安徽大学 20 09 —20 10 学年第 1 学期

《 离散数学（上） 》考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

学号 姓名 专业 年级 院/系

答 题 勿 超 装 订 线

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得 分								
阅卷人								

一、单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）

得 分	

1. 设 P:天下雪，Q:我去镇上，则命题"天正在下雪，我没去镇上”可符号化为（ ）

   A. $\neg P\to\neg Q$； B. $\neg Q\to\neg P$； C. $P\wedge\neg Q$； D. $\neg P\wedge\neg Q$。

2. 下列命题是重言式的是（ ）

   A. $(P\to Q)\wedge(Q\to P)$； B. $(P\wedge Q\leftrightarrow P)\leftrightarrow(P\leftrightarrow Q)$；

   C. $P\wedge Q\to(P\to Q)$； D. $P\vee\neg Q\to Q$。

3. 设解释 R 如下：论域 D 为实数集，$a=0$，$f(x,y)=x-y$，$A(x,y)=x<y$，则下列公式在 R 下为真的是（ ）

   A. $\forall x\forall y\forall z(A(x,y)\to A(f(x,z),f(y,z)))$； B. $\forall xA(f(a,x),a)$；

   C. $\forall x\forall yA(f(x,y),x)$； D. $\forall x\forall y(A(x,y)\to A(f(x,a),a))$。

4. 对任意集合 A,B,C，下列结论正确的是（ ）

   A. $A\notin B\wedge B\notin C\Rightarrow A\notin C$； B. $A\in B\wedge B\subseteq C\Rightarrow A\in C$；

   C. $A\in B\wedge B\notin C\Rightarrow A\notin C$； D. $A\subseteq B\wedge B\in C\Rightarrow A\in C$。

5. 关于 $X=\{a,b,c\}$ 到 $Y=\{1,2,3\}$ 的函数 $f=\{<a,1>,<b,1>,<c,3>\}$，下列结论错误的是（ ）

   A. $f^{-1}(\{3\})=\{c\}$； B. $f^{-1}(3)=c$； C. $f(\{c\})=\{3\}$； D. $f(c)=3$。

6. 整数集合 I 上的二元关系 $R=\{<x,y>\,|\,|x-y|=4\}$ 具有（ ）

   A. 自反性和对称性； B. 反自反性和对称性； C. 反自反性和传递性； D. 反对称性和传递性。

7. 设 $\tilde{R}$ 为非空集合 A 上的关系 R 的逆关系，则下列结论不成立的是（ ）

   A. 若 R 为偏序，则 $\tilde{R}$ 为偏序； B. 若 R 为拟序，则 $\tilde{R}$ 为拟序；

   C. 若 R 为线序，则 $\tilde{R}$ 为线序； D. 若 R 为良序，则 $\tilde{R}$ 为良序。

8. 设 π_1 和 π_2 是非空集合 A 的划分，则下列集合一定是 A 的划分的是（ ）

   A. $\pi_1\cap\pi_2$； B. $\pi_1\cup\pi_2$； C. $\pi_1-\pi_2$； D. $(\pi_1\cap(\pi_2-\pi_1))\cup\pi_1$。

9. 设 I_X 是集合 $X=\{a,b,c\}$ 上的恒等关系，要使 $I_X \cup \{<a,b>,<b,c>,<c,a>,<b,a>\} \cup R$ 为 X 上的等价关系，R 可取（　　）

A. $\{<c,a>,<a,c>\}$；　　B. $\{<c,b>,<b,a>\}$；

C. $\{<c,a>,<b,a>\}$；　　D. $\{<a,c>,<c,b>\}$。

10. 设 N 和 R 分别为自然数和实数集合，则下列集合中与其他集合的基数不同的集合是（　　）

A. R；　　B. N^N；　　C. $\rho(N)$；　　D. N^n（$n \in N, n>0$）。

二、判断题（对的打√，错的打×，每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1. $(P \wedge Q) \wedge \neg P$ 为矛盾式。（　　）
2. 对任意集合 A,B,C，若 $A \cup C = A \cup B$，则一定有 $B=C$。（　　）
3. 对称关系 R 的绝对补 $\overline{R}$ 一定是对称的。（　　）
4. 单射函数的复合函数也是单射的。（　　）
5. 有理数集是可数的。（　　）

三、填空题（每小空 2 分，共 20 分）

得 分	

1. 设 $R(x)$：x 是实数，$Q(x)$：x 是有理数，$Z(x)$：x 是整数，则

“有理数都是实数,但实数并非都是有理数”符号化为:________________________________；

“不是这样情况:某些整数不是有理数”符号化为:________________________________。

2. 设集合 $A=\{a,b\}$，$B=\{a,b,c\}$，则 $\rho(B)-\rho(A)=$______________；$\rho(B-A)=$ __________。

3. 设 I 为整数集合，则集合 $A=\{0,1,2,3,4,5\}$ 上的二元关系 $R=\{<x,y>| \exists k(x=ky \wedge k<2 \wedge k \in I\}$

的关系矩阵为 $M_R=$________________；R 传递闭包的关系矩阵为 $M_{t(R)}=$________________。

4. 设 $U=[0,1]$，$A=[\frac{1}{2},1]$，$B=(\frac{1}{4},\frac{3}{4})$，则 $\psi_{A\cup\overline{B}}(x)=$______________，$\psi_{A\oplus B}(x)=$____________。

5. 设 N 为自然数集，I 为整数集，R 为实数集，则 $|N \times I|$_____$|I|$，$|R-N|$_____$|I|$（填=, >, <）。

答题勿超装订线

装订线

四、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

得 分	

1. 求$(P \rightarrow Q \wedge R) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$的主析取范式和主合取范式。

2. 设I_A为集合$A = \{1,2,3,4,5,6\}$上的相等关系，定义A上的偏序关系R如下：

$$R = \{<6,2>,<2,1>,<6,1>,<4,2>,<4,3>,<4,1>,<3,1>,<5,3>,<5,1>\} \cup I_A。$$

（1）给出偏序集合$<A,R>$的哈斯图；

（2）求出$B = \{2,3,4\}$的最大元、最小元、极大元和极小元，并填入下表；

（3）求出$C = \{3,4,5,6\}$的上界、下界、上确界和下确界，并填入下表。

集合	最大元	最小元	极大元	极小元
$B = \{2,3,4\}$				
集合	上界	下界	上确界	下确界
$C = \{3,4,5,6\}$				

五、证明题（每小题 10 分，共 30 分）

得 分	

1. 用推理规则证明：

$$\forall x(P(x)\rightarrow Q(x))\Rightarrow \forall x(R(x)\rightarrow \neg Q(x))\rightarrow (R(x)\rightarrow \neg P(x))$$

2. 设 R_1 和 R_2 分别为非空集合 A 和 B 上的等价关系，定义 $A\times B$ 上的关系 R 如下：

$$<<x_1,y_1>,<x_2,y_2>> \in R \Leftrightarrow (<x_1,y_1> \in R_1) \wedge (<x_2,y_2> \in R_2)$$

证明：R 是 $A\times B$ 上的等价关系。

3. 设 I_X 是非空集合 X 上的恒等函数，n 为自然数，X 上的函数 f 满足 $f^n = I_X$，证明 f 是双射函数。