安徽大学 20<u>23</u>—20<u>24</u> 学年第<u>二</u>学期

《 机器人运动控制 》期末考试试卷（B 卷）

（B 卷参答案与评分标准）

一、

(1) 简述机器人控制的特点；

非线性： 【2 分】

引起机器人非线性的因素很多，机构构型、传动机构、驱动元件等都会引起系统的非线性。

多变量： 【2 分】

机器人系统是一个时变系统，动力学参数随着关节运动位置的变化而变化。

强耦合： 【2 分】

各关节具有耦合作用，表现为某一个关节的运动，会对其他关节产生动力效应，使得每个关节都要承受其他关节运动所产生的扰动。

(2) 自由度的概念是什么，刚体具有几个自由度；

自由度：物体能够对坐标系进行独立运动的数目称为自由度(DOF, degree of freedom)。【2 分】

刚体具有 6 个自由度： 【2 分】

三个旋转自由度 R1, R2, R3

三个平移自由度 T1, T2, T3

(3) 机器人控制方法有哪些；

位置控制

力控制

力位混合控制

滑模控制

模糊控制

人工神经网络控制

遗传算法

自适应控制

PID 控制 【4 分】

(4) 列举柔顺控制的策略，并简要说明原理。

阻抗控制：根据末端力的偏差决定各关节该输出怎样的运动。 【2 分】

导纳控制：根据末端的位移偏差决定各关节该如何发力。 【2 分】

力/位混合控制：分别用不同的控制策略对位置和力直接进行控制。 【2 分】

二、坐标系$\{B\}$的初始位姿与参考坐标系$\{A\}$相同，坐标系$\{B\}$相对于$\{A\}$的z_A轴旋转45°，再沿$\{A\}$的x_A轴移动 15，沿$\{A\}$的y_A轴移动 10。（10 分）

（1）求位置矢量 ${}^{A}P_{B}$和旋转矩阵${}^{A}_{B}R$；

（2）假设P点在坐标系$\{B\}$的描述为 ${}^{B}P = [5\ \ 9\ \ 0]^{T}$，求其在坐标系$\{A\}$的描述。

解：（1）位置矢量和旋转矩阵求解如下：

$$
{}_B^AR = R（z，45^\circ）= \begin{bmatrix} cos45^\circ & -sin45^\circ & 0 \\ sin45^\circ & cos45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.707 & -0.707 & 0 \\ 0.707 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}；
$$
【3 分】

$$
{}^AP_B = [15\ \ 10\ \ 0]'
$$

【2 分】

（2）

$$
{}^AP = {}_B^AR\ {}^BP + {}^AP_B
$$
公式【2 分】

$$
= \begin{bmatrix} 0.707 & -0.707 & 0 \\ 0.707 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix} + [15\ \ 10\ \ 0]'
$$

代入【2 分】

$$
= [12.172\ \ 19.898\ \ 0]'
$$

即 P 点在{A}坐标系的坐标为$[11.83\ \ 16.294\ \ 0]^T$ 【1 分】

三、

（1）

T=Trans（0,2,0）Rot（z，90）Rot（x，90）

$$
= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$
【3 分】

物体的 6 个顶点在基坐标系中的位置：

$$
\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}
$$

【2 分 结果 1 分】

（2）旋转矩阵是正交矩阵，即$R^TR = I$ ； 旋转变换的逆（反变换）等于其转置，即$R^T = R^{-1}$ ；旋转矩阵的行列式为 1。 【2 分】

$$
{}_B^AR = [\ {}^A\mathrm{x}_B\ \ {}^A\mathrm{y}_B\ \ {}^A\mathrm{z}_B\ ] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}；
$$

旋转矩阵中的 9 个元素只有 3 个独立变量 【答出 3 个独立变量即 2 分】

从基坐标系变换到联体坐标系，右乘；在基坐标系中进行变换，左乘。 【1 分】

四、已知坐标系{A}和对基坐标系的微分平移与微分旋转分别为：

$$A=\begin{bmatrix}0&0&1&10\\1&0&0&5\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{cases}d=1\vec{i}+0\vec{j}+0.5\vec{k}\\ \delta=0\vec{i}+0.1\vec{j}+0\vec{k}\end{cases}$$

求微分变换 dA 以及对坐标系{A}的等价微分平移和微分旋转。

$$\Delta=\begin{bmatrix}0&0&0.1&1\\0&0&0&0\\-0.1&0&0&0.5\\0&0&0&0\end{bmatrix},dA=\Delta A=\begin{bmatrix}0&0&0.1&1\\0&0&0&0\\-0.1&0&0&0.5\\0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&1&10\\1&0&0&5\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0.1&0&1\\0&0&0&0\\0&0&-0.1&-0.5\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

（5 分）

$$\delta\times p=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0&0.1&0\\10&5&0\end{vmatrix}=0\vec{i}+0\vec{j}-1\vec{k},\quad \delta\times p+d=1\vec{i}+0\vec{j}-0.5\vec{k}$$

（5 分）

$$\begin{cases}{}^{T}d_x=n\cdot(\delta\times p+d)\\{}^{T}d_y=o\cdot(\delta\times p+d),\\{}^{T}d_z=a\cdot(\delta\times p+d)\end{cases}\quad\begin{cases}{}^{T}\delta_x=\delta\cdot n\\{}^{T}\delta_y=\delta\cdot o\\{}^{T}\delta_z=\delta\cdot a\end{cases}$$

（5 分）

$${}^{A}d=0\vec{i}-0.5\vec{j}+1\vec{k},\quad {}^{A}\delta=0.1\vec{i}+0\vec{j}+0\vec{k}$$

（5 分）

五、（1）简述 D-H 参数法的四个参数的含义；

（2）简述正、逆运动学的区别，为什么逆运动学问题一般求解复杂？

（3）写出原点建立在关节轴线J_{i+1}上的连杆变化矩阵，并计算。

（20 分）

解：（1）

杆件本身的参数	杆件长度	a_i	杆件两个关节轴的公垂线距离(x 轴方向)
	杆件扭转角	α_i	杆件两个轴的夹角（x 轴的扭转角）
杆件之间的参数	杆件之间的距离	d_i	相连两杆件公垂线距离（z 方向平移距离）
	杆件之间的夹角	θ_i	相连两杆件公垂线的夹角（z 轴旋转角）

【4 分】

（2）正向运动学：关节空间　末端笛卡儿空间，单射　【2 分】

逆向运动学：末端笛卡儿空间　关节空间，复射　【2 分】

机器人运动学逆问题,求解关节变量时存在多解性，需要剔除多余解求解关节变量时的可解性　【2 分】

（3）$T_i=\mathrm{Rot}(z,\theta_i)\mathrm{Trans}(0,0,d_i)\mathrm{Trans}(a_i,0,0)\mathrm{Rot}(x,\alpha_i)$　【4 分】

$$=\begin{bmatrix}\cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0\\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & d_i\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & a_i\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0\\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

【4 分】

$$=\begin{bmatrix}\cos\theta_i & -\sin\theta_i cos\alpha_i & \sin\theta_i\sin\alpha_i & a_i cos\,\theta_i\\ \sin\theta_i & \cos\theta_i cos\alpha_i & -\cos\theta_i\sin\alpha_i & a_i\sin\theta_i\\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$ 【2 分】

六、

（1）速度雅可比，反映了关节空间微小运动 d$\boldsymbol{\theta}$与手部作业空间微小位移 d$\boldsymbol{X}$ 的关系。

$$\mathrm{J}=\begin{bmatrix}-\mathrm{l_1s\theta_1}-\mathrm{l_2s\theta_{12}} & -\mathrm{l_2s\theta_{12}}\\ \mathrm{l_1c\theta_1}+\mathrm{l_2c\theta_{12}} & \mathrm{l_2c\theta_{12}}\end{bmatrix}$$ 【5 分】

（2） $$J^{-1}=\frac{1}{l_1l_2s\theta_2}\begin{bmatrix}\mathrm{l_2c\theta_{12}} & -\mathrm{l_2s\theta_{12}}\\ -\mathrm{l_1c\theta_1}-\mathrm{l_2c\theta_{12}} & -\mathrm{l_1s\theta_1}-\mathrm{l_2s\theta_{12}}\end{bmatrix}$$

奇异位形：由于雅可比矩阵 J(q)是关节变量 q 的函数，总会存在一些位形,在这些位形处,|J(q)|=0,即 J(q)为奇异矩阵,这些位形就叫奇异位形。 【5 分】

（3）力雅可比即为雅可比矩阵的转置，J^T可以把操作空间的广义力矢量映射到关节空间的关节力矢量。

$$J^T=\begin{bmatrix}-\mathrm{l_1s\theta_1}-\mathrm{l_2s\theta_{12}} & \mathrm{l_1c\theta_1}+\mathrm{l_2c\theta_{12}}\\ -\mathrm{l_2s\theta_{12}} & \mathrm{l_2c\theta_{12}}\end{bmatrix}$$ 【5 分】

（4）有牛顿-欧拉法、拉格朗日法、高斯法、凯恩法等。

$$K_1=\frac{1}{2}m_1\left(l_1\dot{\theta}_1\right)^2$$

$$U_1=m_1gl_1s_1$$

$$K_2=\frac{1}{2}m_2\left[l_1^2\dot{\theta}_1^2+l_2^2\left(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2\right)^2+2l_1l_2\left(\dot{\theta}_1^2+\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\right)c_2\right]$$

$$U_2=m_2gl_1s_1+m_2gl_2s_{12}$$

$$\mathrm{L}=\mathrm{K_1}+\mathrm{K_2}-\mathrm{U_1}-\mathrm{U_2}=K_1$$
$$=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\left(l_1\dot{\theta}_1\right)^2+\frac{1}{2}m_2l_2^2\left(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2\right)^2+m_2l_1l_2\left(\dot{\theta}_1^2+\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\right)c_2$$
$$-(m_1+m_2)gl_1s_1-m_2gl_2s_{12}$$

$$\tau_1=\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_1}-\frac{\partial L}{\partial\theta_1}$$
$$=\left[(m_1+m_2)l_1^2+m_2l_2^2+2m_2l_1l_2c_2\right]\ddot{\theta}_1+\left(m_2l_2^2+m_2l_1l_2c_2\right)\ddot{\theta}_2$$
$$-m_2l_1l_2\left(\dot{\theta}_2^2+2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\right)s_2+(m_1+m_2)gl_1c_1+m_2gl_2c_{12}$$

$$\tau_2=\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_2}-\frac{\partial L}{\partial\theta_2}=\left(m_2l_2^2+m_2l_1l_2c_2\right)\ddot{\theta}_1+m_2l_2^2\ddot{\theta}_2+m_2l_1l_2\dot{\theta}_1^2s_2+m_2gl_2c_{12}$$

【5 分，写出公式即可】