安徽大学 20<u>23</u>—20<u>24</u> 学年第<u> 二 </u>学期

《 机器人运动控制 》期末考试试卷（A 卷）

（参考答案及评分细则）

一、

1. 机器人控制的特点（意思相近即可给分）

非线性： 【2 分】

引起机器人非线性的因素很多，机构构型、传动机构、驱动元件等都会引起系统的非线性。

多变量： 【2 分】

机器人系统是一个时变系统，动力学参数随着关节运动位置的变化而变化。

强耦合： 【2 分】

各关节具有耦合作用，表现为某一个关节的运动，会对其他关节产生动力效应，使得每个关节都要承受其他关节运动所产生的扰动。

2. 简述主动柔顺和被动柔顺的区别（意思相近即可给分）

被动柔顺：

机械装置具有快速响应能力，远快于利用控制算法实现的主动重定位；不需要力传感器，成本低；但是只限于应用于一些专门的任务，缺乏灵活性 【2 分】

主动柔顺：

控制可以克服上述被动柔顺的缺陷，但是它通常更慢、更贵、更复杂；反馈只能在运动和力误差发生后才能产生，这就需要被动柔顺将作用力限制在一个可接受阈值内，且需要主动柔顺和被动柔顺在一定程度的联合使用，才可以获得合理的执行速度和抗扰能力。 【3 分】

3. 柔顺控制的目的（意思相近即可给分）

不是直接控制机器人的运动，也不是直接控制机器人与外界的接触力—— 而是控制二者之间的动态关系。 【3 分】

4. 柔顺控制的策略简要分析（意思相近即可给分）

阻抗控制：根据末端力的偏差决定各关节该输出怎样的运动。 【2 分】

导纳控制：根据末端的位移偏差决定各关节该如何发力。 【2 分】

力/位混合控制：分别用不同的控制策略对位置和力直接进行控制。 【2 分】

二、

（1）位置矢量和旋转矩阵求解如下：

$$ {}_B^AR=R（z，30^{\circ}）=\begin{bmatrix} cos30^{\circ} & -sin30^{\circ} & 0 \\ sin30^{\circ} & cos30^{\circ} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.866 & -0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}； $$ 【3 分】

$$ \mathrm{A}_{P_B}=\begin{bmatrix} 12 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} $$

【2 分】

（2）

$$ {}^{A}P = {}^{A}_{B}R\,{}^{B}P + {}^{A}P_{B} $$ 公式【2 分】

$$ = \begin{bmatrix} 0.866 & -0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} $$

代入【2 分】

$$ = \begin{bmatrix} 11.83 \\ 16.294 \\ 0 \end{bmatrix} $$

即 P 点在{A}坐标系的坐标为$[11.83\ \ 16.294\ \ 0]^T$ 【1 分】

三、

（1）

T=Trans（4,0,0）Rot（y，90）Rot（z，90）

$$ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$ 【3 分】

物体的 6 个顶点在基坐标系中的位置：

$$ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 6 & 6 & 4 & 4 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} $$

即(4,1,0),(4,-1,0),(6,-1,0),(6,1,0),(4,1,4),(4,-1,4)

【2 分 结果 1 分】

（2）

齐次变换矩阵可分解为一个平移变换矩阵与一个旋转变换矩阵的乘积 【1 分】

子矩阵 R：是两个坐标系之间的旋转变换矩阵， 对应动坐标系的主轴在参考坐标系中的向量表示，即描述姿态关系。 【1 分】

子矩阵 p：是两个坐标系之间的平移变换矩阵， 对应动坐标系原点在参考坐标系中的位置，即 描述位置关系。 【1 分】

（意思相近即可给分）

$$ {}^{A}_{B}R = [\ {}^{A}x_{B}\ \ {}^{A}y_{B}\ \ {}^{A}z_{B}\ ] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}; $$

旋转矩阵中的 9 个元素只有 3 个独立变量 【答出 3 个独立变量即 2 分】

四、

（1）

$$ dT = \Delta \cdot T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ -0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} $$ 【5 分】

(2)

$$\Delta=\mathrm{Trans}(d_x,d_y,d_z)\mathrm{Rot}(r,d\theta)-I_{4\times4}=\begin{bmatrix}0&-\delta_z&\delta_y&dx\\ \delta_z&0&-\delta_x&dy\\ -\delta_y&\delta_x&0&dz\\ 0&0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&0&0.3\\0&0&-0.1&0\\0&0.1&0&0.6\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

【5 分】

$$\Delta_T=\begin{bmatrix}0&-d\bar{\theta}\cdot\bar{a}&d\bar{\theta}\cdot\bar{s}&\bar{n}(d\bar{\theta}\times\bar{p}+d\bar{p})\\ d\bar{\theta}\cdot\bar{a}&0&-d\bar{\theta}\cdot\bar{n}&\bar{s}(d\bar{\theta}\times\bar{p}+d\bar{p})\\ -d\bar{\theta}\cdot\bar{s}&d\bar{\theta}\cdot\bar{n}&0&\bar{a}(d\bar{\theta}\times\bar{p}+d\bar{p})\\ 0&0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&-\delta z_T&\delta y_T&dx_T\\ \delta z_T&0&-\delta x_T&dy_T\\ -\delta y_T&\delta x_T&0&dz_T\\ 0&0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&0.1&0.9\\0&0&0&0.3\\-0.1&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

【5 分】

(3) 绕自身平移和转动为$\begin{cases}d_T=0.9i_T+0.3j_T+0k_T\\ \delta_T=0i_T+0.1j_T+0k_T\end{cases}$ 【5 分】

五、

（1）

$${}^{摄}_{物}T=T_1，{}^{摄}_{机}T=T_2$$ 【4 分】

$${}^{机}_{物}T=(T_2)^{-1}T_1=\begin{bmatrix}1&0&0&10\\0&-1&0&20\\0&0&-1&10\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&0&1\\1&0&0&10\\0&0&-1&9\\0&0&0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0&11\\-1&0&0&10\\0&0&1&1\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

因此物体位于机座坐标系的$(11，10，1)^T$处，它的 X、Y、Z 轴分别与机座坐标系的-Y、X、Z 轴平行。 【6 分】

（2）

杆件本身的参数	杆件长度	a_i	杆件两个关节轴的公垂线距离(x 轴方向)
	杆件扭转角	α_i	杆件两个轴的夹角（x 轴的扭转角）
杆件之间的参数	杆件之间的距离	d_i	相连两杆件公垂线距离（z 方向平移距离）
	杆件之间的夹角	θ_i	相连两杆件公垂线的夹角（z 轴旋转角）

【4 分】

（3）正向运动学：关节空间　末端笛卡儿空间，单射 【2 分】

逆向运动学：末端笛卡儿空间　关节空间，复射 【2 分】

机器人运动学逆问题,求解关节变量时存在多解性，需要剔除多余解求解关节变量时的可解性 【2 分】

六、

（1）

$$J=\begin{bmatrix}-l_1s\theta_1-l_2s\theta_{12}&-l_2s\theta_{12}\\ l_1c\theta_1+l_2c\theta_{12}&l_2c\theta_{12}\end{bmatrix}$$ 【2 分】

$$\tau=\begin{bmatrix}\tau_1\\ \tau_2\end{bmatrix}=J^TF=\begin{bmatrix}-l_1s\theta_1-l_2s\theta_{12}&l_1c\theta_1+l_2c\theta_{12}\\ -l_2s\theta_{12}&l_2c\theta_{12}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F_x\\ F_y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-l_2&l_1\\ -l_2s\theta_{12}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F_x\\ F_y\end{bmatrix}$$ 【3 分】

（2）雅可比矩阵在机器人运动学和动力学中的应用主要体现在以下几个方面：

①已知机器人关节速度，利用雅可比矩阵可以得到机器人手的运动速度；

②已知机器人手的运动速度，求雅可比矩阵的逆可以得到机器人各关节的速

度；

③已知手部端点力（或外界环境对机器人手部的作用力），求速度雅可比矩阵J的转置（即力雅可比矩阵J^T），可以得到满足静力平衡条件的关节驱动力矩；

④已知关节驱动力矩，通过对力雅可比矩阵求逆，可以确定机器人手部对外界环境的作用力或负载的质量。

【5 分】

（3）奇异位形：由于雅可比矩阵 J(q)是关节变量 q 的函数, 总会存在一些位形, 在这些位形处,|J(q)|=0,即 J(q)为奇 异矩阵,这些位形就叫奇异位形。 【5 分】

（4）

$$K_1=\frac{1}{2}m_1\left(l_1\dot{\theta}_1\right)^2$$

$$U_1=m_1gl_1s_1$$

$$K_2=\frac{1}{2}m_2\left[l_1^2\dot{\theta}_1^2+l_2^2\left(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2\right)^2+2l_1l_2\left(\dot{\theta}_1^2+\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\right)c_2\right]$$

$$U_2=m_2gl_1s_1+m_2gl_2s_{12}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{L}=\mathrm{K}_1+\mathrm{K}_2-\mathrm{U}_1-\mathrm{U}_2=K_1\\
&=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\left(l_1\dot{\theta}_1\right)^2+\frac{1}{2}m_2l_2^2\left(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2\right)^2+m_2l_1l_2\left(\dot{\theta}_1^2+\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\right)c_2\\
&-(m_1+m_2)gl_1s_1-m_2gl_2s_{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_1=\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_1}-\frac{\partial L}{\partial\theta_1}\\
&=\left[(m_1+m_2)l_1^2+m_2l_2^2+2m_2l_1l_2c_2\right]\ddot{\theta}_1+\left(m_2l_2^2+m_2l_1l_2c_2\right)\ddot{\theta}_2\\
&-m_2l_1l_2\left(\dot{\theta}_2^2+2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\right)s_2+(m_1+m_2)gl_1c_1+m_2gl_2c_{12}\end{aligned}$$

$$\tau_2=\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_2}-\frac{\partial L}{\partial\theta_2}=\left(m_2l_2^2+m_2l_1l_2c_2\right)\ddot{\theta}_1+m_2l_2^2\ddot{\theta}_2+m_2l_1l_2\dot{\theta}_1^2s_2+m_2gl_2c_{12}$$

【5 分，写出公式即可】