

安徽大学 2020—2021 学年第一学期

《线性代数 A》期末考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、填空题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

得 分

1. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 1), \alpha_2 = (1, 2, 3), \alpha_3 = (1, 3, k)$, 则 $k =$ _____ 时, 向量组线性相关.2. 三阶矩阵 A 的特征值为 $1, 2, -1$. 则 $|A - 5I| =$ _____.3. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_1x_3$ 的矩阵为 _____.4. 设矩阵 $A = (a_{ij})_{4 \times 3}$, $r(A) = 2$, 矩阵 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $r(AB) =$ _____.5. 设 A, B 为 4 阶方阵, 且 $|A| = -2, |B| = 3$, 则 $\left| \left((AB)^T \right)^{-1} \right| =$ _____.

得 分

二、选择题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设 $Ax = b$ 是一非齐次线性方程组, η_1, η_2 是其任意两个解, 则下列结论**错误**的是 ().A. $\eta_1 + \eta_2$ 是 $Ax = 0$ 的一个解.B. $\frac{1}{2}\eta_1 + \frac{1}{2}\eta_2$ 是 $Ax = b$ 的一个解.C. $\eta_1 - \eta_2$ 是 $Ax = 0$ 的一个解.D. $2\eta_1 - \eta_2$ 是 $Ax = b$ 的一个解.

7. 设 n 阶方阵 A 的各行元素之和为 5, 则 A 必有一个特征值为 ().

A. -5 .

B. 5 .

C. $\frac{1}{5}$.

D. 1 .

8. 设矩阵 A 为实对称矩阵, 则 ().

A. A 的特征向量相互正交.

B. A 一定可以相似对角化.

C. A 一定是正定矩阵.

D. A 的特征值全大于零.

9. 下列说法**正确**的是 ()

A. 向量组的极大线性无关组是唯一的.

B. 仅含有零向量的向量组线性无关.

C. 等价的向量组有不同的秩.

D. 含有零向量的向量组线性相关.

10. 下列说法**错误**的是 ()

A. 有限维线性空间的任意两个基所含向量个数相等.

B. 给定线性空间的一个基, 则向量与其坐标一一对应

C. 线性空间中不同基之间的过渡矩阵是可逆的.

D. 任意一个向量在不同基下的坐标是不同的.

三、计算题 (本题共 5 小题, 每小题 10 分, 共 50 分)

得 分	
-----	--

11. 设行列式 $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 22 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 9 & 27 \\ 4 & 9 & 16 & 64 \end{vmatrix}$, 求 $A_{12} + A_{22} + A_{32} + A_{42}$, 其中 A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式.

12. 设 3 阶矩阵 $A = \begin{pmatrix} a & b & -3 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b-1 & a & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 已知 $r(AB) < r(A)$, $r(AB) < r(B)$, 求 a, b 的值.

13. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ -2 & x & -2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ 和矩阵 $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ 相似, 求 x, y 的值.

14. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, 求 A^n . (n 为正整数)

15. 已知二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2^2 + 6x_2x_3 + tx_3^2$ 为正定二次型, 求 t 的取值范围.

四、分析计算题（本题 10 分）

得 分	
-----	--

16. 设四元非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的系数矩阵的秩为 3, 已知 η_1, η_2, η_3 是它的三个解向

量, 且 $\eta_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \eta_2 + \eta_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, 求该方程组的通解.

装

答
题
勿
超
装
订
线

线

五、证明题（本题 10 分）

17. 设矩阵 A, B 均为 n 阶实对称矩阵，且矩阵 A 与矩阵 B 有相同的特征值，证明：存在正交矩阵 Q ，使得 $Q^{-1}AQ = B$ 。

得 分	
-----	--