{Q^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2 R^4} \int_0^R r^2 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{40\pi\epsilon_0 R}$$

(2) 球外 ($r > R$)

$$\text{静电能为 } W_{\text{外}} = \iiint \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 dV = \iiint \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right)^2 dV = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{Q^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2} \int_R^{+\infty} \frac{4\pi r^2}{r^4} dr = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R}.$$

二者之比 $W_{\text{内}} : W_{\text{外}} = 1:5$.

17. 解：电流如图所示，作半径为 r 的同心圆回路. 并以逆时针方向为回路正向.

(1) $r < a$, $2\pi r B_1 = \mu_0 \frac{\pi r^2}{\pi a^2}$, 则 $B_1 = \mu_0 I r / 2\pi a^2$;

(2) 运用有磁介质存在时的安培环路定理

$$a < r < b, \oint_L \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} = \sum I$$

$$H_2 = I / 2\pi r$$

$$B_2 = \mu_0 \mu_r H_2 = \mu_0 \mu_r I / 2\pi r$$

(3) $b < r < c$, $2\pi r B_3 = \mu_0 [I - I \frac{\pi(r^2 - b^2)}{\pi(c^2 - b^2)}]$, 则 $B_3 = \mu_0 I (c^2 - r^2) / [2\pi r (c^2 - b^2)]$;

(4) $r > c$, $B_4 = 0$.

18. 解：本题分为三个步骤

$$\sigma_2 = -\sigma_3$$

$$\sigma_1 = \sigma_4$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 3$$

$$\sigma_3 + \sigma_4 = 7$$

可解得, $\sigma_1 = 5 \text{ C/m}^2$, $\sigma_2 = -2 \text{ C/m}^2$, $\sigma_3 = 2 \text{ C/m}^2$, $\sigma_4 = 5 \text{ C/m}^2$.

19. 解:

$$d\phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\mu I}{2\pi r} l dr,$$

$$\text{于是, } \phi_B = \int d\phi_B = \int_d^{d+b} \frac{\mu I}{2\pi r} l dr = \frac{\mu I l}{2\pi} \ln \frac{d+b}{d}$$

四、证明题 (10 分)

20. 证明: 电子收到洛伦兹力 $\vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$, $f_m = qvB$

该力将于霍尔电场力 qE_H 平衡. $f_m = qvB = qE_H$

于是, $E_H = vB$

又因为 $I = jS = j \cdot hd = nqv \cdot hd$,

因此, 得到 $v = \frac{I}{nqhd}$,

代入 $E_H = vB$ 得到 $E_H = \frac{IB}{nqdh}$