

# 安徽大学 2020—2021 学年第一学期

## 《线性代数 A》期末考试试卷 (B 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号\_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、填空题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

得 分

1. 向量组  $\alpha_1 = (5, 7, 9), \alpha_2 = (0, 0, 0), \alpha_3 = (2, 8, 1)$ , 线性\_\_\_\_关.

2. 三阶矩阵  $A$  的特征值为  $1, 2, 0$ . 则  $|A+I| =$  \_\_\_\_\_.

3. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $A^*$  为  $A$  的伴随矩阵, 则  $(A^*)^{-1}$  为\_\_\_\_\_.

4. 已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 5 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix}$ , 则  $A$  对应的二次型  $f(x_1, x_2, x_3) =$  \_\_\_\_\_.

5. 设  $A, B$  为 4 阶方阵, 且  $|A| = -2, |B| = 7$ , 则  $|-AB^T| =$ \_\_\_\_\_.

得 分

二、选择题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设  $\lambda$  是  $n$  阶矩阵  $A$  的一个特征值, 则下列说法**错误**的是( ).

A.  $5\lambda$  是  $5A$  的一个特征值.

B.  $\lambda^3$  是  $A^3$  的一个特征值.

C.  $\frac{1}{\lambda}$  是  $A^T$  的一个特征值.

D. 若  $A$  可逆, 则  $\frac{1}{\lambda}$  是  $A^{-1}$  的一个特征值.



12. 求向量组

$$\alpha_1 = (6, 4, 1, -1, 2), \alpha_2 = (1, 0, 2, 3, -4), \alpha_3 = (1, 4, -9, -16, 22), \alpha_4 = (7, 1, 0, -3, 3)$$

的秩, 并给出这个向量组的一个极大线性无关组.

13. 设  $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k \end{pmatrix}$ , 若矩阵  $\alpha\beta^T$  相似于  $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , 求  $k$  的值.

14. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  的特征值和特征向量.

15. 判定二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 4x_1x_2 - 8x_1x_3 + x_2^2 - 4x_2x_3 + 5x_3^2$  是否正定.

四、分析计算题（本题 10 分）

得 分	
-----	--

16. 设  $n$  阶矩阵  $A$  满足  $A^k = 0$  ( $k$  为正整数), 证明  $I - A$  可逆, 并求  $I - A$  的逆矩阵.

装

答  
题  
勿  
超  
装  
订  
线

线

五、证明题（本题 10 分）

17. 设矩阵  $A, B$  均为  $n$  阶正定矩阵，证明：  
矩阵  $A+B$  也是正定矩阵.

得 分	
-----	--