

Optimisation par essaims de particules avec dynamique de chaos : Chaos PSO

Projet fin de semestre, MAM3

Robin Batard, Clara Cassaigne, Mathieu Mari et Dylan
Lheureux

Polytech Nice Sophia

2021/2022



Sommaire

- 1 Introduction et motivations
- 2 Algorithme
- 3 Tests de validation
 - Fonction de Matyas
 - Fonction de Styblinski-Tang
- 4 Etude paramétrique
 - Dimension des particules
 - Etude de l'influence de la taille de l'essaim P et du nombre d'itérations K
- 5 Annexe

Sommaire

- 1 Introduction et motivations
- 2 Algorithme
- 3 Tests de validation
 - Fonction de Matyas
 - Fonction de Styblinski-Tang
- 4 Etude paramétrique
 - Dimension des particules
 - Etude de l'influence de la taille de l'essaim P et du nombre d'itérations K
- 5 Annexe

Introduction et motivations

Introduction

Notre projet est basé sur l'étude d'une méthode dite métaheuristique, l'optimisation par essaims particulaires (PSO). Cette méthode permet de faire converger tous les résultats vers un même point : l'optimum de la fonction ou du problème posé. Ce projet sera codé sous Python.

Introduction et motivations

Introduction

Notre projet est basé sur l'étude d'une méthode dite métaheuristique, l'optimisation par essaims particulaires (PSO). Cette méthode permet de faire converger tous les résultats vers un même point : l'optimum de la fonction ou du problème posé. Ce projet sera codé sous Python.

Optimisation

L'optimisation est une branche des mathématiques qui cherche à apporter des réponses à un type général de problèmes en sélectionnant le meilleur élément parmi plusieurs appartenant au même ensemble. De ce fait, l'optimisation est omniprésente dans tous les domaines.

Introduction et motivations

Motivations de la PSO

Pour de nombreux problèmes, il n'existe pas de solution déterministe qui donne le résultat en un temps raisonnable. Pour pallier ce problème, on a recours à des méthodes dites heuristiques, c'est-à-dire des méthodes qui fournissent une solution approchée. Toutefois, il faut reproduire le processus sur plusieurs itérations pour tendre vers une solution dite optimale. On retrouve parmi ces méthodes heuristiques, certains algorithmes qui possèdent un principe générique adaptable et qui s'applique donc à plusieurs problèmes d'optimisation. On les appelle les méthodes métaheuristiques. L'optimisation par essais particuliers entre dans cette famille d'algorithmes. Elle s'inspire fortement des relations de la nature.



Sommaire

1 Introduction et motivations

2 Algorithme

3 Tests de validation

■ Fonction de Matyas

■ Fonction de Styblinski-Tang

4 Etude paramétrique

■ Dimension des particules

■ Etude de l'influence de la taille de l'essaim P et du nombre d'itérations K

5 Annexe

Algorithmme

Différentes fonctions qui composent notre algorithme

- une fonction Matyas et une fonction Styblinski-Tang qui prennent en argument :
le vecteur auquel elle sera appliquée,
- une fonction principale PSO qui prend en argument :
la population P , la fonction f (Matyas ou Styblinski-Tang), la dimension D , le nombre d'itérations K et un booléen pour déterminer si on utilise ou non le Chaos Maps.

Algorithme

Calcul de la position x_i^{k+1}

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1}$$

avec :

- x_i^k la position de la particule à l'itération k
- x_0 position initiale générée aléatoirement
- v_0 vitesse initiale nulle
- x_i un vecteur de dimension D

Algorithme

Calcul de la vitesse $v_i^{(k+1)}$ pour $1 \leq i \leq p$ et $0 < \omega < 1$ et on choisit $\omega = 0.8$ (Matyas) et 0.9 (Styblinski-Tang)

$$v_i^{(k+1)} = \omega \times v_i^{(k)} + r_k \times \omega_p \times ((pb)_i^{(k)} - x_i^{(k)}) + r_k \times \omega_g \times ((gb)^{(k)} - x_i^{(k)})$$

avec :

- v_{k+1} et v_k les vitesses de la particule aux itérations k et $k+1$
- pb : personal best : la position qui donne la meilleure valeur jamais explorée par la particule
- gb : global best : la meilleure position parmi toutes les particules de l'essaim
- ω , ω_p et ω_g paramètres de l'algorithme PSO
- r_k constante aléatoire comprise entre 0 et 1

Sommaire

1 Introduction et motivations

2 Algorithme

3 Tests de validation

- Fonction de Matyas
- Fonction de Styblinski-Tang

4 Etude paramétrique

- Dimension des particules
- Etude de l'influence de la taille de l'essaim P et du nombre d'itérations K

5 Annexe

Fonction de Matyas

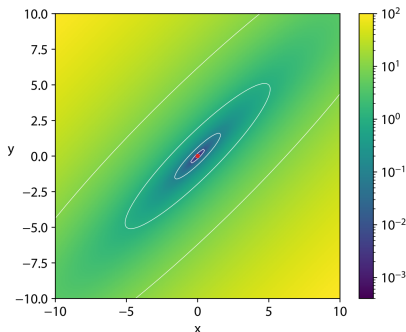
Fonction de Matyas

La fonction de Matyas se définit ainsi :

$$f(x,y) = 0.26(x^2 + y^2) - 0.48xy$$

Son domaine de recherche est : $-10 \leq x, y \leq 10$

Son minimum global est : $f(0,0)=0$



Fonction de Matyas

Fonction de Matyas

Nuage de points fonction Matyas avec Chaos (couleur orange) et sans Chaos (couleur bleue) pour une population de taille $P = 1000$ et une dimension $D = 2$ avec 25 itérations

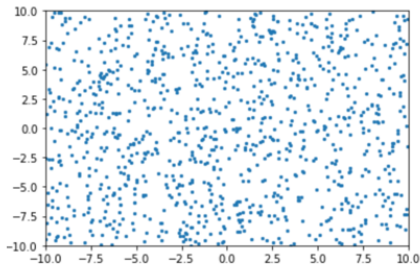


Figure 1 : Essaim initial fonction Matyas avec $P = 1000$ et $D = 2$

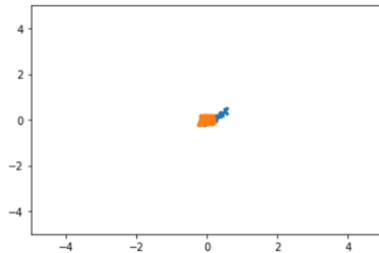


Figure 2 : Essaim final fonction de Matyas avec $P = 1000$, $D = 2$ et $K = 25$

Fonction de Matyas

Fonction de Matyas

Coordonnées du minimum global ainsi que sa valeur avec $K = 1000$, $D = 2$, $P = 40$, avec et sans Chaos Maps.

Sans chaos :

Coordonnées du min global :

$[-2.63235310e-45 \ -2.31283562e-45]$

Min global :

$2.7007177103176434e-91$

Avec chaos :

Coordonnées du min global :

$[-1.38059278e-47 \ -1.72576526e-46]$

Min global :

$6.649409926103493e-93$

Fonction de Matyas

Fonction de Matyas

Coordonnées du minimum global ainsi que sa valeur avec $K = 1000$, $D = 2$, $P = 320$, avec et sans Chaos Maps.

Sans chaos :

Coordonnées du min global :

[3.33387849e-46 2.22039194e-46]

Min global :

6.184622735075214e-93

Avec chaos :

Coordonnées du min global :

[-2.54417577e-45 -1.45791381e-44]

Min global :

3.9142158509129934e-89

Sommaire

1 Introduction et motivations

2 Algorithme

3 Tests de validation

- Fonction de Matyas
- Fonction de Styblinski-Tang

4 Etude paramétrique

- Dimension des particules
- Etude de l'influence de la taille de l'essaim P et du nombre d'itérations K

5 Annexe

Fonction de Styblinski-Tang

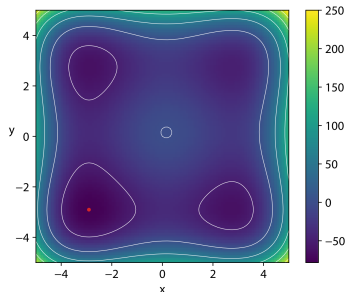
Fonction de Styblinski-Tang

La fonction de Styblinski-Tang se définit ainsi :

$$f(x) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i}{2}$$

Son domaine de recherche est : $-5 \leq x_i \leq 5$ et $-1 \leq i \leq n$

$$-39.16617n < \underbrace{f(-2.903534, \dots, -2.903534)}_{n \text{ times}} < -39.16616n$$



Fonction de Styblinski-Tang

Fonction de Styblinski-Tang

Nuage de points fonction Styblinski-Tang avec Chaos (couleur orange) et sans Chaos (couleur bleue) pour une population de taille $P = 1000$ et une dimension $D = 2$ avec 30 itérations

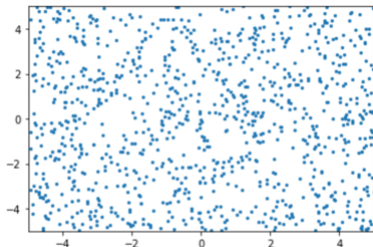


Figure 1 : Essaim initial fonction Styblinski-Tang avec $P = 1000$ et $D = 2$

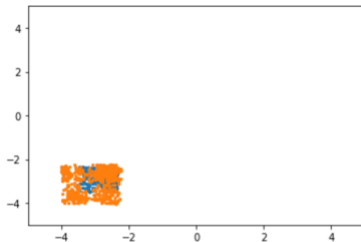


Figure 2 : Essaim final fonction de Styblinski-Tang avec $P = 1000$, $D = 2$ et $K = 30$

Fonction de Styblinski-Tang

Fonction de Styblinski-Tang

Nuage de points fonction Styblinski-Tang avec Chaos (couleur orange) et sans Chaos (couleur bleue) pour une population de taille $P = 1000$ et une dimension $D = 100$ avec 60 itérations

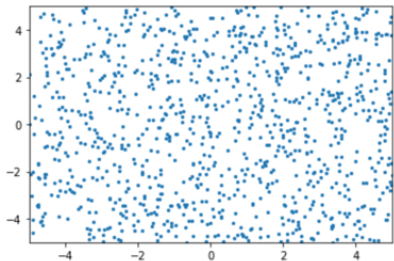


Figure 1 : Essaim initial fonction Styblinski-Tang avec $P = 1000$ et $D = 100$

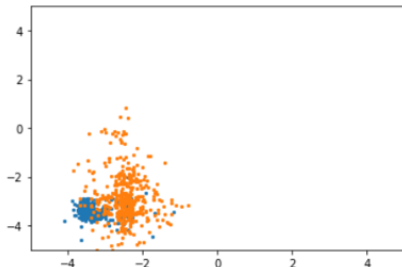


Figure 2 : Essaim final fonction de Styblinski-Tang avec $P = 1000$, $D = 100$ et $K = 60$

Fonction de Styblinski-Tang

Fonction de Styblinski-Tang

Coordonnées du minimum global ainsi que sa valeur avec $K = 1000$, $D = 2$, $P = 320$, avec et sans Chaos Maps.

Sans chaos :

Coordonnées du min global :

`[-2.90392518 -2.90407742]`

Min global :

`-78.33232365483602`

Avec chaos :

Coordonnées du min global :

`[-2.90353565 -2.90353363]`

Min global :

`-78.33233140749446`

Fonction de Styblinski-Tang

Fonction de Styblinski-Tang

Coordonnées du minimum global ainsi que sa valeur avec $K = 1000$, $D = 5$, $P = 320$, avec et sans Chaos Maps.

Sans chaos :

Coordonnées du min global :

`[-2.90292516 -2.90526847 -2.90210187 -2.90284194 -2.90455071]`

Min global :

`-195.83070845242796`

Avec chaos :

Coordonnées du min global :

`[-2.90511114 -2.9040498 -2.90289379 -2.90343906 -2.90242958]`

Min global :

`-195.83075255941736`

Fonction de Styblinski-Tang

Fonction de Styblinski-Tang

Coordonnées du minimum global ainsi que sa valeur avec $K = 1000$, $D = 20$, $P = 320$, avec et sans Chaos Maps.

Sans chaos :

Coordonnées du min global :

```
[-2.97095575 -3.03724806 -2.82035228 -2.92928728 -2.87044005 -2.91786154  
-3.20088739 -2.66822572 -2.90026242 -2.81333894 -2.91627881 2.68940955  
2.79053737 -2.99554585 2.54544385 -2.94832849 -2.51691715 2.57518765  
-2.65409876 -2.94575045]
```

Min global :

-719.0204717269644

Avec chaos :

Coordonnées du min global :

```
[-3.00175176 -2.893335 -2.81251701 -2.88336663 -3.02867284 -2.82154859  
-2.84574195 -2.90262464 -3.05186735 -2.96151616 -2.71997033 -2.82638222  
-2.87895043 -2.8141175 -2.78203143 -2.73157592 -3.00689528 -2.91269043  
-2.99389995 -3.02638439]
```

Min global :

-779.9630921066886

Sommaire

- 1 Introduction et motivations
- 2 Algorithme
- 3 Tests de validation
 - Fonction de Matyas
 - Fonction de Styblinski-Tang
- 4 Etude paramétrique**
 - Dimension des particules
 - Etude de l'influence de la taille de l'essaim P et du nombre d'itérations K
- 5 Annexe

Etude paramétrique

Dans cette partie, nous étudierons l'influence des différents paramètres (P , D , K et r_k) sur les deux fonctions de tests. Avec $\omega = 0.8$, ω_p et $\omega_g = 0.4$ pour la fonction Matyas. Avec ω , ω_p et $\omega_g = 0.9$ pour la fonction Styblinski-Tang.

Sommaire

1 Introduction et motivations

2 Algorithme

3 Tests de validation

■ Fonction de Matyas

■ Fonction de Styblinski-Tang

4 Etude paramétrique

■ Dimension des particules

■ Etude de l'influence de la taille de l'essaim P et du nombre d'itérations K

5 Annexe

Dimension des particules

Etude de l'influence de la dimension des particules D uniquement pour Styblinski-Tang car la dimension de Matyas est toujours $D = 2$. Pour Styblinski-Tang on a testé $D = 5$ et $D = 100$ pour $P = 40$ et $K = 1000$ (orange avec Chaos et bleu sans Chaos)

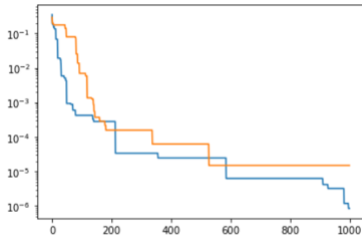


Figure 1 : Fonction Styblinski-Tang avec $P = 40$, $D = 5$ et $K = 1000$

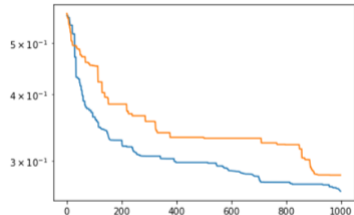


Figure 2 : Fonction Styblinski-Tang avec $P = 40$, $D = 100$ et $K = 1000$

Dimension des particules

Ainsi que $D = 5$ et $D = 100$ pour $P = 320$ et $K = 1000$ (orange avec Chaos et bleu sans Chaos)

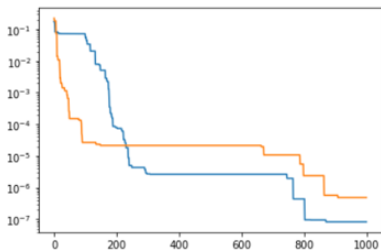


Figure 1 : Fonction Styblinski-Tang avec $P = 320$, $D = 5$ et $K = 1000$

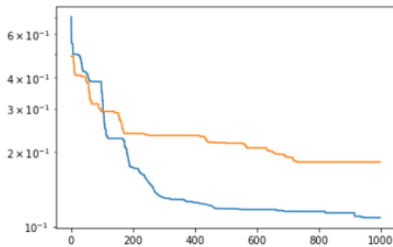


Figure 2 : Fonction Styblinski-Tang avec $P = 320$, $D = 100$ et $K = 1000$

Sommaire

- 1 Introduction et motivations
- 2 Algorithme
- 3 Tests de validation
 - Fonction de Matyas
 - Fonction de Styblinski-Tang
- 4 Etude paramétrique**
 - Dimension des particules
 - Etude de l'influence de la taille de l'essaim P et du nombre d'itérations K
- 5 Annexe

Etude de l'influence de la taille de l'essai P et du nombre d'itérations K

1) Etude de l'influence de la taille de l'essai P pour Matyas avec $P = 40$ et $P = 320$ sachant que $D = 2$ toujours et $K = 1000$ (orange avec Chaos et bleu sans Chaos)

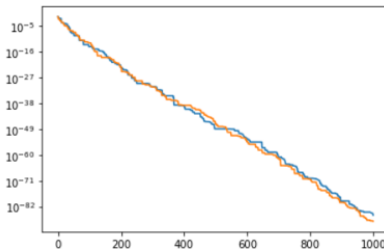


Figure 1 : Fonction Matyas avec $P = 40$, $D = 2$ et $K = 1000$

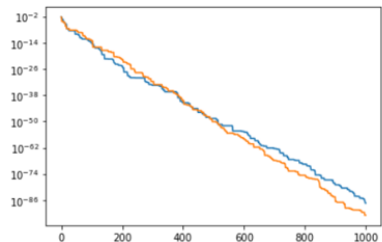


Figure 2 : Fonction Matyas avec $P = 320$, $D = 2$ et $K = 1000$

Etude de l'influence de la taille de l'essaim P et du nombre d'itérations K

2) Etude de l'influence de la taille de l'essaim P pour Styblinski-Tang avec $P = 40$ et $P = 320$ sachant que $D = 5$ et $K = 1000$ (orange avec Chaos et bleu sans Chaos)

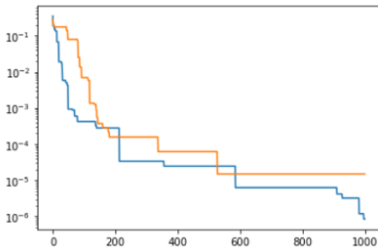


Figure 1 : Fonction Styblinski-Tang avec $P = 40$, $D = 5$ et $K = 1000$

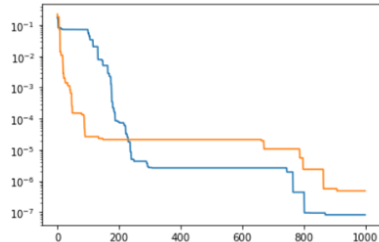


Figure 2 : Fonction Styblinski-Tang avec $P = 320$, $D = 5$ et $K = 1000$

Etude de l'influence de la taille de l'essai P et du nombre d'itérations K

2) Etude de l'influence de la taille de l'essai P pour Styblinski-Tang avec $P = 40$ et $P = 320$ sachant que $D = 100$ et $K = 1000$ (orange avec Chaos et bleu sans Chaos)

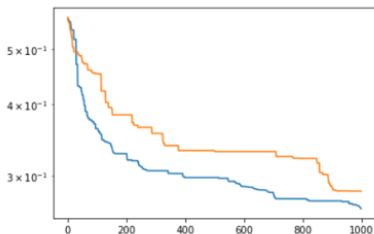


Figure 1 : Fonction Styblinski-Tang avec $P = 40$, $D = 100$ et $K = 1000$

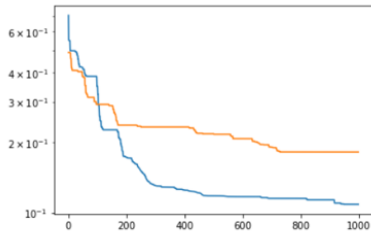


Figure 2 : Fonction Styblinski-Tang avec $P = 320$, $D = 100$ et $K = 1000$

Sommaire

1 Introduction et motivations

2 Algorithme

3 Tests de validation

■ Fonction de Matyas

■ Fonction de Styblinski-Tang

4 Etude paramétrique

■ Dimension des particules

■ Etude de l'influence de la taille de l'essaim P et du nombre d'itérations K

5 Annexe

Annexe

<https://colab.research.google.com/drive/1Znd9tD7mZalmHCLW6KNstS4RQmCxsrAD?usp=sharing>