

23_2_11周报

近期包括未来工作分为如下几个内容：

1. [进行中]针对已有的工作，通过结果分析它们潜在的问题，并明确SBD可优化的方向；
2. 针对如下两个意见修改模型，并分析训练结果：
 1. [已完成]修改生成目标 y 的随机顺序；
 2. [训练中]将当前步的点云潜在特征与初始步的潜在特征一同作为Score-based模型的特征输入；
 3. [已完成验证代码]通过指标分析训练结果；
 4. [进行中]通过分析输入噪声点云，分析离群点可能由哪类点产生；
 5. [大致完成] [2_5新增]分析迁移方程与噪声逆问题之间的关系，并进行测试；

本周工作：

- 分析迁移方程与噪声逆问题之间的关系，并完成验证，并与未修改的模型进行了对比实验；
- 将当前步的点云潜在特征与初始步的潜在特征一同作为Score-based模型的特征输入，用于对比实验的模型正在训练；

1. 修正迁移方程

1.1. 方法阐述

1.1.1. 问题阐述

对于diffusion的扩散和采样，使用的迁移方程为：

$$x^{(t)} = \sqrt{\alpha_t}x^{(t-1)} + \sqrt{1 - \alpha_t}z$$

虽然这也是一种线性关系，但与传统的噪声逆问题描述的 $y = Hx + z$ 有一定区别。

这个线性关系的表现在我现在参考的点云Diffusion模型中，如下图所示：



点云降噪的目标噪声点云的噪声程度很小（我训练中采样的参数Beta的值非常小，也是基于这个理由）强行解释可以说由于噪声较小，这个线性关系可以近似等价为Score-Based那篇描述的线性关系。

由于是强行解释，这意味着这是个潜在风险。因此我本周对这个问题提供了一个基于简单线性变换的解决方案（实验中描述为fix方法）。

1.1.2. 关于线性关系

$$x^{(t)} = \sqrt{\alpha_t} x^{(t-1)} + \sqrt{1 - \alpha_t} z, z \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I})$$

$\sqrt{\alpha_t}$ 是对 $x^{(t-1)}$ 的一次线性变换，若把变换矩阵理解为 $\mathbf{H} = \sqrt{\alpha_t} \mathbf{I}$ ，因此这个迁移方程可以用如下线性逆变换描述：

$$y = \sqrt{\alpha_t} \mathbf{I} x + z, z \sim \mathcal{N}(0, (1 - \alpha_t) \mathbf{I})$$

对于SBD使用的Score-Based方法是基于 $y = \mathbf{I} x + z$ 实现的，那么若要基于上述描述实现，**只需要在涉及这个Score-Based方法前对目标 $x^{(t)}$ 进行一次关于 $\sqrt{\alpha_t}$ 的线性变换。**

1.1.3. Diffusion过程推导（添加一个变量）

⇒ 后是修正了这个线性变换后的结果：

$$\begin{aligned} x^{(t)} &= \sqrt{\alpha_t} x^{(t-1)} + \sqrt{1 - \alpha_t} z_t \\ &= \sqrt{\alpha_t} (\sqrt{\alpha_{t-1}} x^{(t-2)} + \sqrt{1 - \alpha_{t-1}} z_{t-1}) + \sqrt{1 - \alpha_t} z_t \\ &= \sqrt{\alpha_t \alpha_{t-1}} x^{(t-2)} + \sqrt{1 - \alpha_t \alpha_{t-1}} \bar{z}_t \\ &= \dots \\ &= \sqrt{\bar{\alpha}_t} x^{(0)} + \sqrt{1 - \bar{\alpha}_t} z, z \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I}) \\ \Rightarrow x_a^{(t)} &= \frac{x^{(t)}}{\sqrt{\bar{\alpha}_t}} = x^{(0)} + \sqrt{\frac{1 - \bar{\alpha}_t}{\bar{\alpha}_t}} z, z \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I}) \end{aligned}$$

基于这个修正结果 $x_a^{(t)}$ ，使用 $x_a^{(t)}$ 和 $x^{(0)}$ 训练Score-Based计算梯度理论上会比原先的 $x^{(t)}$ 和 $x^{(0)}$ 更加准确。

重定义 Score-based 分布梯度：

$$\nabla_x \log[q_\theta(x_a^{(t-1)} | x_a^{(t)})] \approx -z_\theta \propto \min\{\|x_i^{(0)} - x_a^{(t)}\|_2^2 | x_i^{(0)} \in x^{(0)}\}$$

多元高斯分布规约到一维高斯分布条件：多元变量之间相互无关。对于本模型训练时使用的随机是3D多元无关高斯分布，因此规约成立。

定义 $\Sigma = \sigma^2 \mathbf{I}$ ：

$$p(x; \mu, \Sigma) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\Sigma|}} e^{-\frac{(x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu)}{2}} \propto p(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n} \sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

1.1.4. Sampling过程推导 (无公式上的修改)

对于信息的估计均值 μ_θ 保持不变：

$$\begin{aligned}
 q(x^{t-1}|x^t, x^0) &= q(x^t|x^{t-1}, x^0) \frac{q(x^{t-1}|x^0)}{q(x^t|x^0)} \\
 &\propto \exp\left(-\frac{1}{2}\underbrace{\left(\frac{\alpha_t}{\beta_t} + \frac{1}{1-\bar{\alpha}_{t-1}}\right)(x^{t-1})^2}_{x^{t-1} \text{方差}} - \underbrace{\left(\frac{2\sqrt{\alpha_t}}{\beta_t}x^t + \frac{2\sqrt{\bar{\alpha}_{t-1}}}{1-\bar{\alpha}_{t-1}}x^0\right)(x^{t-1})^2}_{x^{t-1} \text{均值}}\right. \\
 &\quad \left.+ \underbrace{C(x^t, x^0)}_{\text{与 } x^{t-1} \text{无关}}\right),
 \end{aligned}$$

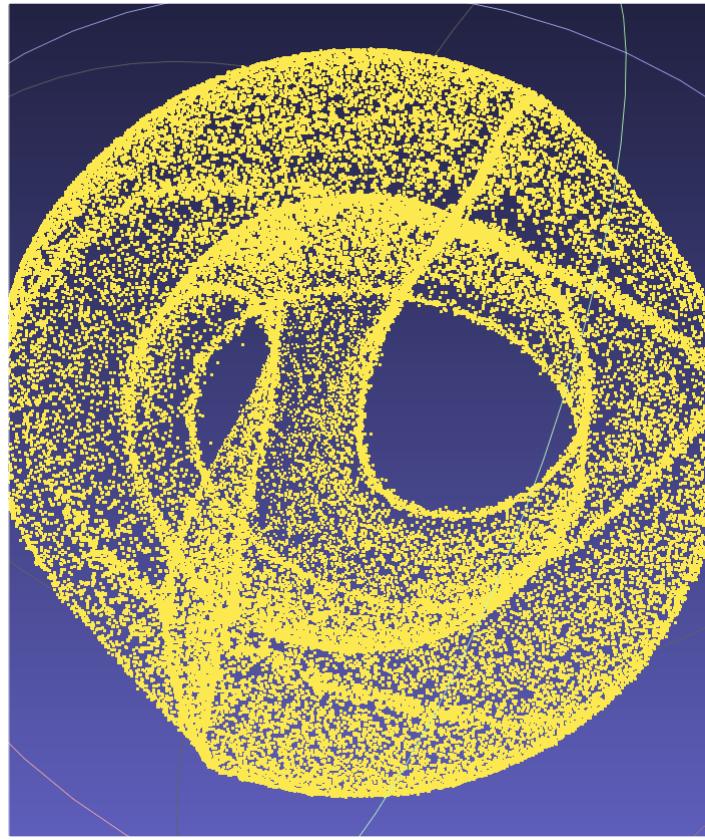
$$\text{where } \alpha_t = 1 - \beta_t, \bar{\alpha}_t = \prod_{i=1}^T \alpha_i$$

$$\begin{aligned}
 C(x^t, x^0) &= \left(\frac{1}{\beta_t} - \frac{1}{1-\bar{\alpha}_t}\right)(x^t)^2 + \left(\frac{1}{1-\bar{\alpha}_{t-1}} - \frac{1}{1-\bar{\alpha}_t}\right)(x^0)^2 + \frac{2\bar{\alpha}_t}{1-\bar{\alpha}_t}x^0x^t \\
 \Rightarrow \mu_\theta(x^t, t) &= \frac{1}{\sqrt{\alpha_t}}\left(x^t - \frac{\beta_t}{\sqrt{1-\bar{\alpha}_t}}z_\theta\right) \\
 \Rightarrow x^{t-1} &= \frac{1}{\sqrt{\alpha_t}}\left(x^t - \frac{\beta_t}{\sqrt{1-\bar{\alpha}_t}}z_\theta\right)
 \end{aligned}$$

1.2. 实验分析

从**低噪声结果**中可以认为，上面阐述的问题确实会导致高频信息收敛的误差，但由于误差较小，对低频内容影响并不明显。修正迁移方程可以让高频信息的恢复得到明显的改善，具体体现于icosahedron等结果的特征边的误差更小。

从其他结果的可视化中发现，相同训练迭代次数下，修正了方程的模型的低频信息恢复能力似乎没有原先的均匀。但从后面的指标结果上看，修正方程可以有效提高降噪效果。因此可以认为，修正方程让模型更多关注了高频信息的恢复，因此需要更多迭代才能达到原先的对低频信息的恢复效果。



对于sculpt这个结果，我发现在降噪过程中，粒子会向高频边缘聚集（这个现象在其他结果中也能观测到）。对于这类结果的好坏我无法进行评估，因为一方面是它增强了高频部分信息的信息量，但代价是高频附近的信息量相对减少（因为都向高频聚集）。

1.3. 关于模型修改的思考

基于春节前的讨论，我在2月5号的周报工作中修改了训练过程中随机生成的y的顺序，即先随机小步 t_{small} ，再随机大步 $t_{big} \in [t_{small}, T]$ 。这样处理的结果是：

- 训练中生成的大多数用于模拟输入噪声点云 t_{big} 集中在大噪声那个区间，因为 $t_{big} \in [t_{small}, T]$ 。这可能是当前模型对大噪声点云的降噪效果较优的主要原因。
- t_{big} 很少生成小噪声的噪声点云样本，这可能会导致小噪声样本缺少训练，导致对高频细节的收敛不足；

因此我觉得关于 t_{small} 和 t_{big} 的随机决策方案还有一定的可实验空间。

2. 结果可视化

SBD的两个结果使用25.6w次迭代的模型，Score-Based使用100w次迭代的模型。

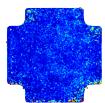
SBD (Ours fix) 为本周修正了迁移方程后的结果。

2.1. 0.01

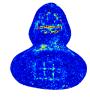
SBD (Ours fix)

SBDv3_2

coverrear_Lp



duck



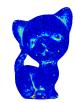
elk



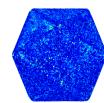
fandisk



kitten



Icosahedron



sculpt



SBD (Ours)

coverrear_Lp



duck



elk



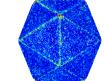
fandisk



kitten



Icosahedron



sculpt



Score-Based

coverrear_Lp



duck



elk



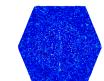
fandisk



kitten



Icosahedron



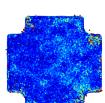
sculpt



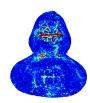
2.2. 0.02

SBD (Ours fix)

coverrear_Lp



duck



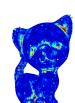
elk



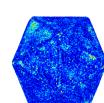
fandisk



kitten



Icosahedron

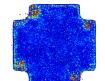


sculpt



SBD (Ours)

coverrear_Lp



duck



elk



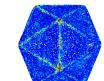
fandisk



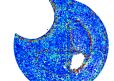
kitten



Icosahedron



sculpt



Score-Based

coverrear_Lp



duck



elk



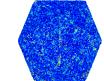
fandisk



kitten



Icosahedron



sculpt

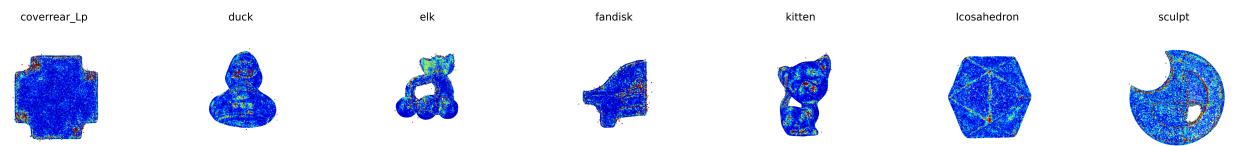


2.3. 0.03

SBD (Ours fix)



SBD (Ours)



Score-Based



3. 指标对比

副标题命名规则，训练集-点云点数-噪声类型-噪声程度。

训练参数（部分）：

Parameter	Value
KNN_num	64 and 128
Training set	10000_posson,30000_posson,50000_posson
diffusion_step	30
beta	[$1e - 5, 5e - 5$]
iterations	256000

对比的是Score-based提供的迭代1e6模型的结果。

下面选取的样本不经过挑选，是测试输出的前10个结果。

标准使用p2f。

3.1. PUNet-10000-posson-0.01

Name	Score-Based	Ours	Ours(Fix)
moai	0.000059	0.000155	0.000145
duck	0.000079	0.000164	0.000160
elk	0.000098	0.000262	0.000225
elephant	0.000063	0.000273	0.000219
quadric	0.000085	0.000259	0.000230
cow	0.000073	0.000231	0.000202
fandisk	0.000053	0.000161	0.000152
Icosahedron	0.000052	0.000146	0.000129
star	0.000055	0.000135	0.000119
kitten	0.000058	0.000170	0.000151

3.2. PUNet-10000-posson-0.02

Name	Score-Based	Ours	Ours(Fix)
moai	0.000105	0.000176	0.000163
duck	0.000128	0.000186	0.000178
elk	0.000171	0.000319	0.000256
elephant	0.000154	0.000307	0.000255
quadric	0.000169	0.000311	0.000265
cow	0.000140	0.000272	0.000239
fandisk	0.000117	0.000194	0.000180
Icosahedron	0.000093	0.000155	0.000140
star	0.000090	0.000141	0.000134
kitten	0.000118	0.000199	0.000175

3.3. PUNet-10000-posson-0.03

Name	Score-Based	Ours	Ours(Fix)
moai	0.000254	0.000213	0.000212
duck	0.000255	0.000217	0.000221
elk	0.000385	0.000397	0.000345
elephant	0.000351	0.000373	0.000360
quadric	0.000377	0.000391	0.000358
cow	0.000279	0.000332	0.000316
fandisk	0.000296	0.000256	0.000273
Icosahedron	0.000192	0.000183	0.000171
star	0.000193	0.000159	0.000169
kitten	0.000284	0.000262	0.000246

3.4. PUNet-50000-posson-0.01

Name	Score-Based	Ours	Ours(Fix)
moai	0.000030	0.000069	0.000050
duck	0.000056	0.000087	0.000070
elk	0.000050	0.000120	0.000100
elephant	0.000028	0.000141	0.000090
quadric	0.000039	0.000104	0.000086
cow	0.000038	0.000099	0.000076
fandisk	0.000027	0.000067	0.000046
Icosahedron	0.000023	0.000046	0.000034
star	0.000038	0.000054	0.000045
kitten	0.000026	0.000065	0.000046

3.5. PUNet-50000-posson-0.02

Name	Score-Based	Ours	Ours(Fix)
moai	0.000067	0.000085	0.000069
duck	0.000087	0.000099	0.000083
elk	0.000090	0.000145	0.000118
elephant	0.000086	0.000168	0.000111
quadric	0.000094	0.000145	0.000122
cow	0.000086	0.000130	0.000100
fandisk	0.000073	0.000086	0.000065
Icosahedron	0.000049	0.000052	0.000042
star	0.000062	0.000056	0.000053
kitten	0.000058	0.000083	0.000064

3.6. PUNet-50000-posson-0.03

Name	Score-Based	Ours	Ours(Fix)
moai	0.000230	0.000103	0.000095
duck	0.000238	0.000115	0.000109
elk	0.000256	0.000162	0.000143
elephant	0.000257	0.000193	0.000160
quadric	0.000261	0.000176	0.000165
cow	0.000244	0.000155	0.000146
fandisk	0.000260	0.000114	0.000112
Icosahedron	0.000195	0.000063	0.000065
star	0.000207	0.000064	0.000068
kitten	0.000204	0.000101	0.000094