高中数学必修 1 知识点

第一章 集合与函数概念

一、集合有关概念：

1、集合的含义：某些指定的对象集在一起就成为一个集合，其中每一个对象叫元素。

2、集合的中元素的三个特性：

（1）元素的确定性；　（2）元素的互异性；　（3）元素的无序性

说明：(1)对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的，任何一个对象或者是或者不是这个给定的集合的元素。

(2)任何一个给定的集合中，任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归入一个集合时，仅算一个元素。

(3)集合中的元素是平等的，没有先后顺序，因此判定两个集合是否一样，仅需比较它们的元素是否一样，不需考查排列顺序是否一样。

(4)集合元素的三个特性使集合本身具有了确定性和整体性。

3、集合的表示：{ … } 如{我校的篮球队员}，{太平洋,大西洋,印度洋,北冰洋}

（1）用拉丁字母表示集合：A={我校的篮球队员},B={1,2,3,4,5}

（2）集合的表示方法：列举法与描述法。

（Ⅰ）列举法：把集合中的元素一一列举出来，然后用一个大括号括上。

（Ⅱ）描述法：将集合中的元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法。用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法。

①语言描述法：例：{不是直角三角形的三角形}

②数学式子描述法：例：不等式 $x-3>2$ 的解集是$\{x\in R|\ x-3>2\}$或$\{x|\ x-3>2\}$

（3）图示法（文氏图）：

4、常用数集及其记法：

非负整数集（即自然数集）记作：N

正整数集　N*或 N+　　整数集 Z　有理数集 Q　实数集 R

5、“属于”的概念

集合的元素通常用小写的拉丁字母表示，如：a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A 记作 $a\in A$ ，相反，a 不属于集合 A 记作 $a\notin A$

6、集合的分类：

1．有限集 含有有限个元素的集合 **2．无限集** 含有无限个元素的集合 **3．空集** 不含任何元素的集合

二、集合间的基本关系

1.“包含”关系———子集

对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，我们就说两集合有包含关系，称集合 A 为集合 B 的子集，记作 $A\subseteq B$

注意：有两种可能（1）A 是 B 的一部分,；（2）A 与 B 是同一集合。

反之: 集合 A 不包含于集合 B,或集合 B 不包含集合 A,记作 $A\not\subset B$ 或 $B\not\subset A$

集合 A 中有 n 个元素,则集合 A 子集个数为 $\underline{2^n}$.

2．“相等”关系(5≥5，且 5≤5，则 5=5)

实例：设　$A=\{x|x^2-1=0\}$　　$B=\{-1,1\}$　　“元素相同”

结论：对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时,集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B，即：$A=B\Leftrightarrow A\subseteq B$且$B\subseteq A$

① 任何一个集合是它本身的子集。$A\subseteq A$

②**真子集**:如果 $A\subseteq B$,且 $A\neq B$ 那就说集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subset B$(或 $B\supset A$)

③如果 $A\subseteq B$, $B\subseteq C$,那么 $A\subseteq C$

④ 如果 $A\subseteq B$　同时 $B\supseteq A$ 那么 A=B

3. 不含任何元素的集合叫做空集，记为Φ

规定：空集是任何集合的子集， 空集是任何非空集合的真子集。

三、集合的运算

1．**交集的定义**：一般地，由所有属于 A 且属于 B 的元素所组成的集合,叫做 A,B 的交集．

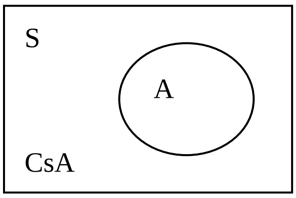
记作 A∩B(读作”A 交 B”)，即 A∩B={x|x∈A，且 x∈B}．

2、**并集的定义**：一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A,B 的并集。记作：A∪B(读作”A 并 B”)，即 A∪B={x|x∈A，或 x∈B}．

3、交集与并集的性质：A∩A = A，A∩ φ= φ, A∩B = B∩A，A∪A = A，A∪ φ= A , A∪B = B∪A.

4、全集与补集

（1）全集：如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集。通常用 U 来表示。



（2）补集：设 S 是一个集合，A 是 S 的一个子集（即 $A\subseteq S$），由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 S 中子集 A 的补集（或余集）。

记作： C_SA ，即 $C_SA=\{x \mid x\in S$ 且 $x\notin A\}$

（3）性质：⑴$C_U(C_UA)=A$ ⑵$(C_UA)\cap A=\Phi$ ⑶$(C_UA)\cup A=U$

(4)$(C_UA)\cap(C_UB)=C_U(A\cup B)$ (5)$(C_UA)\cup(C_UB)=C_U(A\cap B)$

二、函数的有关概念

1．函数的概念：设 A、B 是非空的数集，如果按照某个确定的对应关系 f，使对于集合 A 中的任意一个数 x，在集合 B 中都有唯一确定的数 f(x)和它对应，那么就称 f：A→B 为从集合 A 到集合 B 的一个函数．记作： y=f(x)，x∈A．其中，x 叫做自变量，x 的取值范围 A 叫做函数的定义域；与 x 的值相对应的 y 值叫做函数值，函数值的集合{f(x)| x∈A }叫做函数的值域．

注意：1、如果只给出解析式 y=f(x)，而没有指明它的定义域，则函数的定义域即是指能使这个式子有意义的实数的集合；2、函数的定义域、值域要写成**集合或区间**的形式.

定义域补充：

能使函数式有意义的实数 x 的集合称为函数的定义域，求函数的定义域时列不等式组的**主要依据**是：(1)分式的分母不等于零； (2)偶次方根的被开方数不小于零； (3)对数式的真数必须大于零；(4)指数、对数式的底必须大于零且不等于 1. (5)如果函数是由一些基本函数通过四则运算结合而成的.那么，它的定义域是使各部分都有意义的 x 的值组成的集合.（6）指数为零底不可以等于零 (7)实际问题中的函数的定义域还要保证实际问题有意义.

(注意：求出不等式组的解集即为函数的定义域。)

2、构成函数的三要素：定义域、对应关系和值域

注意：（1）构成函数三个要素是定义域、对应关系和值域．由于值域是由定义域和对应关系决定的，所以，如果两个函数的定义域和对应关系完全一致，即称这两个函数相等（或为同一函数）。

（2）两个函数相等当且仅当它们的定义域和对应关系完全一致，而与表示自变量和函数值的字母无关。相同函数的判断方法：①定义域一致；②表达式相同 (两点必须同时具备)

值域补充

(1)、函数的值域取决于定义域和对应法则，不论采取什么方法求函数的值域都应**先考虑其定义域**.

(2)、应熟悉掌握一次函数、二次函数、指数、对数函数及各三角函数的值域，它是求解复杂函数值域的基础。

3. 函数图象知识归纳

(1)定义：在平面直角坐标系中，以函数 y=f(x) , (x∈A)中的 x 为横坐标，函数值 y 为纵坐标的点 P(x，y)的集合 C，叫做函数 y=f(x),(x ∈A)的图象．

C 上每一点的坐标(x，y)均满足函数关系 y=f(x)，反过来，以满足 y=f(x)的每一组有序实数对 x、y 为坐标的点(x，y)，均在 C 上 ．即记为 C={ P(x,y) | y= f(x) , x∈A }

图象C一般的是一条光滑的连续曲线(或直线),也可能是由与任意平行于Y轴的直线最多只有一个交点

的若干条曲线或离散点组成。

(2) 画法：

A、描点法：根据函数解析式和定义域，求出 x,y 的一些对应值并列表，以(x,y)为坐标在坐标系内描出相应的点 P(x, y)，最后用平滑的曲线将这些点连接起来.

B、图象变换法：

常用变换方法有三种，即平移变换、对称变换和伸缩变换

Ⅰ、对称变换：

（1）将 y= f(x)在 x 轴下方的图象向上翻得到 y=︱f(x)︱的图象如：书上 P21 例 5

（2） y= f(x)和 y= f(-x)的图象关于 y 轴对称。如 $y=a^x与y=a^{-x}=\left(\frac{1}{a}\right)^x$

（3） y= f(x)和 y= -f(x)的图象关于 x 轴对称。如 $y=\log_a x与y=-\log_a x=\log_{\frac{1}{a}} x$

Ⅱ、平移变换： 由 f(x)得到 f(x±a) 左加右减； 由 f(x)得到 f(x)±a 上加下减

(3)作用：A、直观的看出函数的性质；B、利用数形结合的方法分析解题的思路；C、提高解题的速度；发现解题中的错误。

4．区间的概念

（1）区间的分类：开区间、闭区间、半开半闭区间；（2）无穷区间；（3）区间的数轴表示.

5．映射

定义：一般地，设 A、B 是两个非空的集合，如果按某一个确定的对应法则 f，使对于集合 A 中的任意一个元素 x，在集合 B 中都有唯一确定的元素 y 与之对应，那么就称对应 f：A$\rightarrow$B 为从集合 A 到集合 B 的一个映射。记作“f：A$\rightarrow$B”

给定一个集合 A 到 B 的映射，如果 a∈A,b∈B.且元素 a 和元素 b 对应，那么，我们把元素 b 叫做元素 a 的象，元素 a 叫做元素 b 的原象

说明:函数是一种特殊的映射，映射是一种特殊的对应，①集合 A、B 及对应法则 f 是确定的；②对应法则有“方向性”，即强调从集合 A 到集合 B 的对应，它与从 B 到 A 的对应关系一般是不同的；③对于映射 f：A→B 来说，则应满足：（Ⅰ）集合 A 中的每一个元素，在集合 B 中都有象，并且象是唯一的；（Ⅱ）集合 A 中不同的元素，在集合 B 中对应的象可以是同一个；（Ⅲ）不要求集合 B 中的每一个元素在集合 A 中都有原象。

6、函数的表示法：

常用的函数表示法及各自的优点：

1 函数图象既可以是连续的曲线，也可以是直线、折线、离散的点等等，注意判断一个图形是否是函数图象的依据：作垂直于 x 轴的直线与曲线最多有一个交点。

2 解析法：必须注明函数的定义域；

3 图象法：描点法作图要注意：确定函数的定义域；化简函数的解析式；观察函数的特征；

4 列表法：选取的自变量要有代表性，应能反映定义域的特征.

注意：解析法：便于算出函数值。列表法：便于查出函数值。图象法：便于量出函数值

补充一：分段函数

在定义域的不同部分上有不同的解析表达式的函数。在不同的范围里求函数值时必须把自变量代入相应的表达式。分段函数的解析式不能写成几个不同的方程，而应写成函数值几种不同的表达式并用一个左大括号括起来，并分别注明各部分的自变量的取值情况．注意：（1）分段函数是一个函数，不要把它误认为是几个函数；（2）分段函数的定义域是各段定义域的并集，值域是各段值域的并集.

补充二：复合函数

如果 y=f(u),(u∈M),u=g(x),(x∈A),则 y=f[g(x)]=F(x)，(x∈A) 称为 f 是 g 的复合函数。

7．函数单调性

（1）．增函数

设函数 y=f(x)的定义域为 I，如果对于定义域 I 内的某个区间 D 内的任意两个自变量 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，

都有 $f(x_1)<f(x_2)$，那么就说 f(x)在区间 D 上是**增函数**。区间 D 称为 y=f(x)的单调增区间；

如果对于区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$，那么就说 f(x)在这个区间上是**减函数**.区间 D 称为 y=f(x)的单调减区间.

u=g(x)	y=f(u)	y=f[g(x)]
增	增	增
增	减	减
减	增	减
减	减	增

注意：1、函数的单调性是在定义域内的某个区间上的性质，是函数的局部性质；

2、必须是对于区间 D 内的**任意**两个自变量 x_1，x_2；当 $x_1<x_2$ 时，总有 $f(x_1)<f(x_2)$ （或 $f(x_1)>f(x_2)$）。

（2） 图象的特点

如果函数 y=f(x)在某个区间是增函数或减函数，那么说函数 y=f(x)在这一区间上具有(严格的)单调性，**在单调区间上增函数的图象从左到右是上升的，减函数的图象从左到右是下降的**.

(3).函数单调区间与单调性的判定方法

(A) 定义法：

1 任取 x_1，x_2∈D，且 $x_1<x_2$；2 作差 $f(x_1)-f(x_2)$；3 变形（通常是因式分解和配方）；4 定号（即判断差 $f(x_1)-f(x_2)$的正负）；5 下结论（指出函数 f(x)在给定的区间 D 上的单调性）.

(B)图象法(从图象上看升降)

(C)复合函数的单调性：复合函数 f[g(x)]的单调性与构成它的函数 u=g(x)，y=f(u)的单调性密切相关，其规律如下：

复合函数单调性：口诀：**同增异减**

注意：1、函数的单调区间只能是其定义域的子区间 ,不能把单调性相同的区间和在一起写成其并集.

（4）判断函数的单调性常用的结论

①函数 $y=-f(x)$ 与 $y=f(x)$ 的单调性相反；

②当函数 $y=f(x)$ 恒为正或恒有负时，$y=\dfrac{1}{f(x)}$ 与函数 $y=f(x)$ 的单调性相反；

③函数 $y=f(x)$ 与函数 $y=f(x)+C$ （C 为常数）的单调性相同；

④当 C > 0（C 为常数）时，$y=f(x)$ 与 $y=C\cdot f(x)$ 的单调性相同；

当 C < 0（C 为常数）时，$y=f(x)$ 与 $y=C\cdot f(x)$ 的单调性相反；

⑤函数 $f(x)$ 、$g(x)$ 都是增（减）函数，则 $f(x)+g(x)$ 仍是增（减）函数；

⑥若 $f(x)>0,g(x)>0$ 且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 都是增（减）函数，则 $f(x)\cdot g(x)$ 也是增（减）函数；

若 $f(x)<0,g(x)<0$ 且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 都是增（减）函数，则 $f(x)\cdot g(x)$ 也是减（增）函数；

⑦设 $f(x)>0$，若 $f(x)$ 在定义域上是增函数，则 $\sqrt[n]{f(x)}$ 、$k\cdot f(x)(k>0)$ 、$f^n(x)(n>1)$ 都是增函数，而 $\dfrac{1}{f(x)}$ 是减函数.

8．函数的奇偶性

（1）偶函数

一般地，对于函数 f(x)的定义域内的任意一个 x，都有 f(－x)=f(x)，那么 f(x)就叫做偶函数.

（2）奇函数

一般地，对于函数 f(x)的定义域内的任意一个 x，都有 f(－x)=—f(x)，那么 f(x)就叫做奇函数.

注意：1、 函数是奇函数或是偶函数称为函数的奇偶性，函数的奇偶性是函数的整体性质；

函数可能没有奇偶性,也可能既是奇函数又是偶函数。

2、 由函数的奇偶性定义可知，函数具有奇偶性的一个必要条件是，对于定义域内的任意一个 x，则－x 也一定是定义域内的一个自变量（即定义域关于原点对称）.

（3）具有奇偶性的函数的**图象的特征**

偶函数的图象关于 y 轴对称；奇函数的图象关于原点对称.

总结：利用定义判断函数奇偶性的格式步骤：1 首先确定函数的定义域，并判断其定义域是否关于原点对称；2 确定 f(－x)与 f(x)的关系；3 作出相应结论：若 f(－x) = f(x) 或 f(－x)－f(x) = 0，则 f(x)是偶函数；若 f(－x) =－f(x) 或 f(－x)＋f(x) = 0，则 f(x)是奇函数．

注意：函数定义域关于原点对称是函数具有奇偶性的必要条件．首先看函数的定义域是否关于原点对称，若不对称则函数是非奇非偶函数.若对称，(1)再根据定义判定; (2)有时判定 f(-x)=±f(x)比较困难，可考虑根据是否有 f(-x)±f(x)=0 或 f(x)/f(-x)=±1 来判定; (3)利用定理，或借助函数的图象判定 .

函数奇偶性的性质

① 奇函数在关于原点对称的区间上若有单调性，则其单调性完全相同；

偶函数在关于原点对称的区间上若有单调性，则其单调性恰恰相反.

②奇函数的图象关于原点对称，偶函数的图象关于 y 轴对称.

③若 $f(x)$ 为偶函数，则 $f(-x)=f(x)=f(|x|)$.

④若奇函数 $f(x)$ 定义域中含有 0，则必有 $f(0)=0$.

⑤定义在关于原点对称区间上的任意一个函数，都可表示成“一个奇函数 $F(x)$ 与一个偶函数 $G(x)$ 的和（或差）”. 如设 $f(x)$ 是定义域为 R 的任一函数， 则 $F(x)=\dfrac{f(x)-f(-x)}{2}$，$G(x)=\dfrac{f(x)+f(-x)}{2}$.

⑥复合函数的奇偶性特点是：“内偶则偶，内奇同外”.

⑦既奇又偶函数有无穷多个（ $f(x)=0$，定义域是关于原点对称的任意一个数集）.

9、函数的解析表达式

（1）函数的解析式是函数的一种表示方法，要求两个变量之间的函数关系时，一是要求出它们之间的对应法则，二是要求出函数的定义域.

（2）求函数的解析式的主要方法有：待定系数法、换元法、消参法等，A、如果已知函数解析式的构造时，可用待定系数法；B、已知复合函数 f[g(x)]的表达式时，可用换元法，这时要注意元的取值范围；当已知表达式较简单时，也可用凑配法；C、若已知抽象函数表达式，则常用解方程组消参的方法求出 f(x)

10．函数最大（小）值（定义见课本 p30 页）

（1） 利用二次函数的性质（配方法）求函数的最大（小）值；

（2） 利用图象求函数的最大（小）值；

（3） 利用函数单调性的判断函数的最大（小）值：如果函数 y=f(x)在区间[a，b]上单调递增，在区间[b，c]上单调递减则函数 y=f(x)在 x=b 处有最大值 f(b)；如果函数 y=f(x)在区间[a，b]上单调递减，在区间[b，c]上单调递增则函数 y=f(x)在 x=b 处有最小值 f(b)；

第二章 基本初等函数

一、指数函数

（一）指数与指数幂的运算

1．根式的概念：

负数没有偶次方根；0 的任何次方根都是 0，记作 $\sqrt[n]{0}$ =0。

注意：**(1)** $(\sqrt[n]{a})^n=a$

(2)当 n 是奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$ ，当 n 是偶数时，$\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases}a, a\ge 0\\ -a, a<0\end{cases}$

2．分数指数幂

正数的正分数指数幂的意义，规定：$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}(a>0,m,n\in N^*,且n>1)$

正数的正分数指数幂的意义：$a^{-\frac{m}{n}}=\dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}(a>0,m,n\in N^*,且n>1)$

0 的正分数指数幂等于 0，0 的负分数指数幂没有意义

3．实数指数幂的运算性质

（1）$a^r a^s=a^{r+s}(a>0,r,s\in R)$

（2）$(a^r)^s=a^{rs}(a>0,r,s\in R)$

（3）$(ab)^r=a^r b^r(a>0,b>0,r\in R)$

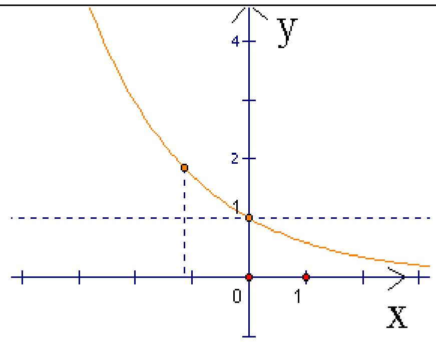
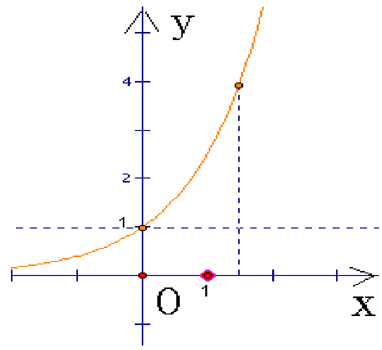
注意：在化简过程中，偶数不能轻易约分；如$[(1-\sqrt{2})^2]^{\frac{1}{2}}\neq 1-\sqrt{2}$而应$=\sqrt{2}-1$

（二）指数函数及其性质

1、指数函数的概念：一般地，函数 $y=a^x$ 叫做指数函数，其中 x 是自变量，函数的定义域为 R．

注意：指数函数的底数的取值范围，**底数不能是负数、零和 1．即 a>0 且 a≠1**

2、指数函数的图象和性质

	0<a<1	a>1
图像		
性质	定义域 R，　　值域（0，+∞）	
	（1）过定点（0，1）,即 x=0 时，y=1	
	(2)在 R 上是减函数	(2)在 R 上是增函数
	（3）当 x>0 时,0<y<1; 当 x<0 时,y>1	**（3）当 x>0 时,y>1; 当 x<0 时,0<y<1**

	图象特征	**函数性质**
共性	向 x 轴正负方向无限延伸	函数的定义域为 R
	函数图象都在 x 轴上方	函数的值域为 R^+
	图象关于原点和 y 轴不对称	非奇非偶函数
	函数图象都过定点（0，1）	过定点（0，1）
0<a<1	自左向右看，图象逐渐下降	减函数
	在第一象限内的图象纵坐标都小于 1	**当 x>0 时,0<y<1;**
	在第二象限内的图象纵坐标都大于 1	**当 x<0 时,y>1**
	图象上升趋势是越来越缓	函数值开始减小极快， 到了某一值后减小速度较慢；
a>1	自左向右看，图象逐渐上升	增函数
	在第一象限内的图象纵坐标都大于 1	**当 x>0 时,y>1;**
	在第二象限内的图象纵坐标都小于 1	**当 x<0 时,0<y<1**
	图象上升趋势是越来越陡	函数值开始增长较慢， 到了某一值后增长速度极快；

注意： 指数增长模型：$y=N(1+p)^x$　　　指数型函数： $y=ka^x$

3 考点：（1）$a^b=N$, 当 b>0 时，a,N 在 1 的同侧；当 b<0 时，a,N 在 1 的 异侧。

（2）指数函数的单调性由底数决定的，底数不明确的时候要进行讨论。掌握利用单调性比较幂的大小，同底找对应的指数函数，底数不同指数也不同插进 $1(=a^0)$进行传递或者利用（1）的知识。

（3）求指数型函数的定义域可将底数去掉只看指数的式子，值域求法用单调性。

（4）分辨不同底的指数函数图象利用 $a^1=a$，用 x=1 去截图象得到对应的底数。

(5)指数型函数：$y=N(1+p)^x$　简写：$y=ka^x$

二、对数函数

（一）对数

1．对数的概念：一般地，如果 $a^x=N$ ，那么数 x 叫做以 a 为底 N 的对数，记作：$x=\log_a N$

（ a— 底数， N— 真数，$\log_a N$ — 对数式）

说明：1. 注意底数的限制，a>0 且 a≠1；2. 真数 N>0　3. 注意对数的书写格式.

2、两个重要对数：

（1）常用对数：以 10 为底的对数，　$\log_{10} N$记为$\lg N$ ；

（2）自然对数：以无理数 e 为底的对数的对数 ，$\log_e N$记为$\ln N$.

3、对数式与指数式的互化

$x=\log_a N \Leftrightarrow a^x=N$

对数式　　　　指数式

对数底数← a → 幂底数

对数← x → 指数

真数← N → 幂

结论：（1）负数和零没有对数

（2）$\log_a a=1$,　$\log_a 1=0$　特别地， lg10=1， lg1=0， lne=1， ln1=0

(3) **对数恒等式**：$a^{\log_a N}=N$

（二）对数的运算性质

如果 a ＞ 0，a ≠ 1，M ＞ 0， N ＞ 0 有：

1、 $\log_a(M\bullet N)=\log_a M+\log_a N$　　两个正数的积的对数等于这两个正数的对数和

2 、$\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$　　两个正数的商的对数等于这两个正数的对数差

3 、$\log_a M^n=n\log_a M(n\in R)$　　一个正数的 n 次方的对数等于这个正数的对数 n 倍

说明:

1) 简易语言表达:"积的对数=对数的和"……

2) 有时可逆向运用公式

3) 真数的取值必须是(0,＋∞)

4) 特别注意：$\log_a MN\neq\log_a M\cdot\log_a N$

$\log_a\left(M\pm N\right)\neq\log_a M\pm\log_a N$

注意：换底公式$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}=\frac{\lg b}{\lg a}\left(a>0,a\neq 1,c>0,c\neq 1,b>0\right)$

利用换底公式推导下面的结论

①$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$ ②$\log_a b\bullet\log_b c\bullet\log_c d=\log_a d$ ③$\log_{a^m} b^n=\frac{n}{m}\log_a b$

（二）对数函数

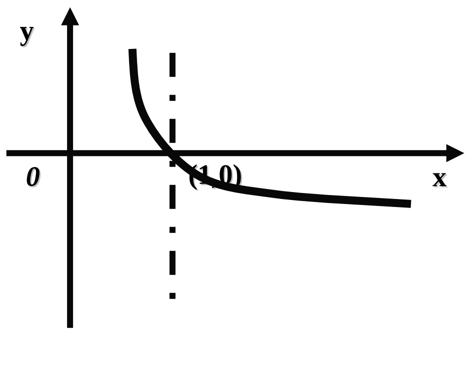
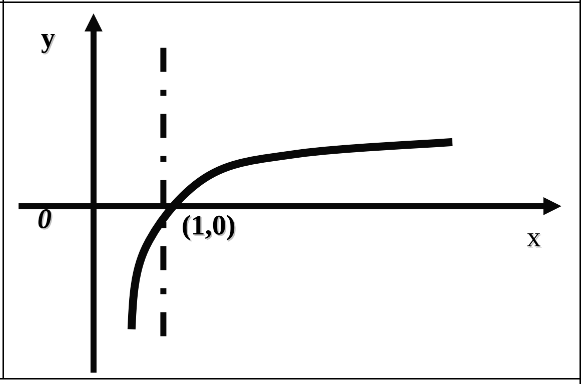
1、对数函数的概念：函数 $y=\log_a x$ (a>0，且 a≠1) 叫做对数函数，其中 x 是自变量，函数的定义域是（0，+∞）.

注意：（1） 对数函数的定义与指数函数类似，都是形式定义，注意辨别。

如：$y=\log_a\sqrt{x-1}$，$y=\log_a x+2$ 都不是对数函数，而只能称其为对数型函数.

（2） 对数函数对底数的限制：a>0，且 a≠1

2、对数函数的图像与性质：对数函数 $y=\log_a x$ (a>0，且 a≠1)

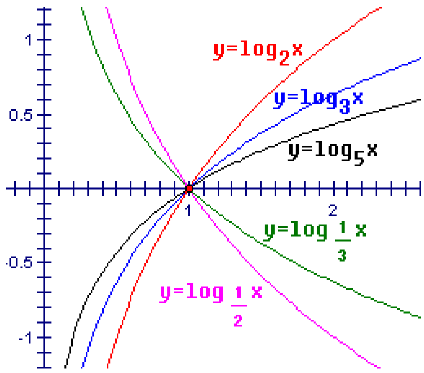
	0 ＜ a ＜ 1	a ＞ 1
图像		
性质	定义域：（0，＋∞）　　　　值域：R	
	过点(1 ,0), 即当 x ＝1 时,y=0	
	在(0,+∞)上是减函数	在(0,+∞)上是增函数
	当 x>1 时，y<0 当 x=1 时，y=0 当 0<x<1 时，y>0	当 x>1 时，y>0 当 x=1 时，y=0 当 0<x<1 时，y<0

重要结论:在 $\log_a b$ 中,当 a ,b 同在(0,1) 或(1,+∞)内时,有 $\log_a b>0$;

当 a,b 不同在(0,1) 内，或不同在(1,+∞) 内时,有 $\log_a b<0$.

口诀：底真同大于 0（底真不同小于 0）.

（其中，底指底数，真指真数，大于 0 指 $\log_a b$ 的值）



3、如图，底数 a 对函数 $y=\log_a x$ 的影响。

规律: **底大枝头低, 头低尾巴翘。**

4 考点:

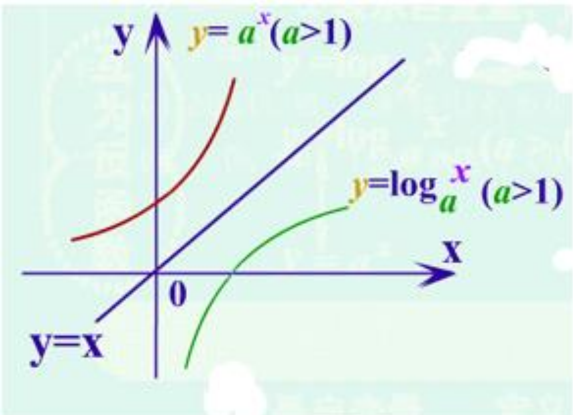
Ⅰ、$\log_a b$, 当 a,b 在 1 的同侧时, $\log_a b>0$；当 a,b 在 1 的异侧时, $\log_a b<0$

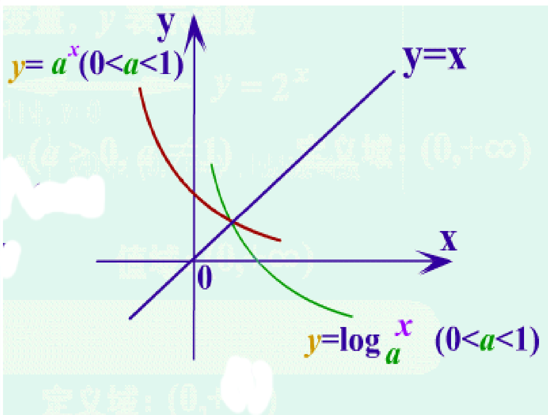
Ⅱ、对数函数的单调性由底数决定的，底数不明确的时候要进行讨论。掌握利用单调性比较对数的大小，同底找对应的对数函数，底数不同真数也不同利用（1）的知识不能解决的插进 1(=$\log_a a$)进行传递。

Ⅲ、求指数型函数的定义域要求真数>0，值域求法用单调性。

Ⅳ、分辨不同底的对数函数图象利用 1=$\log_a a$ ，用 y=1 去截图象得到对应的底数。

Ⅴ、$y=a^x$(a>0 且 a ≠1) 与 $y=\log_a x$(a>0 且 a ≠1) 互为反函数，图象关于 y=x 对称。





5 比较两个幂的形式的数大小的方法:

(1) 对于底数相同指数不同的两个幂的大小比较,可以利用指数函数的单调性来判断.

(2) 对于底数不同指数相同的两个幂的大小比较,可以利用比商法来判断.

(3) 对于底数不同也指数不同的两个幂的大小比较,则应通过中间值来判断.常用 1 和 0.

6 比较大小的方法

(1) 利用函数单调性(同底数);(2) 利用中间值(如:0,1.);(3) 变形后比较;(4) 作差比较

(三)幂函数

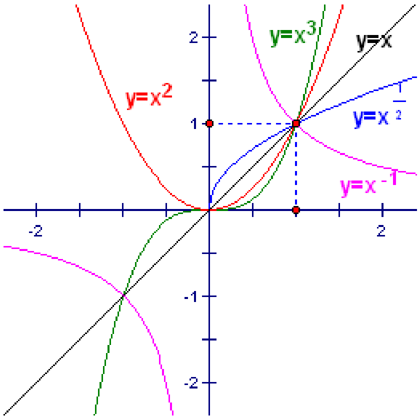
1、幂函数定义:一般地,形如 $y = x^{\alpha}$ 的函数称为幂函数,其中 x 是自变量,α 为常数.

2、幂函数性质归纳.

(1)所有的幂函数在(0,+∞)都有定义,并且图象都过点(1,1);

(2)α>0 时,幂函数的图象通过原点,并且在[0,+ ∞)上是增函数.特别地,当α>1 时,幂函数的图象下凸;当 0<α<1 时,幂函数的图象上凸;

(3)α<0 时,幂函数的图象在(0,+∞)上是减函数.在第一象限内,当 x 从右边趋向原点时,图象在 y 轴右方无限地逼近 y 轴正半轴,当 x 趋于+∞时,图象在 x 轴上方无限地逼近 x 轴正半轴.



第三章 函数的应用

一、方程的根与函数的零点

1、函数零点的概念:对于函数 y=f(x),使 f(x)=0 的实数 x 叫做函数的零点。(实质上是函数 y=f(x)与 x 轴交点的横坐标)

2、函数零点的意义: 方程 f(x)=0 有实数根⇔函数 y=f(x)的图象与 x 轴有交点⇔函数 y=f(x)有零点

3、零点定理: 函数 y=f(x)在区间[a,b]上的图象是连续不断的,并且有 f(a)f(b)<0,那么函数 y=f(x)在区间(a,b)至少有一个零点 c,使得 f(c)=0,此时 c 也是方程 f(x)=0 的根。

4、函数零点的求法: 求函数 y=f(x)的零点:

(1) (代数法)求方程 f(x)=0 的实数根;

(2) (几何法)对于不能用求根公式的方程,可以将它与函数 y=f(x)的图象联系起来,并利用函数的性质找出零点.

5、二次函数的零点: 二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$.

1)△>0,方程 f(x)=0 有两不等实根,二次函数的图象与 x 轴有两个交点,二次函数有两个零点.

2)△=0,方程 f(x)=0 有两相等实根(二重根),二次函数的图象与 x 轴有一个交点,二次函数有一个二重零点或二阶零点.

3)△<0,方程 f(x)=0 无实根,二次函数的图象与 x 轴无交点,二次函数无零点.

二、二分法

1、概念: 对于在区间[a,b]上连续不断且 f(a)f(b)<0 的函数 y=f(x),通过不断地把函数 f(x)的零点所在的区间一分为二,使区间的两个端点逐步逼近零点,进而得到零点近似值的方法叫做二分法。

2、用二分法求方程近似解的步骤:

⑴确定区间[a,b],验证 f(a)f(b)<0,给定精确度ε;

⑵求区间(a,b)的中点 c;

⑶计算 f(c),

①若 f(c)=0,则 c 就是函数的零点;

②若 f(a)f(c)<0,则令 b=c(此时零点 x_0∈(a,c))

③若 f(c)f(b)<0,则令 a=c(此时零点 x_0∈(c,b))

(4)判断是否达到精确度ε:即若|a-b|<ε,则得到零点近似值为 a(或 b);否则重复⑵~⑷

三、函数的应用:

（1）评价模型： 给定模型利用学过的知识解模型验证是否符合实际情况。

（2）几个增长函数模型：一次函数：$y=ax+b(a>0)$

指数函数：$y=a^x(a>1)$ 指数型函数： $y=ka^x(k>0,a>1)$

幂函数： $y=x^n$（ n∈N*） 对数函数：$y=\log_a x(a>1)$

二次函数：$y=ax^2+bx+c(a>0)$

增长快慢：$V(a^x)>V(x^n)>V(\log_a x)$

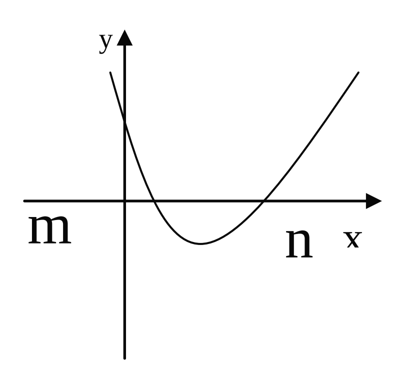
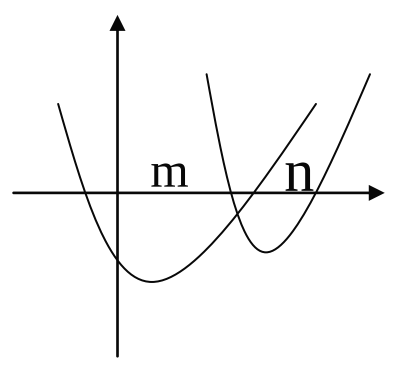
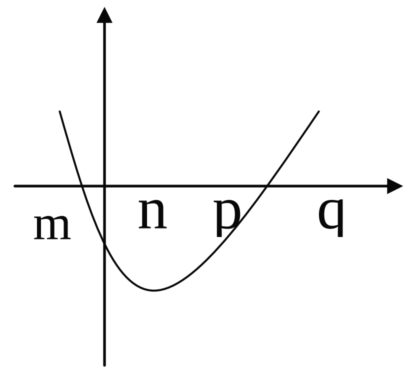
解不等式 (1) $\log_2 x< 2^x < x^2$ (2) $\log_2 x< x^2 < 2^x$

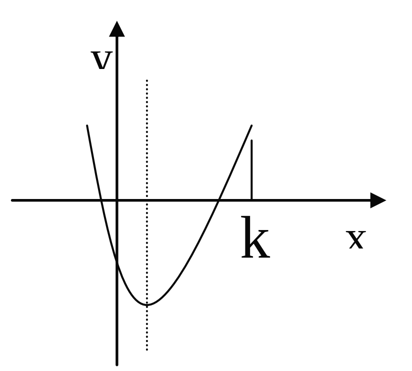
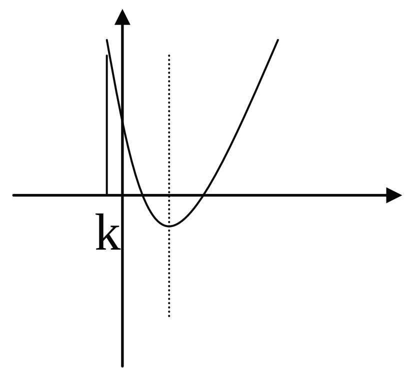
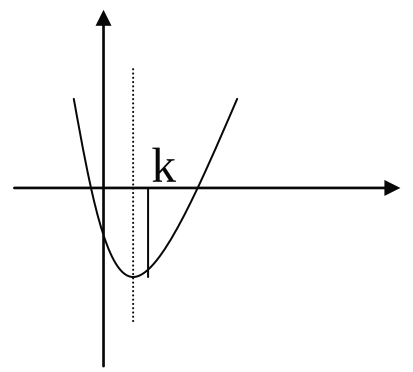
（3）分段函数的应用：注意端点不能重复取，求函数值先判断自变量所在的区间。

（4）二次函数模型： $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 先求函数的定义域，在求函数的对称轴，看它在不在定义域内，在的话代进求出最值，不在的话，将定义域内离对称轴最近的点代进求最值。

（5）数学建模：

(6)一元二次方程 ax2+bx+c=0 （a>0）的 根的分布

两个根都在（m,n)内	两个有且仅有一个在（m,n)内	$x_1\in(m,n)$ $x_2\in(p,q)$
		
$\begin{cases}\Delta>0\\ m<-\frac{b}{2a}<n\\ f(m)>0\\ f(n)>0\end{cases}$	$f(m)f(n)<0$	$\begin{cases}f(m)>0\\ f(n)<0\\ f(p)<0\\ f(q)>0\end{cases}$

两个根都小于 K	两个根都大于 K	一个根小于 K，一个根大于 K
		
$\begin{cases}\Delta>0\\ -\frac{b}{2a}<k\\ f(k)>0\end{cases}$	$\begin{cases}\Delta>0\\ -\frac{b}{2a}>k\\ f(k)>0\end{cases}$	$f(k)<0$