安徽大学 20<u>10</u> —20<u>11</u> 学年第<u>1</u>学期

《离散数学（上)》（A 卷）考试试题参考答案及评分标准

一、单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1、B，2、 C，3、D，4、 D，5、D，6、 C，7、C，8、D，9、D，10、D

二、判断题（每空 2 分，共 10 分）

1、×，2、 √，3、×，4、×，5、 √

三、填空题（每小空 2 分，共 20 分）

1、$\exists x(P(x)\wedge E(x^2))$，$\forall x\forall y(I(x)\wedge I(y)\to\neg N(x-y)\vee\neg N(y-x))$；

2、$\{\{c\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$，$\{\phi,\{\{c\}\},\{\phi\},\{\phi,\{c\}\}\}$；

3、$\begin{bmatrix}1&1&1&1&1\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}1&1&1&1&1\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix}$；

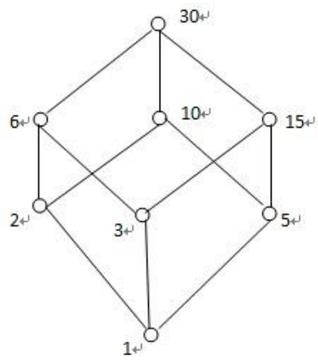
4、$\psi_{A\cap B}(x)=\begin{cases}1 & x\in(\frac{1}{2},\frac{3}{4})\\0 & x\in[0,1]-(\frac{1}{2},\frac{3}{4})\end{cases}$，$\psi_{A\otimes B}(x)=\begin{cases}1 & x\in[0,\frac{1}{4})\cup(\frac{1}{2},\frac{3}{4})\\0 & x\in[\frac{1}{4},\frac{1}{2})\cup[\frac{3}{4},1]\end{cases}$；

5、=，>;

四、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

1、（1）哈斯图如右图（2 分）

（2）-（3），下表每空 2 分



集合	最大元	最小元	极大元	极小元
$B=\{2,3,10\}$	不存在	不存在	3，10	2，3
集合	上界	下界	上确界	下确界
$C=\{2,3,5\}$	30	1	30	1

2、$(P\vee\neg Q\to R)\vee(\neg P\vee Q\to\neg R)$

$\Leftrightarrow\neg(P\vee\neg Q)\vee R\vee(\neg(\neg P\vee Q)\vee\neg R$ （2 分）

$\Leftrightarrow(\neg P\wedge Q)\vee R\vee(P\wedge\neg Q)\vee\neg R$

$\Leftrightarrow(\neg P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)\vee(R\vee\neg R)$

$\Leftrightarrow(\neg P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)\vee T$ （4 分）

$\Leftrightarrow T$，

于是，主合取范式为：T， （7 分）

主析取范式为：$\Sigma(0,1,2,3,4,5,6,7)$

$\Leftrightarrow(\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)$

$\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)$ （10 分）

五、证明题（每小题 10 分，共 30 分）

1、 ① $\forall x(P(x)\to Q(x))$ P

② $\forall x(R(x)\to\neg Q(x))$ P（附加前提）， （2 分）

③ $\forall x((P(x)\to Q(x))\wedge(R(x)\to\neg Q(x)))$ Q_{10}，①，② （4 分）

④ $\forall x((R(x)\to\neg Q(x))\wedge(\neg Q(x)\to\neg P(x)))$ E_5,E_{24}，③ （6 分）

⑤ $(R(x)\to\neg Q(x))\wedge(\neg Q(x)\to\neg P(x))$ Q_1，④ （8 分）

⑥ $R(x)\to\neg P(x)$ I_6，⑤

⑦ $\forall x(R(x)\to\neg Q(x))\to(R(x)\to\neg P(x))$ CP （10 分）

2、要证明 S 为 A 上的等价关系，只需要证明 S 具有自反性、对称性和传递性。

① 自反性

只需证明对 $\forall x\in A$，有 $<x,x>\in S$。

由于 R 为等价关系，故对 $\forall x\in A$，有 $<x,x>\in R$。

于是，对 $\forall x\in A$，都 $\exists x\in A$，使 $<x,x>\in R$，

由 S 的定义，可得 $<x,x>\in S$。自反性得证。 （3 分）

② 对称性

只需证明对 $\forall <x,y>\in S$，必有 $<y,x>\in S$。

由 S 的定义，必存在 $z\in A$，使 $<x,z>\in R$ 且 $<z,y>\in R$，

因为 R 为等价关系，故具有对称性，从而有 $<z,x>\in R$ 且 $<y,z>\in R$，

由 S 的定义，必有 $<y,x>\in S$。 对称性得证。 （3 分）

③ 传递性

只需证明对 $\forall <x,y>\in S$，$\forall <y,z>\in S$，必有 $<x,z>\in S$。

对于 $<x,y>\in S$，由 S 的定义，必存在 $z_1\in A$，使 $<x,z_1>\in R$ 且 $<z_1,y>\in R$，由 R 为等价关系，从而 R 具有传递性，于是 $<x,y>\in R$；

对于 $<y,z>\in S$，由 S 的定义，必存在 $z_2\in A$，使 $<y,z_2>\in R$ 且 $<z_2,z>\in R$，由 R 为等价关系，从而 R 具有传递性，于是 $<y,z>\in R$。

从而，存在 $y\in A$，使 $<x,y>\in R$ 且 $<y,z>\in R$，由 S 的定义，必有 $<x,z>\in S$。传递性得证。 （4 分）

3、① 证明 f 不是单射的，

$<3,1>\in I\times I$，有 $f(<3,1>)=<2,3>$，

$<-1,-3>\in I\times I$，有 $f(<-1,-3>)=<2,3>$，

$<3,1>\neq<-1,-3>$，有 $f(<3,1>)=f(<-1,-3>)$，从而 f 不是单射。 （5 分）

② 证明 f 不是满射的，

对 $<1,1>\in I\times I$，不存在 $<x,y>\in I\times I$，使 $f(<x,y>)=<1,1>$。

反之，有下列式子成立：$\begin{cases}x-y=1\\ xy=1\end{cases}$，对 $x,y\in I$，此方程无解。

从而 f 不是满射的。 （5 分）