

2018 年全国各地高考数学试题及解答分类汇编大全

(10 平面向量)

一、选择题

1. (2018 浙江) 已知 a, b, e 是平面向量, e 是单位向量. 若非零向量 a 与 e 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 向量 b 满足 $b^2 - 4e \cdot b + 3 = 0$, 则 $|a - b|$ 的最小值是 ()
- A. $\sqrt{3} - 1$ B. $\sqrt{3} + 1$ C. 2 D. $2 - \sqrt{3}$

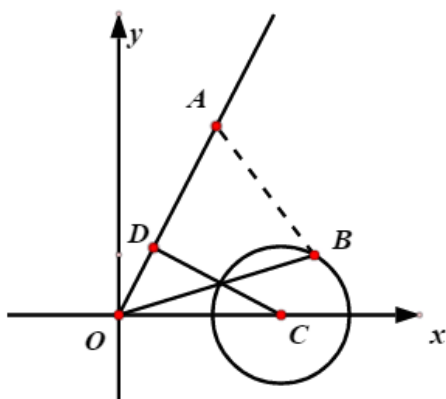
1. 答案: A

解答: 设 $\vec{e} = (1, 0)$, $\vec{b} = (x, y)$,

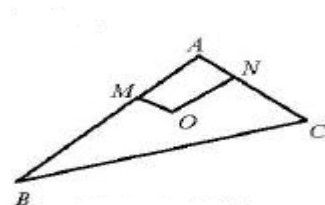
$$\text{则 } \vec{b}^2 - 4\vec{e} \cdot \vec{b} + 3 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = 1$$

如图所示, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, (其中 A 为射线 OA 上动点, B 为圆 C 上动点, $\angle AOx = \frac{\pi}{3}$.)

$$\therefore |\vec{a} - \vec{b}|_{\min} = |CD| - 1 = \sqrt{3} - 1. \text{ (其中 } CD \perp OA \text{.)}$$



2. (2018 天津文) 在如图的平面图形中, 已知 $OM = 1, ON = 2, \angle MON = 120^\circ$, $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA}$, 则 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OM}$ 的值为 ()
- (A) -15 (B) -9 (C) -6 (D) 0



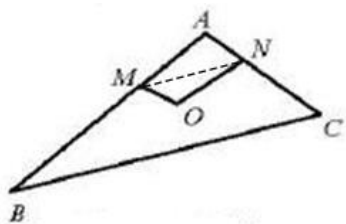
2. 【答案】C

【解析】如图所示, 连结 MN , 由 $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA}$

可知点 M, N 分别为线段 AB, AC 上靠近点 A 的三等分点, 则 $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{MN} = 3(\overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM})$,

由题意可知: $|\overrightarrow{OM}|^2 = 1^2 = 1$, $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 1 \times 2 \times \cos 120^\circ = -1$, 结合数量积的运算法则可得:

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OM} = 3(\overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}) \cdot \overrightarrow{OM} = 3\overrightarrow{ON} \cdot \overrightarrow{OM} - 3\overrightarrow{OM}^2 = -3 - 3 = -6. \text{ 故选 C.}$$

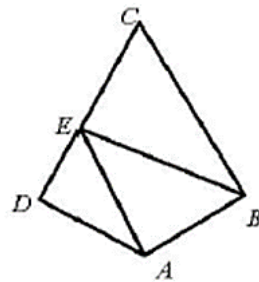
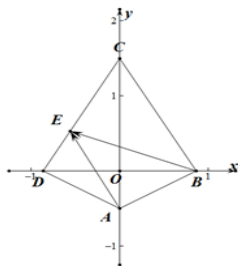


3. (2018 天津理) 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp BC$, $AD \perp CD$, $\angle BAD = 120^\circ$, $AB = AD = 1$. 若点 E 为边 CD 上的动点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BE}$ 的最小值为 ()
- (A) $\frac{21}{16}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{25}{16}$ (D) 3

3. 【答案】A

【解析】建立如图所示的平面直角坐标系,

则 $A\left(0, -\frac{1}{2}\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$, $C\left(0, \frac{3}{2}\right)$, $D\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$,



第(8)题图

点 E 在 CD 上, 则 $\overrightarrow{DE} = \lambda \overrightarrow{DC}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$), 设 $E(x, y)$, 则:

$$\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}, y\right) = \lambda \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right), \text{ 即 } \begin{cases} x + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \lambda \\ y = \frac{3}{2} \lambda \end{cases}$$

据此可得 $E\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda - \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2} \lambda\right)$, 且 $\overrightarrow{AE} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda - \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2} \lambda + \frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{BE} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda - \sqrt{3}, \frac{3}{2} \lambda\right)$,

由数量积的坐标运算法则可得:

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BE} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda - \sqrt{3}\right) + \frac{3}{2} \lambda \times \left(\frac{3}{2} \lambda + \frac{1}{2}\right),$$

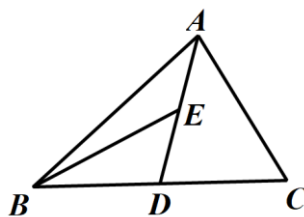
整理可得: $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BE} = \frac{3}{4} (4\lambda^2 - 2\lambda + 2)$ ($0 \leq \lambda \leq 1$),

结合二次函数的性质可知, 当 $\lambda = \frac{1}{4}$ 时, $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BE}$ 取得最小值 $\frac{21}{16}$, 故选 A.

4. (2018 全国新课标 I 文、理) 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{EB} =$ ()

A. $\frac{3}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4} \overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{3}{4} \overrightarrow{AC}$ C. $\frac{3}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4} \overrightarrow{AC}$

4. 答案: A



解答:

由题可知 $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \right] + \overrightarrow{AB} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4} \overrightarrow{AC}$.

5. (2018 全国新课标 II 文、理) 已知向量 \mathbf{a} , \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}|=1$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=-1$, 则 $\mathbf{a} \cdot (2\mathbf{a}-\mathbf{b})=$ ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 0

5. 【答案】B

【解析】因为 $\mathbf{a} \cdot (2\mathbf{a}-\mathbf{b})=2\mathbf{a}^2-\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=2|\mathbf{a}|^2-(-1)=2+1=3$, 所以选 B.

二、填空

1. (2018 北京文) 设向量 $\mathbf{a}=(1,0)$, $\mathbf{b}=(-1,m)$, 若 $\mathbf{a} \perp (m\mathbf{a}-\mathbf{b})$, 则 $m=$ _____.

1. 【答案】-1

【解析】 $\because \mathbf{a}=(1,0)$, $\mathbf{b}=(-1,m)$, $\therefore m\mathbf{a}-\mathbf{b}=(m,0)-(-1,m)=(m+1,-m)$,

由 $\mathbf{a} \perp (m\mathbf{a}-\mathbf{b})$ 得, $\mathbf{a} \cdot (m\mathbf{a}-\mathbf{b})=0$, $\therefore \mathbf{a} \cdot (m\mathbf{a}-\mathbf{b})=m+1=0$, 即 $m=-1$.

2. (2018 上海) 在平面直角坐标系中, 已知点 A (-1, 0), B (2, 0), E, F 是 y 轴上的两个动点, 且 $|\overline{EF}|=2$, 则 $\overline{AE} \cdot \overline{BF}$ 的最小值为_____

【答案】-3

【知识点】平面向量数量积

【考查能力】运算求解能力

【解析】设 $E(0,m), F(0,m+2)$, 则 $\overline{AE} \cdot \overline{BF} = (m+1)^2 - 3$, 最小值为 -3

3. (2018 江苏) 在平面直角坐标系 xOy 中, A 为直线 $l: y=2x$ 上在第一象限内的点, $B(5,0)$, 以 AB 为直径的圆 C 与直线 l 交于另一点 D. 若 $\overline{AB} \cdot \overline{CD}=0$, 则点 A 的横坐标为_____.

3. 【答案】3

【解析】设 $A(a,2a)(a>0)$, 则由圆心 C 为 AB 中点得 $C\left(\frac{a+5}{2}, a\right)$,

易得 $C: (x-5)(x-a)+y(y-2a)=0$, 与 $y=2x$ 联立解得点 D 的横坐标 $x_D=1$, 所以

$D(1,2)$. 所以 $\overline{AB}=(5-a,-2a)$, $\overline{CD}=\left(1-\frac{a+5}{2}, 2-a\right)$,

由 $\overline{AB} \cdot \overline{CD}=0$ 得 $(5-a)\left(1-\frac{a+5}{2}\right)+(-2a)(2-a)=0$,

$a^2-2a-3=0$, $a=3$ 或 $a=-1$, 因为 $a>0$, 所以 $a=3$.

4. (2018 全国新课标 III 文、理) 已知向量 $\mathbf{a}=(1,2)$, $\mathbf{b}=(2,-2)$, $\mathbf{c}=(1,\lambda)$. 若 $\mathbf{c} \parallel (2\mathbf{a}+\mathbf{b})$, 则 $\lambda=$ _____.

4. 答案: $\frac{1}{2}$

解答: $2\vec{a}+\vec{b}=(4,2)$, $\because \vec{c} \parallel (2\vec{a}+\vec{b})$, $\therefore 1 \times 2 - \lambda \times 4 = 0$, 解得 $\lambda = \frac{1}{2}$.

三、解答题(无)