

安徽大学 2012—2013 学年第二学期

《高等数学 A(二)、B(二)》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分

1、过点 $(1, 2, -1)$ 且与直线 $\begin{cases} x = -t + 2 \\ y = 3t - 4 \\ z = t - 1 \end{cases}$ 垂直的平面方程为_____.

2、极限 $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 2)} \frac{\sin xy}{x} =$ _____.

3、交换积分 $\int_0^{\frac{1}{2}} dy \int_0^y f(x, y) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 dy \int_0^{1-y} f(x, y) dx$ 的积分次序得_____.

4、函数 $f(x, y) = x^2 - y^2$ 在点 $(1, 1)$ 处沿方向 $\vec{l} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ 的方向导数为_____.

5、设 $f(x)$ 是以 2π 为周期的周期函数, 它在 $(-\pi, \pi]$ 上的表达式为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + x, & -\pi < x < 0, \\ \frac{\pi}{2} - x, & 0 \leq x \leq \pi, \end{cases}$$

则 $f(x)$ 的 Fourier 级数在 $x = 3\pi$ 处收敛于_____.

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得分	
----	--

6、函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处 ().

- (A) 偏导数存在但不连续 (B) 连续但偏导数不存在
(C) 连续且偏导数存在 (D) 不连续且偏导数不存在

7、直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z+3}{1}$ 和直线 $\begin{cases} x+y+2=0 \\ x+2z=0 \end{cases}$ 的夹角为 ().

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{3\pi}{4}$

8、设向量场 $\vec{F} = (2z - 3y)\vec{i} + (3x - z)\vec{j} + (y - 2x)\vec{k}$ ，则 \vec{F} 的旋度为 ().

- (A) $2\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$ (B) $2\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k}$
(C) $6\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ (D) $6\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$

9、下列级数中条件收敛的是 ().

- (A) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n$
(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^2}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin \frac{1}{n}$

10、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛域是 ().

- (A) $[-1, 1)$ (B) $(-1, 1)$ (C) $[0, 2)$ (D) $(0, 2)$

三、计算题（每小题 9 分，共 63 分）

得分	
----	--

11、设空间曲面 Σ 的方程为 $x^2 + xy + yz + x + 1 = 0$ ，求 Σ 在点 $(0, 1, -1)$ 处的切平面与法线方程.

12、设 $z = f(x^2 + y^2)$ ，其中 f 具有二阶导数，求 $dz, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

13、计算三重积分 $\iiint_{\Omega} z^2 dx dy dz$ ，其中 Ω 由平面 $z = 0$ 和球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 所围成的上半球部分。

14、计算曲线积分 $\oint_L y dx + z dy + x dz$ ，其中 L 为平面 $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ 被三个坐标面所截三角形 Σ 的整个边界，从 z 轴的正向看去，定向为逆时针方向。

15、计算第一类曲面积分 $\iint_{\Sigma} (z + 2x + \frac{4}{3}y) dS$ ，其中 Σ 为平面 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ 位于第一卦限的部分。

16、计算第二类曲面积分 $\iint_{\Sigma} (y^2 - z) dydz + (z^2 - x) dzdx + (x^2 - y) dxdy$ ，其中 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 被平面 $z = 1$ 截下的部分，方向取下侧。

17、将 $f(x) = \ln(2+x)$ 展开成 x 的幂级数，并求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 2^n}$ 的和.

四、应用题（每小题 6 分，共 12 分）

得分	
----	--

18、求函数 $z = x^2 + 2y^2$ 在附加条件 $x + y = 1$ 下的极小值.

- 19、已知一条非均匀金属丝 L 的方程为 $L: x = a(\cos t + t \sin t)$, $y = a(\sin t - t \cos t)$, $(0 \leq t \leq 2\pi)$. 它在点 (x, y) 处的线密度是 $\rho(x, y) = x^2 + y^2$, 求该金属丝的质量.

五、证明题（每小题 5 分，共 5 分）

得 分	
-----	--

- 20、设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 收敛，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n}{n}$ 收敛.