高中数学必修4知识点

第一章 三角函数

1、任意角$\begin{cases}\text{正角:按逆时针方向旋转形成的角}\\ \text{负角:按顺时针方向旋转形成的角}\\ \text{零角:不作任何旋转形成的角}\end{cases}$

2、象限的角：在直角坐标系内，顶点与原点重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，角的终边落在第几象限，就是第几象限的角；角的终边落在坐标轴上，这个角不属于任何象限，叫做**轴线角**。

第一象限角的集合为$\left\{\alpha \middle| k\cdot 360^\circ < \alpha < k\cdot 360^\circ + 90^\circ, k\in \mathrm{Z}\right\}$

第二象限角的集合为$\left\{\alpha \middle| k\cdot 360^\circ + 90^\circ < k\cdot 360^\circ + 180^\circ, k\in \mathrm{Z}\right\}$

第三象限角的集合为$\left\{\alpha \middle| k\cdot 360^\circ + 180^\circ < \alpha < k\cdot 360^\circ + 270^\circ, k\in \mathrm{Z}\right\}$

第四象限角的集合为$\left\{\alpha \middle| k\cdot 360^\circ + 270^\circ < \alpha < k\cdot 360^\circ + 360^\circ, k\in \mathrm{Z}\right\}$

终边在x轴上的角的集合为$\left\{\alpha \middle| \alpha = k\cdot 180^\circ, k\in \mathrm{Z}\right\}$

终边在y轴上的角的集合为$\left\{\alpha \middle| \alpha = k\cdot 180^\circ + 90^\circ, k\in \mathrm{Z}\right\}$

终边在坐标轴上的角的集合为$\left\{\alpha \middle| \alpha = k\cdot 90^\circ, k\in \mathrm{Z}\right\}$

3、与角α终边相同的角，连同角α在内，都可以表示为集合$\{\beta \mid \beta = \alpha + k\cdot 360^\circ, k\in Z\}$

4、弧度制：

（1）定义：等于半径的弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角，用弧度做单位叫弧度制。

半径为r的圆的圆心角α所对弧的长为l，则角α的弧度数的绝对值是$|\alpha| = \dfrac{l}{r}$.

（2）**度数与弧度数的换算**：$360^o = 2\pi$，$180^\circ = \pi$ rad，1 rad$=(\dfrac{180}{\pi})^\circ \approx 57.30^\circ = 57^\circ 18'$

注：角度与弧度的相互转化：设一个角的角度为n^o，弧度为α；

①角度化为弧度：$n^o = n^o \cdot \dfrac{\pi}{180^o} = \dfrac{n\pi}{180}$，②弧度化为角度：$\alpha = \alpha \cdot \dfrac{180^o}{\pi} = \left(\dfrac{180\alpha}{\pi}\right)^o$

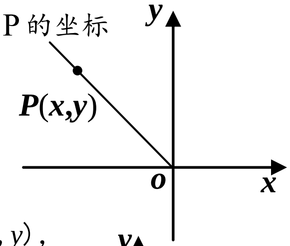
（3）若扇形的圆心角为α（α是角的弧度数），半径为r，则：

弧长公式：①$l = \dfrac{n\pi}{180}$（用度表示的），②$l = |\alpha| r$（用弧度表示的）；

扇形面积：①$s_{扇} = \dfrac{n\pi r^2}{360}$（用度表示的）② $S_{扇} = \dfrac{1}{2}|\alpha| r^2 = \dfrac{1}{2}lr$（用弧度表示的）

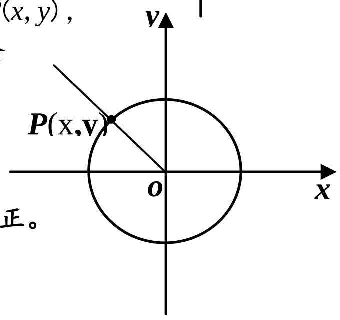
5、三角函数：

（1）**定义①**：设α是一个任意大小的角，α的终边上任意一点P的坐标是(x, y)，它与原点的距离是$r\left(|OP| = r = \sqrt{x^2 + y^2} > 0\right)$，

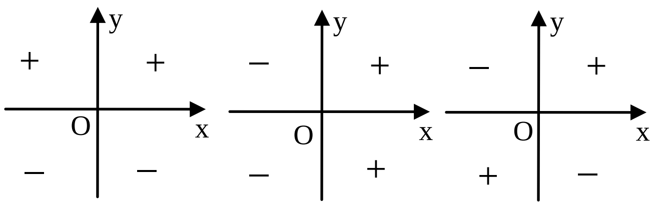


则$\sin\alpha = \dfrac{y}{r}$，$\cos\alpha = \dfrac{x}{r}$，$\tan\alpha = \dfrac{y}{x}(x \neq 0)$

定义②：设α是一个任意角，它的终边与单位圆交于点$P(x, y)$，那么v叫做α的正弦，记作$\sin\alpha$，即$\sin\alpha = y$；u叫做α的余弦，记作$\cos\alpha$，即$\cos\alpha = x$；当α的终边不在y轴上时，$\dfrac{y}{x}$叫做α的正切，记作$\tan\alpha$，即$\tan\alpha = \dfrac{y}{x}$.



（2）三角函数值在各象限的符号：**口诀：全正，S 正，T 正，C 正。**



$\sin\alpha$　　$\cos\alpha$　　$\tan\alpha$

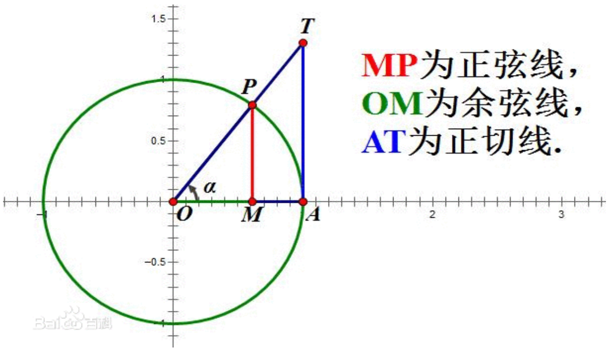
口诀：第一象限全为正；
二正三切四余弦.

（3）特殊角的三角函数值

α**的角度**	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$
α的弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

α的角度	$210°$	$225°$	$240°$	$270°$	$300°$	$315°$	$330°$	$360°$
α的弧度	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin\alpha$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos\alpha$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

（4）三角函数线：如下图



（5）同角三角函数基本关系式

（1）平方关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$　　（2）商数关系：$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

6、三角函数的诱导公式：

$(1)\sin(2k\pi+\alpha)=\sin\alpha$，$\cos(2k\pi+\alpha)=\cos\alpha$，$\tan(2k\pi+\alpha)=\tan\alpha\ (k\in \mathrm{Z})$.

口诀：终边相同的角的同一三角函数值相等.

$(2)\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$，$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$，$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$.

$(3)\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$，$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$，$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$.

$(4)\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$，$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$，$\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$.

$(5)\sin(2\pi-\alpha)=-\sin\alpha$，$\cos(2\pi-\alpha)=\cos\alpha$，$\tan(2\pi-\alpha)=-\tan\alpha$.

口诀：函数名称不变，正负看象限.

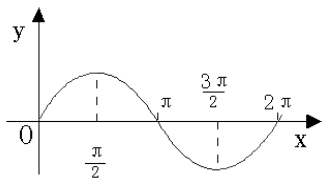
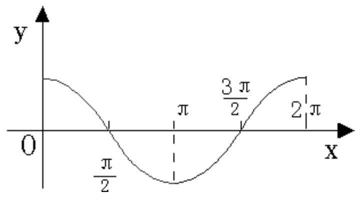
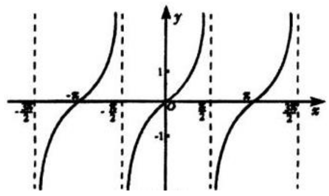
$(6)\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$，$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$，$\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cot\alpha$.

$(7)\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$，$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$，$\tan\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\cot\alpha$.

口诀：正弦与余弦互换，正负看象限.

诱导公式记忆口诀：“奇变偶不变，符号看象限”。即将括号里面的角拆成$\beta=k\cdot\frac{\pi}{2}+\alpha$的形式。

7、正弦函数、余弦函数和正切函数的图象与性质：

函数	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
图象			
定义域	R	R	$\left\{x \middle\vert x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2},k\in Z\right\}$
值域	值域：$[-1,1]$ 当 $x=2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$ $(k\in Z)$ 时，$y_{\max}=1$；当 $x=2k\pi-\dfrac{\pi}{2}$ $(k\in Z)$ 时，$y_{\min}=-1$.	值域：$[-1,1]$ 当 $x=2k\pi(k\in Z)$ 时，$y_{\max}=1$；当 $x=2k\pi+\pi$ $(k\in Z)$ 时，$y_{\min}=-1$.	值域：R 既无最大值也无最小值
周期性	$y=\sin x$ 是周期函数；周期为 $T=2k\pi,k\in Z$ 且 $k\neq 0$；最小正周期为 2π	$y=\cos x$ 是周期函数；周期为 $T=2k\pi,k\in Z$ 且 $k\neq 0$；最小正周期为 2π	$y=\tan x$ 是周期函数；周期为 $T=k\pi,k\in Z$ 且 $k\neq 0$；最小正周期为 π
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数
单调性	在 $\left[2k\pi-\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right]$ $(k\in Z)$ 上是增函数；在 $\left[2k\pi+\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}\right]$ $(k\in Z)$ 上是减函数.	在 $[2k\pi-\pi,2k\pi](k\in Z)$ 上是增函数；在 $[2k\pi,2k\pi+\pi]$ $(k\in Z)$ 上是减函数.	在 $\left(k\pi-\dfrac{\pi}{2},k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)$ $(k\in Z)$ 上是增函数.
对称性	对称中心 $(k\pi,0)(k\in Z)$ 对称轴 $x=k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in Z)$	对称中心 $\left(k\pi+\dfrac{\pi}{2},0\right)(k\in Z)$ 对称轴 $x=k\pi(k\in Z)$	对称中心 $\left(\dfrac{k\pi}{2},0\right)(k\in Z)$ 无对称轴

8、(1) $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)+b$ 的图象与 $y=\sin x$ 图像的关系：

①振幅变换：$y=\sin x \xrightarrow{\text{图象上每个点的横坐标不变，纵坐标变为原来的 A 倍}} y=A\sin x$

②周期变换：$y=\sin x \xrightarrow{\text{图象上每个点的横坐标变为原来的}\frac{1}{\omega}\text{倍，纵坐标不变}} y=\sin\omega x$

③相位变换：$y=\sin x \xrightarrow{\text{图象整体向左（}\varphi>0\text{）或向右（}\varphi<0\text{）平移}\left|\varphi\right|\text{个单位}} y=\sin(x+\varphi)$

④平移变换：$y=A\sin(\omega x+\varphi) \xrightarrow[\text{平移}\left|b\right|\text{个单位}]{\text{图象整体向上（}b>0\text{）或向下（}b<0\text{）}}$

$y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)+b$

注：函数 $y=\sin x$ 的图象怎样变换得到函数 $y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)+B$ 的图象：（两种方法）

① **先平移后伸缩：**

$y=\sin x \xrightarrow[\text{（左加右减）}]{\text{平移}\ |\varphi|\ \text{个单位}} y=\sin\left(x+\varphi\right)$

$\xrightarrow[\text{横坐标变为原来的}\left|\frac{1}{\omega}\right|\text{倍}]{\text{纵坐标不变}} y=\sin(\omega x+\varphi)$

$\xrightarrow[\text{纵坐标变为原来的 A 倍}]{\text{横坐标不变}} y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$

$\xrightarrow[\text{（上加下减）}]{\text{平移}\ |B|\ \text{个单位}} y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)+B$

② **先伸缩后平移：**

$y=\sin x \xrightarrow[\text{横坐标变为原来的}\left|\frac{1}{\omega}\right|\text{倍}]{\text{纵坐标不变}} y=\sin\omega x$

$\xrightarrow[\text{（左加右减）}]{\text{平移}\left|\frac{\varphi}{\omega}\right|\text{个单位}} y=\sin(\omega x+\varphi)$

$\xrightarrow[\text{纵坐标变为原来的 A 倍}]{\text{横坐标不变}} y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$

$\xrightarrow{\text{平移}\ |B|\ \text{个单位}} y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)+B$

（上加下减）

（2）函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+b \quad (A>0,\omega>0)$ 的性质：

①振幅：A；②周期：$\mathrm{T}=\dfrac{2\pi}{\omega}$；③频率：$f=\dfrac{1}{\mathrm{T}}=\dfrac{\omega}{2\pi}$；④相位：$\omega x+\varphi$；⑤初相：$\varphi$.

定义域：R

值域：$\left[-A+b,A+b\right]$

当 $\omega x+\varphi=2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\left(k\in \mathrm{Z}\right)$ 时，$y_{\max}=A+b$；

当 $\omega x+\varphi=2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\left(k\in \mathrm{Z}\right)$ 时，$y_{\min}=-A+b$.

周期性：函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+b \quad (A>0,\omega>0)$ 是周期函数；周期为 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$

单调性：$\omega x+\varphi$ 在 $\left[2k\pi-\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right]\left(k\in \mathrm{Z}\right)$ 上时是增函数；

$\omega x+\varphi$ 在 $\left[2k\pi+\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}\right]\left(k\in \mathrm{Z}\right)$ 上时是减函数.

对称性：对称中心为 $\left(\dfrac{k\pi-\varphi}{\omega},0\right)\left(k\in \mathrm{Z}\right)$；对称轴为 $\omega x+\varphi=k\pi+\dfrac{\pi}{2}\left(k\in \mathrm{Z}\right)$

第二章 平面向量

1、向量定义：既有大小又有方向的量叫做向量，向量都可用同一平面内的有向线段表示.

2、零向量：长度为 0 的向量叫零向量，记作 $\vec{0}$；零向量的方向是任意的.

3、单位向量：长度等于 1 个单位长度的向量叫单位向量；与向量 $\vec{a}$ 平行的单位向量：$\vec{e}=\pm\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$.

4、平行向量（共线向量）：方向相同或相反的非零向量叫平行向量也叫共线向量，记作 $\vec{a}\,//\,\vec{b}$；

规定 $\vec{0}$ 与任何向量平行.

5、相等向量：长度相同且方向相同的向量叫相等向量，零向量与零向量相等.

注意：任意两个相等的非零向量，都可以用同一条有向线段来表示，并且与有向线段的起点无关。

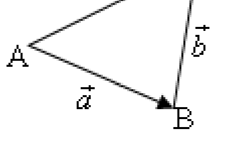
6、向量加法运算：

⑴三角形法则的特点：

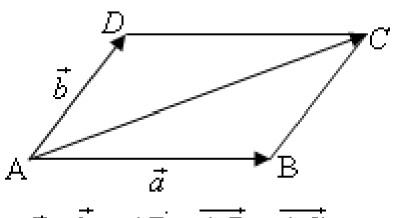
首尾相接

⑵平行四边形法则的特点：

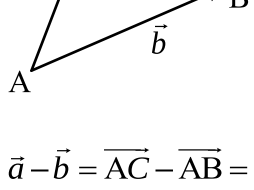
起点相同



$\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$



$\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{A}D}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$



$\vec{a}-\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

⑶运算性质：

①交换律：$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$；

②结合律：$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$；③$\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$．

⑷坐标运算：设$\vec{a}=\left(x_1,y_1\right)$，$\vec{b}=\left(x_2,y_2\right)$，则$\vec{a}+\vec{b}=\left(x_1+x_2,y_1+y_2\right)$．

7、向量减法运算：

⑴三角形法则的特点：共起点，连终点，方向指向被减向量．

⑵坐标运算：设$\vec{a}=\left(x_1,y_1\right)$，$\vec{b}=\left(x_2,y_2\right)$，则

$\vec{a}-\vec{b}=\left(x_1-x_2,y_1-y_2\right)$．

设A、B两点的坐标分别为$\left(x_1,y_1\right)$，$\left(x_2,y_2\right)$，则

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\left(x_2-x_1,y_2-y_1\right)$．

8、向量数乘运算：

⑴实数λ与向量$\vec{a}$的积是一个向量的运算叫做向量的数乘，记作$\lambda\vec{a}$．

①$\left|\lambda\vec{a}\right|=\left|\lambda\right|\left|\vec{a}\right|$；

②当$\lambda>0$时，$\lambda\vec{a}$的方向与$\vec{a}$的方向相同；当$\lambda<0$时，$\lambda\vec{a}$的方向与$\vec{a}$的方向相反；

当$\lambda=0$时，$\lambda\vec{a}=\vec{0}$．

⑵运算律：①$\lambda\left(\mu\vec{a}\right)=\left(\lambda\mu\right)\vec{a}$；②$\left(\lambda+\mu\right)\vec{a}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{a}$；③$\lambda\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\lambda\vec{a}+\lambda\vec{b}$．

⑶坐标运算：设$\vec{a}=\left(x,y\right)$，则$\lambda\vec{a}=\lambda\left(x,y\right)=\left(\lambda x,\lambda y\right)$．

9、向量共线定理：向量$\vec{a}\left(\vec{a}\neq\vec{0}\right)$与$\vec{b}$共线，当且仅当有唯一一个实数$\lambda$，使$\vec{b}=\lambda\vec{a}$．

设$\vec{a}=\left(x_1,y_1\right)$，$\vec{b}=\left(x_2,y_2\right)$，其中$\vec{b}\neq\vec{0}$，则当且仅当$x_1y_2-x_2y_1=0$时，向量$\vec{a}$、$\vec{b}\left(\vec{b}\neq\vec{0}\right)$共线．

10、平面向量基本定理：如果$\overrightarrow{e_1}$、$\overrightarrow{e_2}$是同一平面内的两个不共线向量，那么对于这一平面内的任意向量$\vec{a}$，有且只有一对实数λ_1、λ_2，使$\vec{a}=\lambda_1\overrightarrow{e_1}+\lambda_2\overrightarrow{e_2}$．（**不共线**的向量$\overrightarrow{e_1}$、$\overrightarrow{e_2}$作为这一平面内所有向量的一组基底）

11、分点坐标公式：设点P是线段$\mathrm{P_1P_2}$上的一点，$\mathrm{P_1}$、$\mathrm{P_2}$的坐标分别是$\left(x_1,y_1\right)$，$\left(x_2,y_2\right)$，当$\overrightarrow{\mathrm{P_1P}}=\lambda\overrightarrow{\mathrm{PP_2}}$时，点$\mathrm{P}$的坐标是$\left(\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}\right)$．

12、平面向量的数量积：

⑴定义：$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta\left(\vec{a}\neq\vec{0},\vec{b}\neq\vec{0},0^\circ\leq\theta\leq 180^\circ\right)$．零向量与任一向量的数量积为$0$．

⑵性质：设$\vec{a}$和$\vec{b}$都是非零向量，则①$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$．②当$\vec{a}$与$\vec{b}$同向时，$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$；当$\vec{a}$与$\vec{b}$反向时，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-|\vec{a}||\vec{b}|$；$\vec{a}\cdot\vec{a}=\vec{a}^2=|\vec{a}|^2$或$|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$．③$|\vec{a}\cdot\vec{b}|\leq|\vec{a}||\vec{b}|$．

⑶运算律：①$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$；②$(\lambda\vec{a})\cdot\vec{b}=\lambda(\vec{a}\cdot\vec{b})=\vec{a}\cdot(\lambda\vec{b})$；③$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$．

⑷坐标运算：设两个非零向量$\vec{a}=(x_1,y_1)$，$\vec{b}=(x_2,y_2)$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2$．

若$\vec{a}=(x,y)$，则$|\vec{a}|^2=x^2+y^2$，或$|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2}$．

设$\vec{a}=(x_1,y_1)$，$\vec{b}=(x_2,y_2)$，则$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$．

设$\vec{a}$、$\vec{b}$都是非零向量，$\vec{a}=(x_1,y_1)$，$\vec{b}=(x_2,y_2)$，θ是$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角，则

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2}}.$$

第三章 三角恒等变形

1、同角三角函数基本关系式

（1）平方关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ （2）商数关系：$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

（3）倒数关系：$\tan\alpha\cot\alpha=1$

$$\sin^2\alpha=\frac{\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}\quad;\quad\cos^2\alpha=\frac{1}{1+\tan^2\alpha}$$

注意： $\sin\alpha,\cos\alpha,\tan\alpha$ 按照以上公式可以“知一求二”

2、两角和与差的正弦、余弦、正切

$S_{(\alpha+\beta)}$：$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$S_{(\alpha-\beta)}$：$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

$C_{(\alpha+\beta)}$：$\cos(a+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$C_{(\alpha-\beta)}$：$\cos(a-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$T_{(\alpha+\beta)}$：$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

$T_{(\alpha-\beta)}$：$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

正切和公式：$\tan\alpha+\tan\beta=\tan(\alpha+\beta)\cdot(1-\tan\alpha\tan\beta)$

3、**辅助角公式：** $a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x\right)$

$$=\sqrt{a^2+b^2}(\sin x\cdot\cos\varphi+\cos x\cdot\sin\varphi)=\sqrt{a^2+b^2}\cdot\sin(x+\varphi)$$

（其中φ称为辅助角，φ的终边过点(a,b)，$\tan\varphi=\frac{b}{a}$）

4、二倍角的正弦、余弦和正切公式：

$S_{2\alpha}$： $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$C_{2\alpha}$： $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$T_{2\alpha}$： $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

***二倍角公式的常用变形：**①、$\sqrt{1-\cos 2\alpha}=\sqrt{2}\,|\sin\alpha|$， $\sqrt{1+\cos 2\alpha}=\sqrt{2}\,|\cos\alpha|$；

②、$\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2\alpha}=|\sin\alpha|$， $\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2\alpha}=|\cos\alpha|$

③$\sin^4\alpha+\cos^4\alpha=1-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=1-\frac{\sin^2 2\alpha}{2}$；

$\cos^4\alpha-\sin^4\alpha=\cos 2\alpha$；

***降次公式：**$\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{2}\sin 2\alpha$ $\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}=-\frac{1}{2}\cos 2\alpha+\frac{1}{2}$

$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}=\frac{1}{2}\cos 2\alpha+\frac{1}{2}$

5、*****半角的正弦、余弦和正切公式：

$\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$ ； $\cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$，

$\tan\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$

6、同角三角函数的常见变形：（活用“1”）

① $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$； $\sin\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$；

$\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$； $\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$；

②$\tan\theta+\cot\theta=\frac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{2}{\sin 2\theta}$，

$$\cot\theta-\tan\theta=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{2\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}=2\cot 2\alpha$$

③ $(\sin\alpha\pm\cos\alpha)^2=1\pm 2\sin\alpha\cos\alpha=1\pm\sin 2\alpha$； $\sqrt{1\pm\sin 2\alpha}=|\sin\alpha\pm\cos\alpha|$

7、补充公式：

*①万能公式

$$\sin\alpha=\frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}\ ;\quad \cos\alpha=\frac{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}\ ;\quad \tan\alpha=\frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}$$

*②积化和差公式

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$$

$$\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)]$$

*③和差化积公式

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\ ;\quad \sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\ ;\quad \cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

注：带*号的公式表示了解，没带*公式为必记公式