**三角函数**

**三角函数**是六类[基本初等函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%9F%BA%E6%9C%AC%E5%88%9D%E7%AD%89%E5%87%BD%E6%95%B0)之一**，**是以角度（数学上最常用弧度制，下同）为[自变量](https://baike.baidu.com/item/%E8%87%AA%E5%8F%98%E9%87%8F" \t "_blank)，角度对应[任意角](https://baike.baidu.com/item/%E4%BB%BB%E6%84%8F%E8%A7%92)终边与[单位圆](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%95%E4%BD%8D%E5%9C%86)交点坐标或其比值为[因变量](https://baike.baidu.com/item/%E5%9B%A0%E5%8F%98%E9%87%8F)的函数。也可以等价地用与[单位圆](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%95%E4%BD%8D%E5%9C%86)有关的各种线段的长度来定义。三角函数在研究三角形和[圆](https://baike.baidu.com/item/%E5%9C%86/54084)等几何形状的性质时有重要作用，也是研究周期性现象的基础数学工具。

常见的三角函数包括[正弦函数](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%BC%A6%E5%87%BD%E6%95%B0)、[余弦函数](https://baike.baidu.com/item/%E4%BD%99%E5%BC%A6%E5%87%BD%E6%95%B0)和[正切函数](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%88%87%E5%87%BD%E6%95%B0)。在[航海学](https://baike.baidu.com/item/%E8%88%AA%E6%B5%B7%E5%AD%A6)、[测绘学](https://baike.baidu.com/item/%E6%B5%8B%E7%BB%98%E5%AD%A6)、[工程学](https://baike.baidu.com/item/%E5%B7%A5%E7%A8%8B%E5%AD%A6)等其他学科中，还会用到如[余切函数](https://baike.baidu.com/item/%E4%BD%99%E5%88%87%E5%87%BD%E6%95%B0)、[正割函数](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%89%B2%E5%87%BD%E6%95%B0)、[余割函数](https://baike.baidu.com/item/%E4%BD%99%E5%89%B2%E5%87%BD%E6%95%B0)、[正矢函数](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E7%9F%A2%E5%87%BD%E6%95%B0)、[余矢函数](https://baike.baidu.com/item/%E4%BD%99%E7%9F%A2%E5%87%BD%E6%95%B0)、[半正矢函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%8A%E6%AD%A3%E7%9F%A2%E5%87%BD%E6%95%B0)、[半余矢函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%8A%E4%BD%99%E7%9F%A2%E5%87%BD%E6%95%B0)等其他的三角函数。不同的三角函数之间的关系可以通过几何直观或者计算得出，称为[三角恒等式](https://baike.baidu.com/item/%E4%B8%89%E8%A7%92%E6%81%92%E7%AD%89%E5%BC%8F)。

**定义**

**直角三角形三角函数定义**

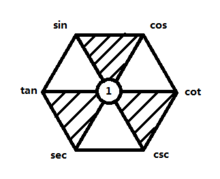
在直角三角形中，当平面上的三点A、B、C的连线，AB、AC、BC，构成一个[直角三角形](https://baike.baidu.com/item/%E7%9B%B4%E8%A7%92%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%BD%A2" \t "_blank)，其中∠ACB为[直角](https://baike.baidu.com/item/%E7%9B%B4%E8%A7%92" \t "_blank)。对∠BAC而言，[对边](https://baike.baidu.com/item/%E5%AF%B9%E8%BE%B9" \t "_blank)（opposite）a=BC、[斜边](https://baike.baidu.com/item/%E6%96%9C%E8%BE%B9" \t "_blank)（hypotenuse）c=AB、邻边（adjacent）b=AC，则存在以下关系：

：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **基本函数** | **英文** | **缩写** | **表达式** | **语言描述** | [https://gss1.bdstatic.com/-vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D220/sign=24ea7303a244ad342abf8085e0a00c08/9825bc315c6034a8eb16696fc81349540823766c.jpg](https://baike.baidu.com/pic/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0/1652457/0/9825bc315c6034a8eb16696fc81349540823766c?fr=lemma&ct=single) |
| [正弦函数](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%BC%A6%E5%87%BD%E6%95%B0) | ***sine*** | *sin* | *a/c* | *∠A*的对边比斜边 |
| [余弦函数](https://baike.baidu.com/item/%E4%BD%99%E5%BC%A6%E5%87%BD%E6%95%B0) | ***cosine*** | *cos* | *b/c* | *∠A*的邻边比斜边 |
| [正切函数](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%88%87%E5%87%BD%E6%95%B0) | ***tangent*** | *tan* | *a/b* | *∠A*的对边比邻边 |
| [余切函数](https://baike.baidu.com/item/%E4%BD%99%E5%88%87%E5%87%BD%E6%95%B0) | ***cotangent*** | *cot* | *b/a* | *∠A*的邻边比对边 |
| [正割函数](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%89%B2%E5%87%BD%E6%95%B0) | ***secant*** | *sec* | *c/b* | *∠A*的斜边比邻边 |
| [余割函数](https://baike.baidu.com/item/%E4%BD%99%E5%89%B2%E5%87%BD%E6%95%B0) | ***cosecant*** | *csc* | *c/a* | *∠A*的斜边比对边 |

注：正切函数、余切函数曾被写作*tg*、*ctg，*现已不用这种写法*。*

**基本三角函数关系的速记方法**

[](https://baike.baidu.com/pic/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0/1652457/0/9e3df8dcd100baa14f294a4c4d10b912c8fc2e3b?fr=lemma&ct=single)

如上图，六边形的六个角分别代表六种三角函数，存在如下关系：

1).对角相乘乘积为1,即sinθ∗cscθ=1; cosθ∗secθ=1; tanθ∗cotθ=1.

2).六边形任意相邻的三个顶点代表的三角函数，处于中间位置的函数值等于与它相邻两个函数值的乘积，如：sinθ=cosθ\*tanθ; tanθ=sinθ\*secθ...

3)阴影部分的三角形，处于上方两个顶点的平方之和等于下顶点的平方值，如：

https://gss3.bdstatic.com/7Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D132/sign=b483a29605b30f24319ae800fa94d192/b21c8701a18b87d6e875a2e80d0828381f30fd16.jpg

;

https://gss3.bdstatic.com/-Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D131/sign=8af229093cd3d539c53d0bc00b86e927/d4628535e5dde711d3f74a01adefce1b9d16611b.jpg

;

https://gss2.bdstatic.com/9fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D129/sign=17bae1035bda81cb4ae687cf6b64d0a4/b64543a98226cffca4c3b645b3014a90f703ea58.jpg

.

**变化规律**

[正弦](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%BC%A6)值在https://gss3.bdstatic.com/7Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D189/sign=32fd1d65b5fb43161e1f7e7219a54642/b7003af33a87e9503aba8ec217385343faf2b4ea.jpg随角度增大（减小）而增大（减小），

在https://gss2.bdstatic.com/9fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D199/sign=f80e983c0bf431adb8d247307237ac0f/3b292df5e0fe9925f68814fe33a85edf8cb17193.jpg随角度增大（减小）而减小（增大）；

余弦值在https://gss2.bdstatic.com/9fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D151/sign=80572da60bd79123e4e090719c355917/3b292df5e0fe9925f6e614fe33a85edf8cb171b1.jpg随角度增大（减小）而增大（减小），

在https://gss1.bdstatic.com/9vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D152/sign=eecef18ccffcc3ceb0c0cd36a044d6b7/024f78f0f736afc3d0ef42cbb419ebc4b64512b8.jpg随角度增大（减小）而减小（增大）；

[正切](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%88%87)值在https://gss2.bdstatic.com/-fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D171/sign=004829649752982201333dc4e6cb7b3b/902397dda144ad341fe99224d7a20cf431ad853a.jpg随角度增大（减小）而增大（减小）；

余切值在https://gss3.bdstatic.com/7Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D145/sign=c8db3e848d82b90139adc737468ca97e/622762d0f703918fa7cb2869563d269759eec47e.jpg随角度增大（减小）而减小（增大）；

[正割](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%89%B2)值在https://gss2.bdstatic.com/-fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D171/sign=004829649752982201333dc4e6cb7b3b/902397dda144ad341fe99224d7a20cf431ad853a.jpg随着角度的增大（或减小）而增大（或减小）；

余割值在https://gss3.bdstatic.com/7Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D145/sign=c8db3e848d82b90139adc737468ca97e/622762d0f703918fa7cb2869563d269759eec47e.jpg随着角度的增大（或减小）而减小（或增大）。

注：以上其他情况可类推，参考第五项：几何性质。

除了上述六个常见的函数，还有一些不常见的三角函数（不用掌握）：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **函数名** | **与常见函数转化关系** |  |
| [正矢函数](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E7%9F%A2%E5%87%BD%E6%95%B0) | https://gss2.bdstatic.com/9fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D136/sign=687e986008d162d981ee661f27dea950/1b4c510fd9f9d72a0a2fc6b9d62a2834359bbbcf.jpg | [versin](https://baike.baidu.com/pic/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0/1652457/0/faacb56493202897f6365473?fr=lemma&ct=single)versin |
| https://gss1.bdstatic.com/9vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D152/sign=457052a131fa828bd52399e6cf1e41cd/b7fd5266d0160924525674bfd60735fae6cd3427.jpg |
| [余矢函数](https://baike.baidu.com/item/%E4%BD%99%E7%9F%A2%E5%87%BD%E6%95%B0) | https://gss1.bdstatic.com/9vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D150/sign=0a30e94560d9f2d3241120ea99ed8a53/2934349b033b5bb5b82ef65a34d3d539b700bc9d.jpg |
| https://gss2.bdstatic.com/9fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D166/sign=1f7c055979899e517c8e3e1274a6d990/8718367adab44aed04f56840b11c8701a08bfbdf.jpg |
| [半正矢函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%8A%E6%AD%A3%E7%9F%A2%E5%87%BD%E6%95%B0) | https://gss1.bdstatic.com/9vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D157/sign=34b5b5da9058d109c0e3adb7e659ccd0/c2fdfc039245d6883dde6400a6c27d1ed31b24b2.jpg |
| https://gss1.bdstatic.com/-vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D173/sign=e5af1b8d8418367aa9897bda1d718b68/42166d224f4a20a413ddea6392529822730ed057.jpg |
| [半余矢函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%8A%E4%BD%99%E7%9F%A2%E5%87%BD%E6%95%B0) | https://gss3.bdstatic.com/-Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D171/sign=fee1b54e83cb39dbc5c06351e11709a7/728da9773912b31b93741c8d8418367adab4e17e.jpg |
| https://gss3.bdstatic.com/7Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D188/sign=269052695066d0167a199a20af2ad498/8b82b9014a90f6036cc64de33b12b31bb051ed24.jpg |
| [外正割函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%A4%96%E6%AD%A3%E5%89%B2%E5%87%BD%E6%95%B0) | https://gss2.bdstatic.com/-fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D127/sign=2bc2038592ef76c6d4d2ff29aa17fdf6/a71ea8d3fd1f41345915d4da271f95cad1c85e70.jpg |
| [外余割函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%A4%96%E4%BD%99%E5%89%B2%E5%87%BD%E6%95%B0) | https://gss1.bdstatic.com/9vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D127/sign=bfc676ccd309b3deefbfe06afbbe6cd3/fd039245d688d43f6e1c40567f1ed21b0ff43bd9.jpg |

**任意角三角函数定义：**

在[平面直角坐标系](https://baike.baidu.com/item/%E5%B9%B3%E9%9D%A2%E7%9B%B4%E8%A7%92%E5%9D%90%E6%A0%87%E7%B3%BB)xOy中设∠β的始边为x轴的正半轴，设点P（x，y）为∠β的终边上不与原点O重合的任意一点，设r=OP，令∠β=∠α，则：

https://gss1.bdstatic.com/9vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D65/sign=ce57831880d6277fed12313d2938b49f/b3b7d0a20cf431ad82b9549a4c36acaf2edd982d.jpg，

https://gss3.bdstatic.com/-Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D65/sign=7a3216b9c15c1038207ecdc7b311c9ab/a686c9177f3e67095a5f535c3cc79f3df8dc5531.jpg，

https://gss1.bdstatic.com/-vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D65/sign=0e475f4a8a1001e94a3c170ab90e2f52/0ff41bd5ad6eddc4fc51a2583edbb6fd536633da.jpg，

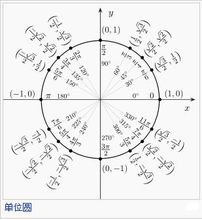
https://gss0.bdstatic.com/-4o3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D65/sign=c4232b69563d26972ad30b5854fb9816/77c6a7efce1b9d1699358cc2f4deb48f8d5464a6.jpg，

https://gss0.bdstatic.com/-4o3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D67/sign=13d16134de33c895a27e9b7cd013403f/0b46f21fbe096b63ead148f30b338744eaf8ac4c.jpg，

https://gss2.bdstatic.com/-fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D66/sign=f716a980642762d0843ea7b9a2ec9ec2/4ec2d5628535e5ddb9ebb37c71c6a7efcf1b6249.jpg。

**单位圆定义：**六个三角函数也可以依据[半径](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%8A%E5%BE%84)为1中心为原点的[单位圆](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%95%E4%BD%8D%E5%9C%86" \t "_blank)来定义。单位圆定义在实际计算上没有大的价值；实际上对多数角它都依赖于[直角三角形](https://baike.baidu.com/item/%E7%9B%B4%E8%A7%92%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%BD%A2)。但是[单位圆](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%95%E4%BD%8D%E5%9C%86)定义的确允许三角函数对所有[正数](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E6%95%B0)和[负数](https://baike.baidu.com/item/%E8%B4%9F%E6%95%B0)辐角都有定义，而不只是对于在 *0* 和 *π/2*[弧度](https://baike.baidu.com/item/%E5%BC%A7%E5%BA%A6)之间的角。它也提供了一个图像，把所有重要的三角函数都[包含](https://baike.baidu.com/item/%E5%8C%85%E5%90%AB)了。

根据[勾股定理](https://baike.baidu.com/item/%E5%8B%BE%E8%82%A1%E5%AE%9A%E7%90%86" \t "_blank)：

[](https://baike.baidu.com/pic/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0/1652457/0/86d5bac2e920fb200ef477de?fr=lemma&ct=single)三角函数

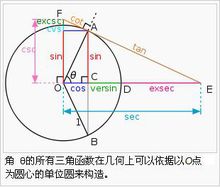
单位圆的[方程](https://baike.baidu.com/item/%E6%96%B9%E7%A8%8B)是：对于圆上的任意点*(x,y)，x²+y²=1*。

图像中给出了用[弧度](https://baike.baidu.com/item/%E5%BC%A7%E5%BA%A6)度量的一些常见的角:逆时针方向的度量是[正角](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E8%A7%92" \t "_blank)，而顺时针的度量是[负角](https://baike.baidu.com/item/%E8%B4%9F%E8%A7%92)。设一个过[原点](https://baike.baidu.com/item/%E5%8E%9F%E7%82%B9)的线，同*x*轴正半部分得到一个角*θ*，并与单位圆相交。这个交点的*x*和*y*坐标分别等于*cosθ*和*sinθ*。图像中的三角形确保了这个公式；半径等于斜边且长度为1，所以有 *sinθ=y/1* 和 *cosθ=x/1*。单位圆可以被视为是通过改变邻边和对边的长度，但保持斜边等于 1的一种查看无限个三角形的方式。

对于大于 *2π* 或小于等于*2π* 的角度，可直接继续绕单位圆旋转。在这种方式下，正弦和余弦变成了周期为 *2π*的[周期函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%91%A8%E6%9C%9F%E5%87%BD%E6%95%B0" \t "_blank)：对于任何角度*θ*和任何[整数](https://baike.baidu.com/item/%E6%95%B4%E6%95%B0" \t "_blank)*k*。

周期函数的[最小正周期](https://baike.baidu.com/item/%E6%9C%80%E5%B0%8F%E6%AD%A3%E5%91%A8%E6%9C%9F)叫做这个函数的“[基本周期](https://baike.baidu.com/item/%E5%9F%BA%E6%9C%AC%E5%91%A8%E6%9C%9F)”。正弦、余弦、正割或余割的基本周期是全圆，也就是 2π弧度或 360°；正切或余切的基本周期是半圆，也就是 π 弧度或 180°。上面只有正弦和余弦是直接使用单位圆定义的，其他四个三角函数的定义如图所示。

在[正切函数](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%88%87%E5%87%BD%E6%95%B0)的图像中，在角*k*π 附近变化缓慢，而在接近角 (*k*+ 1/2)π 的时候变化迅速。正切函数的图像在 θ = (*k*+ 1/2)π 有垂直渐近线。这是因为在 θ 从左侧接进 (*k*+ 1/2)π 的时候函数接近[正无穷](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E6%97%A0%E7%A9%B7" \t "_blank)，而从右侧接近 (*k*+ 1/2)π 的时候函数接近负无穷。

[](https://baike.baidu.com/pic/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0/1652457/0/dbf554edfc21a2efb31cb1ab?fr=lemma&ct=single)三角函数

另一方面，所有基本三角函数都可依据中心为*O*的单位圆来定义，类似于历史上使用的几何定义。特别 是，对于这个圆的[弦](https://baike.baidu.com/item/%E5%BC%A6)*AB*，这里的 θ 是对向角的一半，sin*θ*是*AC*（半弦），这是印度的[阿耶波多](https://baike.baidu.com/item/%E9%98%BF%E8%80%B6%E6%B3%A2%E5%A4%9A" \t "_blank)介入的定义。cos*θ*是水平距离*OC*，versin*θ*=1-cos*θ*是*CD*。tan*θ*是通过*A*的[切线](https://baike.baidu.com/item/%E5%88%87%E7%BA%BF" \t "_blank)的[线段](https://baike.baidu.com/item/%E7%BA%BF%E6%AE%B5)*AE*的长度，所以这个函数才叫[正切](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%88%87" \t "_blank)。cot*θ*是另一个切线段*AF*。 sec*θ*=*OE*和 csc*θ*=*OF*是割线（与圆相交于两点）的线段，所以可以看作*OA*沿着 A 的切线分别向水平和垂直轴的投影。*DE*是 exsec*θ*= sec*θ*-1（正割在圆外的部分）。通过这些构造，容易看出[正割](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%89%B2" \t "_blank)和正切函数在 θ 接近 π/2的时候发散，而余割和余切在 θ 接近零的时候发散。

依据单位圆定义，我们可以做三个[有向线段](https://baike.baidu.com/item/%E6%9C%89%E5%90%91%E7%BA%BF%E6%AE%B5)（[向量](https://baike.baidu.com/item/%E5%90%91%E9%87%8F)）来表示正弦、余弦、正切的值。如图所示，圆O是一个单位圆，P是*α*的[终边](https://baike.baidu.com/item/%E7%BB%88%E8%BE%B9" \t "_blank)与单位圆上的交点，M点是*P*在*x*轴的投影，*A*(1,0)是圆O与x轴[正半轴](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%8D%8A%E8%BD%B4" \t "_blank)的交点，过A点做过圆O的**[切线](https://baike.baidu.com/item/%E5%88%87%E7%BA%BF" \t "_blank)**。

那么向量**MP**对应的就是*α*的[正弦值](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%BC%A6%E5%80%BC" \t "_blank)，向量**OM**对应的就是余弦值。OP的[延长线](https://baike.baidu.com/item/%E5%BB%B6%E9%95%BF%E7%BA%BF" \t "_blank)（或[反向延长线](https://baike.baidu.com/item/%E5%8F%8D%E5%90%91%E5%BB%B6%E9%95%BF%E7%BA%BF" \t "_blank)）与*过A点*的切线的交点为T，则向量A**T**对应的就是[正切值](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%88%87%E5%80%BC" \t "_blank)。向量的起止点**不能颠倒**，因为其方向是有意义的。

借助线三角函数线，我们可以观察到[第二象限角](https://baike.baidu.com/item/%E7%AC%AC%E4%BA%8C%E8%B1%A1%E9%99%90%E8%A7%92" \t "_blank)α的正弦值为正，[余弦](https://baike.baidu.com/item/%E4%BD%99%E5%BC%A6" \t "_blank)值为负，[正切](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%88%87)值为负。

**特殊角**

在三角函数中，有一些特殊角，例如30°、45°、60°，这些角的三角函数值为简单[单项式](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%95%E9%A1%B9%E5%BC%8F" \t "_blank)，计算中可以直接求出具体的值。

这些函数的值参见下表格：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **角度** | 0° | 15° | 30° | 45° | 60° | 90° | 120° | 135° | 150° | 180° | 270° |
| **弧度** | 0 | π/12 | π/6 | π/4 | π/3 | π/2 | 2π/3 | 3π/4 | 5π/6 | π | 3π/2 |
| **sin值** | 0 | [(√6)-(√2)]/4 | 1/2 | (√2)/2 | (√3)/2 | 1 | (√3)/2 | (√2)/2 | 1/2 | 0 | -1 |
| **cos值** | 1 | [(√6)+(√2)]/4 | (√3)/2 | (√2)/2 | 1/2 | 0 | -1/2 | -(√2)/2 | -(√3)/2 | -1 | 0 |
| **tan值** | 0 | 2-√3 | （√3）/3 | 1 | √3 | ∅ | -√3 | -1 | -(√3)/3 | 0 | ∅ |
| **cot值** | ∅ | 2+√3 | √3 | 1 | (√3)/3 | 0 | -(√3)/3 | -1 | -√3 | ∅ | 0 |

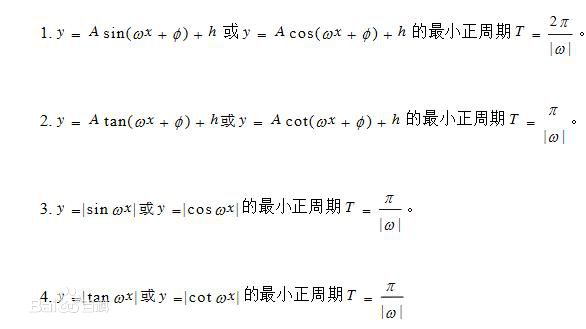
## 几何性质

**函数图象**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **函数** | **对称轴** | **对称中心** | **图象** |
| y=sin x  正弦函数 | **x=kπ+π/2(k∈Z)** | **(kπ,0)(k∈Z)** | [正弦函数](https://baike.baidu.com/pic/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0/1652457/0/960a304e251f95ca9914cdb5cf177f3e660952cb?fr=lemma&ct=single)正弦函数 |
| y=cos x  余弦函数 | **x=kπ(k∈Z)** | **(kπ+π/2,0)(k∈Z)** | [余弦函数](https://baike.baidu.com/pic/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0/1652457/0/18d8bc3eb13533fa644e61f3aad3fd1f40345b77?fr=lemma&ct=single)余弦函数 |
| y=tan x  正切函数 | **无** | **(kπ/2+π/2,0)(k∈Z)** | [正切函数](https://baike.baidu.com/pic/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0/1652457/0/54fbb2fb43166d22324e9954442309f79052d231?fr=lemma&ct=single)正切函数 |
| y=cot x  余切函数 | **无** | **(kπ/2,0)(k∈Z)** | [余切函数](https://baike.baidu.com/pic/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0/1652457/0/8718367adab44aed68a94c39b11c8701a08bfb0c?fr=lemma&ct=single)余切函数 |
| y=sec x  正割函数 | **x=kπ(k∈Z)** | **(kπ+π/2,0)(k∈Z)** | [https://gss0.bdstatic.com/94o3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D220/sign=2b684566a41ea8d38e227306a70b30cf/0824ab18972bd4072d68212079899e510eb309bb.jpg](https://baike.baidu.com/pic/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0/1652457/0/0824ab18972bd4072d68212079899e510eb309bb?fr=lemma&ct=single) |
| y=csc x  余割函数 | **x=kπ+π/2(k∈Z)** | **(kπ,0)(k∈Z)** | [https://gss0.bdstatic.com/-4o3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D220/sign=fec8f26aeb50352ab561220a6342fb1a/77c6a7efce1b9d1639c167bcf1deb48f8d5464ed.jpg](https://baike.baidu.com/pic/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0/1652457/0/77c6a7efce1b9d1639c167bcf1deb48f8d5464ed?fr=lemma&ct=single) |

**最小正周期**

如果一个函数*f(x)*的所有周期中存在一个最小的正数，那么这个最小的正数就叫做*f(x)*的最小正周期（minimal positive period）。例如，[正弦函数](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%BC%A6%E5%87%BD%E6%95%B0" \t "_blank)的最小正周期是*2π。*



对于[正弦函数](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E5%BC%A6%E5%87%BD%E6%95%B0" \t "_blank)*y=sin x*，自变量*x*只要并且至少增加到*x+2π*时，函数值才能重复取得。正弦函数和[余弦函数](https://baike.baidu.com/item/%E4%BD%99%E5%BC%A6%E5%87%BD%E6%95%B0" \t "_blank)的最小正周期是*2π*。

https://gss2.bdstatic.com/9fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D186/sign=1da30cab1830e924cba498397a096e66/7acb0a46f21fbe0971c8d2b76c600c338644adfa.jpg

## 诱导公式

|  |  |
| --- | --- |
| 三角函数十组诱导公式 | |
| **公式一** | **公式二** |
| *sin(2kπ+α)=sin α*  *cos(2kπ+α)=cos α*  *tan(2kπ+α)=tan α*  *cot(2kπ+α)=cot α*  *sec(2kπ+α)=sec α*  *csc(2kπ+α)=csc α* | *sin(π+α)=-sin α*  *cos(π+α)=-cos α*  *tan(π+α)=tan α*  *cot(π+α)=cot α*  *sec(π+α)=-sec α*  *csc(π+α)=-csc α* |
| **公式三** | **公式四** |
| *sin(-α)=-sin α*  *cos(-α)=cos α*  *tan(-α)=-tan α*  *cot(-α)=-cot α*  *sec(-α)=sec α*  *csc(-α)=-csc α* | *sin(π-α)=sin α*  *cos(π-α)=-cos α*  *tan(π-α)=-tan α*  *cot(π-α)=-cot α*  *sec(π-α)=-sec α*  *csc(π-α)=csc α* |
| **公式五** | **公式六** |
| *sin(α-π)=-sin α*  *cos(α-π)=-cos α*  *tan(α-π)=tan α*  *cot(α-π)=cot α*  *sec(α-π)=-sec α*  *csc(α-π)=-csc α* | *sin(2π-α)=-sin α*  *cos(2π-α)=cos α*  *tan(2π-α)=-tan α*  *cot(2π-α)=-cot α*  *sec(2π-α)=sec α*  *csc(2π-α)=-csc α* |
| **公式七** | **公式八** |
| *sin(π/2+α)=cosα*  *cos(π/2+α)=−sinα*  *tan(π/2+α)=-cotα*  *cot(π/2+α)=-tanα*  *sec(π/2+α)=-cscα*  *csc(π/2+α)=secα* | *sin(π/2-α)=cosα*  *cos(π/2-α)=sinα*  *tan(π/2-α)=cotα*  *cot(π/2-α)=tanα*  *sec(π/2-α)=cscα*  *csc(π/2-α)=secα* |
| **公式九** | **公式十** |
| *sin(3π/2+α)=-cosα*  *cos(3π/2+α)=sinα*  *tan(3π/2+α)=-cotα*  *cot(3π/2+α)=-tanα*  *sec(3π/2+α)=-cscα*  *csc(3π/2+α)=secα* | *sin(3π/2-α)=-cosα*  *cos(3π/2-α)=-sinα*  *tan(3π/2-α)=cotα*  *cot(3π/2-α)=tanα*  *sec(3π/2-α)=-cscα*  *csc(3π/2-α)=-secα* |

### 推导方法

**定名法则**

90°的奇数倍+α的三角函数，其绝对值与α三角函数的绝对值互为[余函数](https://baike.baidu.com/item/%E4%BD%99%E5%87%BD%E6%95%B0" \t "_blank)。90°的[偶数](https://baike.baidu.com/item/%E5%81%B6%E6%95%B0" \t "_blank)倍+α的三角函数与α的三角函数绝对值相同。也就是“奇余偶同，奇变偶不变”。

**定号法则**

将α**看做**锐角（注意是“看做”），按所得的角的象限，取三角函数的符号。也就是“象限定号，符号看象限”（或为“**奇变偶不变，符号看象限**”)。

在Kπ/2中如果K为偶数时函数名不变，若为奇数时函数名变为相反的函数名。[正负号](https://baike.baidu.com/item/%E6%AD%A3%E8%B4%9F%E5%8F%B7" \t "_blank)看原函数中α所在[象限](https://baike.baidu.com/item/%E8%B1%A1%E9%99%90" \t "_blank)的正负号。关于**正负号有个口诀；一全正，二正弦，三两切，四余弦（简单记为：全，s，t，c即第一象限全部为正，第二象限角，正弦为正，第三象限，正切和余切为正，第四象限，余弦为正）**。还有一个口诀“**纵变横不变，符号看象限**”，例如：sin(90°+α)，90°的终边在纵轴上，所以函数名变为相反的函数名，即cos，所以sin(90°+α)=cosα。

## 三角恒等式

### 两角和与差

https://gss3.bdstatic.com/-Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D249/sign=5bad8d02983df8dca23d8895f41072bf/9f510fb30f2442a7f2517e50d643ad4bd01302e3.jpg

https://gss3.bdstatic.com/-Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D249/sign=7cbcc30e0d46f21fcd345957cf256b31/cb8065380cd791233cab1981aa345982b3b780f8.jpg

https://gss2.bdstatic.com/-fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D248/sign=fb7b68d674f082022992963b73fafb8a/8601a18b87d6277fc81fbecd2f381f30e924fc32.jpg

https://gss0.bdstatic.com/94o3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D248/sign=0991af0b31d3d539c53d08c70286e927/b90e7bec54e736d1ef5503fd9c504fc2d4626985.jpg

https://gss2.bdstatic.com/9fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D193/sign=231c3c13207f9e2f743519012c31e962/d6ca7bcb0a46f21f3c9ed0a6f1246b600d33ae99.jpg

https://gss2.bdstatic.com/9fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D194/sign=40f3fbd5be12c8fcb0f3f2c4c80292b4/4afbfbedab64034f4a884bf3a8c379310b551df9.jpg

**证明**

取直角坐标系，作[单位圆](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%95%E4%BD%8D%E5%9C%86)；取一点A，连接OA，与X轴的夹角为α； 取一点B，连接OB，与X轴的夹角为β， 则OA与OB的夹角即为α-β

∵A（cosα,sinα)，B (cosβ,sinβ)，O(0,0)

∴**OA**=(cosα,sinα)，**OB**=(cosβ,sinβ)（[向量](https://baike.baidu.com/item/%E5%90%91%E9%87%8F)）

∴OA·OB=|OA| |OB| cos (α-β) =cos α cos β + sin α sin β

∵|OA| = |OB| = 1

∴cos(α-β)=cosαcosβ+sinαsinβ

取β=-β，可得cos(α+β)=cosαcosβ-sinαsinβ

**和差化积**

https://gss3.bdstatic.com/-Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D273/sign=cb01fddafcf2b211e02e8249f9816511/cf1b9d16fdfaaf5128e71a168b5494eef01f7a17.jpg

https://gss3.bdstatic.com/7Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D273/sign=a450023629dda3cc0fe4bf2732e83905/0823dd54564e92583e6f1d479b82d158cdbf4ec4.jpg

https://gss1.bdstatic.com/9vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D277/sign=4df29a3159df8db1b82e7b633e22dddb/d000baa1cd11728b5682178bcffcc3cec2fd2cef.jpg

https://gss1.bdstatic.com/-vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D285/sign=9cb9207671094b36df921ce596cd7c00/35a85edf8db1cb13e440e2bada54564e92584b6a.jpg

### 积化和差

https://gss0.bdstatic.com/-4o3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D273/sign=be094fa1bade9c82a265fe885f8080d2/8694a4c27d1ed21b22a5857da46eddc451da3f3d.jpg

https://gss2.bdstatic.com/9fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D273/sign=27374cb307f41bd5de53eff362db81a0/42a98226cffc1e17d0ab27a94390f603738de916.jpg

https://gss3.bdstatic.com/7Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D277/sign=9b7a0a46f91f3a295ec8d2c9ae24bce3/c8177f3e6709c93d67e1a56f963df8dcd1005412.jpg

https://gss2.bdstatic.com/-fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D284/sign=c834833d037b020808c938e956d8f25f/8644ebf81a4c510f7fcb49826959252dd42aa51f.jpg

### 二倍角公式

https://gss0.bdstatic.com/94o3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D253/sign=d7c2d1f40d55b31998f9857070a88286/0bd162d9f2d3572c69de01298d13632762d0c303.jpg

https://gss2.bdstatic.com/-fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D358/sign=f7c9984a5566d0167a19982daf2ad498/cefc1e178a82b9018482d8b4748da9773912ef0e.jpg

https://gss2.bdstatic.com/-fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D136/sign=df0585af902bd40746c7d7fe4d889e9c/3812b31bb051f819503918cdddb44aed2e73e71d.jpg

https://gss1.bdstatic.com/9vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D133/sign=ee0f5fee222dd42a5b0905a8303a5b2f/3801213fb80e7bec6dc20966282eb9389b506b18.jpg

https://gss1.bdstatic.com/-vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D135/sign=6491e64ed02a60595610e5191d35342d/a2cc7cd98d1001e90c9f1e88bf0e7bec55e79791.jpg

https://gss1.bdstatic.com/-vo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D254/sign=7cf7ffb07cec54e745ec1d1b8d399bfd/d058ccbf6c81800a4410fb80b63533fa838b4742.jpg

### 三倍角公式

sin(3α) = 3sinα-4sin^3α = 4sinα·sin(60°+α)sin(60°-α)

cos(3α) = 4cos^3α-3cosα = 4cosα·cos(60°+α)cos(60°-α)

tan(3α) = (3tanα-tan^3α)/(1-3tan²α) = tanαtan(π/3+α)tan(π/3-α)

cot(3α)=(cot^3α-3cotα)/(3cot²α-1)

### 半角公式

sin(α/2)=±√[(1-cosα)/2]

cos(α/2)=±√[(1+cosα)/2]

tan(α/2)=±√[(1-cosα)/(1+cosα)]=sinα/(1+cosα)=(1-cosα)/sinα=cscα-cotα

cot(α/2)=±√[(1+cosα)/(1-cosα)]=(1+cosα)/sinα=sinα/(1-cosα)=cscα+cotα

sec(α/2)=±√[(2secα/(secα+1)]

csc(α/2)=±√[(2secα/(secα-1)]

### 辅助角公式

公式：

https://gss2.bdstatic.com/-fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D261/sign=1d0ab533f003918fd3d13acc603c264b/37d3d539b6003af344aa3eb3322ac65c1138b6d5.jpg

（其中*φ*满足

https://gss0.bdstatic.com/-4o3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D119/sign=097a520506f41bd5de53ecf568da81a0/78310a55b319ebc4c321c3b78a26cffc1e171646.jpg

，

https://gss3.bdstatic.com/7Po3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D118/sign=941f3160c28065387feaa012afdda115/cf1b9d16fdfaaf51f4d23591845494eef01f7aee.jpg

）

### 万能公式

sina=[2tan(a/2)]/[1+tan²(a/2)]

cosa=[1-tan²(a/2)]/[1+tan²(a/2)]

tana=[2tan(a/2)]/[1-tan²(a/2)]

### 降幂公式

sin²α=[1-cos(2α)]/2

cos²α=[1+cos(2α)]/2

tan²α=[1-cos(2α)]/[1+cos(2α)]

### 三角和（应该用不上）

sin(α+β+γ)=sinα·cosβ·cosγ+cosα·sinβ·cosγ+cosα·cosβ·sinγ-sinα·sinβ·sinγ

cos(α+β+γ)=cosα·cosβ·cosγ-cosα·sinβ·sinγ-sinα·cosβ·sinγ-sinα·sinβ·cosγ

tan(α+β+γ)=(tanα+tanβ+tanγ-tanα·tanβ·tanγ)÷(1-tanα·tanβ-tanβ·tanγ-tanγ·tanα)

### 三角恒等式

对于任意非直角三角形中,如三角形ABC,总有tanA+tanB+tanC=tanAtanBtanC

证明：

已知(A+B)=(π-C)

所以tan(A+B)=tan(π-C)

则(tanA+tanB)/(1-tanAtanB)=(tanπ-tanC)/(1+tanπtanC)

整理可得

tanA+tanB+tanC=tanAtanBtanC

类似地，我们同样也可以求证:当α+β+γ=nπ(n∈Z)时，总有tanα+tanβ+tanγ=tanαtanβtanγ。

**定义域和值域**

sin(x),cos(x)的定义域为R，值域为[-1,1]。

tan(x)的定义域为x不等于π/2+kπ（k∈Z），值域为R。

cot(x)的定义域为x不等于kπ（k∈Z）,值域为R。

y=a·sin(x)+b·cos(x)+c 的值域为 [ c-√(a&sup2;+b&sup2;) , c+√(a&sup2;+b&sup2;）]

周期T=2π/ω

**函数图象画法**

以y=sinx的图像为例，得到y=Asin(ωx+φ)的图像：

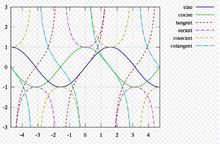
**方法一：**

y=sinx→【左移(φ>0)/右移(φ<0) ∣∣∣φ∣个单位】 →y=sin(x+φ)→【纵坐标不变，横坐标伸缩到原来的(1/ω)】→y=sin(ωx+φ)

**方法二：**

y=sinx→【纵坐标不变，横坐标伸缩到原来的(1/ω)】→y=sinωx→【左移(φ>0)/右移(φ<0）∣φ∣/ω 个单位】→y=sin(ωx+φ) →【纵坐标变为原来的A倍(伸长[A>1] / 缩短[0<A<1])】→ y=Asin(ωx+φ)

**三角函数的导数**

[](https://baike.baidu.com/pic/%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0/1652457/0/ac754782e6d6d6960cf4d2b2?fr=lemma&ct=single)三角函数图象

|  |  |
| --- | --- |
| **y=sinx** | **y'=cosx** |
| **y=cosx** | **y'=-sinx** |
| **y=tanx** | **y'=1/cos²x =sec²x** |
| **y=cotx** | **y'= -1/sin²x= - csc²x** |
| **y=secx** | **y'=secxtanx** |
| **y=cscx** | **y'=-cscxcotx** |
| **y=arcsinx** | **y'=1/√(1-x²)** |
| **y=arccosx** | **y'= -1/√(1-x²)** |
| **y=arctanx** | **y'=1/(1+x²)** |
| **y=arccotx** | **y'= -1/(1+x²)** |

**注：在三角函数中，arc+某个函数名即为这个函数的反函数，例如：y=arcsinx是y=sinx的反函数**

**另外补充三角函数的反函数如下：**

**三角函数的反函数**

三角函数的[反函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%8F%8D%E5%87%BD%E6%95%B0)，是多值函数。它们是反正弦arcsin x，[反余弦](https://baike.baidu.com/item/%E5%8F%8D%E4%BD%99%E5%BC%A6" \t "_blank)arccos x，反正切arctan x，反余切arccot x等，各自表示其正弦、余弦、正切、余切、正割、余割为x的角。为限制[反三角函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%8F%8D%E4%B8%89%E8%A7%92%E5%87%BD%E6%95%B0" \t "_blank)为[单值函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%8D%95%E5%80%BC%E5%87%BD%E6%95%B0)，将[反正弦函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%8F%8D%E6%AD%A3%E5%BC%A6%E5%87%BD%E6%95%B0)的值y限在y=-π/2≤y≤π/2，将y为反正弦函数的[主值](https://baike.baidu.com/item/%E4%B8%BB%E5%80%BC" \t "_blank)，记为y=arcsin x；相应地，[反余弦函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%8F%8D%E4%BD%99%E5%BC%A6%E5%87%BD%E6%95%B0" \t "_blank)y=arccos x的主值限在0≤y≤π；[反正切函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%8F%8D%E6%AD%A3%E5%88%87%E5%87%BD%E6%95%B0" \t "_blank)y=arctan x的主值限在-π/2<y<π/2；[反余切函数](https://baike.baidu.com/item/%E5%8F%8D%E4%BD%99%E5%88%87%E5%87%BD%E6%95%B0" \t "_blank)y=arccot x的主值限在0<y<π。

反三角函数实际上并不能叫做函数，因为它并不满足一个自变量对应一个函数值的要求，其图像与其原函数关于函数y=x对称。其概念首先由[欧拉](https://baike.baidu.com/item/%E6%AC%A7%E6%8B%89" \t "_blank)提出，并且首先使用了arc+函数名的形式表示反三角函数，而不是f-1(x).

反三角函数主要是三个：

y=arcsin(x)，定义域[-1,1]，值域[-π/2,π/2]，图象用红色线条；

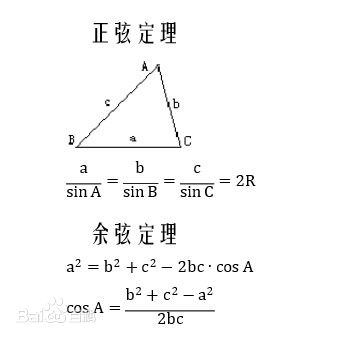
y=arccos(x)，定义域[-1,1]，值域[0,π]，图象用蓝色线条；

y=arctan(x)，定义域(-∞，+∞)，值域(-π/2,π/2)，图象用绿色线条；

sinarcsin(x)=x,定义域[-1,1],值域 [-π/2,π/2]

证明方法如下：设arcsin(x)=y,则sin(y)=x ,将这两个式子代入上式即可得

其他几个用类似方法可得。



### 正弦定理

对于边长为*a*,*b*和*c*而相应角为*A*,*B*和*C*的三角形，有：

sinA / a = sinB / b = sinC/c

也可表示为：

a/sinA=b/sinB=c/sinC=2R

变形：a=2RsinA,b=2RsinB,c=2RsinC

其中R是三角形的外接圆半径。

它可以通过把三角形分为两个直角三角形并使用上述正弦的定义来证明。在这个定理中出现的公共数 (sin*A*)/*a*是通过*A*,*B*和*C*三点的圆的直径的倒数。正弦定理用于在一个三角形中（1）已知两个角和一个边求未知边和角（2）已知两边及其一边的对角求其他角和边的问题。这是三角测量中常见情况。

三角函数正弦定理可用于求得三角形的面积：

S=1/2absinC=1/2bcsinA=1/2acsinB

### 余弦定理

对于边长为a、b、c而相应角为A、B、C的三角形，有：

a² = b² + c²- 2bc·cosA

b² = a² + c² - 2ac·cosB

c² = a² + b² - 2ab·cosC

也可表示为：

cosC=（a² +b² －c²）/ 2ab

cosB=（a² +c² -b²）/ 2ac

cosA=（c² +b² -a²）/ 2bc

这个定理也可以通过把三角形分为两个直角三角形来证明。余弦定理用于在一个三角形的两个边和一个角已知时确定未知的数据。

如果这个角不是两条边的夹角，那么三角形可能不是唯一的（边-边-角）。要小心余弦定理的这种歧义情况。

物理力学方面的平行四边形定则中也会用到相关知识。

延伸定理：**第一余弦定理（任意三角形射影定理）**

设△ABC的三边是a、b、c，它们所对的角分别是A、B、C，则有

a=b·cos C+c·cos B， b=c·cos A+a·cos C， c=a·cos B+b·cos A

### 正切定理

对于边长为*a*,*b*和*c*而相应角为*A*,*B*和*C*的三角形，有：

https://gss2.bdstatic.com/-fo3dSag_xI4khGkpoWK1HF6hhy/baike/s%3D107/sign=cc7fc30d06f431adb8d247397c37ac0f/e1fe9925bc315c604a604d7087b1cb13485477b3.jpg

### 广义射影定理

三角形中任意一边等于其他两边以及对应角余弦的交叉乘积的和，即a=c cosB + b cosC