

脉冲传递函数

采样是物理过程，是连续系统转化为离散系统的过程
离散系统是用差分方程描述的，在数学上可以利用Z变换进行求解等操作
也就是说，实际上给你 $G(s)$ 你需要先变为 $g(t)$ ，然后进行**采样**得到 $g^*(t)$ ，最后进行z变换得到 $G(z)$
只不过s变换与z变换直接存在一定联系，我知道采样频率后我可以利用这个联系直接从s变到z，而不用先s域变时域，采样得到离散时域然后再变z域

定义

线性离散系统的脉冲传递函数定义为在**零初始条件下**，系统或环节的输出采样函数Z变换和输入采样函数z变换之比。脉冲传递函数只决定于系统本身的结构参数，与输入信号无关，即

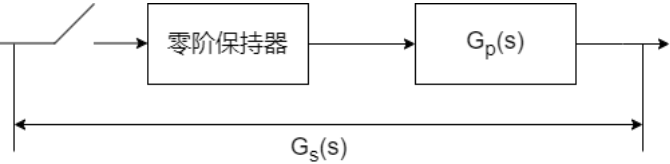
$$G(z) = \frac{Y(z)}{R(z)}$$

实际上，这个定义与性质于连续系统中 $G(s)$ 的定义类似，那么我的输出信号就类比与 $G(s)$ 中的输出，可通过这种方法求出:

$$Y(z) = G(z)R(z)$$

广义对象脉冲传递函数

所谓广义对象通常是指保持器环节和被控对象环节串联后所构成的连续时间系，我们一般用零阶保持器，我们只需要在被控对象前乘上零阶保持器的传递函数，即:



$$G(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} G_p(s)$$

然后对上述 $G(s)$ 进行z变换，即可求出广义对象脉冲传递函数:

$$G(z) = \frac{z - 1}{z} \mathcal{Z}\left[\frac{G_p(s)}{s}\right]$$

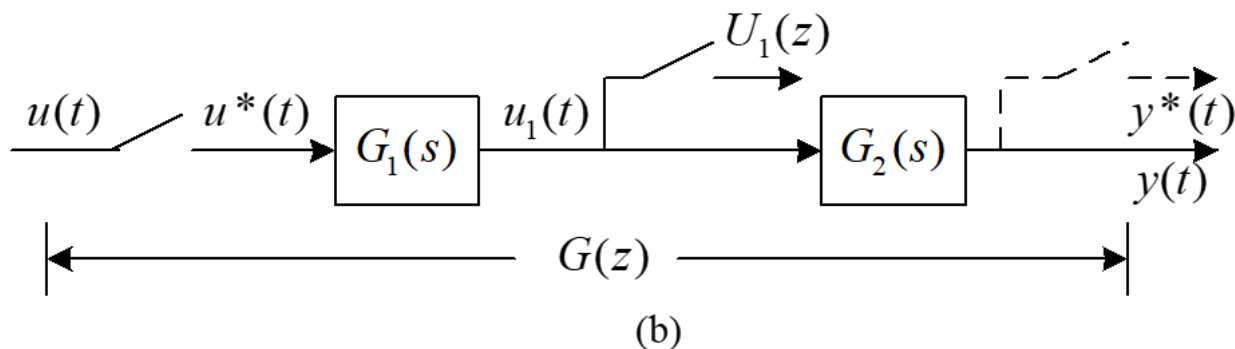
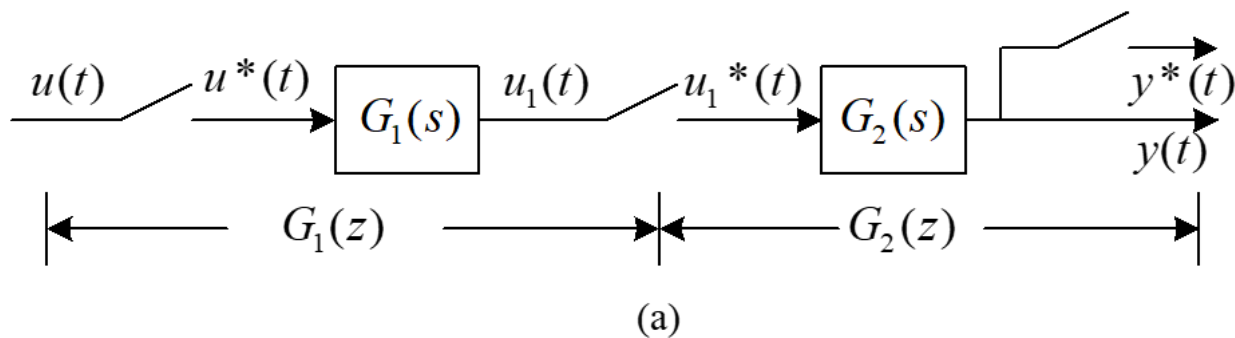
给定 $G(s)$ 求脉冲传递函数

在计算机控制系统中，信号都是连续的信号，通过采样后变成离散信号在通过计算机进行控制.所以，一般我们都是已知 $G(s)$

1. 对 $G(s)$ 做拉式反变换求出 $g(t)$
2. $g(t)$ 采样求出 $g^*(KT)$ ，这一步一般都是把T换为KT即可
3. 对 $g^*(KT)$ 做z变换

给定框图求脉冲传递函数

开环脉冲传递函数



在图(a)中，两个串联环节之间存在采样开关，得到的脉冲传递函数为：

$$G(z) = G_1(z)G_2(z)$$

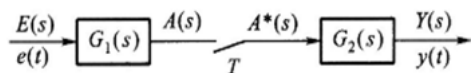
在图(b)中，两个串联环节之间不存在采样开关，得到的脉冲传递函数为：

$$G(z) = G_1G_2(z)$$

值得注意的是， $G_1(z)G_2(z)$ 是 $G_1(s)$ 与 $G_2(s)$ 分别做z变换然后相乘的结果，而 $G_1G_2(z)$ 是 $G_1(s)$ 与 $G_2(s)$ 先相乘，得到的乘积再做z变换，而在通常情况下 $G_1(z)G_2(z) \neq G_1G_2(z)$

针对并联环节而言，只需要将并联的两个环节相加减即可

实际上并不是所有的环节都能求出 $G(z)$ 的，若是出现在信号输入处没有采样环节，那么就求不出 $G(z)$ ，最后是用 $Y(z)$ 来表示，同样的，也要遵循基本运算规则



例如上图可表示为，注意中间有采样环节：

$$Y(z) = G_1E(s)G_2(s)$$

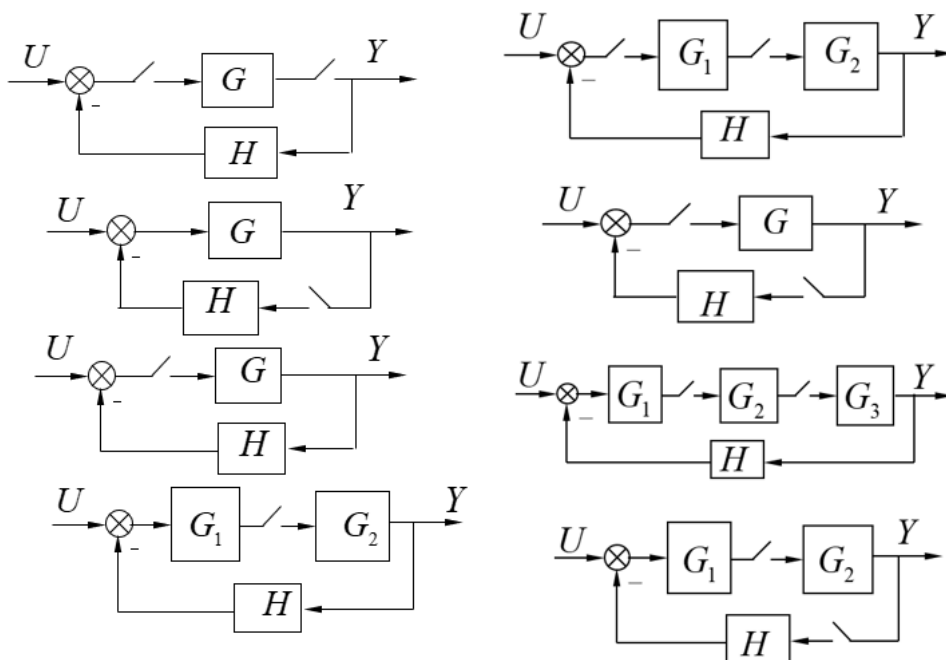
简单来说，输入信号有采样，就写 $G(z)$ ；输入信号没有采样，就写 $Y(z)$

闭环脉冲传递函数

闭环脉冲传递函数实际上是在开环基础上求出的，即：

$$\text{闭环传递函数} = \frac{\text{前向通道所有独立环节的Z变换乘积}}{1 + \text{闭环回路中所有独立环节的Z变换乘积}}$$

所谓独立环节，指的是两个相邻采样开关之间的环节。特别注意，若是闭环系统的输入信号未被采样，则整个系统的闭环脉冲传递函数写不出来，我们按照上述公式求出的是 $Y(z)$ 而非 $\Phi(z)$



值得注意的是，由于分母中要求闭环回路中所有独立环节的Z变换乘积，要注意 H 与 G_1 之间其实是连着的

这里有个结论，如果 H 的两侧都有采样开关，那么 H 是一个单独环节，要**单独乘**(如左上角)；若 H 两侧不全有采样开关，那么 H 就不是一个单独环节，要**乘到一起**(如左下角)，这个结论本质上仍然是判断是不是独立环节

上图左上角系统传递函数为：

$$\Phi(z) = \frac{G_1(z)}{1 + G_1 H(z)}$$

上图左下角系统传递函数为(注意输入信号无采样)：

$$Y(z) = \frac{G_1 U(z) G_2(z)}{1 + G_1 G_2 H(z)}$$

正常题目中，一般给的是形如 $G_1(s)$ 的 s 变换，所以一定要注意 $G_1(z)G_2(z)$ 与 $G_1 G_2(z)$ 的区别