

## Bài giữa kì môn Cấu trúc dữ liệu và giải thuật

Câu 1.

OUR STORY BEGINS

$$\begin{aligned} a) & [(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge \neg R)] \rightarrow (\neg q \rightarrow s) \\ \Rightarrow & [(\neg p \vee q) \wedge (p \wedge \neg R)] \rightarrow (\neg q \rightarrow s) \\ \Rightarrow & [(\neg p \wedge p) \vee (q \wedge p)] \wedge \neg R \rightarrow (\neg q \rightarrow s) \\ \Rightarrow & [0 \vee (q \wedge p)] \wedge \neg R \rightarrow (\neg p \rightarrow s) \\ \Rightarrow & (q \wedge p) \wedge \neg R \rightarrow (\neg q \rightarrow s) \\ \Leftrightarrow & (q \wedge p \wedge \neg R) \rightarrow (\neg q \rightarrow s) \\ \Rightarrow & (q \wedge p \wedge \neg R) \rightarrow (q \vee s) \\ \Leftrightarrow & \neg(q \wedge p \wedge \neg R) \vee (q \vee s) \\ \Rightarrow & (\neg q \vee \neg p \vee R) \vee (q \vee s) \\ \Rightarrow & \neg p \vee \neg q \vee q \vee s \\ \Rightarrow & 1 \vee \neg p \vee R \vee s \\ \Rightarrow & 1 \end{aligned}$$

b)

p: Khoa đã làm việc muộn

q: Hùng thường xuyên vắng nhà

R: Vợ Khoa giàn

S: Vợ Hùng giàn

t: Mọi người lờ mờ phản

Giai thuyết:

$$\begin{aligned} 1. & p \rightarrow R \quad 2. q \rightarrow S \quad 3. R \wedge S \rightarrow t \quad 4. \neg t \\ \Rightarrow & \neg t \quad (3, 4) : \neg t \rightarrow \neg(R \wedge S) \rightarrow \neg R \vee \neg S \\ \Rightarrow & \neg R \Rightarrow \neg p \quad (\text{trả 1}) \\ \Rightarrow & \neg S \Rightarrow \neg q \quad (\text{trả 2}). \end{aligned}$$

→ Sug lai là đúng vì ta có m đc  $\neg p \wedge \neg q$

c).

$\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, (6xy < 0) \rightarrow (3x - y = 0)$

Phủ định:  $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, (6xy < 0) \wedge (3x - y \neq 0)$

Tất nhiên r: x sao cho với mọi y, nên  $6xy < 0$  thi  $3x - y$

$\Rightarrow$  Không tồn tại giá trị nào thỏa mãn enough để phủ định

$\Rightarrow$  Mệnh đề gốc đúng.

Câu 2.

Số lượng tử hợp ngày sinh trong năm (nếu có nhì năm nhuận) là 365 ngày

Gọi  $n = 20738$  là số sinh viên.

Áp dụng

$$\left[ \frac{20738}{365} \right] = 56,8 \approx 57$$

$\Rightarrow$  Có ít nhất 57 sv có cùng ngày tháng sinh năm 2025.

Câu 3.

a) Với  $x \in X$ , ta có:

$$2x + 5x \equiv 7x \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow xRx \Rightarrow \text{đúng.}$$

$$\text{Giả sử } xRy \Rightarrow 2x + 5y \equiv 0 \pmod{7}$$

$$\Rightarrow 5y \equiv -2x \pmod{7} \Rightarrow y \equiv -2x \cdot 5^{-1} \pmod{7} \text{ (tính được rõ ràng)} \\ \text{hoặc } y \equiv 0.$$

$$\Rightarrow yRx \text{ cũng đúng} \Rightarrow \text{đpcm.}$$

Còn  $xRy$  và  $yRz$

$$\Rightarrow 2x + 5y \equiv 0 \pmod{7}$$

$$\Rightarrow 2y + 5z \equiv 0 \pmod{7}$$

$\hookrightarrow$  Nhận xét Thú 1 và Thú 2, và Thú 2 và 5.

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x + 10y \equiv 0 \pmod{7} \\ 10y + 25z \equiv 0 \pmod{7} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 4x + 25z \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow 2x + 5z \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow xRz$$

$\hookrightarrow$  Q/hệ có tính bắc cầu

$\Rightarrow R$  là quan hệ传递 (điều X

b) Xét  $x \in X$ , tính  $2x \bmod 7$ .

Tìm các  $y$  sao cho  $2x + 5y = 0 \bmod 7$

$$\Rightarrow 5y = -2x \bmod 7$$

Tìm các lớp dư modulo 7

$$* \forall x \quad x = -8 \Rightarrow 2x = -16 \equiv -2 \bmod 7$$

$$\Rightarrow 5y \equiv 2 \bmod 7 \Rightarrow y \equiv 3 \bmod 7$$

$$\rightarrow Lớp [-8]R = \{-8, -1, 6\}$$

$$* \forall x \quad x = -6 \Rightarrow 2x = -12 \equiv 2 \bmod 7$$

$$\Rightarrow 5y \equiv -2 \bmod 7 \Rightarrow y \equiv 1 \bmod 7$$

$$\rightarrow Lớp [-6]R = \{-6, 1, 8\}$$

$$* \forall x \quad x = -5 \Rightarrow 2x = -10 \equiv 4 \bmod 7$$

$$\Rightarrow 5y \equiv -4 \Rightarrow y \equiv 5 \bmod 7$$

$$\rightarrow Lớp [-5]R = \{-5, 2, 9\}$$

$$* \forall x \quad x = -3 \Rightarrow 2x = -6 \equiv 1 \Rightarrow 5y = -1 \Rightarrow y \equiv 6 \bmod 7$$

$$\rightarrow Lớp [-3]R = \{-3, 3, 10\}$$

$$* \forall x \quad x = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow 5y \equiv 0 \Rightarrow y \equiv 0 \bmod 7$$

$$\rightarrow Lớp [0]R = \{0, 7\} \text{ nhưng } 7 \notin X \Rightarrow \text{chỉ có } 10y$$

Đ có phần tử nào còn lại trong  $X$  chia  $\in$  lớp nào

$$X/R = \{ \{-8, -1, 6\}, \{-6, 1, 8\}, \{-5, 2, 9\}, \{-3, 3, 10\}, \{0\} \}.$$

Cân 4.

a) Phản xạ:  $\forall x \in X \Rightarrow x^2 > x^2 \Rightarrow$  đúng.

\* Phản đối xứng: Nên  $x R y$  và  $y R x$   
 $\Rightarrow x^2 = y^2 \Rightarrow |x| = |y| \Rightarrow x = y$  hoặc  $x = -y$ . Nhưng vì  $x, y \in X$ , nên  $|x| = |y| = 1$ , thì c phản đối xứng  $\Rightarrow$  c phải q/hệ thứ mì toàn phản, nhưng vẫn là quan hệ thứ tự bán phản.

\* Bảc cân: Nên  $x R y$  và  $y R z$ .

$$\Rightarrow x^2 > y^2 \text{ và } y^2 > z^2 \Rightarrow x^2 > z^2 = x R z$$

$\Rightarrow R$  là quan hệ thứ tự bán phản.

b)

Q/hết  $R^2$  phai vi tien tai  $x=-3, y=2$ .

nao cho  $x^2 = 9, y^2 = 4 \Rightarrow xRy lung nhay co truong hop nhu  $x=-2, y=1$   
 $y=1: A \times 1, 1 \times 4 \Rightarrow o$  The' so sanh duoc moi cap  $x, y \in X$$

$\Rightarrow R$  o phan toan phan

c).

Bién đổi q'hép thay vò so sanh  $x \geq y$ , ta so sanh theo  $x^2 \geq y^2$

Tính bình phuong các phần tử

$$\begin{aligned} -8^2 &= 64, \quad -6^2 = 36, \quad -5^2 = 25, \quad -2^2 = 4, \quad 0^2 = 0, \quad 1^2 = 1, \quad 4^2 = 16, \quad 5^2 = 25, \quad 7^2 = 49 \\ 9^2 &= 81, \quad 12^2 = 144 \end{aligned}$$

Sắp xếp theo giá trị bình phuong giảm dần để vẽ thasse

$$\begin{array}{lll} * 12(144) & * \pm 9(81) & * \pm 8(64) \\ * \pm 7(49) & * \pm 6(36) & * \pm 5(25) \\ * \pm 4(16) & * \pm 3(9) & * \pm 2(4) \\ * \pm 1(1) & * 0(0) & \end{array}$$

Chỉ giữ lại những phần tử có trong  $X$ , từ đó ta rõ với cạnh trong thasse  
nên tồn tại  $xRy$  và  $\sigma$  có phép từ thay gian nào cho  $xRz \wedge zRy$

d).

+ Phần tử lớn nhất là phần tử có bình phuong lớn nhất  $\rightarrow 12 \Rightarrow 144$

+ Phần tử nhỏ nhất là phần tử bình phuong nhỏ nhất  $\Rightarrow 0 \Rightarrow 0$ .

+ Phần tử tại 12 là lớn nhất nên cũng là tối đa  $\Rightarrow 12$ .

+ Phần tử thiên 0 là nhỏ nhất

$$\Rightarrow \begin{cases} Lớn nhất: 12 \\ Nhỏ nhất: 0 \\ Tối đa: 12 \\ Tối thiểu: 0 \end{cases}$$