

# 2018 年全国各地高考数学试题及解答分类汇编大全

## (05 不等式)

### 一、选择题

1. (2018 北京文、理) 设集合  $A = \{(x, y) | x - y \geq 1, ax + y > 4, x - ay \leq 2\}$ , 则 ( )

- A. 对任意实数  $a$ ,  $(2, 1) \in A$       B. 对任意实数  $a$ ,  $(2, 1) \notin A$   
 C. 当且仅当  $a < 0$  时,  $(2, 1) \notin A$       D. 当且仅当  $a \leq \frac{3}{2}$  时,  $(2, 1) \notin A$

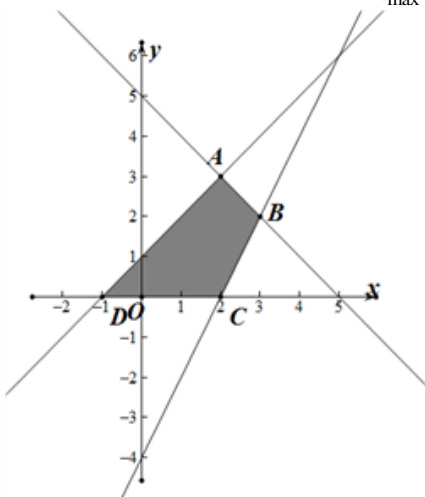
1. 【答案】D

【解析】若  $(2, 1) \in A$ , 则  $a > \frac{3}{2}$  且  $a \geq 0$ , 即若  $(2, 1) \in A$ , 则  $a > \frac{3}{2}$ , 此命题的逆否命题为, 若  $a \leq \frac{3}{2}$ , 则有  $(2, 1) \notin A$ , 故选 D.

2. (2018 天津文、理) 设变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + y \leq 5, \\ 2x - y \leq 4, \\ -x + y \leq 1, \\ y \geq 0, \end{cases}$  则目标函数  $z = 3x + 5y$  的最大值为 ( )  
 (A) 6      (B) 19      (C) 21      (D) 45

2. 【答案】C

【解析】绘制不等式组表示的平面区域如图所示, 结合目标函数的几何意义可知目标函数在点  $A$  处取得最大值, 联立直线方程:  $\begin{cases} x + y = 5 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ , 可得点  $A$  的坐标为  $A(2, 3)$ , 据此可知目标函数的最大值为  $z_{\max} = 3x + 5y = 3 \times 2 + 5 \times 3 = 21$ . 故选 C.



### 二、填空

1. (2018 北京文) 能说明“若  $a > b$ , 则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”为假命题的一组  $a, b$  的值依次为\_\_\_\_\_.

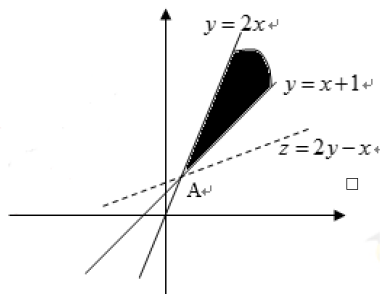
1. 【答案】1, -1 (答案不唯一)

【解析】使“若  $a > b$ ，则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”为假命题，则“若  $a > b$ ，则  $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ ”为真命题即可，只需取  $a = 1$ ， $b = -1$  即可满足。所以满足条件的一组  $a$ ， $b$  的值为  $1$ ， $-1$ 。（答案不唯一）

2. (2018 北京文、理) 若  $x$ ， $y$  满足  $x+1 \leq y \leq 2x$ ，则  $2y-x$  的最小值是\_\_\_\_\_。

2. 【答案】3

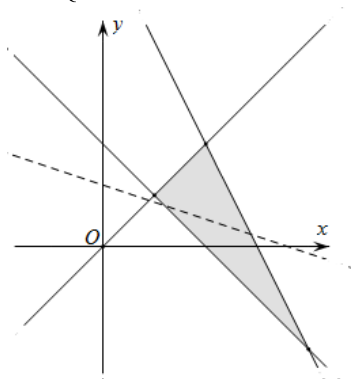
【解析】作可行域，如图，则直线  $z = 2y - x$  过点  $A(1, 2)$  时， $z$  取最小值 3。



3. (2018 浙江) 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - y \geq 0, \\ 2x + y \leq 6, \\ x + y \geq 2, \end{cases}$  则  $z = x + 3y$  的最小值是\_\_\_\_\_，最大值是\_\_\_\_\_。

3. 答案：-2 8

解答：不等式组所表示的平面区域如图所示，当  $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$  时， $z = x + 3y$  取最小值，最小值为 -2；当  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$  时， $z = x + 3y$  取最大值，最大值为 8。



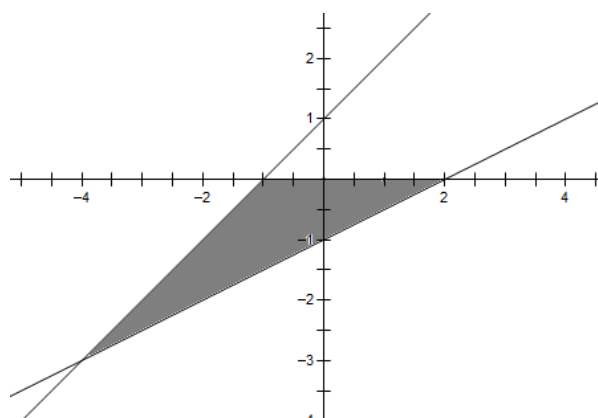
4. (2018 全国新课标 I 文、理) 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0, \\ x - y + 1 \geq 0, \\ y \leq 0, \end{cases}$  则  $z = 3x + 2y$  的最大值为\_\_\_\_\_。

4. 答案：6

解答：画出可行域如图所示，

可知目标函数过点  $(2, 0)$  时

取得最大值， $z_{\max} = 3 \times 2 + 2 \times 0 = 6$ 。



5. (2018 天津文、理) 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 且  $a-3b+6=0$ , 则  $2^a + \frac{1}{8^b}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

5. 【答案】  $\frac{1}{4}$

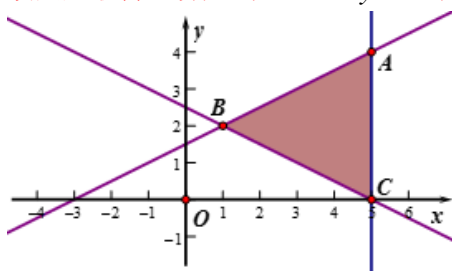
【解析】由  $a-3b+6=0$  可知  $a-3b=-6$ , 且  $2^a + \frac{1}{8^b} = 2^a + 2^{-3b}$ , 因为对于任意  $x$ ,  $2^x > 0$  恒成立, 结合均值不等式的结论可得:  $2^a + 2^{-3b} \geq 2 \times \sqrt{2^a \times 2^{-3b}} = 2 \times \sqrt{2^{-6}} = \frac{1}{4}$ .

当且仅当  $\begin{cases} 2^a = 2^{-3b} \\ a-3b = -6 \end{cases}$ , 即  $\begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases}$  时等号成立. 综上可得  $2^a + \frac{1}{8^b}$  的最小值为  $\frac{1}{4}$ .

6. (2018 全国新课标 II 文、理) 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+2y-5 \geq 0, \\ x-2y+3 \geq 0, \\ x-5 \leq 0, \end{cases}$  则  $z=x+y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

6. 【答案】 9

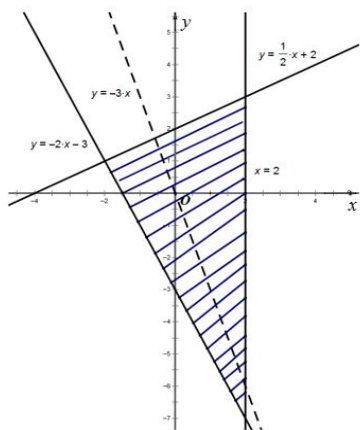
【解析】不等式组表示的可行域是以  $A(5,4)$ ,  $B(1,2)$ ,  $C(5,0)$  为顶点的三角形区域, 如下图所示, 目标函数  $z=x+y$  的最大值必在顶点处取得, 易知当  $x=5$ ,  $y=4$  时,  $z_{\max}=9$ .



7. (2018 全国新课标 III 文) 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} 2x+y+3 \geq 0, \\ x-2y+4 \geq 0, \\ x-2 \leq 0. \end{cases}$  则  $z=x+\frac{1}{3}y$  的最大值是\_\_\_\_\_.

7. 答案: 3

解答: 由图可知在直线  $x-2y+4=0$  和  $x=2$  的交点  $(2,3)$  处取得最大值, 故  $z=2+\frac{1}{3} \times 3=3$ .



三、解答题  
无