安徽大学 2011—2012 学年第二学期

《 高等数学 A(二)、B(二) 》考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

院/系______ 年级______ 专业______ 姓名______ 学号______

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

一、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1. 点 $(1,1,1)$ 到平面 $x+2y+3z-6=0$ 的距离为______________.

2. 极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{2-\sqrt{xy+4}}{xy}=$______________.

3. 若函数 $z=2x^2+2y^2+3xy+ax+by+c$ 在点 $(-2,3)$ 处取得极小值 -3，则常数 a 、b 、c 之积 $abc=$______________.

4. 梯度 $grad\left(xy+\dfrac{z^2}{y}\right)\Big|_{(2,\,1,\,1)}=$______________.

5. 设 $f(x)$ 是以 2π 为周期的周期函数，它在 $[-\pi,\pi)$ 上的表达式为
$$f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi\le x<0,\\ 2, & 0\le x<\pi,\end{cases}$$
则 $f(x)$ 的 Fourier 级数在 $x=9\pi$ 处收敛于____________.

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

6. 直线 $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-4}$ 和平面 $x+y+z=3$ 的位置关系是（　　）.

（A）平行且直线不在平面内；　　（B）垂直；

（C）相交且夹角为 $\pi/3$；　　（D）直线在平面内.

7. 向量场 $A=y^2\vec{i}+xy\vec{j}+xz\vec{k}$ 的旋度为（　　）.

（A）$z\vec{j}-y\vec{k}$；　（B）$x\vec{j}+x\vec{k}$；　（C）$-z\vec{j}-y\vec{k}$；　（D）$2x$.

8. 将累次积分$\int_1^e dx\int_0^{\ln x} f(x,y)dy$交换积分次序后为（　　）.

（A）$\int_0^1 dy\int_1^e f(x,y)dx$；　　（B）$\int_0^1 dy\int_{e^y}^e f(x,y)dx$；

（C）$\int_0^e dy\int_{e^y}^e f(x,y)dx$；　　（D）$\int_0^1 dy\int_1^{e^y} f(x,y)dx$.

9. 设S为球面$x^2+y^2+z^2=1$，方向取外侧，S_1为其上半球面，方向取上侧，则下列式子正确的是（　　）.

（A）$\iint\limits_S zdxdy = 2\iint\limits_{S_1} zdxdy$；　　（B）$\iint\limits_S zdxdy = 4\iint\limits_{S_1} zdxdy$；

（C）$\iint\limits_S z^2dxdy = 2\iint\limits_{S_1} z^2dxdy$；　　（D）$\iint\limits_S zdxdy = 0$.

10. 已知正项级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$收敛，则下列级数必然收敛的是（　　）.

（A）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{u_n}$；　（B）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{u_n}}$；　（C）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n$；　（D）$\sum_{n=1}^{\infty} nu_n$.

三、计算题（每小题 9 分，共 63 分）

得 分	

11. 设空间曲面S的方程为$z=x^2+y^2-1$，求S在点$(2,1,4)$处的切平面与法线方程.

12. 设$e^z-xyz=0$，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

13. 计算三重积分$\iiint\limits_V z^2 dxdydz$，其中$V$是球体$x^2+y^2+z^2\le 1$.

答题勿超装订线

线

订

装

14. 已知L是第一象限中从点$(0,0)$沿圆周$x^2+y^2=2x$到点$(2,0)$，再沿圆周$x^2+y^2=4$到点$(0,2)$的曲线段，计算曲线积分$I=\int_L ydx+(2x+y)dy$.

15. 计算第一类曲面积分 $\iint_{S} x^2 dS$，其中 S 为曲面 $z = x^2 + y^2 \quad (0 \le z \le 1)$.

16. 计算第二类曲面积分 $\iint_{S} xdydz + ydzdx + zdxdy$，其中 S 为半球面 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$，方向取上侧.

17. 将 $f(x)=\sin^2 x$ 展开成 x 的幂级数，并求 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2^{2n-1}}{(2n)!}$ 的和.

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

得 分	

四、应用题（每小题 6 分，共 12 分）

18. 设 $u=xyz$，求其在条件 $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}=\frac{1}{a}$ （$x>0$，$y>0$，$z>0$）下的极值，其中 a 为正常数.

19. 已知曲线$L: x=\cos t$，$y=\sin t$，$(0\le t\le 2\pi)$在点(x,y)处的线密度是$\rho(x,y)=|y|$，求该曲线的质量.

得 分	

五、证明题（每小题 5 分，共 5 分）

20. 设正项数列$\{u_n\}$单调递减，且级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n$发散，证明级数$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{u_n+1}\right)^n$收敛.