Data Structure

Xia Tian
Email: xiat(at)ruc.edu.cn

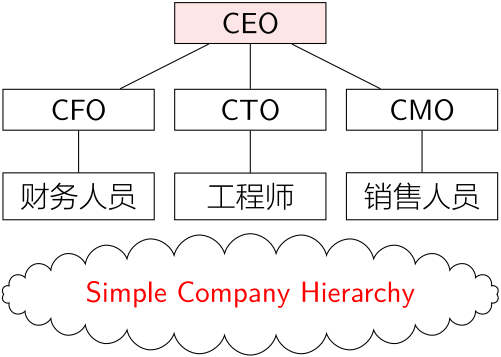
Renmin University of China

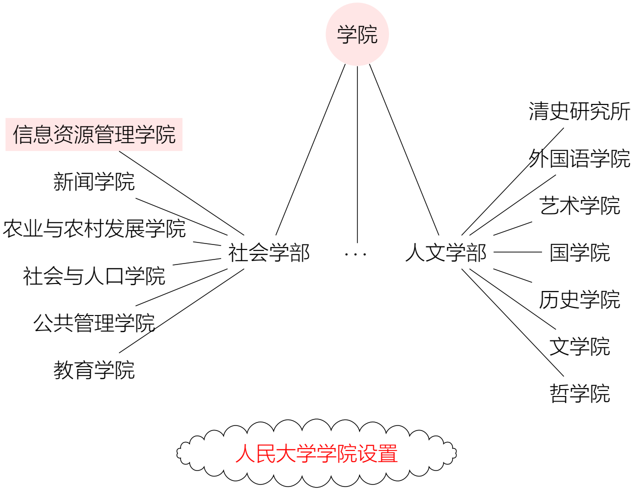
树和二叉树

树型结构是结点之间有分支，并且具有层次关系的结构，类似于自然界中的树。树有很多应用，比如 Unix 等操作系统中的目录结构。

```
➔ github tree course_ds
course_ds
├── clean.py
├── dot
│   ├── tree-judge1.dot
│   ├── tree-judge1.pdf
│   ├── tree-judge2.dot
│   ├── tree-judge2.pdf
│   ├── tree-judge3.dot
│   ├── tree-judge3.pdf
│   ├── tree-judge4.dot
│   ├── tree-judge4.pdf
│   ├── tree-judge.pdf
│   ├── tree-represent1.dot
│   ├── tree-represent1.pdf
│   └── tree-term-demo.dot
├── ds.pdf
├── ds.tex
├── figs
│   └── search-block.tex
├── graph.tex
├── imgs
│   └── merge-sort.jpg
├── introduction.tex
├── LICENSE
├── _minted-ds
├── README.md
├── ruc_logo.png
├── search.tex
```

例子




学院
信息资源管理学院
新闻学院
农业与农村发展学院
社会与人口学院
公共管理学院
教育学院
社会学部
· · ·
人文学部
清史研究所
外国语学院
艺术学院
国学院
历史学院
文学院
哲学院
人民大学学院设置

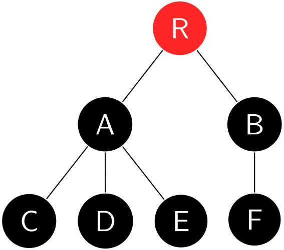
内容

- 树的基本术语
- 二叉树
- 遍历二叉树与线索二叉树
- 树和森林
- 哈夫曼树

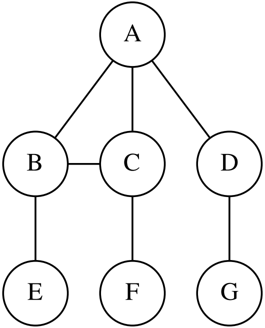
树 (TREE)

树 (Tree) 是 $n(n \geq 0)$ 个结点的有限集 T。T 为空时称为空树。当 $n > 0$ 时, 树有且仅有一个特定的称为根 (Root) 的结点，其余结点可分为 $m(m \geq 0)$ 个互不相交的子集 $T_1, T_2, \cdots, T_m$，其中每个子集又是一棵树, 称为子树 (Subtree)。

1. 各子树是互不相交的集合。
2. 除根结点, 其它结点有唯一前驱。
3. 一个结点可以有零个或多个后继。

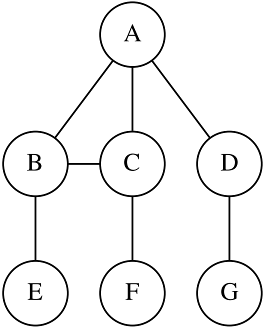


判断哪些是树结构

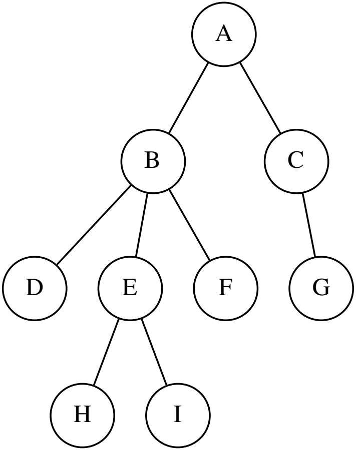


(1)

判断哪些是树结构

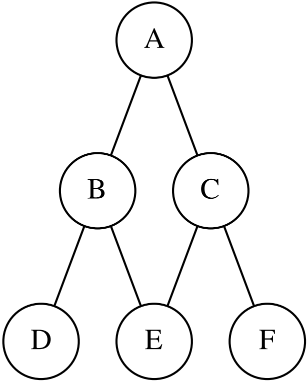


(1)



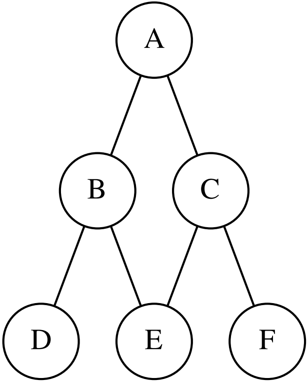
(2)

判断哪些是树结构

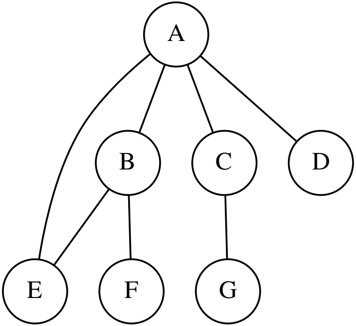


(3)

判断哪些是树结构

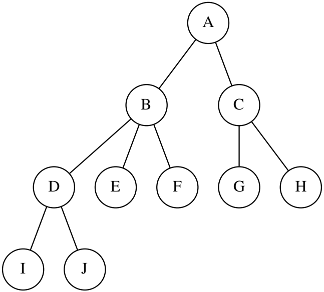


(3)



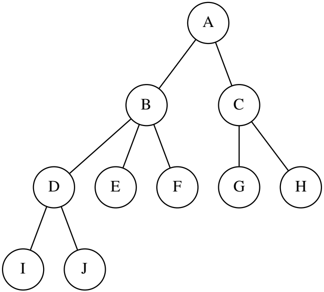
(4)

树的表示形式

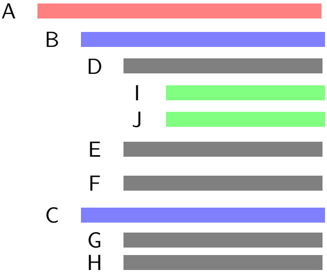


树形表示

树的表示形式

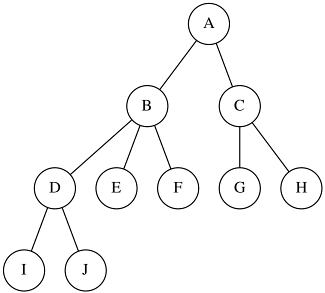


树形表示

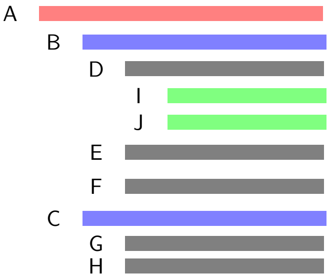


凹入表表示法

树的表示形式



树形表示

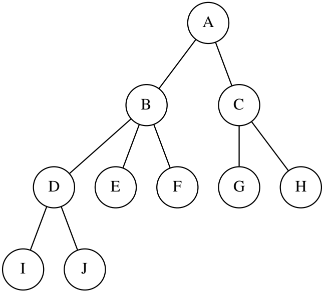


凹入表表示法

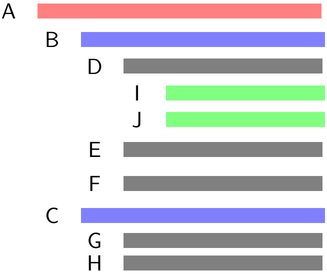
(A(B(D(I,J),E, F),C(G,H)))

广义表表示

树的表示形式



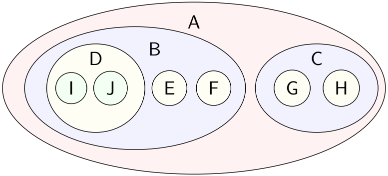
树形表示



凹入表表示法

(A(B(D(I,J),E, F),C(G,H)))

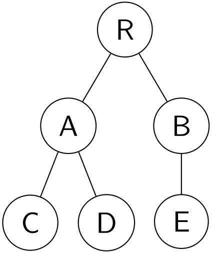
广义表表示



嵌套集合表示

基本术语

- 树 (tree)
- 子树 (sub-tree)
- 结点 (node)
- 结点的度 (degree)
- 叶子 (leaf)
- 孩子 (child)
- 父亲 (parents)
- 兄弟 (sibling)
- 祖先
- 子孙
- 树的度 (degree)
- 结点的层次 (level)
- 树的深度 (depth)
- 有序树
- 无序树
- 森林



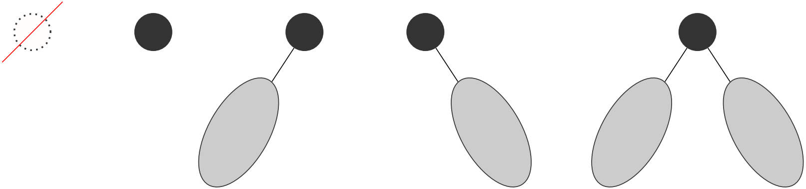
二叉树 (Binary Tree)

- 二叉树是一种树型结构，它的每个结点至多只有两个子树，分别称为左子树和右子树。二叉树是有序树。
- 二叉树是 $n(n \geq 0)$ 个结点构成的有限集合。二叉树或为空，或是由一个根结点及两棵互不相交的左右子树组成，并且左右子树都是二叉树。
- 在二叉树中要区分左子树和右子树，即使只有一棵子树。这是二叉树与树的最主要的差别。

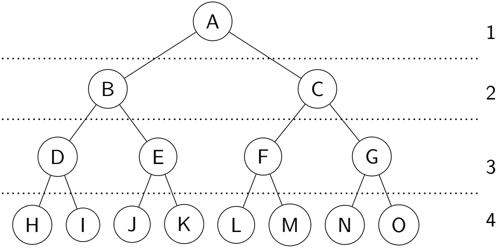
二叉树的一个重要应用是在查找中的应用。当然，它还有许多与搜索无关的重要应用，比如在编译器的设计领域。

二叉树的五种形态

1. 空二叉树;
2. 只有根结点 (左右子树都为空);
3. 只有左子树 (右子树为空);
4. 只有右子树 (左子树为空);
5. 左右子树均不空。



请观察二叉树, 并回答下列问题



1. 二叉树的第 i 层最多有多少个结点?
2. 二叉树深度为 k, 则它最多有多少个结点?
3. 二叉树有 n 个节点, 请问它最小深度是几?
4. 二叉树叶子的数目和度为 2 的节点的数目是否相等? 如果不等, 又是什么关系?

二叉树的性质

- 性质 1: 二叉树的第 i 层至多有 2^{i-1} 个结点。
- 性质 2: 深度为 k 的二叉树至多有 $2^k - 1$ 个结点 $(k \geq 1)$。
- 性质 3: 二叉树中终端结点数为 n_0, 度为 2 的结点数为 n_2, 则有 $n_0 = n_2 + 1$ (试证明)

二叉树的性质

二叉树中终端结点数为 n_0, 度为 2 的结点数为 n_2, 则有 $n_0 = n_2 + 1$

- 设二叉树中度为 1 的结点数为 n_1, 二叉树中总结点数为 N, 则有:

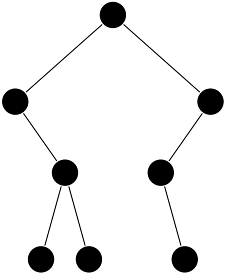
  $N = n_0 + n_1 + n_2$

- 再考虑二叉树中的分支数 (每个节点有唯一一个入的分支, 根节点除外; 再考虑出的分支数量), 则有:

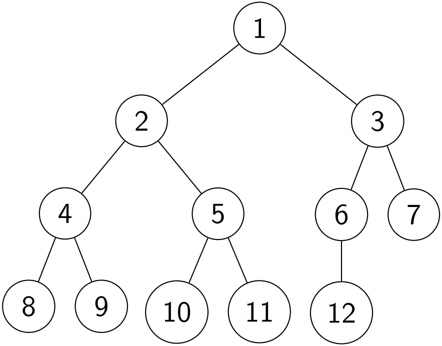
  $N - 1 = n_1 + 2 \times n_2$

- 整理可得:

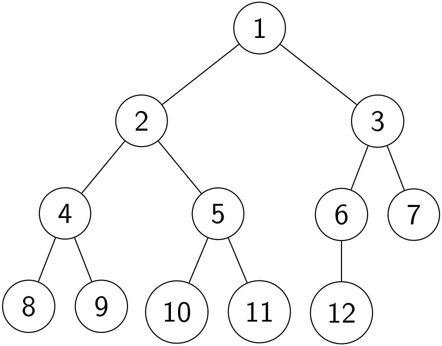
  $n_0 = n_2 + 1$



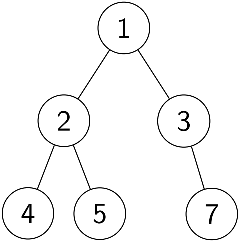
完全二叉树



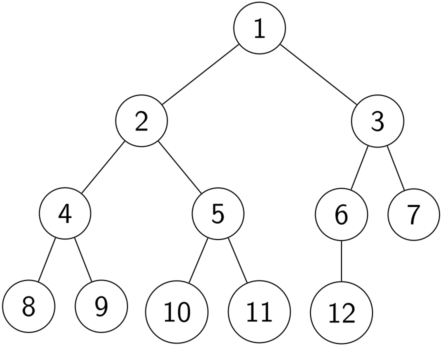
完全二叉树



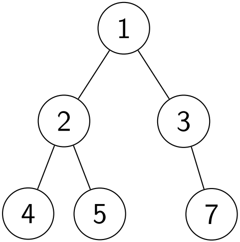
是否完全二叉树?

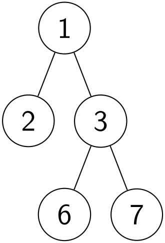


完全二叉树

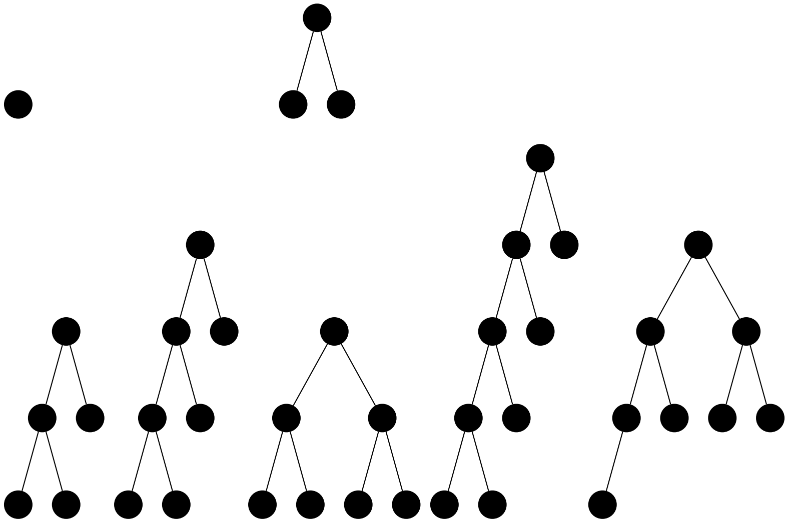


是否完全二叉树?





试找出非完全二叉树



二叉树的性质

1. 性质 4: 具有 n 个结点的完全二叉树的深度为:

对于完全二叉树，设深度为 k, 由 $2^{k-1} - 1 < n \le 2^k - 1$ 可知, $2^k - 1 \le n < 2^k$, 则 k-1 log 2 n <k (2 k-1 -1<n: 比大于深度为 k-1 的满二叉树的数