Bài tập môn học Đại số tuyến tính - MA003

Bài 1.

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_1 = 6 \\ 3x_4 + 2x_3 - 2x_1 + x_2 = -8 \\ 3x_1 - x_3 + 2x_2 + 2x_4 = 4 \\ 2x_3 + x_4 - 3x_2 + 2x_1 = -8 \end{cases}$$

$$(A|B) = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ -2 & 1 & 2 & 3 & -8 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & 2 & 1 & -8 \end{array}\right)$$

$(4) \to (4) - 2(1)$

$(3) \to (3) - 3(1)$

$(2) \to (2) + (4)$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -2 & 4 & 4 & -16 \\ 0 & -4 & -10 & 8 & -14 \\ 0 & -7 & -4 & 5 & -20 \end{array}\right)$$

$(4) \to 2(4) - 7(2)$

$(3) \to (3) - 2(2)$

$(2) \to (2) / -2$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & -2 & 8 \\ 0 & 0 & -18 & 0 & 18 \\ 0 & 0 & -36 & -18 & 72 \end{array}\right)$$

$(4) \to (4) - 2(3)$

$(3) \to (3) / -18$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & -2 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -18 & 36 \end{array}\right)$$

$-18x_4 = 36 \Rightarrow x_4 = -2$

$x_3 = -1$

$x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 8 \Rightarrow x_2 = 2x_3 + 2x_4 + 8 \Rightarrow x_2 = 2$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \Rightarrow x_1 = -2x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 6$

$\Rightarrow x_1 = 1.$

Bài 3.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_2 + mx_3 + 2x_1 = 3 \\ 3x_3 + mx_2 + x_1 = 2 \end{cases} \qquad (A|B) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & m & 3 \\ 1 & m & 3 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow[(2)\to(2)-2(1)]{(3)\to(3)-(1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & m+2 & 1 \\ 0 & m-1 & 4 & 1 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{(3)\to(3)-(m-1)(2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & m+2 & 1 \\ 0 & 0 & -m^2-m+6 & -m+2 \end{array}\right) (*)$$

TH1: $m^2+m-6 \neq 0 \Leftrightarrow (m+3)(m-2) \neq 0$

Ta có (*) $\xrightarrow{(3)\to\frac{1}{-m^2-m+6}(3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & m+2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-m+2}{-m^2-m+6} \end{array}\right)$

$$\begin{cases} x_3 = \dfrac{-(m-2)}{-(m^2+m-6)} = \dfrac{1}{m+3} \\ x_2 + x_3(m+2) = 1 \Leftrightarrow x_2 = 1-(m+2)\cdot\dfrac{1}{m+3} = \dfrac{1}{m+3} \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 1 - \dfrac{1}{m+3} + \dfrac{1}{m+3} = 1 \end{cases}$$

TH2: $m^2+m-6 = 0 \Leftrightarrow (m+3)(m-2) = 0$

Ta có (*) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & m+2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -m+2 \end{array}\right)$

TH1: $m+3=0 \Leftrightarrow m=-3$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{array}\right) \Rightarrow$ Pt vô nghiệm

TH2: $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$

$\cancel{\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)}$ $\quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & m+2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$$

$x_2 = 1 - (m+2)x_3$

$x_1 = 1 - x_2 + x_3 = 1 - (1 - (m+2)x_3) + x_3 = (m+3)x_3$

$\cancel{x_2 = 1 - 4x_3}$

$\cancel{x_1 = 1 - x_2 + x_3 = 1 - 1 + 4x_3 + x_3} = 5x_3$

Kết luận :

Khi $m \neq -3$ và $m \neq 2$, hệ pt có nghiệm duy nhất.

$x_1 = 1$; $x_2 = \dfrac{1}{m+3}$; $x_3 = \dfrac{1}{m+3}$

Khi $m = -3$, hệ pt vô nghiệm

Khi $m = 2$, hệ pt

$$\begin{cases} x_1 = (m+3)x_3 \\ x_2 = 1 - (m+2)x_3 \\ x_3 = x_3 \end{cases}$$

Bài 1

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 9 \\ -2 & -1 & -2 \\ -7 & 1 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 4 & 9 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -7 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[\substack{(2) \to (2) + 2(1)\text{new} \\ (1) \to (1) + 2(2)}]{(3) \to (3) + 7} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -5 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -7 & -12 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 8 & 11 & 7 & 7 & 8 \end{array}\right)$$

$\longrightarrow$

Bài 4.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -3 \\ -1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 4 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$(3) \to (3) + (1)$

$(2) \to (2) - (1)$

$(1) \to -1(1)$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -4 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$(3) \to (3) + 3(2)$

$(2) \to -1(2)$

$(1) \to (1) - 4(2)$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 3 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 3 & 1 \end{array}\right)$$

$(2) \to (2) + (3)$

$(1) \to (1) + (3)$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 3 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -5 & 8 & 2 \\ -7 & 11 & 2 \end{pmatrix} \qquad A^{-4} = \begin{pmatrix} -7 & 11 & 2 \\ -54 & 86 & 15 \\ -69 & 110 & 19 \end{pmatrix} \qquad A^{-8} = \begin{pmatrix} -683 & 1089 & 189 \\ -5301 & 8452 & 1467 \\ -6768 & 10791 & 1873 \end{pmatrix}$$

Lũy Th

Bài 1.

$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Bài 2.

$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$A^0 = I_2$

T/có

$A^2 = A.A$

$A^3 = A^2.$

Kết luậ

k chẵn

k lẻ.

C/m qu

G/sử (*

C/m (*)

m chẵn

$A^m =$

m lẻ

$A^m = A =$

Lũy Thừa

Bài 1.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Bài 2.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \qquad A^k$$

$$A^0 = I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad A^1 = A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

T/có

$$A^2 = A.A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \cancel{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 12 & -6 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$$

$$A^3 = A^2.A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = A$$

Kết luận:

k chẵn $A^k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (*)

k lẻ. $A^k = A$

C/m quy nạp:

G/sử (*) đúng với $k = m$, $\forall m \geq 0$, $m \in \mathbb{N}$. => A^m m chẵn $A^m = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

m lẻ $A^m = A$.

C/m (*) đúng $k = m+1$ => $A^{m+1} = A$ với m chẵn ~~lẻ hoặc~~ $A^{m+1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ với m ~~chẵn~~ lẻ

m chẵn

$$A^m = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . \qquad A^m.A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = A^k \text{ với k lẻ}$$

m lẻ

$$A^m = A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \qquad A^m.A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = A^k \text{ với k chẵn}$$

Bài 3.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A^0 = I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^2 = A.A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \quad A^3 = A^2.A = \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Quy luật :

$$A^1 = 3^0 A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = 3^1 A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ Kết luận : $A^k = 3^{k-1} A$. (*)

$$A^3 = 3^2 = \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Bài 4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^0 = I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^3 = A^2 A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Tổng quát.

$$A^k = \begin{pmatrix} 1 & k & k(k+1)/2 \\ 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

OURSTORYBEGINS

C/m quy nạp:

Giả sử (*) đúng với $k = m$, $\forall m \geq 0$, $m \in \mathbb{N}$

Chứng minh $k = m+1$ $\Rightarrow A^m = 3^{m-1}\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$

Ta cần c/m (*) đúng $k = m+1$, $\Rightarrow A^{m+1} = 3^m\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$

$$A^{m+1} = A^m \cdot A = 3^{m-1}\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix} = 3^{m-1}\begin{pmatrix}3&3&3\\3&3&3\\3&3&3\end{pmatrix} = 3^m\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$$

$\Leftrightarrow A^{m+1} = 3^m\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix} \Rightarrow A^{m+1} = 3^m\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$, nên theo pp quy nạp

ta có: $A^k = 3^{k-1}\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$, $\forall k \geq 0$, $k \in \mathbb{N}$ đúng

Bài 1. Định Thức.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 10 \\ 6 & -1 & 7 \\ 9 & 5 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow C_{21}^{A} = (-1)^{2+1} \det[A(2|1)] = -\begin{vmatrix} -3 & 10 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow A(2|1) = -(9-50) = +41$$

$$A(3|1) = \begin{pmatrix} -3 & 10 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \cancel{A(3|1) =} \; C_{31}^{A} = (-1)^{3+1} \det[A(3|1)] = -\begin{vmatrix} -3 & 10 \\ -1 & 7 \end{vmatrix} = -(-21+10) = \cancel{81}\; 11$$

$$A(1|1) = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow C_{11}^{A} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = \cancel{-(3+}\; -(3-35) = 32$$

VD2

$$B = \begin{pmatrix} -8 & 3 & -7 \\ 6 & 10 & -5 \\ 9 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B(2|3) = \begin{pmatrix} -8 & 3 \\ 9 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow C_{23}^{B} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ 9 & -2 \end{vmatrix} = -(16-21) = 5$$

$$B(3|3) = \begin{pmatrix} -8 & 3 \\ 6 & 10 \end{pmatrix} \Rightarrow C_{33}^{B} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} -8 & 3 \\ 6 & 10 \end{vmatrix} = -(-80-18) = 98$$

$$B(1|3) = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 9 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow C_{13}^{B} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 6 & 10 \\ 9 & -2 \end{vmatrix} = -(-12-90) = 102$$

VD3.

Bài 1.

$$A=\begin{pmatrix} -3 & 5 & 1 \\ 10 & -6 & -7 \\ 4 & 9 & -8 \end{pmatrix} \Rightarrow (-3.-6.-8 + 5.-7.4 + 1.10.9) - (1.-6.4 + -3.-7.9 + 5.10.-8) = 41$$

Bài 2.

$$A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ -4 & 7 & -2 \\ 5 & 4 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow (3.7.-3 + -1.-2.5 + 5.-4.4) - (5.7.4 + 3.-2.4 + -1.-4.-3) = -272$$

Bài 3

$$A=\begin{pmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ac \\ 1 & c & ab \end{pmatrix} \Rightarrow (ab^2 + a^2c + bc^2) - (b^2c + ac^2 + a^2b) =$$
$$\Leftrightarrow ab(b-a) + ac(a-c) + bc(c-a)$$

Bài 4.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix} \Rightarrow (bc^2 + a^2c + ab^2) - (a^2b + b^2c + ac^2)$$

Bài 5.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ a & a^2 & 1 \\ a^2 & 1 & a \end{pmatrix} \Rightarrow (a^3 + a^3 + a^3) - (a^6 + 1 + a^3)$$
$$\Leftrightarrow -a^6 + 2a^3 - 1$$

a/

$V = \mathbb{R}^3, W = \{(x,y,z) \mid 3x + 5z = 0\}$

Ta chứng tỏ $W \leq V$ như sau.

T/có: $y = (-5,0,3) \in W$ do $3.-5 + 5.3 = 0$

$\Rightarrow W \neq \emptyset$ (*).

Mặt khác.

$\forall \alpha = (x_1, y_1, z_1) \in W$ ta có ~~$2x_1 - y_1$~~ $3x_1 + 5z_1 = 0$ (1)

$\forall \beta = (x_2, y_2, z_2) \in W$ ta có: $3x_2 + 5z_2 = 0$ (2).

Cộng (1), (2) theo vế ta được:

$(3x_1 + 5z_1) + (3x_2 + 5z_2) = 0 \Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) + 5(z_1 + z_2) = 0$

Mà $\alpha + \beta = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2) \Rightarrow (\alpha + \beta) \in W$ (* *).

Ngoài ra, $\forall c \in \mathbb{R}$, nhân 2 vế pt (1) cho c thì được:

$c(3x_1 + 5z_1) = 0 \Leftrightarrow c(3x_1) + c(5z_1) = 0 \Leftrightarrow 3(cx_1) + 5(cz_1) = 0$

Ta nhân c với $\forall \alpha = (x_1, y_1, z_1) \in W$, thì có $c\alpha = c(x_1, y_1, z_1) = (cx_1, cy_1, cz_1)$

$\Rightarrow (c\alpha) \in W$ (* * *).

Từ (*), (* *), (* * *) $\Rightarrow W \leq V$

b) $V \in \mathbb{R}^3$, $W = \{(x,y,z) \mid y = 0\}$

T/có: $y = (0,0,0) \in W$ do $0 = 0 \Rightarrow W \in \emptyset$ (*).

B2. C/m đóng phép cộng

$\forall \alpha = (y_1)$ T/có $y_1 = 0$ (1)

$\forall \beta = (y_2)$ T/có $y_2 = 0$ (2).

Cộng (1), (2) T/có:

$y_1 + y_2 = 0$

$\alpha + \beta = (y_1 + y_2) = 0 \Rightarrow (\alpha + \beta) \in W$ (* *)

B3. C/m đóng phép nhân

$\forall c \in \mathbb{R}$, nhân 2 vế cho pt (1) T/có:

$c(y_1) = 0 \Rightarrow (c\alpha) \in W$ (* * *).

Từ (*), (* *), (* * *) $\Rightarrow W \leq V$

a/ Buổi 6.
$V = \mathbb{R}^3$, $S = \{a_1 = (1,-3,2), a_2 = (0,1,-4), a_3 = (-2,3,1)\}$ và $W = \langle S \rangle$

* TH1. $m = 1 \Rightarrow S = \{a_1\}$

Lập luận vectơ $a_1 \neq$ vectơ $0 \Rightarrow S = \{a_1\}$ vừa là hệ sinh, vừa là cơ sở của W, và số chiều của W là:

$\dim_F W = 1$

* TH2: $m = 2 \Rightarrow S = \{a_1, a_2\}$.

Lập luận $\vec{a_1}$ không tỉ lệ với $\vec{a_2}$ theo tọa độ

a/. $V = \mathbb{R}^3$, $S = \{a_1 = (1,-3,2), a_2(0,1,-4), a_3 = (-2,3,1)\}$ và $W = \langle S \rangle$

. T/có: $\mathbb{R}^3$ là o gian 3 chiều trên $\mathbb{R}$, nghĩa là cơ sở của $\mathbb{R}^3$ là 1 hệ sinh chứa 3 véctơ, độc lập tuyến tính.

Mà tập hợp $\{a_1, a_2, a_3\}$ có sẵn 3 vectơ nên đây là một hệ sinh của $\mathbb{R}^3$; cho nên để kiểm chứng xem $\{a_1, a_2, a_3\}$ có là cơ sở của $\mathbb{R}^3$ hay o ta chỉ cần xét xem hệ $\{a_1, a_2; a_3\}$ có ĐLTT hay không.

Ta lập ma trận: $A_S = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

T/có: $\det(A_S) = (1.1.1 + -3.-4.-2 + 2.0.3) - (2.1.-2 + -3.0.1 + 1.-4.3)$
$= -7 \neq 0$

$\Rightarrow \{a_1, a_2, a_3\}$ là ĐLTT; $\Rightarrow \{a_1, a_2; a_3\}$ là một cơ sở của $\mathbb{R}^3$.
Số chiều là $\dim_{\mathbb{R}} W = 3$

b/. $V = \mathbb{R}^4$, $S = \{a_1 = (1,0,-1,2), a_2 = (2,0,3,-1), a_3 = (-1,-2,0,2)\}$ và $W = \langle S \rangle$

Lập ma trận $A_S = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow[(2)\to(2)-2(1)]{(3)\to(3)+(1)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & -5 \\ 0 & -2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{(3)\leftrightarrow(2)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & -5 \end{pmatrix}$

Từ A_S ta bán chuẩn hoá tối đa các cột $H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & -5 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow a = \{y_1 = (1,0,-1,2), y_2 = (2,0,3,-1), y_3 = (-1,-2,0,2)\}$ là 1 cơ sở của W

$\Rightarrow$ Số chiều là $\dim_{\mathbb{R}} W = 3$

t/gian mở, t/gian hết thui
khách -gửi time để gửi lại

Tính năng dim
hẹn giờ gọi lại về HA1

c/. $V = R^4$, $S = \{a_1 = (-1, 3, 2, -4), a_2 = (0, 0, 1, -1), a_3 = (1, 0, 1, 0), a_4 = (2, 3, -1, 4)\}$ & $W = \langle S \rangle$

Lập ma trận: $A_S = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

T/có: $\det(A_S) = 6 \neq 0$

$\Rightarrow \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ là ĐLTT $\Rightarrow \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ là cơ sở của R^4

Số chiều là $\dim_R W = 4$

d/. $V = R^5$, $S = \{a_1 = (-1, 1, 0, -1, 1), a_2 = (1, 0, 0, 2, -1), a_3 = (-2, 1, 3, 0, -1)\}$ & $W = \langle S \rangle$

Lập ma trận $A_S = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ~~(1) → -1(1)~~

$(3) \to (3) - 2(1)$

$(2) \to (2) + (1)$

~~(1) → -1(1)~~

$\longrightarrow \begin{pmatrix} -1 & +1 & 0 & -1 & +1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 2 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{(3) \to (3) + (2)} \begin{pmatrix} -1 & +1 & 0 & -1 & +1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$

Từ A_S ta bán chuẩn hóa tới đta các cột H $= \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow a = \{y_2 = (-1, 1, 0, -1, 1), y_3 = (0, 1, 0, 1, 0), y_3 = (0, 0, 3, 3, -3)\}$ là c/sở của W

Số chiều là $\dim_R W = 3$