

数值方法 Homework 1

Problem 1

线性映射为 $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $T(x, y) = (x + y, x - y)^\top$.

(1) 定义域和陪域都是 \mathbb{R}^2 .

(2) 定义域的一组基为 $\langle e_1, e_2 \rangle = \langle (1, 0)^\top, (0, 1)^\top \rangle$.

陪域的两组基分别为 $\langle v_1, v_2 \rangle = \langle (1, 0)^\top, (0, 1)^\top \rangle$ 和 $\langle w_1, w_2 \rangle = \langle (0, 1)^\top, (1, 0)^\top \rangle$

(3) 对第一组基: $Te_1 = [v_1 \ v_2] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $Te_2 = [v_1 \ v_2] \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, 对应的矩阵为 $M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

对第二组基: $Te_1 = [w_1 \ w_2] \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $Te_2 = [w_1 \ w_2] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, 对应的矩阵为 $M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

(4) 选取向量为 $v = (3, 5)^\top$. 直接计算线性映射 $Tv = (3 + 5, 3 - 5)^\top = (8, -2)^\top$.

在第一组基下的坐标: $x_1 = v^\top M_1 = (8, -2)$

在第二组基下的坐标: $x_2 = v^\top M_2 = (-2, 8)$

代码如下:

```
v = [3 5];           % 选取的向量

M1 = [1 1; 1 -1]; % 第一组基下的
M2 = [1 1; -1 1];

result1 = v * M1; % 在第一组基下的坐标
result2 = v * M2 ; % 在第二组基下的坐标

disp(result1); % [8 -2]
disp(result2); % [-2 8]
```