+ Một số biến ngẫu nhiên: rr + lt

+ Qui tắc luật số lớn. Xấp xỉ biến ngẫu nhiên liên tục bằng biến ngẫu nhiên rời rạc

1. Một số biến ngẫu nhiên rời rạc

   a. Phân phối nhị thức

   X : bnn chỉ số lần thành công trong n phép thử với xác suất thành công trong mỗi lần thử là p, với các lần thử là độc lập → X có pp nhị thức

$$X \sim B(n;p)$$

   Pp xác suất của X :

$$P(X=k)=C_n^k(1-p)^{n-k}p^k$$

   Hơn nữa : E(X)=np và $Var(X)=np(1-p)$

Ví dụ: Theo khảo sát có 60% hộ gia đình có sử dụng thiết bị không dây. Chọn ngẫu nhiên 5 hộ gia đình thì

a) Xác suất có 4 hộ có sử dụng thiết bị không dây
b) Xác suất có ít nhất 4 hộ có sử dụng thiết bị không dây. 5‘

Bài làm: X là số hộ có sử dụng thiết bị không dây trong 5 hộ được chọn

$$X \sim B(5;0.6)$$

a) $P(X=4)=C_5^4(1-0,6)^1 0.6^4$
b) $P(X\geq 4)=P(X=4)+P(X=5)=C_5^4(1-0,6)^1 0.6^4+0.6^5$

   b. Phân phối siêu bội

Ví dụ: Trong 20 laptop trưng bày tại một cửa hàng có 5 laptop hiệu A. Chọn ngẫu nhiên 6 laptop trong cửa hàng đó.

a) Tính xác suất chọn được không quá 1 laptop hiệu A.
   X số laptop loại được chọn trong 6 cái

$$P(X\leq 1)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{C_5^0C_{15}^6}{C_{20}^6}+\frac{C_5^1C_{15}^5}{C_{20}^6}$$

   24410157, 24410143.

Note: Giả sử ta có N phần tử, k phần tử lại A, chọn ngẫu nhiên n phần tử. X số phần tử loại A được chọn

$$X \sim H(N,k,n), \qquad với\ \ P(X=i)=\frac{C_k^iC_{N-k}^{n-i}}{C_N^n}$$

Ngoài ra,

$$E(X)=n\frac{k}{N}, \qquad Var(X)=\frac{N-n}{N-1}\frac{k}{N}\left(1-\frac{k}{N}\right)$$

c. Phân phối poisson: Cho X là số lần xuất hiện của một biến cố nào đó trong một khoảng thời gian (hoặc không gian). Khi đó ta nói X có phân phối Poisson.

Ví dụ: Gọi X là số lỗi chính tả trên một trang in (không gian là trang in).
• Gọi X là số ô tô đi qua ngã tư Thủ Đức trong một phút (thời gian là một phút).
• Gọi X là số email tôi nhận được trong 1 ngày (thời gian là một ngày).

$$X \sim P(\lambda), với\ P(X = i) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^i}{i!}$$

trong đó λ là trung bình số lần xuất hiện biến cố mà ta quan tâm.

$$E(X) = \lambda$$

$$Var(X) = \lambda$$

Ví dụ: Người ta thấy rằng trong một quyển sách nọ có trung bình 3 lỗi ở mỗi trang. Chọn ngẫu nhiên một trang, tính xác suất
a. trang đó không có lỗi.
b. trang đó có nhiều nhất 4 lỗi

Đặt X là số lỗi của một trang. Trung bình số lỗi của 1 trang là $\lambda = 3$ và $X \sim P(3)$.

$$P(X = 0) =$$

$$P(X \leq 4) =$$

24410146, 24410203, 24410168, 24410146, 24410143, 24410186, 24410140, 24410163, 24410248, 24410191, 24410197, 24410131, 24410192, 24410162

2. Một số BNN liên tục
   a. Phân phối đều: Một biến ngẫu nhiên liên tục được gọi là có phân phối đều (uniform distribution) nếu hàm mật độ của nó có dạng

$$f(x) = \frac{1}{b-a}\ với\ a \leq x \leq b; và f\ (x) = 0\ th\ khác$$

$$X \sim U(a, b)$$

$$E(X) = (a+b)/2, Var(X) = (b-a)^2/12$$

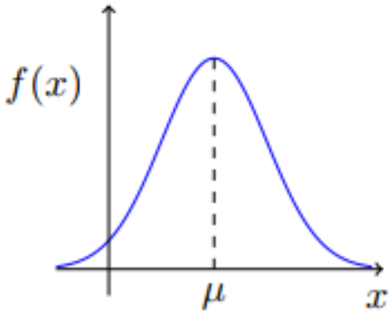
   b. Phân phối chuẩn

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

trong đó $\pi = 3,14159\ldots$ và $e = 2,71828\ldots$

- Ký hiệu $X \sim N(\mu; \sigma^2)$.

$$E(X) = \mu, \qquad Var(X) = \sigma^2$$



$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \rightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

- Biến ngẫu nhiên Z có hàm mật độ xác suất

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

và hàm phân phối xác suất

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{t^2}{2}} \mathrm{d}t$$

Hàm Φ tương tự như F hàm phân phối tích lũy.

Ví dụ: Cho biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn chuẩn tắc $X \sim N(0; 1)$.
a. Tính $P\,(X \leq 1,\ 35)$.
b. Tính $P\,(-1,\ 37 \leq X \leq 1,\ 68)$.

$$\Phi(X = x) = 1 - \Phi(-x)$$

Ví dụ 2.62 Giả sử thu nhập của các gia đình trong một tháng của một quốc gia có phân phối chuẩn với trung bình là 900$ và độ lệch chuẩn là 200$. Gặp ngẫu nhiên một gia đình.

a. Tính xác suất gia đình này có thu nhập từ 600$ đến 1200$.

b. Chính phủ sẽ trợ cấp cho 0,3% gia đình có mức thu nhập thấp nhất. Hỏi các gia đình này có thu nhập nhiều nhất là bao nhiêu $?

$$P(600 \leq X \leq 1200) \rightarrow P\left(\frac{600-900}{200} \leq \frac{X-900}{200} \leq \frac{1200-900}{200}\right)$$

$$\Phi\left(\frac{1200-900}{200}\right) - \Phi\left(\frac{600-900}{200}\right)$$

T_0

$$P(X \leq t_0) = 0.3 \rightarrow P\left(\frac{X-900}{200} \leq \frac{t_0-900}{200}\right) = 0.3$$

Câu 4: ***(3 điểm)*** Theo tổ chức Wiqtcom (Phần Lan) công bố năm 2022, chỉ số thông minh (IQ) trung bình của người Việt Nam là 109,37 và độ lệch chuẩn là 12,49. Giả sử chỉ số thông minh của người Việt Nam có phân phối chuẩn.

a. Có bao nhiêu phần trăm người Việt Nam có chỉ số IQ trên 120?

b. Những người Việt Nam có chỉ số IQ cao nhất thuộc top 3% sẽ có chỉ số IQ thấp nhất là bao nhiêu?

24410157, 24410256, 24410221, 24410152, 24410163, 24410214

$$P(X > 120) = P\big((X - 109.37)/12.49 > (120 - 109.37)/12.49\big)$$

$$= 1 - \Phi\big((120 - 109.37)/12.49\big)$$

$$P(X > iqmax) = 0.3$$

$$P\big((X - 109.37)/12.49 > (iqmax - 109.37)/12.49\big) = 0{,}3$$

$$P\big((X - 109.37)/12.49 <= (iqmax - 109.37)/12.49\big) = 1 - 0{,}3$$

$$(iqmax - 109.37)/12.49 = ?$$