

Homework 5

请在北太天元（或 MTLAB 或 octave）上完成以下作业：

1. 某班级评选最优秀班干部，目前有六位候选者 A、B、C、D、E、F，最终在此六人中进行记名互相投票，每人手中有一票，且要求不能投自己。已知他们每人投票的概率情况如下：

A: $\frac{1}{6}$ 投 C, $\frac{1}{3}$ 投 D, $\frac{1}{4}$ 投 E, $\frac{1}{4}$ 投 F;

B: $\frac{1}{3}$ 投 A, $\frac{1}{6}$ 投 C, $\frac{1}{3}$ 投 D, $\frac{1}{6}$ 投 F;

C: $\frac{1}{3}$ 投 A, $\frac{1}{6}$ 投 B, $\frac{1}{6}$ 投 D, $\frac{1}{3}$ 投 E;

D: $\frac{1}{6}$ 投 A, $\frac{1}{6}$ 投 B, $\frac{1}{3}$ 投 C, $\frac{1}{6}$ 投 E, $\frac{1}{6}$ 投 F;

E: $\frac{1}{3}$ 投 B, $\frac{1}{3}$ 投 C, $\frac{1}{3}$ 投 F;

F: $\frac{1}{6}$ 投 A, $\frac{1}{6}$ 投 B, $\frac{1}{4}$ 投 C, $\frac{1}{4}$ 投 D, $\frac{1}{6}$ 投 E.

提示：此题应用pagerank算法去解，将票投给谁就相当于有一个网络链接指向谁。

请问最优秀班干部荣誉应该给谁？请给出依据，说明理由。

2. 考虑两种人口增长模型：

马尔萨斯模型： $x_{n+1} = x_n + rx_n$,

逻辑斯蒂克模型： $y_{n+1} = y_n + r(1 - \frac{y_n}{K})y_n$,

其中 r 为增长率, K 为承载能力. 已知 $x_1 = y_1 = 0.1$, $r = 0.03$, $K = 100$, 请画出在两种模型下人口演化图 ($n = 1 : N$, $N = 500$), 你有什么发现?

3. 考虑如下捕食者-被捕食者模型,

$$p_{t+1} = (1 + r)p_t - fq_t p_t,$$

$$q_{t+1} = (1 + w)q_t + gq_t p_t,$$

其中 p_t 表示被捕食者 (如兔子) 数量, q_t 表示捕食者 (如狼) 数量, r 和 w 表示兔子和狼的自然增长率, f 和 g 反映两者相逢时对各自数量的影响. 记 $x_t = [p_t; q_t]$, 且已知前三组数据如下:

$$x_0 = [2000; 3], \quad x_1 = [2019.4; 3.186], \quad x_2 = [2038.95061916; 3.385386252].$$

请先根据给出的数据求出模型中的四个参数, 然后给出兔子和狼从 $t = 0$ 到 $t = T$ 的数量演化图 (取 $T = 50, 100, 200$), 你有什么发现?