

4/ TÌM CÔNG THỨC ĐA THỨC TỐI TIỂU CHO HÀM BOOL BẰNG PHƯƠNG PHÁP QUINE MC.CLUSKEY (CHO HÀM BOOL N BIẾN)

Bước 1:

- + Ta viết dạng d.n.f của hàm bool f .
- + Ta lập bảng 1 theo quy tắc:
 - * các dòng: là các thành phần của dạng d.n.f.
 - * các cột: gồm “dãy bit”, “số lượng bit 1”.

Bước 2:

- + Ta lập bảng 2 như sau:
 - * các dòng: từng thành phần của d.n.f (sau khi đã sắp theo thứ tự giảm dần/tăng dần) về số lượng bit 1 trong các dãy.
 - * các cột: gồm “tế bào 1 ô” (dãy bit), “tế bào 2 ô”, “tế bào 4 ô”, “tế bào 8 ô”,...
- + Xác định vai trò đóng góp của các tế bào nhỏ cho tế bào lớn hơn bằng cách đánh dấu “*” tương ứng vào tế bào nếu chúng có đóng góp cho tế bào lớn hơn.

Bước 3:

- + Ta lập bảng 3 như sau:
 - * các dòng: ứng với các tế bào chưa được đánh dấu “*” trong bảng 2.
 - * các cột: ứng với từng thành phần của dạng d.n.f (viết dưới dạng các biến x, y, z, t, \dots)
- + Ta xác định vai trò của các tế bào trong các cột bằng cách đánh dấu X tương ứng vào cột nếu công thức của chúng có xuất hiện trong công thức của cột.
- + Chọn các cột chỉ có 1 dấu X để phủ.
- + Dùng các dòng để phủ cho các cột.
- + Trong số các phép phủ nhận được, ta chọn ra phép phủ tối thiểu.
- + Công thức nhận được của f khi đó là công thức đa thức tối thiểu cần tìm.

Ví dụ mẫu: Tìm công thức đa thức tối thiểu cho hàm bool f có biểu đồ Karnaugh sau (bằng pp Quine Mc.Cluskey).

Giải: Từ biểu đồ Kar(f) ta có dạng d.n.f của f là:

$$f(x, y, z, t) = x\bar{y}z\bar{t} + xyz\bar{t} + \bar{x}.\bar{y}z\bar{t} + x\bar{y}zt + xyzt + \bar{x}yzt + x\bar{y}z\bar{t} + \bar{x}.\bar{y}.\bar{z}t + x\bar{y}.\bar{z}.\bar{t} + \bar{x}y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}.\bar{y}.\bar{z}\bar{t}$$

Ta có bảng 1 như sau:

Thành phần	Dãy bit	Số lượng bit 1
$x\bar{y}z\bar{t}$	1010	2
$xyz\bar{t}$	1110	3
$\bar{x}.\bar{y}z\bar{t}$	0010	1
$x\bar{y}zt$	1011	3
$xyzt$	1111	4
$\bar{x}yzt$	0111	3
$\bar{x}y\bar{z}t$	0101	2
$\bar{x}.\bar{y}.\bar{z}t$	0001	1
$x\bar{y}.\bar{z}\bar{t}$	1000	1
$\bar{x}y\bar{z}\bar{t}$	0100	1
$\bar{x}.\bar{y}.\bar{z}\bar{t}$	0000	0

Ta có bảng 2 như sau:

STT	Số lượng bit 1	Dãy bit	Tế bào 2 ô	Tế bào 4 ô	Tế bào 8 ô
1	4	1111 *	(1,2): 111- *	(1,2,3,5): 1-1-	không có
2	3	1110 *	(1,3): 1-11 *	(5,7,9,11): -0-0	
3	3	1011 *	(1,4): -111	(6,8,10,11): 0-0-	
4	3	0111 *	(2,5): 1-10 *		
5	2	1010 *	(3,5): 101- *		
6	2	0101 *	(4,6): 01-1		
7	1	0010 *	(5,7): -010 **		
8	1	0001 *	(5,9): 10-0 **		
9	1	1000 *	(6,8): 0-01 ***		

10	1	0100 *	(6,10): 010- ***		
11	0	0000 *	(7,11): 00-0 **		
			(8,11): 000- ***		
			(9,11): -000 **		
			(10,11): 0-00 ***		

Ta có bảng 3 như sau:

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Thành phần	$\bar{x}\bar{y}z\bar{t}$	$xyz\bar{t}$	$\bar{x}.y\bar{z}\bar{t}$	$\bar{x}\bar{y}zt$	$xyzt$	$\bar{x}yzt$	$\bar{x}\bar{y}zt$	$\bar{x}.y.\bar{z}t$	$\bar{x}\bar{y}.\bar{z}t$	$\bar{x}y\bar{z}t$	$\bar{x}.y.\bar{z}\bar{t}$
xz	X	X		X	X						
$\bar{y}t$	X		X						X		X
$\bar{x}.\bar{z}$							X	X		X	X
yzt					X	X					
$\bar{x}yt$						X	X				

Ta thấy các cột chỉ có 1 phương án phủ (1 dấu X) là cột: 2,3,4,8,9,10

Mà cột 2, cột 4 chỉ được phủ bằng tế bào xz nên ta chọn xz để phủ

cột 3, cột 9 chỉ được phủ bằng tế bào $\bar{y}t$ nên ta chọn $\bar{y}t$ để phủ

cột 8, cột 10 chỉ được phủ bằng tế bào $\bar{x}.\bar{z}$ nên ta chọn $\bar{x}.\bar{z}$ để phủ

Đến đây, ta thấy cột 6 chưa được phủ.

Mà cột 6 có thể được phủ bằng tế bào yzt hay $\bar{x}yt$.

Dùng 1 trong 2 tế bào này để phủ, thì tất cả các cột của bảng 3 đều được phủ kín, và ta có công thức của f khi đó là:

$$f(x, y, z, t) = xz + \bar{y}t + \bar{x}.\bar{z} + yzt \quad (1)$$

$$= xz + \bar{y}t + \bar{x}.\bar{z} + \bar{x}yt \quad (2)$$

Ta thấy cả 2 công thức đều có cùng số lượng thành phần (4 thành phần), và số biến trong mỗi thành phần là bằng nhau nên đây là 2 công thức đa thức tối thiểu cần tìm của f .

Bài tập tương tự: tìm công thức đa thức tối thiểu cho các hàm bool sau:

1/ $f(x, y, z, t) = xyt + \bar{x}y\bar{z} + xz + \bar{y}z\bar{t} + yzt$

2/ $f(x, y, z, t) = xy + \bar{z}t + \bar{x}yz + yzt + xz\bar{t}$

3/ $f(x, y, z, t) = xyz + yzt + \bar{x}y\bar{t} + \bar{z}\bar{t} + \bar{y}zt$

$$4/ f(x, y, z, t) = xy + \bar{x}y\bar{t} + z\bar{t} + \bar{x}z + y\bar{z}\bar{t}$$

$$5/ f(x, y, z, t) = x\bar{y}t + y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}z + \bar{x}y\bar{z} + yzt$$

$$6/ f^{-1}(1) = \{1110, 0101, 1100, 1010, 0111, 1111, 1000, 0001, 0110, 1001\}$$

$$7/ f^{-1}(0) = \{0000, 0101, 1000, 1100, 1011, 1110\}$$

$$8/ \bar{f}^{-1}(1) = \{0011, 0100, 0010, 0111, 1110\}$$

$$9/ \bar{f}^{-1}(0) = \{1000, 0000, 1111, 0110, 1001, 1100, 1110, 0111, 0001, 0010, 1010\}$$

$$10/ f^{-1}(1) = \{1111, 0000, 0101, 1010, 0111, 1110, 0110, 0100, 0010, 0001\}$$

11/

1	1	0	1
1	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1

12/

1	1	0	0
1	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	1

13/

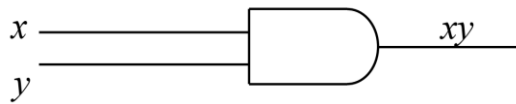
1	1	1	0
1	0	1	1
1	1	1	1
1	0	0	1

14/

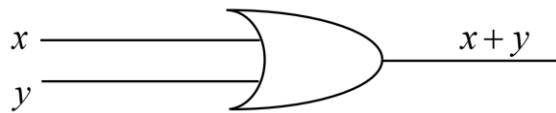
1	0	1	1
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1

*** SƠ ĐỒ MẠCH VÀ CÔNG MẠCH:**

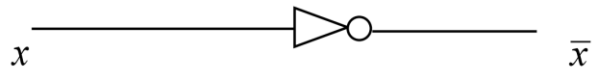
Cổng AND:



Cổng OR:

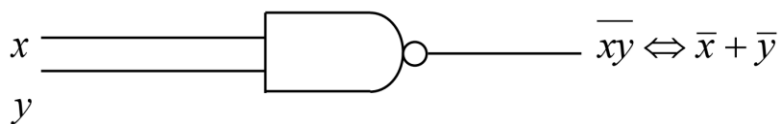


Cổng NOT:

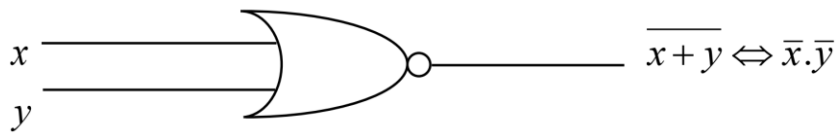


hay $x \text{ ————— } \bigcirc \text{ ————— } \bar{x}$

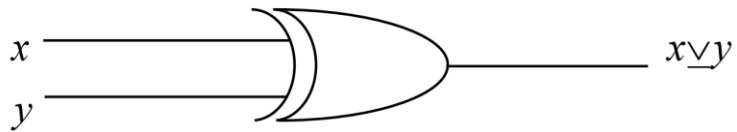
Cổng NOT-AND (NAND):



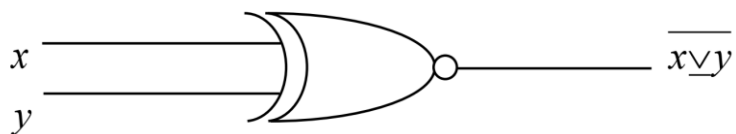
Cổng NOT-OR (NOR):



Cổng XOR (phép “hoặc”):



Cổng NOT-XOR (NXOR hay XNOR):



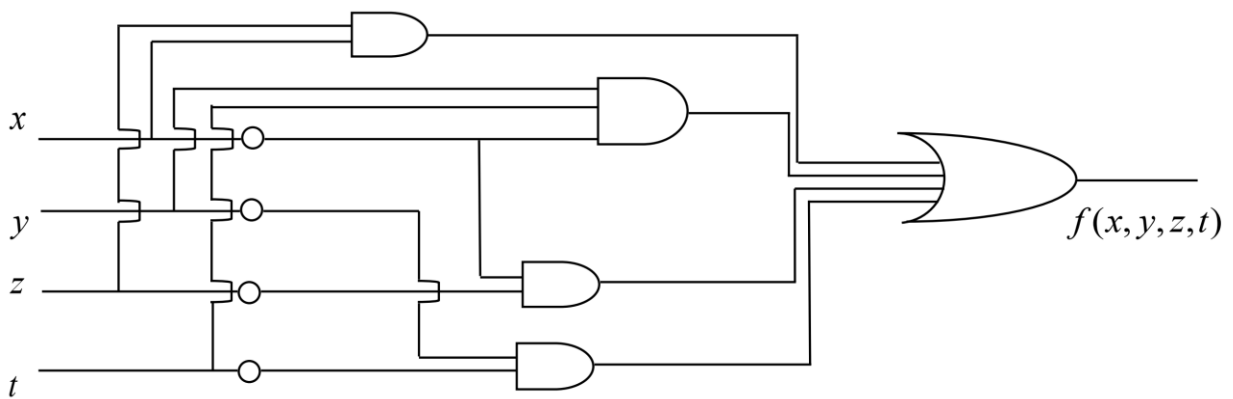
Ví dụ mẫu: vẽ sơ đồ mạch cho 1 trong 2 công thức đa thức tối thiểu của hàm bool sau

$$f(x, y, z, t) = xz + \bar{y}t + \bar{x}.\bar{z} + yzt \quad (1)$$

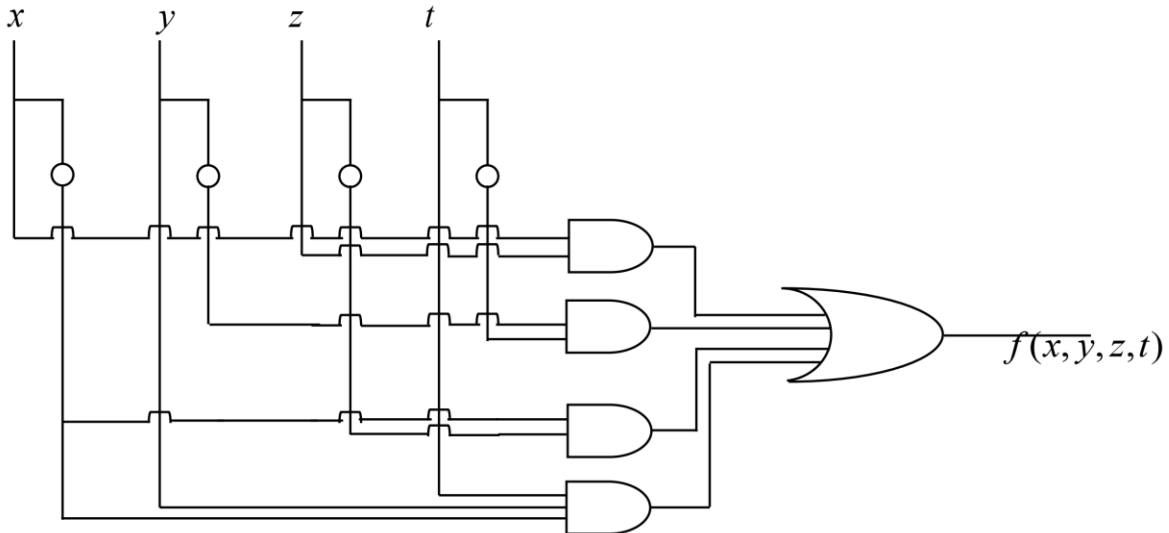
$$= xz + \bar{y}t + \bar{x}.\bar{z} + \bar{x}yt \quad (2)$$

Chọn công thức (2)

Cách 1:



Cách 2:



Bài tập ôn chương 4:

Cho hàm bool $f(x, y, z, t) = xz\bar{t} + \bar{y}\bar{t} + xy\bar{t} + \bar{x}yt + \bar{x}\bar{z}t + x\bar{y}z + yzt$.

a/ Tìm dạng chính tắc nổi rời của hàm bool f .

b/ Tìm các công thức đa thức tối thiểu cho hàm f bằng cả 2 cách:

b1/ Phương pháp biểu đồ Kar(f).

b2/ Phương pháp Quine Mc.Cluskey.

c/ Vẽ sơ đồ mạch cho 1 trong các công thức tìm được ở câu b/.