引理

已知:

$$\frac{1}{s(T_m s+1)}=\frac{1}{s}-\frac{T_m}{T_m s+1}$$

易得:

$$\begin{aligned}\frac{1}{s^2(T_m s+1)}&=\frac{1}{s^2}-\frac{T_m}{s}+\frac{T_m^2}{T_m s+1}\\&=\frac{1}{s^2}-\frac{T_m}{s}+\frac{T_m}{s+\frac{1}{T_m}}\\&\leftrightarrow\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}-\frac{T_m}{1-z^{-1}}+\frac{T_m}{1-e^{-\frac{T}{T_m}}z^{-1}}\end{aligned}$$

众所周知:

$$\begin{aligned}G(z)&=\mathcal{Z}[\frac{1-e^{-Ts}}{s}G_p(s)]\\&=\frac{z-1}{z}\mathcal{Z}[\frac{G_p(s)}{s}]\\&=1-z^{-1}\mathcal{Z}[\frac{G_p(s)}{s}]\end{aligned}$$

若令$G_p(s)=\frac{K}{s(T_m s+1)}$,结果有:

$$G(z)=K[\frac{Tz^{-1}}{1-z^{-1}}-T_m+\frac{T_m(1-z^{-1})}{1-e^{-\frac{T}{T_m}}z^{-1}}]$$

我们考虑特殊情况,即$T_m=T$时:

$$\begin{aligned}G(z)&=KT_m[\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}-1+\frac{1-z^{-1}}{1-e^{-1}z^{-1}}]\\&=KT_m[\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}-1+\frac{1-z^{-1}}{1-0.368z^{-1}}]\\&=KT_m\frac{0.368z^{-1}+0.264z^{-2}}{(1-z^{-1})(1-0.368z^{-1})}\end{aligned}$$

即在当$\frac{K}{s(T_m s+1)}$作为$G_p(s)$时,当$T_m=T$时,其广义脉冲传递函数有以下两种常见形式:

$$G(z)=KT_m\frac{0.368z^{-1}(1+0.717z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.368z^{-1})}\tag{1}$$

$$=KT_m\frac{0.368z+0.264}{z^2-1.368z+0.368}\tag{2}$$

习题1

1. 在线系统不一定是实时系统,在线采集的数据不一定在当时就进行处理,只要把数据采集来就可以;实时系统一定是在线系统

2. 试凑法、简易工程法(扩充临界比例度法、扩充相应曲线法)

3. 对于一个具有有限频谱的连续信号进行采样时，采样信号唯一地复现原信号所需的最采样角频率必须满足调条件:$\omega_s > 2\omega_{max}$,$\omega_s = 2\pi f_s = \frac{2\pi}{T}$

4. 仿真的必要性:提高设计效率、优化控制算法、降低开发成本减少调试时间;调试的必要性: 验证控制系统的正确性、优化控制系统的性能

习题2

第一问:

$$Y(z)z^3 + 3Y(z)z^2 + 4Y(z)z + 8Y(z) = R(z)z^3 - 3R(z)z^2 + 4R(z)$$

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{z^3 - 3z^2 + 4z}{z^3 + 3z^2 + 4z + 8}$$

第二问:

$$Y(z)(z^3 + z^2 + 2z + 3) = R(z)(z^3 + 3z^2 + 2z + 1)$$

$$y(k) + y(k-1) + 2y(k-2) + 3y(k-3) = r(k) + 3r(k-1) + 2r(k-2) + r(k-3)$$

习题3

根据公式2,易得:

$$G(z) = \frac{0.368z + 0.264}{z^2 - 1.368z + 0.368}$$

显然,特征方程为:

$$z^2 - z + 0.632 = 0$$

我们选用$z=\frac{1+w}{1-w}$对特征方程进行双线性变换,易得:

$$2.632w^2+0.736w+0.632=0$$

劳斯表为:

$$\begin{array}{lll} w^2 & 2.362 & 0.632 \\ w^1 & 0.736 & \\ w^0 & 0.632 & \end{array}$$

显然,该系统稳定

习题4

$$\begin{aligned} \frac{k}{s(s+4)} &= \frac{k}{4}(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+4}) \\ &\leftrightarrow \frac{k}{4}(\frac{1}{1-z^{-1}}-\frac{1}{1-0.368z^{-1}}) \\ &= \frac{0.158kz}{(z-1)(z-0.368)} \end{aligned}$$

显然,特征方程为:

$$z^2+(0.158k-1.368)z+0.368=0$$

根据朱丽稳定判据,易得:

$$1+(0.158k-1.368)+0.368>0 \Rightarrow k>0$$

$$1+(1.368-0.158k)+0.368>0 \Rightarrow k<17.316$$

朱丽表为:

$$\begin{array}{lll} 0.368 & 0.158k-1.368 & 1 \\ 1 & 0.158k-1.368 & 0.368 \end{array}$$

显然是符合朱丽表中稳定条件的

易得$0 < k < 17.316$

习题5

当$T = 1$时,前向差分为$s = z - 1$,后向差分为$s = 1 - z^{-1}$

所以,前向差分结果为:

$$G(z) = \frac{1}{z^2 - 1.8z + 1.8}$$

它的极点为$0.9 \pm 0.995j$,不稳定

后向差分结果为:

$$G(z) = \frac{z^2}{2.2z^2 - 2.2z + 1}$$

它的极点为$0.5 \pm 0.452j$,稳定

习题6

根据公式1,易得:

$$G(z) = \frac{0.092z^{-1}(1 + 0.717z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 - 0.368z^{-1})}$$

由于输入的信号是单位速度信号,在设计无纹波系统的条件下,系统的闭环传递函数显然为:

$$\Phi(z) = f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2}$$

根据以下条件联立进行求解:

$$\Phi(1) = 1$$
$$\Phi'(z)\Big|_{z=1} = 0$$

解得:

$$f_1 = 2$$
$$f_2 = -1$$

即:

$$\Phi(z) = 2z^{-1} - z^{-2}$$

众所周知:

$$D(z) = \frac{1}{G(z)} \frac{\Phi(z)}{1 - \Phi(z)}$$

易得:

$$D(z) = 21.74 \frac{(1 - 0.5z^{-1})(1 - 0.368z^{-1})}{(1 + 0.717z^{-1})(1 - z^{-1})}$$

习题7

根据公式1,易得:

$$G(z) = \frac{0.368z^{-1}(1 + 0.717z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 - 0.368z^{-1})}$$

由于输入的信号是单位加速度信号,在设计无纹波系统的条件下,系统的闭环传递函数显然为:

$$\Phi(z) = f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + f_3 z^{-3}$$

根据以下条件联立进行求解:

$$\Phi(1) = 1$$
$$\Phi'(z)\Big|_{z=1} = 0$$
$$\Phi''(z)\Big|_{z=1} = 0$$

解得:

$$f_1 = 3$$
$$f_2 = -3$$
$$f_3 = 1$$

易得:

$$D(z) = 2.717\frac{(1-0.368z^{-1})(3-3z^{-1}+z^{-2})}{(1+0.717z^{-1})(1-z^{-1})^2}$$

习题8

$$rank \quad W_c = rank\begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-2}B & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n \Leftrightarrow \text{能控}$$

$$rank \quad W_0 = rank\begin{bmatrix} C & CA & \cdots & CA^{n-2} & CA^{n-1} \end{bmatrix}^T = n \Leftrightarrow \text{能观}$$

$$rank\begin{bmatrix} D & CB & \cdots & CA^{q-1}B \end{bmatrix} = m \Leftrightarrow \text{输出能控}$$