

Biến cố, sự kiện

Các phép toán trên tập hợp

Định nghĩa xác suất cổ điển

Định nghĩa hiện đại

Tính chất: dùng venn + ví dụ 1.17

Bài tập: 1-2-3-4- bài tập 1.5

Xác suất có điều kiện: + ví dụ 1.20

Độc lập: (2)-(3) +1.24

Quy tắc nhân: 1.31+1.32

Công thức Bays

1. Các niệm cơ bản

Một số ký hiệu

Biến cố sơ cấp	ω	1 kết quả của 1 hiện tượng/ phép thử/ thí nghiệm,..
Biến cố	A, B, C,..	1 tập các biến cố sơ cấp
Không gian mẫu	$\Omega, X, Y, ..$	Tập tất cả các biến cố sơ cấp

Ví dụ 1: Tung đồng xu 2 lần

$$\Omega = \{SS, SN, NS, NN\} \rightarrow \text{hữu hạn đếm được}$$

A: biến xuất hiện mặt sấp

$$A = \{SS, SN, NS\}$$

Ví dụ 2: Tung đồng xu cho đến khi mặt sấp xuất hiện

$$\Omega = \{S, NS, NNS, \dots\} \rightarrow \text{vô hạn đếm được}$$

A: biến cố mặt sấp xuất hiện trong 3 lần tung đầu tiên

$$A = \{S, NS, NNS\}$$

Ví dụ 3: Thời gian đợi đèn xanh\đỏ

$$\Omega = \{t: 0 \leq t \leq 120\} \rightarrow \text{vô hạn không đếm được}$$

A: thời gian đợi đèn xanh ít nhất 20s

$$A = \{t: t \geq 20\}$$

Note: biến cố là tập con của không gian mẫu $A \subset \Omega$

Nhắc lại: các phép toán trên tập hợp

A, B hai tập hợp

Hợp	$A \cup B$	Hoặc A hoặc B xảy ra
Giao	$A \cap B$ or AB	A và B đều phải xảy ra
Hiệu	$A \setminus B$	Có A nhưng có B (A xảy ra nhưng B không xảy ra)
Phần bù	A^c or \bar{A}	Ngược lại với A (A không xảy ra)

2. Xác suất là gì

Cho A là một biến cố, Ω không gian mẫu

$P(A) \rightarrow$ đại lượng mô tả khả năng xảy ra của A

- i) $P(A) \geq 0$ và $P(\Omega) = 1$
- ii) Nếu A, B rời nhau i.e., $A \cap B = \emptyset$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Tổng quát A_1, A_2, A_3, \dots rời nhau từng đôi một

$$P(\cup_i A_i) = \sum_i P(A_i)$$

Nếu $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$ hữu hạn

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Ví dụ: lấy ngẫu nhiên 1 lá bài trong bộ bài, thì xác suất để quân bài đó có hình trái tim

A: quân bài đó có hình trái tim

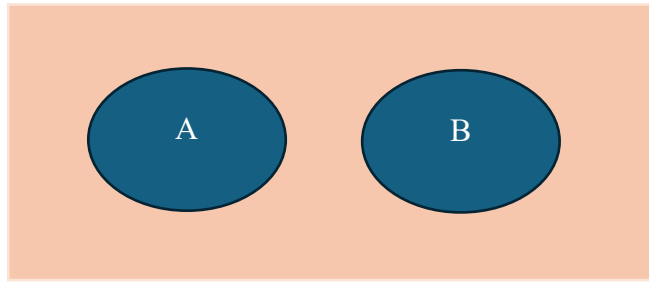
$$P(A) = 13/52.$$

Ví dụ 2 😞 (xác suất theo quan điểm thống kê). SV UIT ném phi tiêu vào tâm. Thực hiện 582 lần và thành công 328

Xác suất bạn này thành công

$$P(B) = 328/582.$$

2.1 Một số tính chất

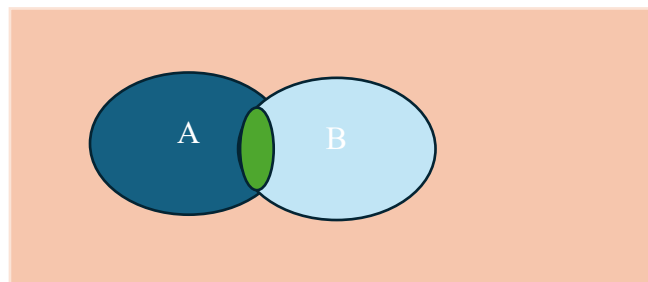


$P(A)$ diện tích của A trong Ω .

Nếu A và B rời nhau

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Tổng quát



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

Bài tập:

- 1) Trong cuộc bầu cử: A, B, C, D. Khảo sát thấy rằng khả năng thắng cử của A là 20%, của B là 45%. Hỏi xác suất để A hoặc B thắng cử là bao nhiêu?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 65\%$$

- 2) Password: có 5 ký tự, chữ cái (a-z: 26 ký tự), số (0-9: 10 số), ký tự đầu tiên phải là chữ.

a) Xác suất để pass bắt đầu bởi (a e i o u)

b) Pass kết thúc bởi (1 3 5 7 9)

c) Pas bắt đầu bởi điều kiện a hoặc kết thúc bởi điều kiện b.

Nguyễn Hiến Đông, Phạm Nguyễn Đăng Khoa, Nguyễn Thành Đức Trí, Bạch Quang Minh: +0.25.

Nguyễn Hà Thiên Phúc; Huỳnh Tuấn Kiệt; Huỳnh Trọng Nghĩa; Nguyễn Thành Đức Trí; Nguyễn Hiến Đông; Trần Hữu Thịnh; Nguyễn Thế Hoà; Nguyễn Võ Minh Quân; Trần Văn Hiếu, Hứa Minh Hoàng; Nguyễn Thành Trung.

a) Ta có $n(X)=26*36^4$

A: $n(A)=5*36^4$;

$$P(A)=5/26$$

b) Ta có $n(B)=26*36^3*5$

c) Ta cần tính

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$n(AB)=5*36^3*5$$

3) Tung 2 xúc xắc: X_1 số chấm của con 1, X_2 số chấm của 2.

Tính xác suất để tổng điểm là 8.

Võ Thị Cẩm Nguyệt; Nguyễn Thành Trung; Phạm Tuấn Khoa; Đặng Kiến Tường,
Lê Thị Thủy Tiên;

4) UIT: 25 máy in, 10 laser và 15 máy in phun. Chọn ngẫu nhiên 6 máy. Tính xác suất để 3 máy in laser được chọn.

Nguyễn Võ Minh Quân; Võ Thanh Trường; Đặng Kiến Tường; Nguyễn Minh Hiếu; Trần Văn Hoài; Huỳnh Trọng Nghĩa; Trần Minh Mẫn; Lê Thành Công; Lê Thị Thủy Tiên; Phạm Nguyễn Đăng Khoa

$C(10,3)$ là số cách chọn 3 máy in laser từ 10 máy. = 120

$C(15,3)$ là số cách chọn 3 máy in phun từ 15 máy. = 455

$C(25,6)$ là số cách chọn 6 máy từ tổng số 25 máy = 177100

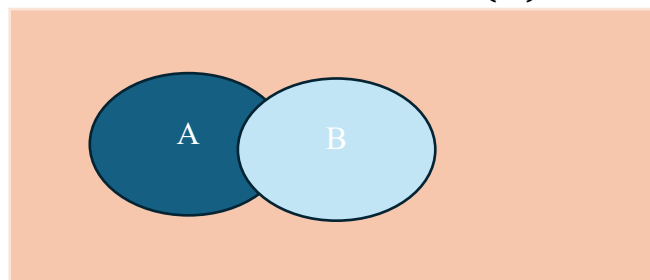
$$P = 120 * 455 / 177100 = \sim 0.308$$

$$C_{10}^3$$

3. Xác suất có điều kiện

$P(A|B)$: đặc trưng cho khả năng A xảy ra với điều kiện B cho trước

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$



	D	D ^c	Tổng
+	0.009	0.099	0,108
-	0.001	0.891	0,892
	0,01	0,99	1

Xác suất một người có bệnh mà cho kết quả dương

$$P(+|D) = \frac{n(+ \cap D)/n(\Omega)}{n(D)/n(\Omega)} = \frac{P(+ \cap D)}{P(D)} = \frac{0.009}{0.01} = 90\%$$

Xác suất người ko bệnh cho ra âm tính

$$P(-|D^c) = \frac{P(- \cap D^c)}{P(D^c)} = \frac{0.891}{0.99} = 90\%$$

Giả sử kết quả dương tính xác suất ng đó có bệnh

$$P(D|+) = \frac{P(+ \cap D)}{P(+)} = \frac{0.009}{0.108} = 0.08$$

$$P(D^c|-) = ?$$

A, B thì A với B độc lập với nhau khi nào?

0.25 điểm đỏ. Nguyễn Võ Minh Quân.

$$P(A) = P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \rightarrow$$

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

Ví dụ 1:

	Nam	Nữ	Tổng cộng
Sử dụng điện thoại thông minh	0,14	0,18	0,32
Không sử dụng điện thoại thông minh	0,37	0,31	0,68
Tổng	0,51	0,49	1,00

Biến cố là Nam và biến cố biết dùng smart phone có độc lập không?

$$P(0 \cap S) = P(0)P(S) = 0.14 \neq 0.51 * 0.32$$

Ví dụ 1.23 Tung một đồng xu và gieo một con xúc xắc cùng một lúc.

- a. Tính xác suất xuất hiện mặt ngửa và 4 chấm.
- b. Biến cố xuất hiện mặt ngửa và biến cố xuất hiện mặt 4 chấm có độc lập không?

a) $(N, 4)$

$$P(C) = 1/12$$

b) A: mặt ngửa $\{(N, 1), (N, 2), \dots, (N, 6)\}$

$$P(A) = 6/12$$

B: mặt 4 chấm $\{(N, 4), (S, 4)\}$

$$P(B) = 2/12$$

$$P(C) = P(A)P(B)$$

Trần Đức Minh, Nguyễn Hoàng Long, Nguyễn Thái Cần. Phùng Văn Tiến Đạt; Bạch Quang Minh, Trần Minh Đức, Nguyễn Sơn Vinh; Nguyễn Thị Kim Ngân; Lê Hoàng Bùi Thanh Hiếu. Nguyễn Doãn Minh. Nguyễn Thế Hòa.

Ví dụ 3: Tung đồng xu 10 lần. Tính xác suất có ít nhất một mặt ngửa.

A: ít nhất một mặt ngửa

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - 1/2 * 1/2 * \dots * 1/2$$

Ví dụ 4: Tung xúc xắc cho đến khi xuất hiện mặt 1 chấm. Tính xác suất để số lần tung là 5.

A: để số lần tung là 5.

$$P(A) = 5/6 * 5/6 * 5/6 * 5/6 * 5/6 * 1/6$$

Bài 1.3 Kiểm tra 20 bài tập xác suất thống kê của Bình, giáo viên thấy có 4 bài sai. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 2 bài để chấm lấy điểm. Tìm xác suất

- a. Cả 2 bài đều đúng. (Đáp số: 0,623)
- b. Có ít nhất một bài sai. (Đáp số: 0,368)
- c. Cả hai bài đều đúng biết rằng có ít nhất một bài đúng. (Đáp số: 0,652)

Bài 1.4 Cho A, B là các biến cố của một phép thử. Giả sử xác suất có ít nhất một trong hai biến cố A, B xảy ra là 0,2 và xác suất xảy ra A nhưng không xảy ra B là 0,1. Tính $P(B)$.

Bài 1.5 Cho A, B là các biến cố của một phép thử với

$$P(A) = 0,3; P(B) = 0,5 \text{ và } P(A \cup B) = 0,7.$$

Tính $P(A \cap B); P(\overline{A} \cup \overline{B}); P(\overline{A} \cap B)$. (Đáp số: 0,1; 0,9; 0,4)