

第四章 模糊控制系统

4.1 模糊数学基础

4.1.1 模糊集合及其运算

定义4.1 F : 模糊集合 μ_F : 隶属函数/隶属度 $\mu_F: U \rightarrow [0, 1]$

$\mu_F(u)$ 的大小反映了 u 对于模糊集合 F 的从属程度

定义4.2 满足 $\mu_F(u) > 0$: 支集 满足 $\mu_F = 1, 0$: 模糊单点

定义4.3 运算 $\mu_{A \cup B}(u) = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$

$$\mu_{A \cap B}(u) = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$$

$$\mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u)$$

定义4.4 除互补律不满足, 其它集合运算均满足

$$\neg A \cup A \neq E \quad \neg A \cap A \neq \emptyset$$

定义4.5 普通关系 关系矩阵 有关联 $r(i, j) = 1$ 无关联 $r(i, j) = 0$

定义4.6 笛卡尔乘积

直积 (极小算子) $\mu_{A_1 \times \dots \times A_n} = \min\{\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_2), \dots, \mu_{A_n}(u_n)\}$

代数积 $\mu_{A_1 \times \dots \times A_n} = \mu_{A_1}(u_1) \mu_{A_2}(u_2) \dots \mu_{A_n}(u_n)$

定义4.7 模糊关系: 直积^{论域} $U \times V$ 中的一个模糊子集 R 称为从 U 到 V 的模糊关系

定义4.8 复合关系: R 和 S 是 $U \times V$ 和 $V \times W$ 的模糊关系, 复合 $R \circ S$ 是从 U 到 W

运算法则: $\mu_{R \circ S}(u, w) = \bigvee (\mu_R(u, v) \wedge \mu_S(v, w))$ 先取小后取大

定义4.9 模糊变换, A, B 是 X, Y 上模糊集, R 为 $X \times Y$ 上模糊关系

$B = A \circ R$ B 是 A 的像, A 是 B 的原像,

运算规则 $\mu_B(y_j) = \bigvee_{i=1}^m [\mu_A(x_i) \wedge \mu_R(x_i, x_j)] \quad j = 1 \dots n$

如果 u 是 A , 则 v 是 B , 模糊蕴含关系 $R = A \rightarrow B$

Zadeh 推理方法 $R = (A \times B) \cup (\bar{A} \times V)$

运算法则 $\mu_R(u, v) = [\mu_A(u) \wedge \mu_B(v)] \vee [1 - \mu_A(u)]$

Mamdani $R = A \times B$

运算法则 $\mu_R(u, v) = \mu_A(u) \wedge \mu_B(v)$

如果 u 是 A , 则 v 是 B ; 否则 v 是 C , $R = (A \times B) \cup (\bar{A} \times C)$

$\mu_R(u, v) = \{\mu_A(u) \wedge \mu_B(v)\} \vee \{[1 - \mu_A(u)] \wedge \mu_C(v)\}$

模糊推理规则:

GMP 广义前向推理法:

前提1 x 为 A'

2 若 x 为 A , 则 y 为 B

结论 y 为 $B' = A' \circ (A \rightarrow B)$

GMT 广义后向推理法:

前提1 y 为 B'

2 若 x 为 A , 则 y 为 B

结论 x 为 $A' = (A \rightarrow B) \circ B'$

题型一 $X = 0.5/u_1 + 0.4/u_2 + 0.8/u_3$

$Y = 0.3/u_1 + 0.9/u_2 + 0.6/u_3$

$Z = 0.2/u_1 + 1.0/u_2 + 0.1/u_3$

$$R = X \cap Y \cap Z = \frac{0.5 \wedge 0.3 \wedge 0.2}{u_1} + \frac{0.4 \wedge 0.9 \wedge 1.0}{u_2} + \frac{0.8 \wedge 0.6 \wedge 0.1}{u_3}$$

$$= \frac{0.2}{u_1} + \frac{0.4}{u_2} + \frac{0.1}{u_3}$$

$$S = X \cup Y \cup Z = \frac{0.5 \vee 0.3 \vee 0.2}{u_1} + \frac{0.4 \vee 0.9 \vee 1.0}{u_2} + \frac{0.8 \vee 0.6 \vee 0.1}{u_3}$$

$$= \frac{0.5}{u_1} + \frac{1.0}{u_2} + \frac{0.8}{u_3}$$

$$T = X \cup Y \cap Z = \frac{0.5 \vee 0.3 \wedge 0.2}{u_1} + \frac{0.4 \vee 0.9 \wedge 1.0}{u_2} + \frac{0.8 \vee 0.6 \wedge 0.1}{u_3}$$

$$= \frac{0.5}{u_1} + \frac{0.9}{u_2} + \frac{0.8}{u_3}$$

\wedge 优先级高, 即先取小

题型二

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 & 0.4 \\ 0.4 & 0 & 1 \\ 1 & 0.5 & 0 \\ 0.7 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.4 & 0.8 \\ 0.2 & 0.9 \end{bmatrix}$$

$$R_1 \circ R_2 = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.8 \\ 0.4 & 0.9 \\ 0.7 & 0.5 \\ 0.7 & 0.6 \end{bmatrix}$$

$$0.4 = 0.2 \wedge 0.7 \vee 0.8 \wedge 0.4 \vee 0.4 \wedge 0.2$$

题型三

当 a 为 A , b 为 B 时, c 为 C , 其中 $A = \frac{0.8}{a_1} + \frac{0.3}{a_2} + \frac{0.5}{a_3}$, $B = \frac{0.2}{b_1} + \frac{0.6}{b_2}$

$C = \frac{0.3}{c_1} + \frac{0.9}{c_2} + \frac{0.5}{c_3}$, 已知 $A^* = \frac{0.4}{a_1} + \frac{0.7}{a_2} + \frac{0.1}{a_3}$, $B^* = \frac{0.1}{b_1} + \frac{0.5}{b_2}$

求当 a 为 A^* , b 为 B^* , c 的输出 C^*

$$\text{关系 } R_1 = A \times B = (0.8 \ 0.3 \ 0.5) \wedge (0.2 \ 0.6)$$

$$= (0.2 \ 0.6 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.2 \ 0.5)$$

$$R = R_1^T \times U = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.6 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.5 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 0.3 & 0.9 & 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.6 & 0.5 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$R_2 = A^* \times B^* = (0.4 \ 0.7 \ 0.1) \wedge (0.1 \ 0.5)$$

$$= (0.1 \ 0.4 \ 0.1 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1)$$

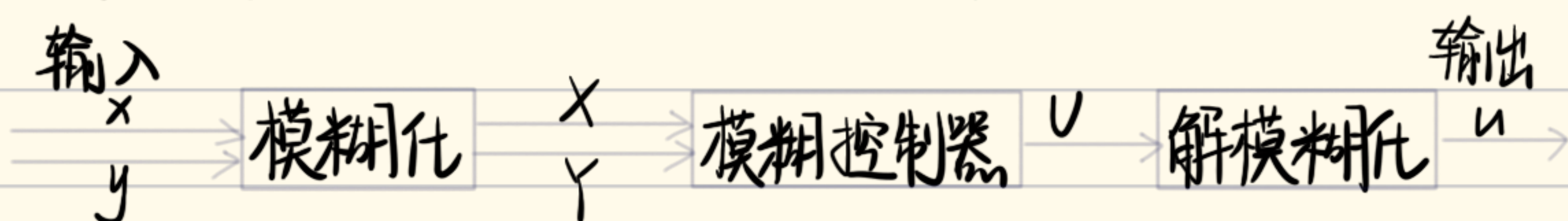
$$C^* = R_2 \circ R = (0.1 \ 0.4 \ 0.1 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.1) \circ \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.6 & 0.5 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$= (0.3 \ 0.4 \ 0.4)$$

$$C^* = \frac{0.3}{C_1} + \frac{0.4}{C_2} + \frac{0.4}{C_3}$$

题型四. 系统设计

Step 1 确定模糊控制器结构 画整体框架图



Step 2 定义输入、输出量的模糊分布 (隶属度函数) 设 $x \rightarrow X$ 规则 $y \rightarrow Y$ 规则

x SD, MD, LD 三角隶属函数

y SG, MG, LG

u VS, S, M, L, VL

每个都可以设置不同等级和隶属度函数

Step 3 建立模糊规则 设 $x \rightarrow y \rightarrow u$ 规则

若 x 是 SD, y 是 SG, 则 u 是 VS

每个 xy 都有对应或列表

Step 4 模糊逻辑推理 求实际 U

使用 Mamdani 或 Zadeh,

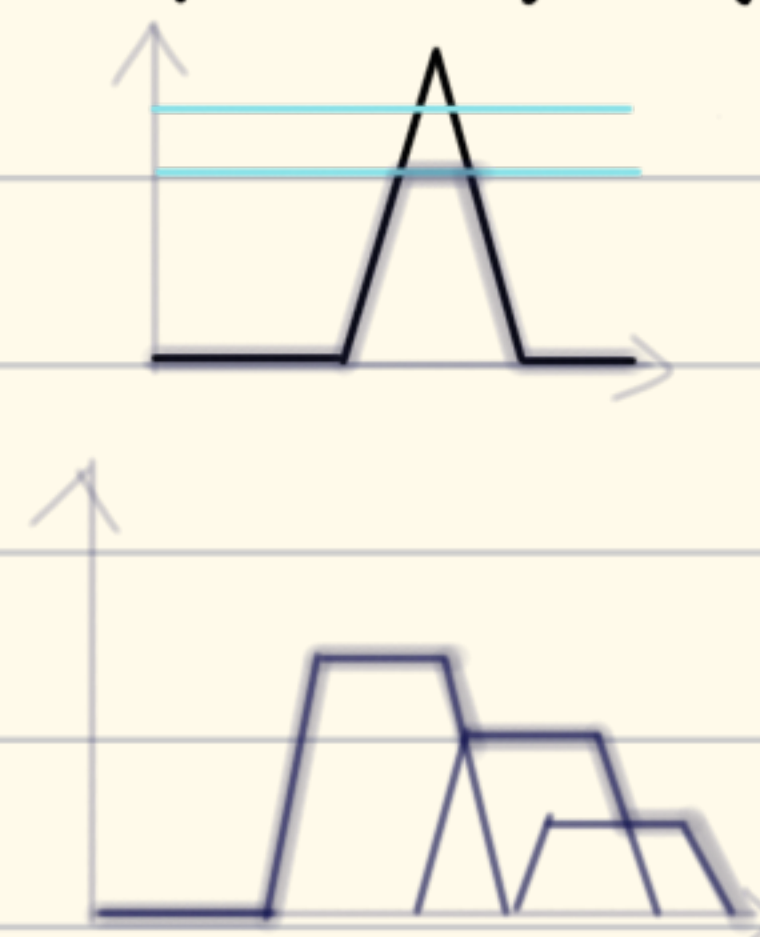
求出 $x=60, y=70$ 时分别 SD, MD, LD, SG, MG, LG 的对应隶属度

如当 MD=0.8, MG=0.6 $u=Mit$

先分别取小 (保留 Mit)

再将每个对应函数联合取大

理同题型三



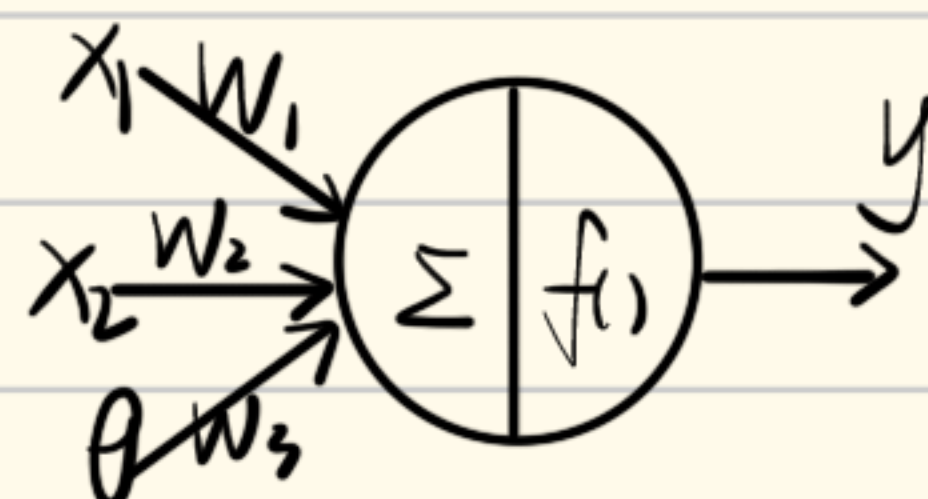
Step 5 输出模糊量清晰化 $U \rightarrow u$

最大/最小/平均值/重心法 ($\sum \frac{f_i}{a_i}$, 重心法 $\frac{\sum \text{分子} * \text{分母}}{\sum \text{分子}}$)

第五章 神经网络

$$f(\text{net}) = f(W_1 * x_1 + W_2 * x_2 + W_3 * 1)$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$$



$$\text{样本 } \{x_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, d_1 = 0\}, \{x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}, d_2 = 1\}, \{x_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, d_3 = 0\}, \{x_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, d_4 = 1\}$$

初始权值 $W(0) = [W_0(0) \ W_1(0) \ W_2(0)] = [0 \ 0 \ 0]$, 其中 $W_0(0) = -\theta(0)$

学习率 $\alpha = 2$

$$\text{epoch 1} \quad S_1 = [0, 0, 0] \begin{bmatrix} 1 \\ 2x_1 \\ 2x_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$y_1 = f(S) = 1$$

$$\delta_1 = d_1 - y_1 = -1$$

$$\Delta W = \alpha \cdot \delta_1 \cdot x_1^T = -2[1, 2, 2] = [-2, -4, -4]$$

$$W(1) = W(0) + \Delta W = [-2, -4, -4]$$

$$S_2 = [-2, -4, -4] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} = -2 - 4 + 8 = 2$$

$$y_2 = f(S) = 1$$

$$\delta_2 = d_2 - y = 0$$

$$\Delta W = 0$$

$$W(2) = W(1) + \Delta W = [-2, -4, -4]$$

$$S_3 = [-2, -4, -4] \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} = -2 + 8 - 8 = -2$$

$$y_3 = f(S_3) = 0$$

$$\delta_3 = d_3 - y_3 = 0$$

$$\Delta W = 0$$

$$W(3) = W(2) + \Delta W = [-2, -4, -4]$$

$$S_4 = [-2, -4, -4] \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = -2$$

$$y_4 = f(S) = 0$$

$$\delta_4 = d_4 - y_4 = 1$$

$$\Delta W = \alpha \cdot \delta_4 \cdot x_4^T = [2, -2, 2]$$

$$W(4) = W(3) + \Delta W = [0, -6, -2]$$

$$\text{epoch 2} \quad S_5 = [0, -6, -2] \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = -16$$

$$y_5 = f(S_5) = 0$$

$$\delta_5 = d_1 - y_5 = 0$$

$$\Delta W = 0$$

$$W(5) = W(4) + \Delta W = [0, -6, -2]$$

$$S_6 = [0, -6, -2] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} = -2$$

$$y_6 = f(S_6) = 0$$

$$\delta_6 = d_2 - y_6 = 1$$

$$\Delta W = \alpha \cdot \delta_6 \cdot X_6^T = [2, 2, -4]$$

$$W(6) = W(5) + \Delta W = [2, -4, -6]$$

$$S_7 = [2, -4, -6] \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} = 2 + 8 - 12 = -2$$

$$y_7 = f(S_7) = 0$$

$$\delta_7 = d_3 - y_7 = 0$$

$$\Delta W = 0$$

$$W(7) = W(6) + \Delta W = [2, -4, -6]$$

$$S_8 = [2, -4, -6] \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 2 + 4 - 6 = 0$$

$$y_8 = f(S_8) = 1$$

$$\delta_8 = d_4 - y_8 = 0$$

$$\Delta W = 0$$

$$W(8) = [2, -4, -6]$$

$$\text{epoch 3} \quad S_9 = [2, -4, -6] \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = 2 - 8 - 12 = -18$$

$$y_9 = f(S_9) = 0$$

$$\delta_9 = d_1 - y_9 = 0$$

$$\Delta W = 0$$

$$W(9) = [2, -4, -6]$$

$$S_{10} = [2, -4, -6] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} = 2 - 4 + 12 = 10$$

$$y_{10} = f(S_{10}) = 1$$

$$\delta_{10} = d_2 - y_{10} = 0$$

$$\underline{\Delta W = 0}$$

$$W(10) = [2, -4, -6]$$

$$S_{11} = [2, -4, -6] \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} = 2 + 8 - 12 = -2$$

$$y_{11} = f(S_{11}) = 0$$

$$\delta_{11} = 0$$

$$\underline{\Delta W = 0}$$

$$W(11) = [2, -4, -6]$$

每个 ΔW 都为 0 则收敛
训练完成

\therefore 经过 3 轮 epoch, 神经网络收敛, 权值 $W = [2, -4, -6]$

第八章 进化控制与免疫控制

步骤

① 染色体编码

精度 $\delta = \frac{B-A}{2^L-1}$

开始

② 生成初始种群

随机生成 (题设)

初始化种群

③ 个体适应度评估

$f(x) = x^2$ $f(x_i)$ 所占比例 累加比例

④ 选择操作

构造赌轮 从 $f(x_i)$ 开始

随机发生器给出随机数 (题设)

计算适应度值

⑤ 交叉操作

单点交叉

配对随机 (题设 两两配对)

配对交叉不改变原始

种群序号

交叉概率 P_c

$P < P_c$ 交叉
 $>$ 不

选择操作

交叉操作

⑥ 变异操作

小概率

$P < P_m$ 变异

$>$ 不

变异操作

满足终止条件

否

是

适应度值最优个体

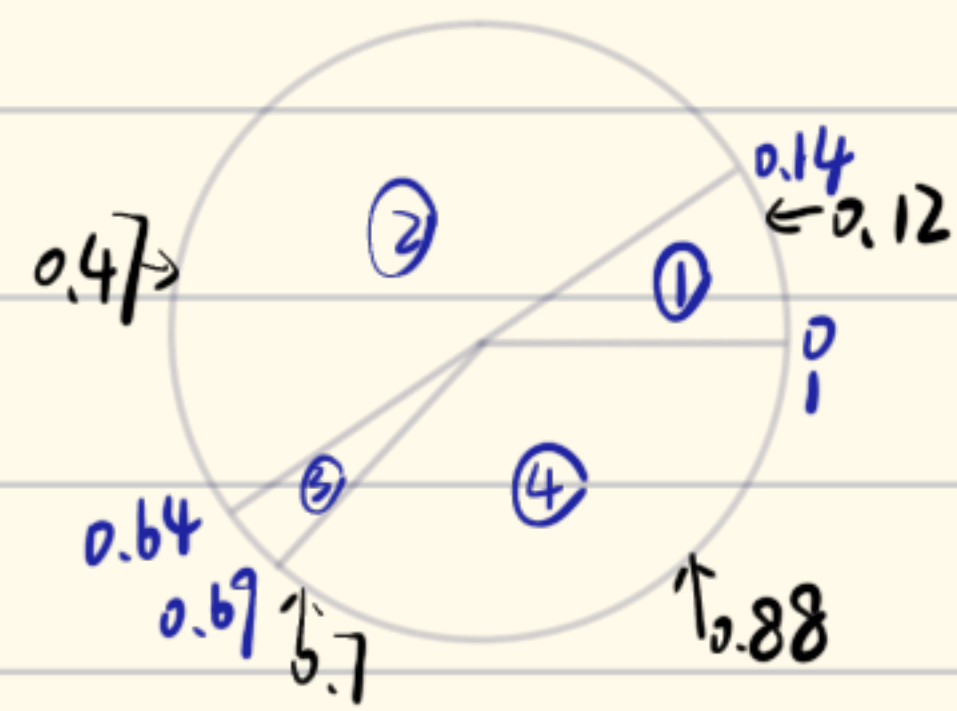
结束

⑦ 计算进化后种群适应度最优值个体

例) x 是 $[0, 31]$ 内整数, 种群规模 $M=4$, 交叉概率 $P_c=0.9$, 变异概率 $P_m=0.01$. $\max f(x)=x^2$, 初始种群 ① 01101 ② 11000 ③ 01000 ④ 10011

1) 按照赌轮法进行选择操作, 四个随机数为 0.47, 0.12, 0.88, 0.76

编号	染色体	实值	f_i	$f_i/\sum f_i$	累计
1	01101	13	169	0.14	0.14
2	11000	24	576	0.5	0.64
3	01000	8	64	0.05	0.69
4	10011	19	361	0.31	1



$\sum f_i = 1170$ 随机数 新种群

1	0.47	11000
2	0.12	01101
3	0.88	10011
4	0.7	10011

12) 配对结果为 1-3, 2-4. 均发生交叉, 交叉位为 4.2

1	11000	\Rightarrow	1	11001	新种群	1	11001
3	10011		3	10010		2	01011
2	01101		2	01011		3	10010
4	10011		4	10101		4	10101

13) 变异随机数 0.211, 0.009, 0.004, 0.627, 变异位 2, 3, 1, 4

1	11001	0.211 > 0.01	不变	11001
2	01011	0.009 < 0.01	变异	01111
3	10010	0.004 < 0.01	变异	00010
4	10101	0.627 > 0.01	不变	10101

14) 给出进化一代后的种群最优解及其目标值

编号	染色体	实值	f_i
1	11001	25	625
2	01011	15	225
3	10010	2	4
4	10101	21	441

