

Data Structure

Xia Tian

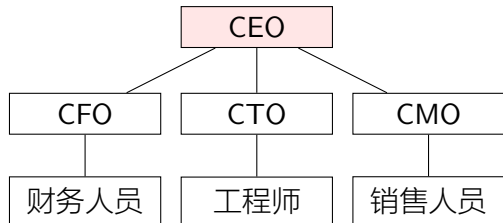
Email: [xiat\(at\)ruc.edu.cn](mailto:xiat(at)ruc.edu.cn)

Renmin University of China

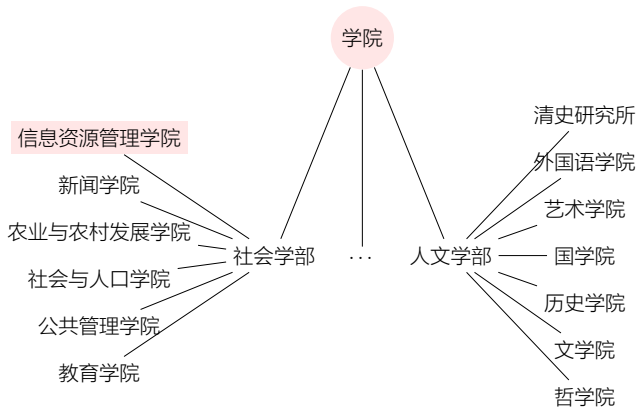


树型结构是结点之间有分支, 并且具有层次关系的结构, 类似于自然界中的树。树有很多应用, 比如 Unix 等操作系统中的目录结构。

例子



Simple Company Hierarchy



人民大学学院设置

内容



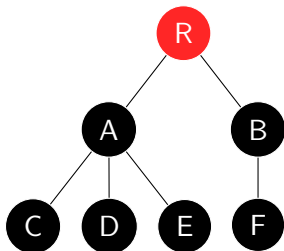
- 树的基本术语
- 二叉树
- 遍历二叉树与线索二叉树
- 树和森林
- 哈夫曼树

树 (TREE)

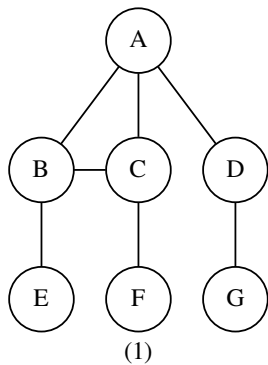


树 (Tree) 是 $n(n \geq 0)$ 个结点的有限集 T 。 T 为空时称为空树。当 $n > 0$ 时, 树有且仅有一个特定的称为根 (Root) 的结点, 其余结点可分为 $m(m \geq 0)$ 个互不相交的子集 T_1, T_2, \dots, T_m , 其中每个子集又是一棵树, 称为子树 (Subtree)。

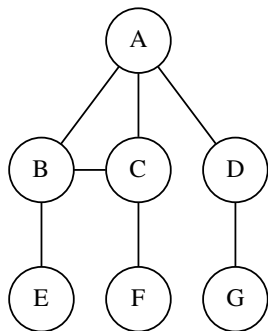
1. 各子树是互不相交的集合。
2. 除根结点, 其它结点有唯一前驱。
3. 一个结点可以有零个或多个后继。



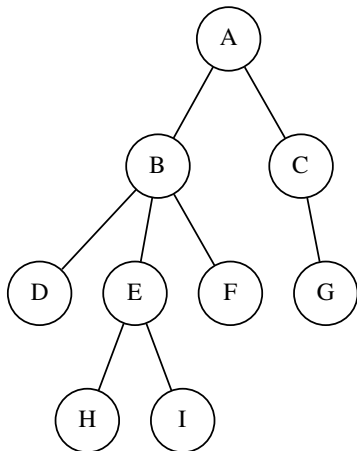
判断哪些是树结构



判断哪些是树结构

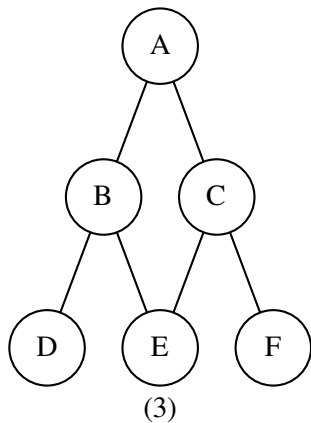


(1)

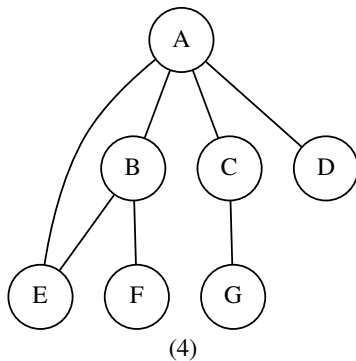
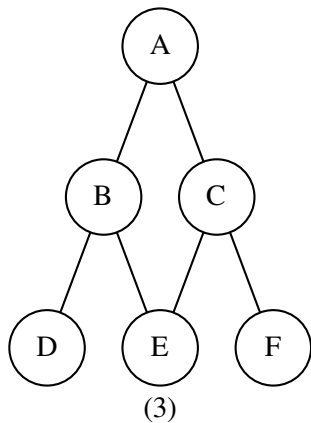


(2)

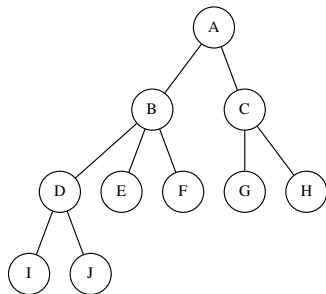
判断哪些是树结构



判断哪些是树结构

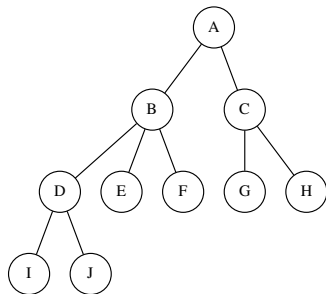


树的表示形式

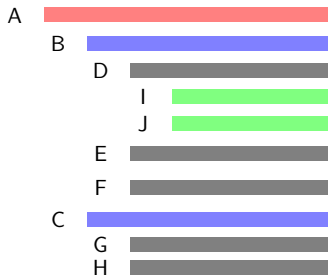


树形表示

树的表示形式



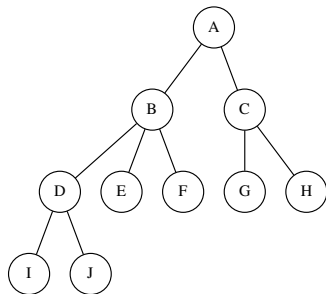
树形表示



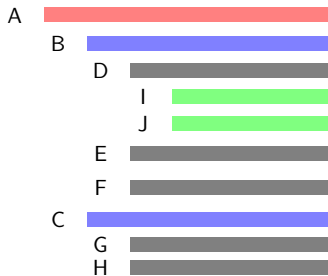
凹入表表示法



树的表示形式



树形表示



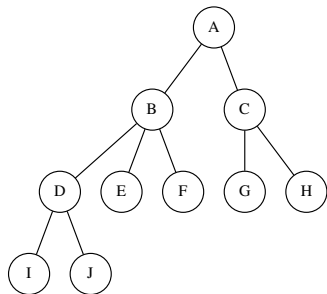
凹入表表示法

$(A(B(D(I,J),E,F),C(G,H)))$

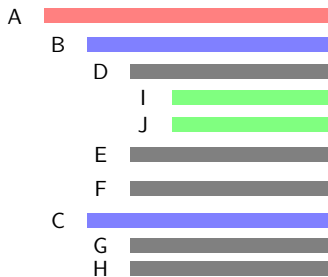
广义表表示



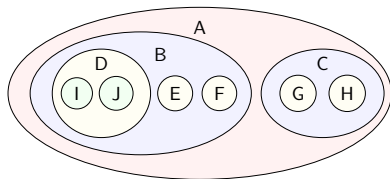
树的表示形式



树形表示



凹入表表示法



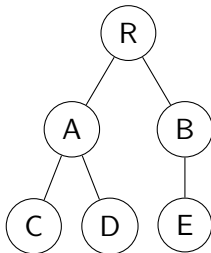
嵌套集合表示

$(A(B(D(I,J),E, F),C(G,H)))$

广义表表示



- 树 (tree)
- 子树 (sub-tree)
- 结点 (node)
- 结点的度 (degree)
- 叶子 (leaf)
- 孩子 (child)
- 父亲 (parents)
- 兄弟 (sibling)
- 祖先
- 子孙
- 树的度 (degree)
- 结点的层次 (level)
- 树的深度 (depth)
- 有序树
- 无序树
- 森林



二叉树 (Binary Tree)



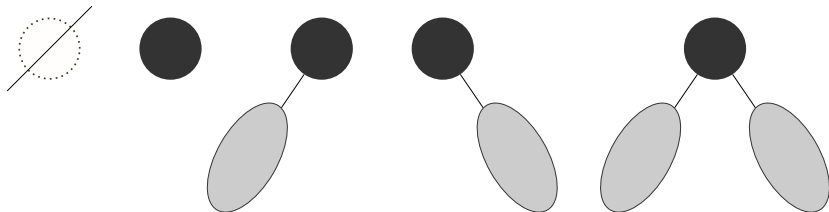
二叉树的一个重要应用是在查找中的应用。当然, 它还有许多与搜索无关的重要应用, 比如在编译器的设计领域。

- 二叉树是一种树型结构, 它的每个结点至多只有两个子树, 分别称为左子树和右子树。二叉树是有序树。
- 二叉树是 $n(n \geq 0)$ 个结点构成的有限集合。二叉树为空, 或是由一个根结点及两棵互不相交的左右子树组成, 并且左右子树都是二叉树。
- 在二叉树中要区分左子树和右子树, 即使只有一棵子树。这是二叉树与树的最主要的差别。

二叉树的五种形态

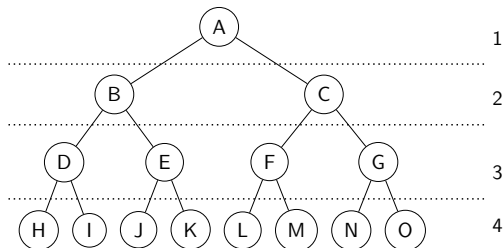


1. 空二叉树;
2. 只有根结点 (左右子树都为空);
3. 只有左子树 (右子树为空);
4. 只有右子树 (左子树为空);
5. 左右子树均不空。





请观察二叉树, 并回答下列问题



1. 二叉树的第 i 层最多有多少个结点?
2. 二叉树深度为 k , 则它最多有多少个结点?
3. 二叉树有 n 个节点, 请问它最小深度是几?
4. 二叉树叶子的数目和度为 2 的节点的数目是否相等? 如果不等, 又是什么关系?

二叉树的性质



- 性质 1: 二叉树的第 i 层至多有 2^{i-1} 个结点。
- 性质 2: 深度为 k 的二叉树至多有 $2^k - 1$ 个结点 ($k \geq 1$)。
- 性质 3: 二叉树中终端结点数为 n_0 , 度为 2 的结点数为 n_2 , 则有 $n_0 = n_2 + 1$ (试证明)

二叉树的性质



二叉树中终端结点数为 n_0 , 度为 2 的结点数为 n_2 , 则有 $n_0 = n_2 + 1$

- 设二叉树中度为 1 的结点数为 n_1 , 二叉树中总结点数为 N , 则有:

$$N = n_0 + n_1 + n_2$$

- 再考虑二叉树中的分支数 (每个节点有唯一一个入的分支, 根节点除外; 再考虑出的分支数量), 则有:

$$N - 1 = n_1 + 2 \times n_2$$

- 整理可得:

$$n_0 = n_2 + 1$$

