

脉冲传递函数

定义

线性离散系统的脉冲传递函数定义为在**零初始条件下**，系统或环节的输出采样函数Z变换和输入采样函数z变换之比。脉冲传递函数只决定于系统本身的结构参数，与输入信号无关，即

$$G(z) = \frac{Y(z)}{R(z)}$$

实际上，这个定义与性质于连续系统中 $G(s)$ 的定义类似，那么我的输出信号就类比与 $G(s)$ 中的输出，可通过这种方法求出：

$$Y(z) = G(z)R(z)$$

广义对象脉冲传递函数

实际上，在计算机控制系统中，并不存在理想中完美的采样开关进行采样，都是利用零阶保持器进行采样的，那么此时得到的脉冲传递函数称为广义对象脉冲传递函数。而在通过这种方法采样的传递函数，相比于理想情况下，只需要在被控对象前乘上零阶保持器的传递函数，即：



$$G(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} G_p(s)$$

然后对上述 $G(s)$ 进行z变换，即可求出广义对象脉冲传递函数：

$$G(z) = \frac{z - 1}{z} Z\left[\frac{G_p(s)}{s}\right]$$

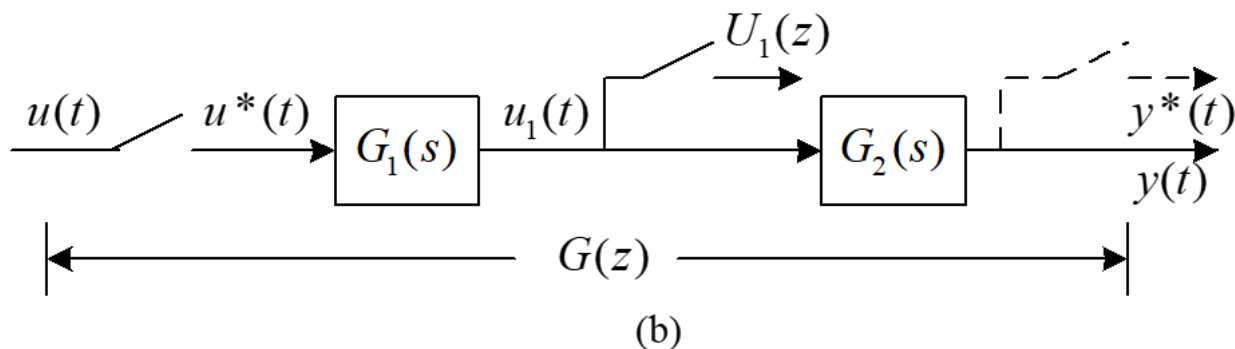
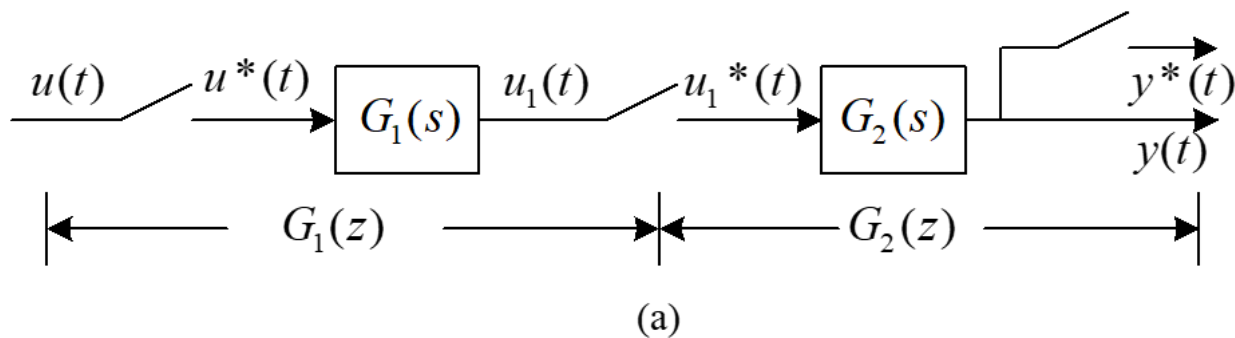
给定 $G(s)$ 求脉冲传递函数

在计算机控制系统中，信号都是连续的信号，通过采样后变成离散信号在通过计算机进行控制.所以，一般我们都是已知 $G(s)$

1. 对 $G(s)$ 做拉式反变换求出 $g(t)$
2. $g(t)$ 采样求出 $g^*(KT)$ ，这一步一般都是把T换为KT即可
3. 对 $g^*(KT)$ 做z变换

给定框图求脉冲传递函数

开环脉冲传递函数



在图(a)中，两个串联环节之间存在采样开关，得到的脉冲传递函数为：

$$G(z) = G_1(z)G_2(z)$$

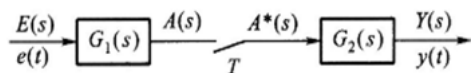
在图(b)中，两个串联环节之间不存在采样开关，得到的脉冲传递函数为：

$$G(z) = G_1G_2(z)$$

值得注意的是， $G_1(z)G_2(z)$ 是 $G_1(s)$ 与 $G_2(s)$ 分别做z变换然后相乘的结果，而 $G_1G_2(z)$ 是 $G_1(s)$ 与 $G_2(s)$ 先相乘，得到的乘积再做z变换，而在通常情况下 $G_1(z)G_2(z) \neq G_1G_2(z)$

针对并联环节而言，只需要将并联的两个环节相加减即可

实际上并不是所有的环节都能求出 $G(z)$ 的，若是出现在信号输入处没有采样环节，那么就求不出 $G(z)$ ，最后是用 $Y(z)$ 来表示，同样的，也要遵循基本运算规则



例如上图可表示为，注意中间有采样环节：

$$Y(z) = G_1E(s)G_2(s)$$

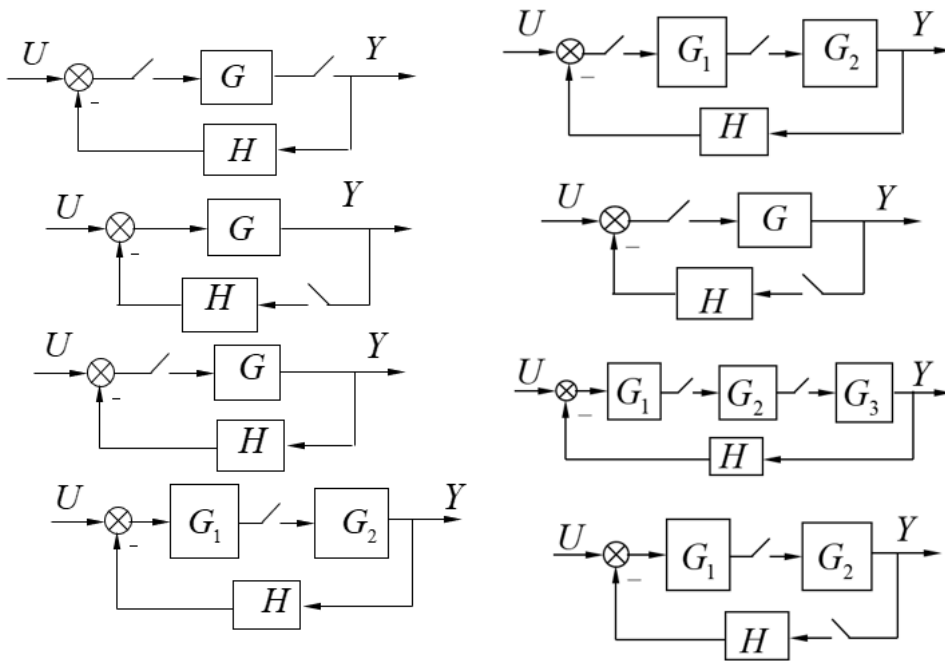
简单来说，输入信号有采样，就写 $G(z)$ ；输入信号没有采样，就写 $Y(z)$

闭环脉冲传递函数

闭环脉冲传递函数实际上是在开环基础上求出的，即：

$$\text{闭环传递函数} = \frac{\text{前向通道所有独立环节的Z变换乘积}}{1 + \text{闭环回路中所有独立环节的Z变换乘积}}$$

所谓独立环节，指的是两个相邻采样开关之间的环节。特别注意，若是闭环系统的输入信号未被采样，则整个系统的闭环脉冲传递函数写不出来，我们按照上述公式求出的是 $Y(z)$ 而非 $\Phi(z)$



值得注意的是，由于分母中要求闭环回路中所有独立环节的Z变换乘积，要注意 H 与 G_1 之间其实是连着的
 这里有个结论，如果 H 的两侧都有采样开关，那么 H 是一个单独环节，要**单独乘**(如左上角)；若 H 两侧不全有采样开关，那么 H 就不是一个单独环节，要**乘到一起**(如左下角)，这个结论本质上仍然是判断是不是独立环节
 上图左上角系统传递函数为：

$$\Phi(z) = \frac{G_1(z)}{1 + G_1 H(z)}$$

上图左下角系统传递函数为(注意输入信号无采样)：

$$Y(z) = \frac{G_1 U(z) G_2(z)}{1 + G_1 G_2 H(z)}$$

正常题目中，一般给的是形如 $G_1(s)$ 的 s 变换，所以一定要注意 $G_1(z)G_2(z)$ 与 $G_1 G_2(z)$ 的区别