安徽大学 2013—2014 学年第二学期

《 高等数学 A(二)、B(二) 》考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

考场登记表序号__________

院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线　　装　订　线

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、填空题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1．已知 $|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=6$，则 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$__________________．

2．过点 $(0,2,4)$ 且与平面 $x+2z=1$ 及 $y-3z=2$ 都平行的直线为____________________．

3．极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{\sin(xy)-\arcsin(xy)}{x^3y^3}=$__________________．

4．设向量场 $\vec{\mathbf{F}}=xz^3\vec{\mathbf{i}}-2x^2yz\vec{\mathbf{j}}+2yz^4\vec{\mathbf{k}}$，则 $\vec{\mathbf{F}}$ 在点 $(1,-2,1)$ 处的旋度为_________________．

5．设 $f(x)$ 是以 $2p$ 为周期的周期函数，它在 $(-p,p]$ 上的表达式为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{p}{2}+x, & -p<x<0,\\ \dfrac{p}{2}-x, & 0\le x\le p.\end{cases}$$

则将 $f(x)$ 展开成 Fourier 级数为__________________．

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

6．设直线 L 为 $\begin{cases}x+y+3z=0\\ x-y-z=0\end{cases}$，平面 p 为 $x-y-z+1=0$，则 L 与 p 的夹角为（　　）．

（A）0；　　（B）$\dfrac{p}{2}$；　　（C）$\dfrac{p}{3}$；　　（D）$\dfrac{p}{4}$．

7. “函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 的全微分存在”是“ $f(x,y)$ 在该点连续”的（　　　）条件.

（A）充分非必要；　　　　　　　　（B）必要非充分；

（C）充分必要；　　　　　　　　　（D）既非充分，也非必要.

8. 设 $f(x,y)$ 为连续函数，则累次积分 $\int_0^1 dy\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x,y)dx$ 交换积分次序后为（　　　）.

（A） $\int_0^1 dx\int_0^{x-1} f(x,y)dy+\int_{-1}^0 dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$；

（B） $\int_0^1 dx\int_0^{1-x} f(x,y)dy+\int_{-1}^0 dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 f(x,y)dy$；

（C） $\int_0^1 dx\int_0^{x-1} f(x,y)dy+\int_{-1}^0 dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 f(x,y)dy$；

（D） $\int_0^1 dx\int_0^{1-x} f(x,y)dy+\int_{-1}^0 dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$.

9.若 p 为常数，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^p}$ 是（　　）.

（A） $p>1$ 时收敛， $p\le 1$ 时发散；　　　（B） $p\le 1$ 时收敛， $p>1$ 时发散；

（C） $p>0$ 时收敛， $p\le 0$ 时发散；　　　（D） $p\le 0$ 时收敛， $p>0$ 时发散.

10.已知幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+(-1)^n}{n}x^n$，则其收敛域为（　　　）.

（A） $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$；　　（B） $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$；　　（C） $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$；　　（D） $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$.

三、计算题（每小题 9 分，共 63 分）

得 分	

11.设空间曲面 Σ 的方程为 $e^z-z+xy=3$，求 Σ 在点 $(2,1,0)$ 处的切平面与法线方程.

12. 设 $z^3-3xyz=a^3$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

13. 计算三重积分 $\iiint\limits_V z\,dx\,dy\,dz$, 其中 V 由曲面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 及 $z=x^2+y^2$ 所围成的闭区域.

14. 计算曲线积分 $\int_L [e^x\sin y-(x+y)]dx+(e^x\cos y-x)dy$, 其中 L 为从点 $(2,0)$ 沿曲线 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 到点 $(0,0)$ 的弧.

15．计算第一类曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}(x+y+z)dS$，其中$\Sigma$为球面$x^2+y^2+z^2=4$上$z\geq 1$的部分．

16．计算第二类曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}(x-1)^2dydz+(y-1)^2dzdx+(z-1)dxdy$，其中$\Sigma$为曲面$z=x^2+y^2$（$z\leq 1$），方向取上侧．

17. 将 $f(x)=(1+x)\ln(1+x)$ 展开成 x 的幂级数，并求 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n(n-1)}$ 的和.

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

得 分	

四、应用题（每小题 6 分，共 12 分）

18. 求函数 $z=x^2+y^2-3$ 在附加条件 $x-y+1=0$ 下的极值.

19．已知一条非均匀金属丝 L 的方程为 $L: x = a\cos t$， $y = a\sin t$， $z = bt$，$(0 \le t \le 2p)$. 它在点 (x, y, z) 处的线密度是 $r(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$，求该金属丝的质量.

得 分	

五、证明题（每小题 5 分，共 5 分）

20. 设数列 $\{u_n\}$ 满足 $u_1 = 1$， $u_{n+1} = \cos u_n$， 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散.