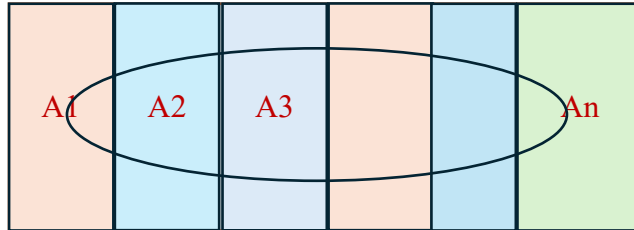


$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

Suy ra, 2 biến độc lập khi và chỉ khi

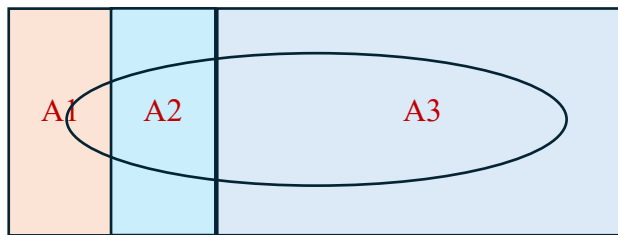
$$P(A) = P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \rightarrow P(AB) = P(A)P(B)$$

Thống kê Bayes.



$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B) \\ &= P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) + \dots + P(B|A_n)P(A_n) \end{aligned}$$

Ví dụ: Emails:



A1: quan trọng

A2 : ít quan trọng

A3 : rác/ spam

$$P(A1)=0.1$$

$$P(A2)=0.2$$

$$P(A3)=0.7$$

B : trong thư chứa chữ « free»

$$P(B|A1)=0.01.$$

$$P(B|A2)=0.01.$$

$$P(B|A3)=0.9.$$

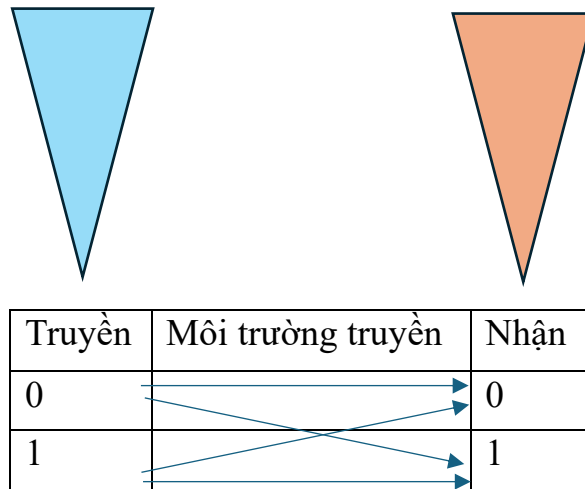
Giả sử nhận thư chứa chữ “free”, xác suất thư là thư rác.

$$P(A3|B) = \frac{P(A3B)}{P(B)}$$

$$P(B) = P(B|A1)P(A1) + P(B|A2)P(A2) + P(B|A3)P(A3)$$

$$P(A3B) = P(B|A3)P(A3) = 0.9 * 0.7$$

Ví dụ 2: Kênh truyền nhị phân



$$P(T0)=0.4.$$

$$P(T1)=0.6$$

Xác suất nhận đúng số 0 là 90%

$$P(N0|T0) = 0.9$$

Xác suất nhận đúng số 1 là 95%

$$P(N1|T1) = 0.95$$

a) Xác định xác suất nhận được số 1

24410203, 24410197, 24410131, 24410212, 24410152, 24410196, 24410257

$$P(N1) = P(N1|T1)P(T1) + P(N1|T0)P(T0)$$

$$= 0.95 * 0.6 + (1 - P(N0|T0)) * P(T0)$$

b) Giả sử nhận 1 thì xác suất truyền 1 là bao nhiêu?

$$P(T1|N1) = \frac{P(N1|T1)P(T1)}{P(N1)} = \frac{P(N1|T1)P(T1)}{P(N1)}$$

24410163, 24410131, 24410183, 24410233, 24410192, 24410186, 24410152,  
24410169, 24410146, 24410140, 24410167, 24410256, 24410256, 24410256,  
24410196, 24410202, 24410191, 24410203, 24410203, 24410168

Ví dụ 3: Túi 1: 75 đỏ-25 đen

Túi 2: 60 đỏ-40 đen

Túi 3: 45 đỏ-55 đen

Lấy ngẫu nhiên 1 túi, sau đó lấy ngẫu nhiên 1 viên bi ra. Tính xác suất để bi đó là bi đỏ?

24410256, 24410163, 24410186, 24410262, 24410203, 24410191, 24410250, 24410218, 24410216, 24410257, 24410168, 24410192, 24410260, 24410246, 24410156, 24410196, 24410227, 24410152, 24410227, 24410216

$$P(\text{Đ}|\text{T1})=100/75=0.75$$

$$P(\text{Đ}|\text{T2})=100/60=0.6$$

$$P(\text{Đ}|\text{T3})=100/45=0.45$$

$$\begin{aligned}P(\text{Đ}) &= P(\text{Đ}|\text{T1})P(\text{T1}) + P(\text{Đ}|\text{T2})P(\text{T2}) + P(\text{Đ}|\text{T3})P(\text{T3}) \\&= 0.75 * 1/3 + 0.6 * 1/3 + 0.45 * 1/3 \\&= (0.75 + 0.6 + 0.45) / 3 \\&= 1.8 / 3 = 0.6\end{aligned}$$

**BTQT: UIT:**

Words: 50%. Latex: 30%, HTML: 20%.

40% tài liệu viết bởi words nhiều 10 trang, 20% viết bởi Latex hơn 10 trang, 30% viết bởi HTML hơn 10 trang. Giả sử chọn ngẫu nhiên 1 tài liệu biết rằng nó dài hơn 10 trang thì xác suất tài liệu đó viết bởi words.

Lesson 2: Biến ngẫu nhiên

$$X: \Omega \rightarrow R, \omega \mapsto X(\omega)$$

Ví dụ: tung đồng xu 2 lần, X số mặt sấp  $X \in 0,1,2$

Tung xúc xắc, số chấm xuất hiện  $X = \{1,2,3,4,5,6\}$

Tung xúc xắc cho đến khi xuất hiện mặt 1 chấm, X số lần cần tung

$$X = 1,2,3,4, \dots$$

Lấy ngẫu nhiên 1 điểm trên mặt tròn bán kính 1 trên mặt phẳng oxy,

$$\Omega = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$(x, y) \mapsto xy, \quad x + y, \quad x + xy, \dots$$

Phân loại: biến ngẫu nhiên rời (giá trị nhận được rời rạc), biến ngẫu nhiên liên tục

Ví dụ: Số bé trai trong hộ gia. RR

Nhiệt độ của ly cà phê. Lt

Chiều cao các bạn sinh viên UIT. Lt

Số phương tiện lưu thông qua ngã tư Vũng Tàu. Rr

Thời gian đợi bạn gái make-up. LT

Xác suất!

Ví dụ: tung đồng xu 2 lần, X số mặt sấp  $X \in 0,1,2$

$$P(X = 0) = P(NN) = 1/4$$

$$P(X = 1) = P(\{SN, NS\}) = 1/2$$

$$X: \Omega \rightarrow R, \omega \mapsto X(\omega)$$

$$P(X = x) = P(X^{-1}(x)) = P(\{\omega: X(\omega) = x\})$$

Biến ngẫu nhiên rời rạc.

Bảng phân phối xác suất

$X = x$	$x_1$	$x_2$			$x_k$
$P(X = x_i)$	$p(x_1)$	$p(x_2)$			$p(k)$

$p(x_i)$ : hàm mật độ khối

$$F(x) = \sum_{x_i \leq x} p(x_i) \cdot \text{phân phối tích lũy}$$

$$\sum_i p(x_i) = 1$$

$$0 \leq p(x_i) \leq 1$$

$X = x$	0	1	2
$P(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1/4, & 0 \leq x < 1 \\ 1/4 + 1/2, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

X	0.2	0.4	0.6	0.8	1
P(X=x)	0.1	0.2	0.2	0.3	0.2

$$P(X \leq 0.5) = p(0.2) + p(0.4) = 0.3$$

$$P(0.25 < X < 0.75) = 0.2 + 0.2$$

$$P(X = 0.2 | X < 0.6) = \frac{P(X = 0.2 \cap X < 0.6)}{P(X < 0.6)} = \frac{P(X = 0.2)}{P(X < 0.6)} = \frac{0.1}{0.1 + 0.2}$$

24410191, 24410168, 24410212, 24410197, 24410156, 24410226, 24410163, 24410203, 24410157

Ví dụ 2: Tung đồng xúc xắc đến khi xuất hiện 1 chấm. lập bảng ppxs.

X	1	2	3	.....	...	i	....
---	---	---	---	-------	-----	---	------

$P(X=x)$	$1/6$	$5/6 \cdot 1/6$	$5/6 \cdot 5/6 \cdot 1/6$			$\left(\frac{5}{6}\right)^{i-1} \frac{1}{6}$	
----------	-------	-----------------	---------------------------	--	--	----------------------------------------------	--

Ví dụ 3: 1 hộp 10 đen, 10 bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên 8 bi,  $X$  số bi đỏ. Lập bảng ppxs.

$X$	0	1	2	3	4	$i$	6	7	8
$P(X=x)$	$\frac{C_{10}^8 C_{10}^0}{C_{20}^8}$	$\frac{C_{10}^7 C_{10}^1}{C_{20}^8}$	$\frac{C_{10}^6 C_{10}^2}{C_{20}^8}$			$\frac{C_{10}^{8-i} C_{10}^i}{C_{20}^8}$			

**Bài 2.1** Một túi có 10 bi đỏ và 6 bi đen. Chọn ngẫu nhiên ra 3 bi.

- Gọi  $X$  là số bi đỏ. Tìm bảng phân phối xác suất của  $X$ .
- Giả sử chọn được mỗi bi đỏ được 5\$ và mỗi bi đen được 8\$. Gọi  $Y$  là số tiền tổng cộng tương ứng với 3 bi được chọn ra. Tìm bảng phân phối xác suất của  $Y$ .

**Bài 2.2** Trong một lô hàng có 2 loại sản phẩm: Loại thứ nhất có 10 hộp, mỗi hộp có 7 sản phẩm hiệu  $A$  và 3 sản phẩm hiệu  $B$ ; loại thứ hai có 15 hộp, mỗi hộp có 8 sản phẩm hiệu  $A$  và 4 sản phẩm hiệu  $B$ . Lấy ngẫu nhiên một hộp, rồi từ hộp đó lấy ra 2 sản phẩm. Gọi  $X$  là số sản phẩm hiệu  $A$ . Tìm bảng phân phối và hàm phân phối xác suất của  $X$ .

**Bài 2.3** Trong 30 sinh viên của một lớp nọ có 8 sinh viên thấp hơn 170 cm. Chọn ngẫu nhiên 4 sinh viên của lớp. Đặt  $X$  là số sinh viên có thấp hơn 170cm.

- Lập bảng phân phối xác suất của  $X$ .
- Tìm hàm phân phối của  $X$ .
- Tính xác suất gặp ít nhất 2 sinh viên thấp hơn 170cm.
- Tính xác suất gặp từ 1 đến 3 sinh viên thấp hơn 170cm.