安徽大学 20<u>11</u>—20<u>12</u> 学年第<u>1</u>学期
《离散数学（上）》考试试题（A 卷）参考答案及评分标准

一、单选题（每小题 2 分，共 20 分）

1.D；2.C；3.D；4.D；5.C；6.B；7.C；8.A；9.B；10.C。

二、判断题（每小题 1 分，共 10 分,对的打 √，错的打×）

1.×；2. ×；3. √；4.×；5. √。

三、填空题（每小空 2 分，共 20 分）

1. $\forall x\forall y(E(x)\wedge E(y)\to E(x+y))$； $\forall x(I(x)\wedge\neg E(x^2)\to\neg E(x))$；

2. $\{\phi,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$； 4；

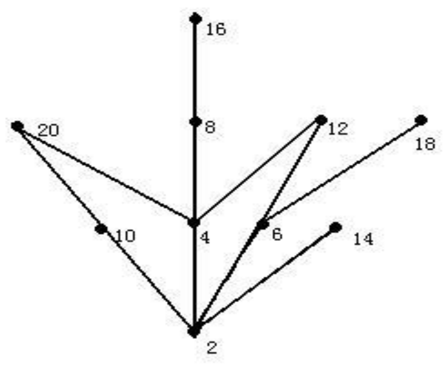
3、$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&1&0&1\\0&1&0&1&0\\0&1&0&0&1\end{bmatrix}$；$\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&1&1&0&1\\0&1&0&1&0\\0&1&0&0&1\end{bmatrix}$；

4、$\psi_{A-B}(x)=\begin{cases}1, & x\in[0.5,0.6]\\0, & x\in U-[0.5,0.6]\end{cases}$， $\psi_{A\oplus B}(x)=\begin{cases}1, & x\in[0,0.2]\cup[0.5,0.6]\\0, & x\in(0.2,0.5)\cup(0.6,1]\end{cases}$；

5、<，=。

四、计算题（每小题 10 分，共 20 分）

1. （1）哈斯图如右图（2 分）



（2）-（3），下表每空 2 分

集合	最大元	最小元	极大元	极小元
$B=\{4,6,12\}$	12	无	12	4，6
集合	上界	下界	最小上界	最大下界
$C=\{8,10,20\}$	无	2	无	2

2. 化简命题公式

G $\Leftrightarrow$ $((P\to Q)\wedge(P\to R))\to P$

$\Leftrightarrow$ $\neg((\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee R))\vee P$ 2 分

$\Leftrightarrow$ $((P\wedge\neg Q)\vee(P\wedge\neg R))\vee P$ 2 分

$\Leftrightarrow$ $(P\wedge\neg Q)\vee(P\wedge\neg R)\vee P$

$\Leftrightarrow$ $((P\wedge\neg Q)\vee P)\vee(P\wedge\neg R)$

$\Leftrightarrow$ $P\vee(P\wedge\neg R)$

$\Leftrightarrow$ P 2 分

G $\Leftrightarrow$ $(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge Q\wedge R)$ (主析取范式) 2 分

$\Leftrightarrow$ $m_4\vee m_5\vee m_6\vee m_7$

$\Leftrightarrow$ $\sum(4,5,6,7)$

$\Leftrightarrow$ $\pi(0,1,2,3)$

$\Leftrightarrow$ $M_0\wedge M_1\wedge M_2\wedge M_3$

$\Leftrightarrow$ $(P\vee Q\vee R)\wedge(P\vee Q\vee\neg R)\wedge(P\vee\neg Q\vee R)\wedge(P\vee\neg Q\vee\neg R)$ (主合取范式) 2 分

五、证明题（每小题 10 分，共 30 分）

1.

1	$\exists xP(x)\to\forall x(P(x)\vee Q(x)\to R(x))$	P	
2	$\exists xP(x)$	P	
3	$\forall x(P(x)\vee Q(x)\to R(x))$	T，1，2，I_3	2 分
4	$\exists xQ(x)$	P	
5	$Q(a)$	T，4，ES	2 分
6	$P(a)\vee Q(a)$	T，5，I_1	
7	$P(a)\vee Q(a)\to R(a)$	T，3，US	2 分
8	$R(a)$	T，6，7，I_3	
9	$P(b)$	T，2，ES	
10	$P(b)\vee Q(b)$	T，9，I_1	
11	$P(b)\vee Q(b)\to R(b)$	T，3，US	2 分
12	$R(b)$	T，10，11，I_3	
13	$R(a)\wedge R(b)$	T，8，13，合取式	
14	$\exists x\exists y(R(x)\wedge R(y))$	T，13，EG	2 分

2. 设 F 是非空集合 A 上的所有划分组成的集合簇，

$\forall\pi\in F$，π 细分 π 自身，故 $<F,$细分$>$ 是自反的； 3 分

$\forall \pi_1, \pi_2 \in F$，若 π_1 细分 π_2 且 π_2 细分 π_1，则有 $\pi_1 = \pi_2$，故 $< F,$细分$ >$ 是反对称的； 3 分

$\forall \pi_1, \pi_2, \pi_3 \in F$，若 π_1 细分 π_2 且 π_2 细分 π_3，则有 π_1 细分 π_3，故 $< F,$细分$ >$ 是传递的；3 分

因此，$< F,$细分$ >$ 是偏序。 1 分

3．设 $f: R-N \to R$，$f(x)=x$，则 f 是从 $R-N$ 到 N 的单射函数，所以 $|R-N| \le |R|$。 3 分

构造从 R 到 $R-N$ 的函数 $g: R \to R-N$ 如下：

$$g(x)=\begin{cases} 2x & x \in I_- \\ -2x-1 & x \in N \\ x & \text{其它}x \end{cases}$$ 4 分

其中 I_- 为负整数集合，则 g 是从 N 到 $R-N$ 的单射函数（双射函数），所以 $|R| \le |R-N|$。

综合以上，$|R-N| = |R|$。 3 分