安徽大学 20<u>09</u> —20<u>10</u> 学年第<u>1</u>学期

《离散数学（上)》（A 卷）考试试题参考答案及评分标准

一、单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1.C； 2.C； 3.A； 4.B； 5.B； 6.B； 7.D； 8.D； 9.D； 10.D。

二、判断题（每空 2 分，共 10 分）

1.√； 2.×； 3.√； 4.√； 5.√。

三、填空题（每小空 2 分，共 20 分）

1. $\forall x(Q(x)\to R(x))\wedge\exists x(R(x)\wedge\neg Q(x))$ 或 $\forall x(Q(x)\to R(x))\wedge\neg\forall x(R(x)\to Q(x))$；
$\neg\exists x(I(x)\wedge\neg Q(x))$ 或 $\forall x(I(x)\to Q(x))$；

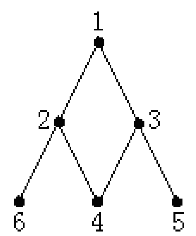
2. $\{\{c\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$； $\{\phi,\{c\}\}$；

3. $\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$； $\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$； 4. $\begin{cases}1 & x\in[0,\frac{1}{4})\cup(\frac{1}{2},1]\\0 & x\in[\frac{1}{4},\frac{1}{2}]\end{cases}$ 或

$I\left([0,\frac{1}{4})\cup(\frac{1}{2},1]\right)$； $\begin{cases}1 & x\in[\frac{1}{4},\frac{1}{2}]\cup[\frac{3}{4},1]\\0 & x\in[0,\frac{1}{4})\cup(\frac{1}{2},\frac{3}{4})\end{cases}$ 或 $I\left([\frac{1}{4},\frac{1}{2}]\cup[\frac{3}{4},1]\right)$。 5. =，>。

四、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

1.哈斯图 2 分，表中每空 1 分。 （1）$<A,R>$ 的哈斯图为



集合	最大元	最小元	极大元	极小元
$B=\{2,3,4\}$	无	4	2,3	4
集合	上界	下界	上确界	下确界
$C=\{3,4,5\}$	1,3	无	3	无

2. $(P\to Q\wedge R)\wedge(\neg P\to(\neg Q\wedge\neg R))\Leftrightarrow(\neg P\vee Q\wedge R)\wedge(P\vee\neg Q\wedge\neg R)$ 2 分

$\Leftrightarrow(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee R)\wedge(P\vee\neg Q)\wedge(P\vee\neg R)$ 4 分

$\Leftrightarrow(P\vee Q\vee\neg R)\wedge(P\vee\neg Q\vee R)\wedge(P\vee\neg Q\vee\neg R)$

$\wedge(\neg P\vee Q\vee R)\wedge(\neg P\vee Q\vee\neg R)\wedge(\neg P\vee\neg Q\vee R)$

$\Leftrightarrow\pi(1,2,3,4,5,6)$（主合取范式） 8 分

$\Leftrightarrow\sum(0,7)$（主析取范式） 10 分

五、证明题（每小题 10 分，共 30 分）

1. 证明：根据 CP 规则，原式等价于

$$\forall x(P(x)\to Q(x))\wedge\forall x(R(x)\to\neg Q(x))\Rightarrow(R(x)\to\neg P(x))$$ 2 分

而

$\forall x(P(x)\to Q(x))\wedge\forall x(R(x)\to\neg Q(x))$

$\Leftrightarrow\forall x((P(x)\to Q(x))\wedge(R(x)\to\neg Q(x)))$ Q_{10}

$\Leftrightarrow\forall x((\neg Q(x)\to\neg P(x))\wedge(R(x)\to\neg Q(x)))$ E_5,E_{24} 6 分

$\Rightarrow(\neg Q(x)\to\neg P(x))\wedge(R(x)\to\neg Q(x))$ Q_1 8 分

$\Rightarrow R(x)\to\neg P(x)$ I_6

所以，$\forall x(P(x)\to Q(x))\Rightarrow\forall x(R(x)\to\neg Q(x))\to(R(x)\to\neg P(x))$ 10 分

2. 证明：对 $\forall<a,b>\in A\times B$，

由 R_1 是 A 上的等价关系可得 $<a,a>\in R_1$，由 R_2 是 B 上的等价关系可得 $<b,b>\in R_2$。

再由 R 的定义，有 $<<a,b>,<a,b>>\in R$，所以 R 是自反的。 3 分

对 $\forall<a,b>,<c,d>\in A\times B$，若 $<<a,b>,<c,d>>\in R$，则 $<a,c>\in R_1$，$<b,d>\in R_2$。

由 R_1 对称得 $<c,a>\in R_1$，由 R_2 对称得 $<d,b>\in R_2$。

再由 R 的定义，有 $<<c,d>,<a,b>>\in R$，所以 R 是对称的。 6 分

对 $\forall<a,b>,<c,d>,<e,f>\in A\times B$，

若 $<<a,b>,<c,d>>\in R$ 且 $<<c,d>,<e,f>>\in R$，

则 $<a,c>\in R_1$ 且 $<b,d>\in R_2$，$<c,e>\in R_1$ 且 $<d,f>\in R_2$。

由 R_1 和 R_1 的传递性得 $<a,e>\in R_1$ 且 $<b,f>\in R_2$，

再由 R 的定义，有 $<<a,b>,<e,f>>\in R$，所以 R 是传递的。

综上可得，R 是 $A\times B$ 上的等价关系。 10 分

3. 证明：因为 1_X 为 X 上的恒等函数，所以 1_X 为 X 上的双射函数。 2 分

因为 $f^n=f^{n-1}f=1_X$ 为双射函数，所以 f 为单射函数。 6 分

因为 $f^n=ff^{n-1}=1_X$ 为双射函数，所以 f 为满射函数。

综上所述，f 是双射函数。 10 分