

安徽大学 2011—2012 学年第 1 学期

《离散数学（上）》考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
阅卷人								

一、单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）

得分

- 若  $P$ : 他聪明;  $Q$ : 他用功; 则“他虽聪明, 但不用功”, 可符号化为( )  
 A.  $P \vee Q$       B.  $P \vee \neg Q$       C.  $P \rightarrow \neg Q$       D.  $P \wedge \neg Q$
- 下列命题公式的真值与它们的命题变元无关的是( )  
 A.  $Q \wedge (P \rightarrow Q) \rightarrow P$ ;      B.  $P \vee \neg Q \rightarrow Q$ ;  
 C.  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$ ;      D.  $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (P \wedge Q \leftrightarrow P)$ 。
- 下列各项中, 右侧结论不能从其左侧前提有效推出的是( )  
 A.  $\forall x(M(x) \rightarrow G(x)), \exists x M(x) \Rightarrow \exists x G(x)$ ;  
 B.  $\forall x(\neg F(x) \rightarrow B(x)), \forall x \neg B(x) \Rightarrow \exists x F(x)$ ;  
 C.  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$ ;  
 D.  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ 。
- 对任意集合  $A, B, C, D$ , 下列结论不正确的是( )  
 A.  $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$ ;      B.  $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$ ;  
 C.  $(A - B) \cap (C - D) = (A \cap C) - (B \cup D)$ ;      D.  $(A \cup B) - (C \cup D) = (A - C) \cup (B - D)$ 。
- 自然数集合  $N$  上的二元关系  $R = \{ \langle x, y \rangle \mid \exists k(k \in N \wedge y = x^k) \}$  具有( )  
 A. 自反性和对称性;    B. 反自反性和对称性;    C. 反对称性和传递性;    D. 反自反性和传递性。
- 设  $A = \{a, b, c\}$ ,  $A$  上二元关系  $R = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle c, c \rangle \}$ , 则  $R$  的传递闭包  $t(R)$  是( )  
 A.  $R \cup I_A$       B.  $R$       C.  $R \cup \{ \langle b, b \rangle \}$       D.  $R \cap I_A$
- 设  $X = \{a, b, c\}$ ,  $I_X$  是  $X$  上恒等关系, 要使  $I_X \cup \{ \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle a, c \rangle \} \cup R$  为  $X$  上的等价关系,  $R$  应取( )  
 A.  $\{ \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle \}$       B.  $\{ \langle b, a \rangle, \langle c, a \rangle \}$   
 C.  $\{ \langle b, a \rangle, \langle c, b \rangle \}$       D.  $\{ \langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle \}$
- 设  $R_1, R_2$  为非空集合  $A$  上的二元关系, 则下列结论不成立的是( )  
 A.  $st(R_1) = ts(R_1)$ ;      B.  $s(R_1 \cap R_2) = s(R_1) \cap s(R_2)$ ;  
 C.  $t(R_1 \cap R_2) = t(R_1) \cap t(R_2)$ ;      D.  $rt(R_1) = tr(R_1)$ 。

9. 关于  $X = \{1,2,3\}$  到  $Y = \{a,b,c\}$  的函数  $f = \{<1,b>, <2,a>, <3,b>\}$ , 下列结论错误的是 ( )

- A.  $f(\{1,3\}) = \{b\}$ ;      B.  $f(\{1\}) = b$ ;      C.  $f^{-1}(\{b\}) = \{1,3\}$ ;      D.  $f(2) = a$ 。

10. 设  $N$  和  $R$  分别为自然数和实数集合, 则下列集合中与其他集合的基数不同的集合是 ( )

- A.  $\rho(N)$ ;      B.  $N^N$ ;      C.  $N \times N$ ;      D.  $R$ 。

## 二、判断题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分	
----	--

- 命题联结词集合  $\{\neg, \wedge, \vee\}$  是最小的全功能联结词集。( )
- 对任意集合  $A, B, C$ , 若  $A \in B$  及  $B \in C$ , 则也可以有  $A \in C$ 。( )
- 设  $R$  是集合  $A$  上的二元关系,  $R$  有传递性的充要条件是  $R^2 \subseteq R$ 。( )
- 如果合成函数  $fg$  是双射的, 则函数  $f$  必是单射的而  $g$  是满射的。( )
- 有理数集合的基数是最小的无限集基数。( )

## 三、填空题 (每小空 2 分, 共 20 分)

得分	
----	--

1. 设  $E(x)$ :  $x$  是偶数,  $P(x)$ :  $x$  是质数,  $I(x)$ :  $x$  是整数,  $N(x)$ :  $x$  是负数, 则在全总个体域下

“两个偶数之和是偶数”符号化为: \_\_\_\_\_;

“如果一个整数平方的是奇数, 则它是奇数”符号化\_\_\_\_\_。

2. 设  $A = \{a,b\}$ ,  $B = \{a,b,c\}$ , 则  $\rho(A) =$  \_\_\_\_\_;  $|\rho(B) - \rho(A)| =$  \_\_\_\_\_。

3. 设  $I$  为整数集合, 则集合  $A = \{0,1,2,3,4\}$  上的二元关系  $R = \{<x,y> | \exists k(k \in I \wedge y = x^k)\}$

的关系矩阵为  $M_R =$  \_\_\_\_\_;  $R$  传递闭包的关系矩阵为  $M_{t(R)} =$  \_\_\_\_\_。

4. 设  $U = [0,1]$ ,  $A = (0.2, 0.6]$ ,  $B = [0, 0.5)$ , 则特征函数  $\psi_{A-B}(x) =$  \_\_\_\_\_,

$\psi_{A \oplus B}(x) =$  \_\_\_\_\_。

5. 设  $N$  为自然数集,  $I$  为整数集,  $R$  为实数集, 则  $|N \times I|$  \_\_\_\_\_  $|R - N|$ ,  $|\rho(I)|$  \_\_\_\_\_  $|N^N|$  (填=, >, <)。

## 四、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

得分	
----	--

1. 设集合  $A = \{2,4,6,\dots,20\}$ , 定义  $A$  上的偏序关系  $D$  为整除关系,

(1) 给出偏序集合  $\langle A, D \rangle$  的哈斯图;

(2) 求出  $B = \{4,6,12\}$  的最大元、最小元、极大元和极小元, 并填入下表;

(3) 求出  $C = \{8,10,20\}$  的上界、下界、最小上界和最大下界, 并填入下表。

集合	最大元	最小元	极大元	极小元
$B = \{4,6,12\}$				
集合	上界	下界	最小上界	最大下界
$C = \{8,10,20\}$				

2. 先化简含 P、Q、R 三个命题变元的命题公式  $G: ((P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)) \rightarrow P$ ，然后求 G 的主析取范式和主合取范式。

### 五、证明题（每小题 10 分，共 30 分）

得 分	
-----	--

1. 用推理规则证明：

$$\exists x P(x) \rightarrow \forall x (P(x) \vee Q(x) \rightarrow R(x)), \exists x P(x), \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x \exists y (R(x) \wedge R(y)).$$

$$(P \vee \neg Q \rightarrow R) \vee (\neg P \vee Q \rightarrow \neg R)$$

2. 设  $F$  是非空集合  $A$  上的所有划分组成的集合簇, 试证关系细分是  $F$  上的偏序。

3. 设  $R$  为实数集合,  $N$  为自然数集合, 证明:  $|R - N| = |R|$ 。