院/系 年级 专业 姓名 学号

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学 20 09 —20 10 学年第 1 学期

《 离散数学（上） 》考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得 分								
阅卷人								

一、单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）

得 分	

1. 设 P:明天下雪，Q:我去镇上，则命题"只有明天不下雪，我才去镇上”可符号化为（ ）

   A. $\neg P \to Q$；　B. $Q \to \neg P$；　C. $\neg P \wedge Q$；　D. $\neg P \leftrightarrow Q$。

2. 下列命题是重言式的是（ ）

   A. $(P \to Q) \wedge (Q \to P)$；　B. $(P \wedge Q \leftrightarrow P) \leftrightarrow (P \leftrightarrow Q)$；

   C. $P \wedge Q \to (P \to Q)$；　D. $P \vee \neg Q \to Q$。

3. 设解释 I 如下：论述域为整数集，$P(x,y): xy$，$E(x,y): x = y$，$G(x,y): x > y$，则下列公式在 I 下为真的是（ ）

   A. $\forall x \forall y (G(P(1,y),P(x,1)) \to G(P(y,y),P(x,x)))$；B. $\forall x E(P(x,1),0)$；

   C. $\exists x E(P(x,1),0) \to \forall x E(P(x,0),1)$；　D. $\forall x \forall y (G(P(x,y),y) \to G(P(x,x),1))$。

4. 对任意集合 A,B,C，下列结论不正确的是（ ）

   A. $(A-B)-C=(A-C)-B$；　B. $(A-B)-C=A-(B \cup C)$；

   C. $(A-B)-C=(A-C)-(B-C)$；　D. $A-(B \cup C)=(A-B) \cup C$。

5. 关于 $X=\{1,2,3\}$ 到 $Y=\{a,b,c\}$ 的函数 $f=\{<1,b>,<2,a>,<3,c>\}$，下列结论错误的是（ ）

   A. $f(1)=b$；　B. $f^{-1}(b)=1$；　C. $f^{-1}(\{b\})=\{1\}$；　D. $f^{-1}(b)=\{1\}$。

6. 整数集合 I 上的二元关系 $R=\{<x,y> \mid \exists k(x=ky \wedge k<2)\}$ 具有（ ）

   A. 自反性和对称性；　B. 反自反性和对称性；　C. 自反性和传递性；　D. 反对称性和传递性。

7. 设 R_1，R_2 为非空集合 A 上的二元关系，则下列结论不成立的是（ ）

   A. $r(R_1 \cup R_2)=r(R_1) \cup r(R_2)$；　B. $s(R_1 \cup R_2)=s(R_1) \cup s(R_2)$；

   C. $t(R_1 \cup R_2)=t(R_1) \cup t(R_2)$；　D. $rt(R_1)=tr(R_1)$。

8. 设 π_1 和 π_2 是非空集合 A 的划分，则下列集合一定是 A 的划分的是（ ）

   A. $\pi_1 \cap \pi_2$；　B. $\pi_1 \cup \pi_2$；　C. $\pi_1 - \pi_2$；　D. $[\pi_1 \cap (\pi_2 - \pi_1)] \cup \pi_1$。

9. 设 I_X 是集合 $X=\{a,b,c\}$ 上的恒等关系，要使 $I_X \cup \{<a,b>,<c,a>,<b,a>\} \cup R$ 为 X 上的等价关系，R 可取（ ）

   A. $\{<c,a>,<a,c>,<c,b>\}$；　B. $\{<c,b>,<b,a>,<a,c>\}$；

C. $\{<c,a>,<b,a>,<b,c>\}$；　　　　D. $\{<a,c>,<c,b>,<b,c>\}$。

10. 设 N 和 R 分别为自然数和实数集合，则下列集合中与其他集合的基数不同的集合是（　　）

A. R；　　B. N^N；　　C. $\rho(N)$；　　D. $\rho(R)$。

二、判断题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1. 联结词集合 $\{\leftrightarrow,\neg\}$ 为全功能的。（　　）
2. 对任意集合 A,B,C，若 $A\in B$ 及 $B\subseteq C$，则 $A\in C$。（　　）
3. $<\rho(N),\subset>$ 一定是良序集合。（　　）
4. 如果合成函数 fg 是双射的，则函数 f 必是单射的而 g 是满射的。（　　）
5. 有理系数的所有多项式集合是可数的。（　　）

三、填空题（每小空 2 分，共 20 分）

得 分	

1. 设 $E(x)$：x 是偶数，$P(x)$：x 是质数，$I(x)$：x 是整数，$N(x)$：x 是负数，则在全总个体域下

   "有某个质数其平方是偶数"符号化为：________________________________；

   "对任何两个整数 x 和 y，$x-y$ 或 $y-x$ 是非负的"符号化________________________。

2. 设 $A=\{a,b\}$，$B=\{a,b,c\}$，则 $\rho(B)-\rho(A)$ =________________；$\rho(\rho(B-A))$ = __________。

3. 设 I 为整数集合，则集合 $A=\{0,1,2,3,4\}$ 上的二元关系 $R=\{<x,y>|\exists k(x=ky\wedge k\in I\wedge k<2)\}$

   的关系矩阵为 M_R =________________；R 传递闭包的关系矩阵为 $M_{t(R)}$ =________________。

4. 设 $U=[0,1]$，$A=(\frac{1}{2},1]$，$B=[\frac{1}{4},\frac{3}{4})$，则特征函数 $\psi_{A\cap B}(x)=$__________，$\psi_{A\otimes B}(x)=$________。

5. 设 N 为自然数集，I 为整数集，R 为实数集，则 $|N\times I|$_____$|I|$，$|R-N|$_____$|I|$（填=，>，<）。

四、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

得 分	

1. 设集合 $S=\{1,2,3,5,6,10,15,30\}$，定义 S 上的偏序关系 D 为整除关系，

   （1）给出偏序集合 $<S,D>$ 的哈斯图；

   （2）求出 $B=\{2,3,10\}$ 的最大元、最小元、极大元和极小元，并填入下表；

   （3）求出 $C=\{2,3,5\}$ 的上界、下界、上确界和下确界，并填入下表。

集合	最大元	最小元	极大元	极小元
$B=\{2,3,10\}$				
集合	上界	下界	上确界	下确界
$C=\{2,3,5\}$				

2. 求$(P\vee\neg Q\to R)\vee(\neg P\vee Q\to\neg R)$的主析取范式和主合取范式。

答题勿超装订线

五、证明题（每小题 10 分，共 30 分）

得 分	

1. 用推理规则证明：

$$\forall x(P(x)\to Q(x))\Rightarrow\forall x(R(x)\to\neg Q(x))\to(R(x)\to\neg P(x))$$

$(P\vee\neg Q\to R)\vee(\neg P\vee Q\to\neg R)$

2. 设 R 是 A 上一个二元关系，

$$S=\{<a,b>|(a,b\in A)\wedge(\text{对于某一个}c\in A,\text{有}<a,c>\in R\text{且}<c,b>\in R)\}$$

试证明若 R 是 A 上一个等价关系，则 S 也是 A 上的一个等价关系。

3. 设 I 为整数集合，函数 $f:I\times I\to I\times I$ 定义为：$f(<x,y>)=<x-y,xy>$，证明：f 不是单射也不是满射。