安徽大学 2025-2026 学年第一学期
《最优化方法》期末考试试卷（A 卷）
（闭卷　　时间 120 分钟）

一、计算题(每题 12 分，共 36 分)

1. 函数$f(x)=[x_1\ \ x_2\ \ x_3]\begin{bmatrix}1&2&3\\2&1&2\\3&2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+[1\ \ 2\ \ 3]\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3\\2\\1\end{bmatrix}$，求$x=[1\ \ 2\ \ 3]^T$时的梯度和$Hessian$矩阵.**（注：该题具体数值记不清了，但是大致题型如此）**

2. 函数$f(x,y)=x^2+2y^2+x^4+\beta xy$，$x,y\in R^n$，$\beta\in R$，问$\beta$满足什么条件时，$f$是凸函数？

3. 函数$f(x)=\frac{1}{2}x^TQx+b^Tx$，$Q\in R^{n\times n}$是对称的正定矩阵，求$f$的共轭函数$f^*(y)$.

二、证明题(每题 12 分，共 36 分)

4. 已知$x\in R^n$，证明$C=\{x|\sum_{i=1}^n e^{x_i}\le 1\}$是凸集.

5. 证明：$f(x)$是凸函数的充要条件为$f(y)\ge f(x)+\nabla f(x)^T(y-x)$，$\forall x,y\in R^n$.

6. 证明：函数$f(x)=(\sum_{i=1}^n {x_i}^2)^{\frac{1}{2}}$，$x\in R^n$是凸函数.

三、综合分析题(每题 14 分，共 28 分)

7. 求下列SVM问题的对偶问题：

$$\begin{aligned}\min_{\beta,\beta_0,\xi}\quad & \frac{1}{2}\|\beta\|^2+C\sum_{i=1}^n\xi_i\\ s.t.\quad & \xi_i\ge 0,\quad i=1,2,\ldots,n\\ & y_i(\beta^Tx_i+\beta_0)\ge 1-\xi_i,\quad i=1,2,\ldots,n\end{aligned}$$

其中，$y_i\in\{-1,1\}$，$\beta\in R^m$，$\xi\in R^n$，$C,\beta_0\in R$，$X=[x_1,x_2,\ldots,x_n]\in R^{m\times n}$，$x_i$是$X$中第 i 个列元素的分量.

8. 求下列问题的最优解和最优值.

$$\begin{aligned}\min_{x}\quad & \frac{1}{2}(x_1^2+x_2^2)\\ s.t.\quad & x_1+x_2=1\\ & x_1\ge 1,\ x_2\ge 0\end{aligned}$$

写在最后：该试卷由我凭回忆还原，供大家复习使用，祝取得理想成绩！