

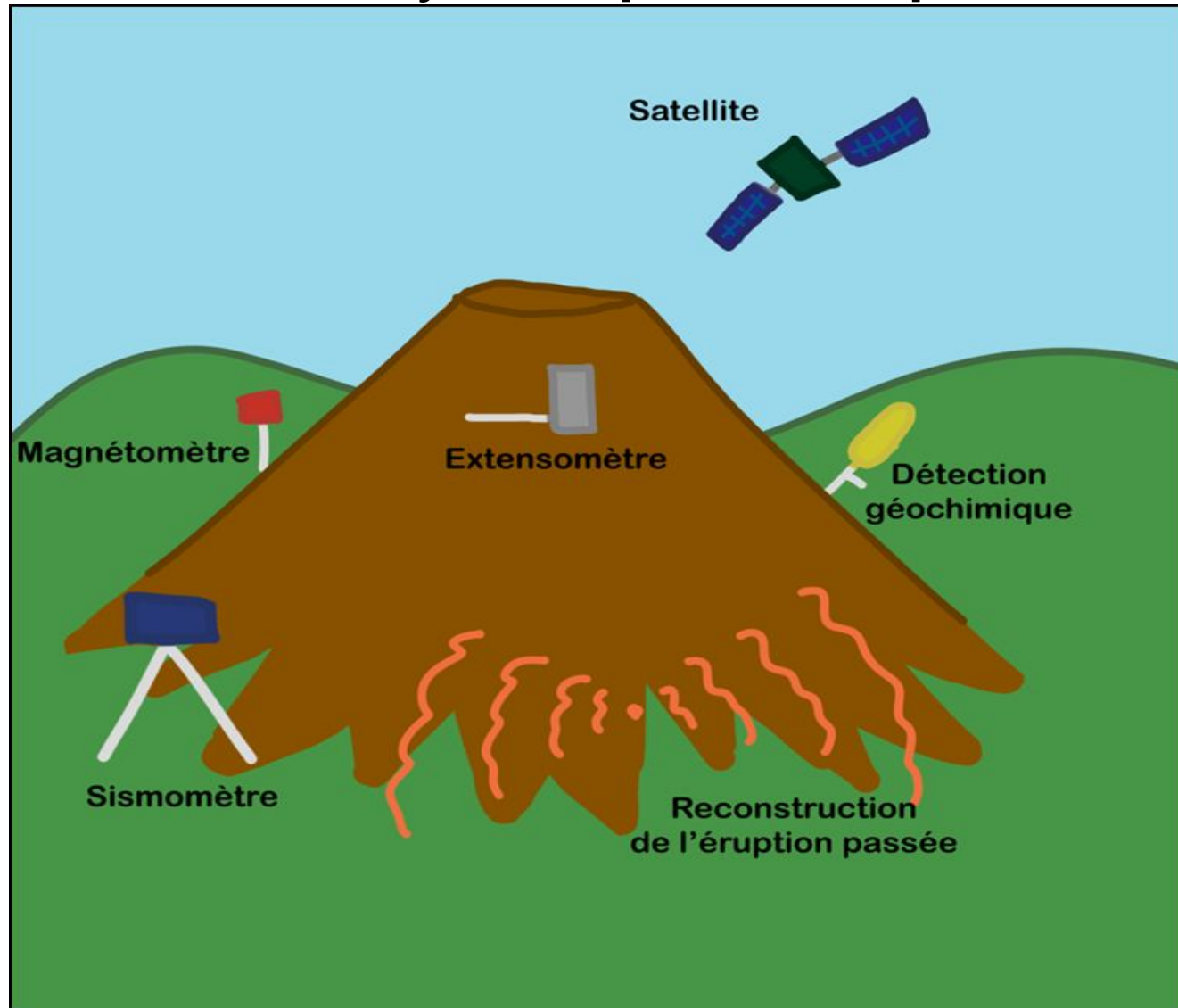
Prévoir une éruption volcanique

Le sismographe

Problématique

- ▶ Quel est l'intérêt d'utiliser un sismomètre pour prévoir l'éruption d'un volcan ?
- ▶ Quels phénomènes interviennent dans un sismomètre ?
- ▶ Ce système est-il fidèle à une simulation informatique ?
- ▶ Ce système est-il intéressant pour détecter les mouvements du sol ?

Les différents moyens de prévoir l'éruption d'un volcan

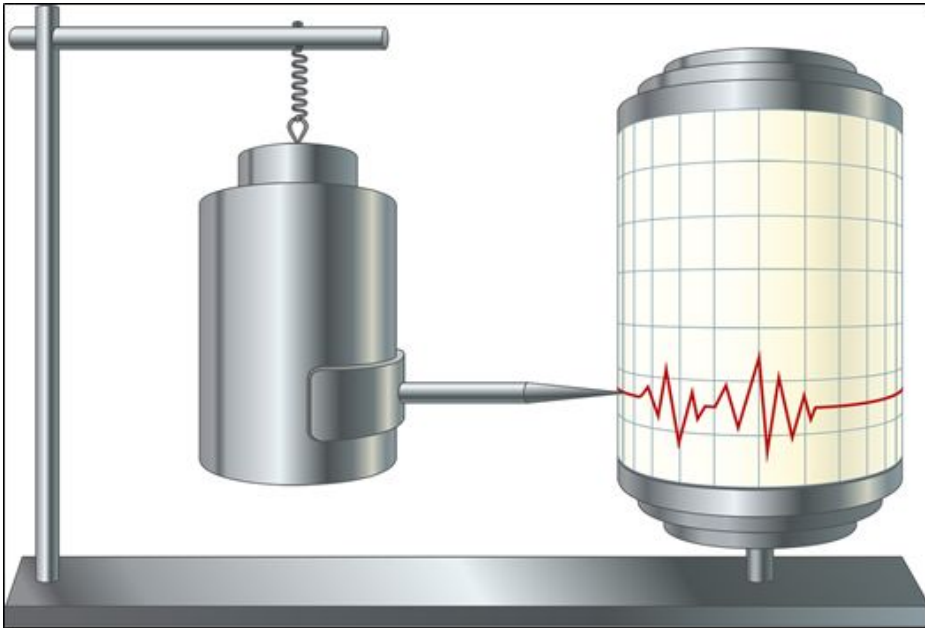


→ Sismomètre

Pourquoi utiliser un sismomètre ?

- Permettre de détecter les tremblements de terre précédant une éruption
- Moyen le plus efficace pour prévenir une éruption volcanique

Les sismomètres



Issu de

<https://www.seis-insight.eu/fr/public/sismologie-planetaire/fonctionnement-d-un-sismometre>

Sismomètre à pendule simple

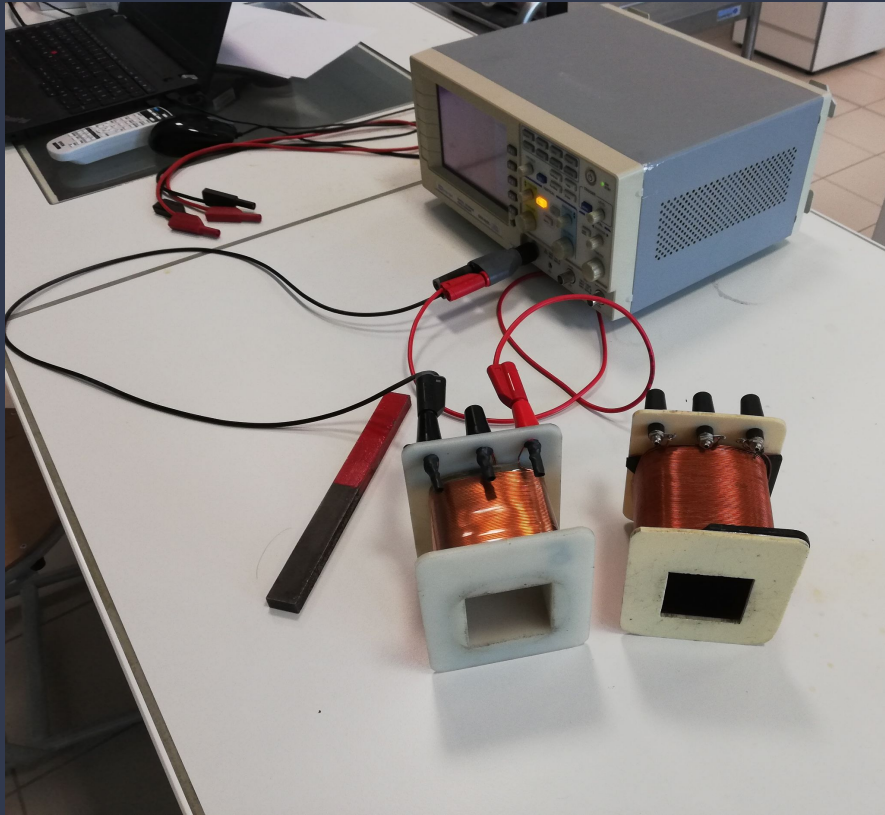


Issu de

<http://musee-sismologie.unistra.fr/collections/les-collections-de-sismologie/galitzine/>

Sismomètre électromagnétique

Expérience de Faraday



► Une bobine à 500 spires

► Une bobine à 1000 spires

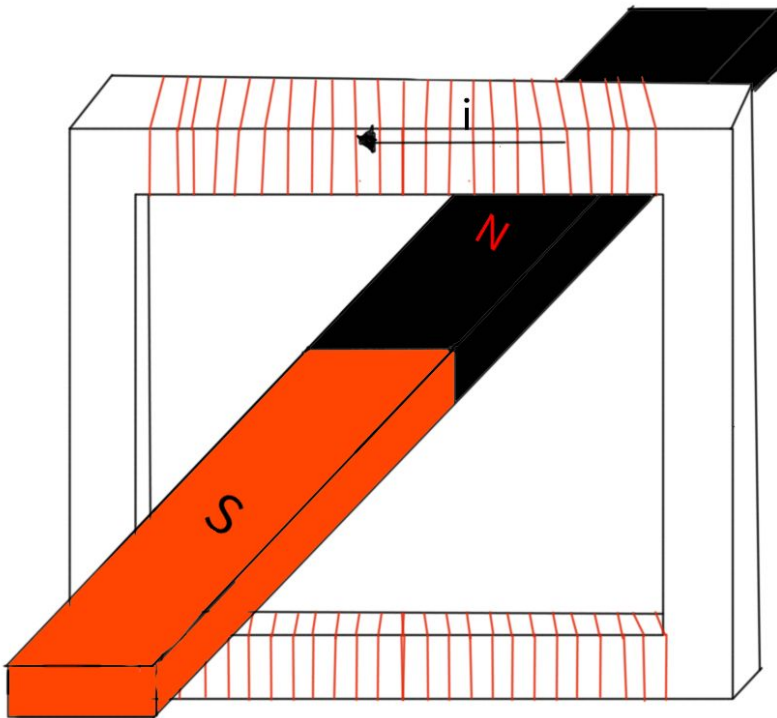
Schéma de la bobine et de l'aimant

Loi de Lenz :

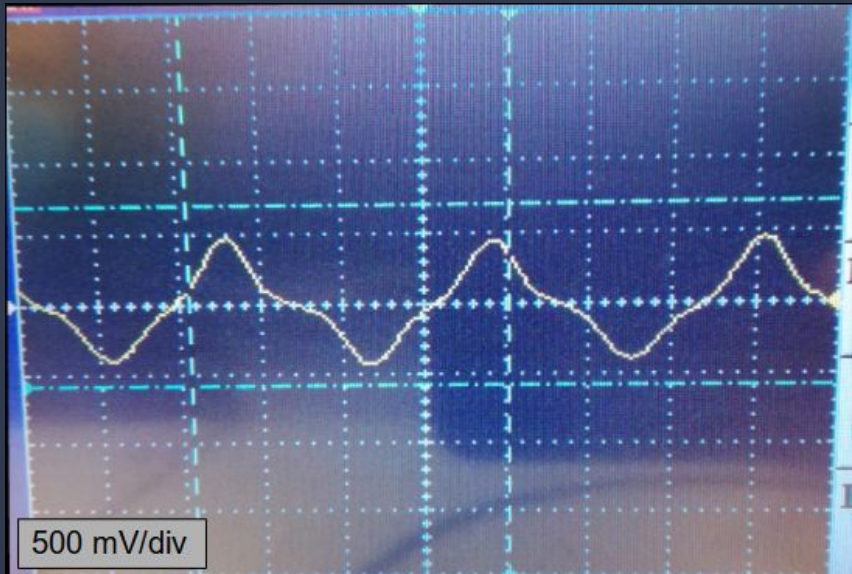
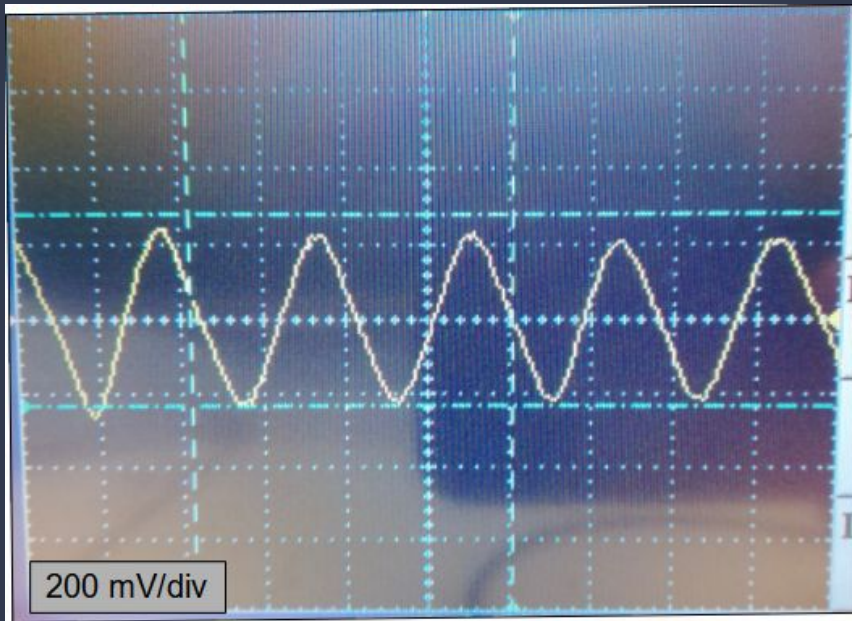
Le courant induit dans la bobine s'oppose aux causes qui lui ont donné naissance

$$e = \frac{-d\phi}{dt}$$

► Le sens du courant change en fonction de la position de l'aimant



→ Oscillations



Déplacement relatif entre les deux

► À la même vitesse

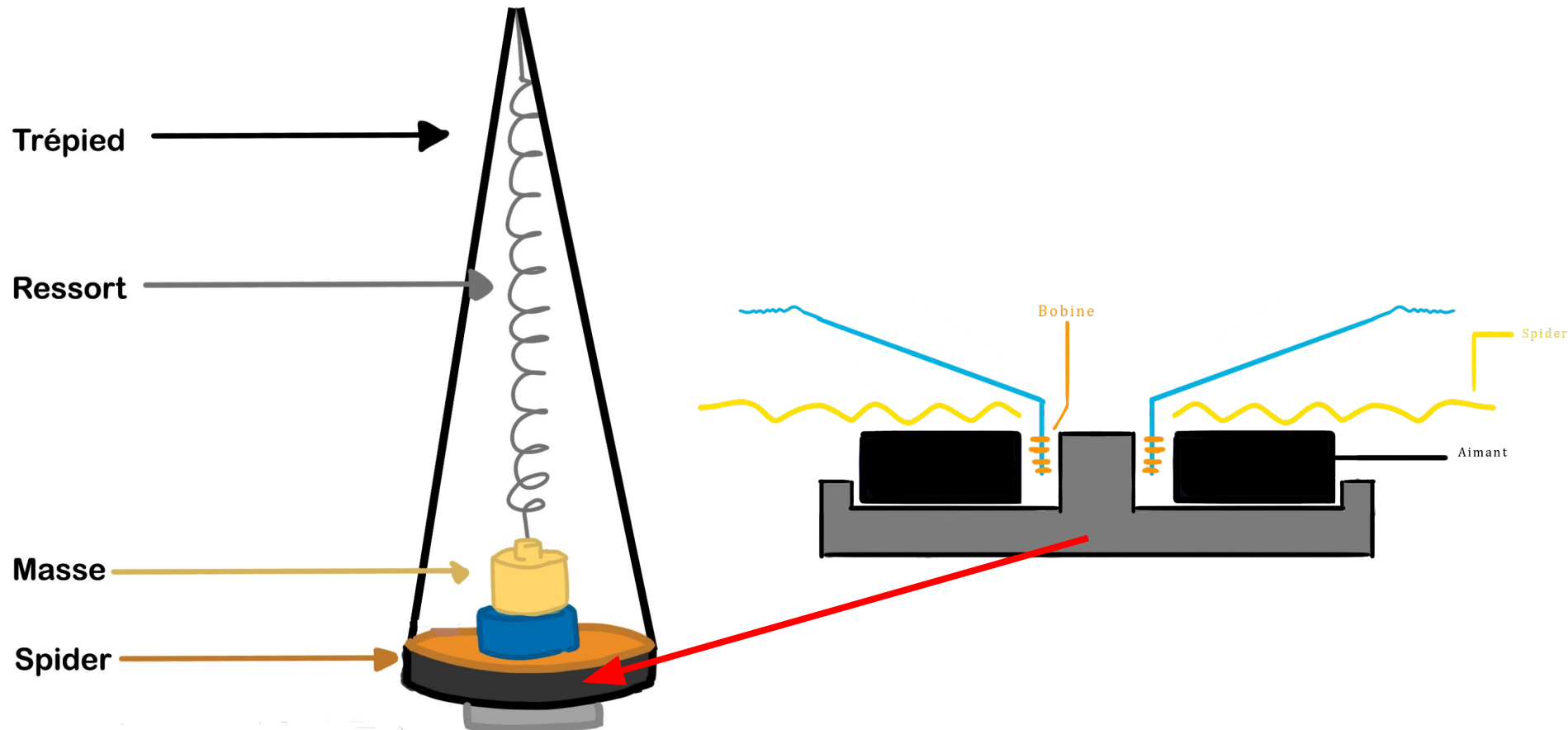
► Pour une même fréquence

→ Choix d'un système comportant :

- Un aimant
- Une bobine

→ Choix d'un haut parleur
avec une bobine de 70
spires

Schéma du sismomètre



Conditions et données expérimentales



Partie mécanique :

Masse : 1 kg

k1 (ressort du haut) : 50 N/m

k2 (spider) : 2000 N/m

Longueur de la bobine (l) : 7 m

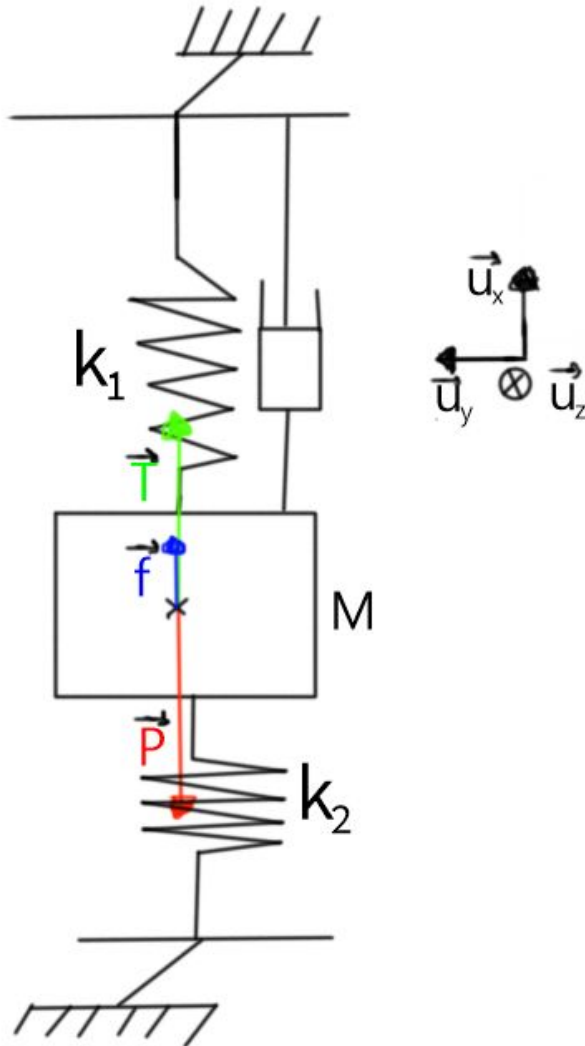
Champ magnétique (B) : 1,05 T

Partie électrique :

Inductance : 15 mH

Résistance interne : 8 Ω

Schéma mécanique



\vec{T}_1 : tension du ressort du haut = $-k_1(l-l_0)\vec{u}$

\vec{T}_2 : tension du ressort du bas = $-k_2(l-l_0)\vec{v}$

\vec{F}_L : force de Laplace = $\int \vec{i} * d\vec{l} \wedge \vec{B}$

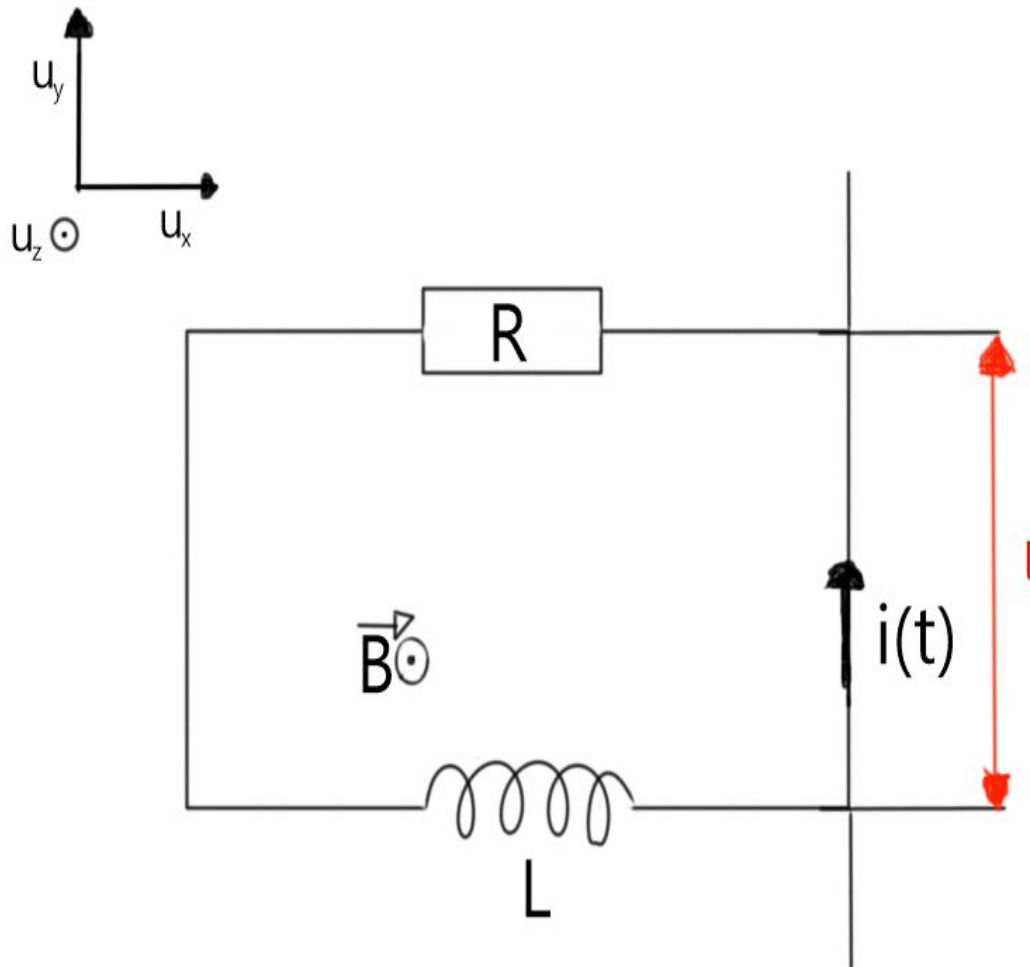
\vec{f} : force de frottement = $-\alpha\vec{v}$

\vec{P} : poids de la masse = $m\vec{g}$

Equation mécanique

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dz}{dt} + \frac{k}{m} z = \frac{ilB}{m}$$

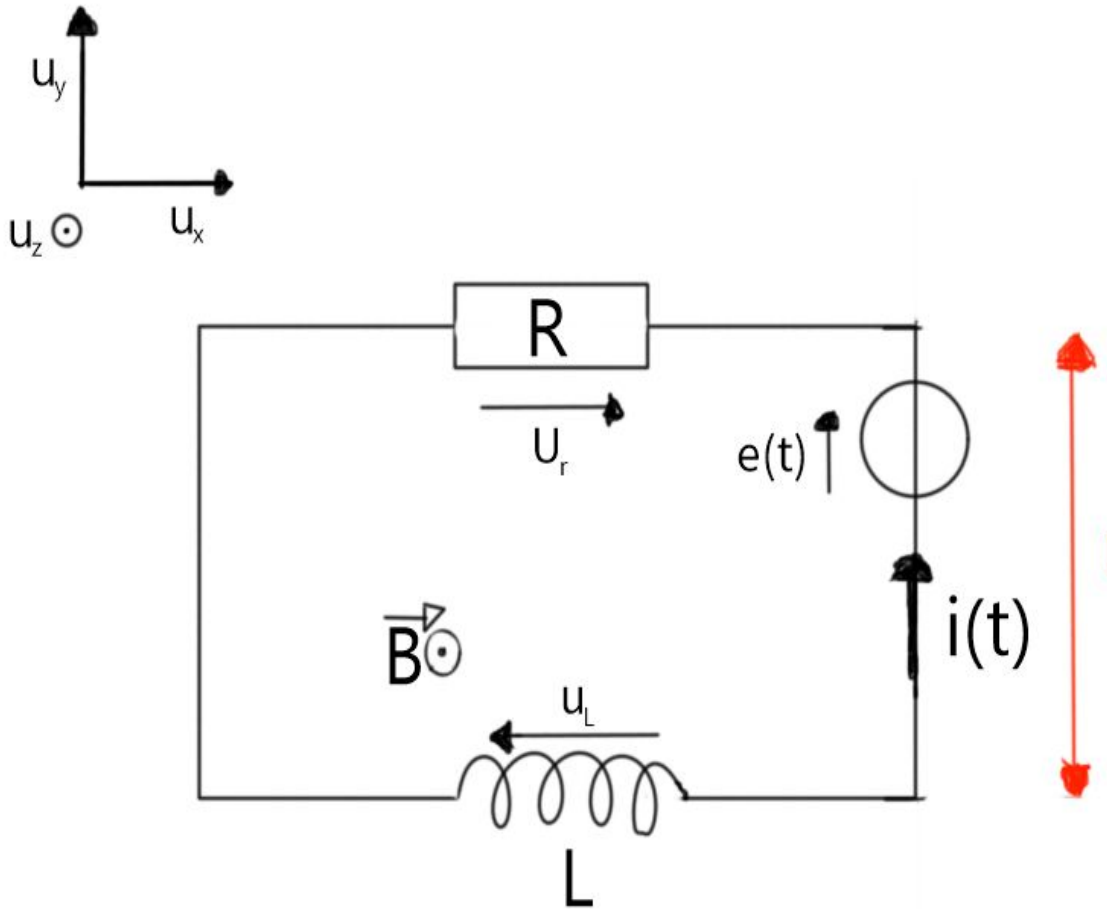
Schéma électrique



► Conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique

► Création d'une force électromotrice induite

Schéma équivalent



Equation électrique

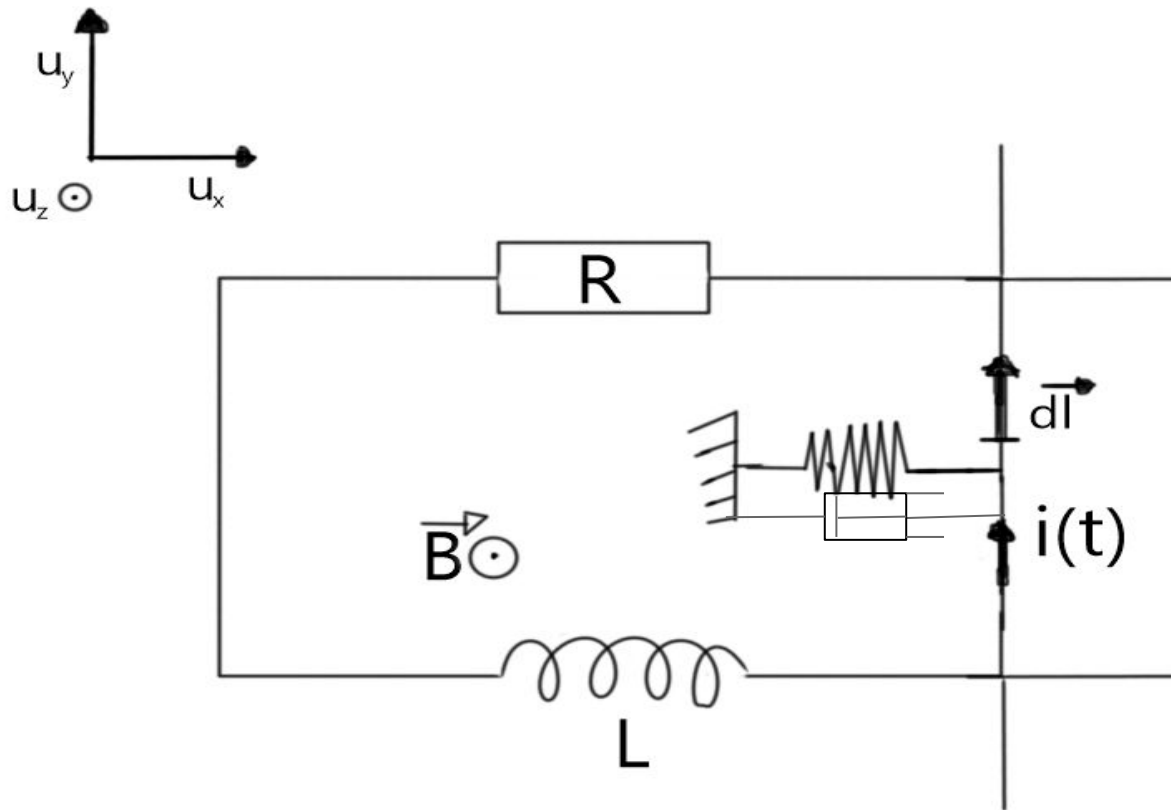
$$e = \frac{-d\phi}{dt}$$

$$\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

La loi des mailles donne :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = -Blv$$

Schéma mécanique-électrique



► Prise en compte du circuit électrique

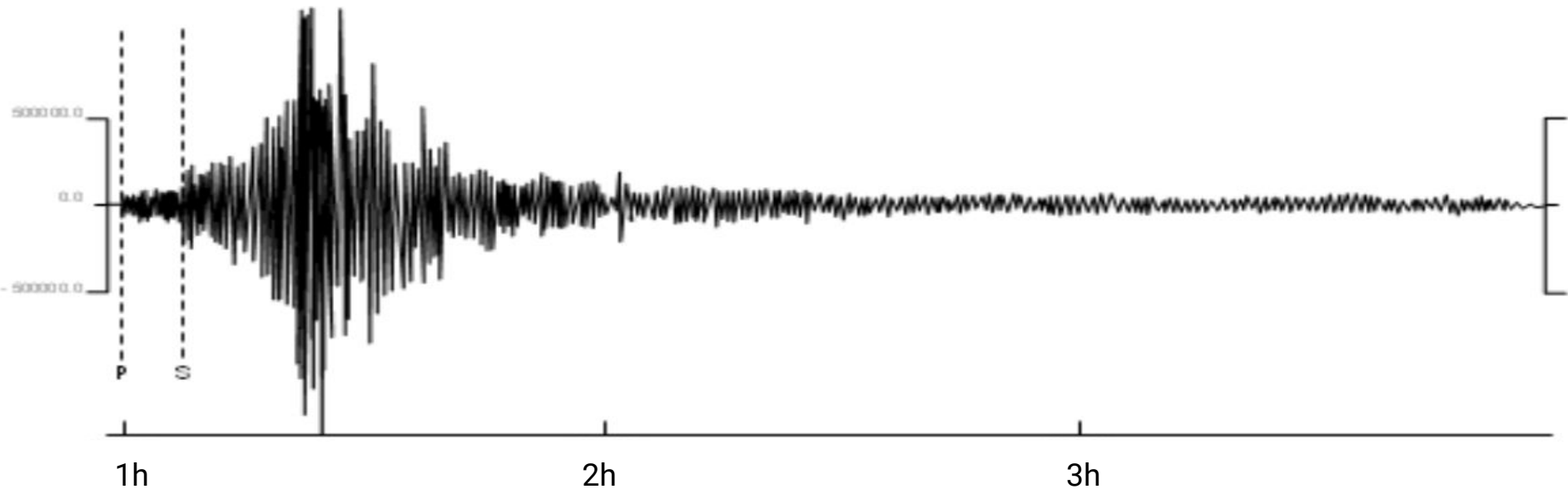
► Couplage électromécanique

Système d'équations différentielles

$$\begin{cases} \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dz}{dt} + \frac{k}{m} z = \frac{ilB}{m} \\ L \frac{di}{dt} + Ri = -Bl \frac{dz}{dt} \end{cases}$$

Modélisation d'un séisme

Amplitude (arbitraire) des mouvements du sol en fonction du temps

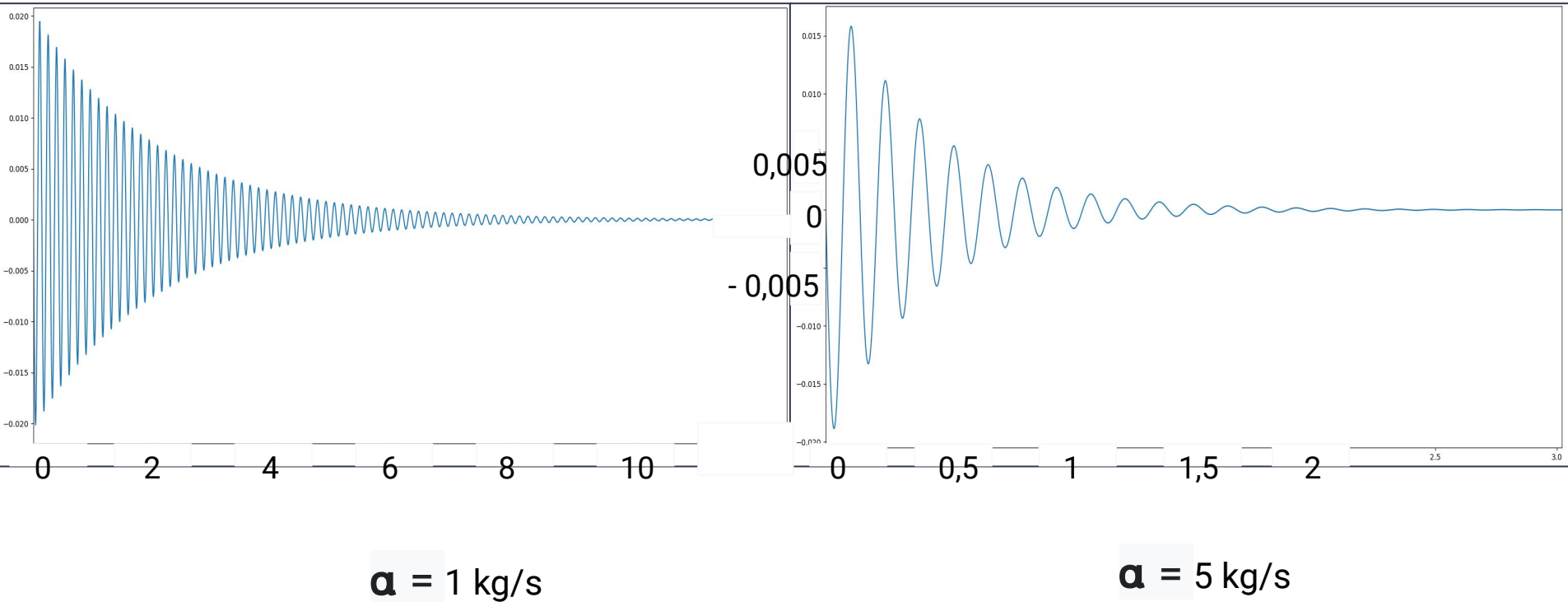


Issu de <http://svt.ac-dijon.fr/schemassvt/spip.php?article2139> (Académie de Dijon)

Séisme pakistanais du 8 octobre 2005

► Série d'impulsions

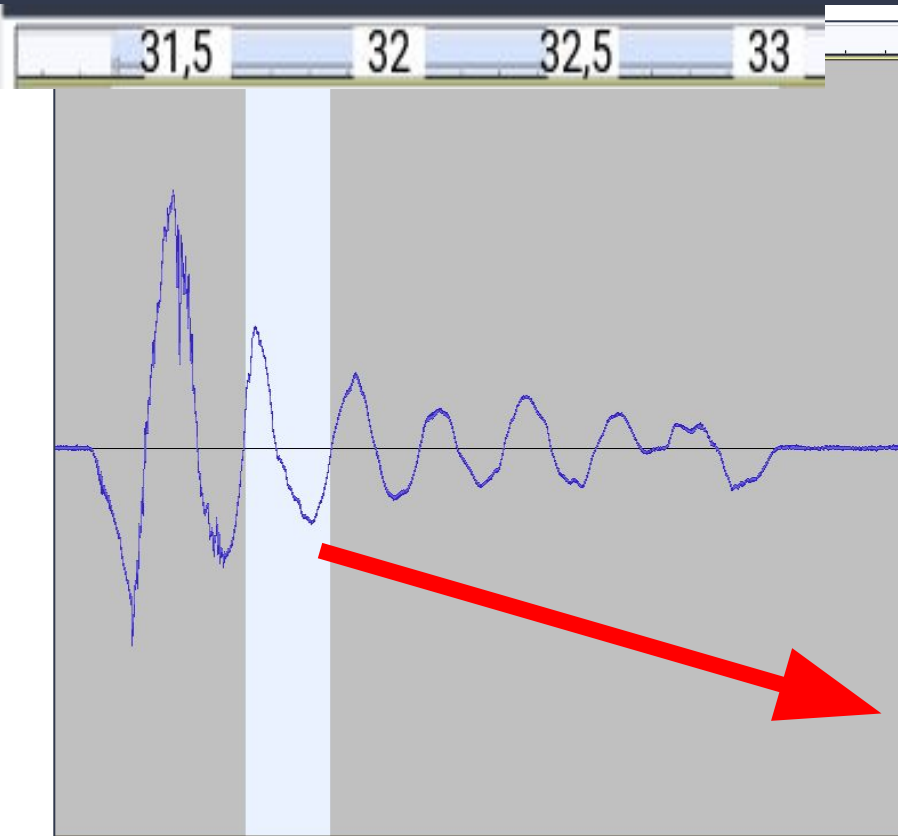
Limites du système



► Le coefficient de frottement influe sur la durée d'oscillation

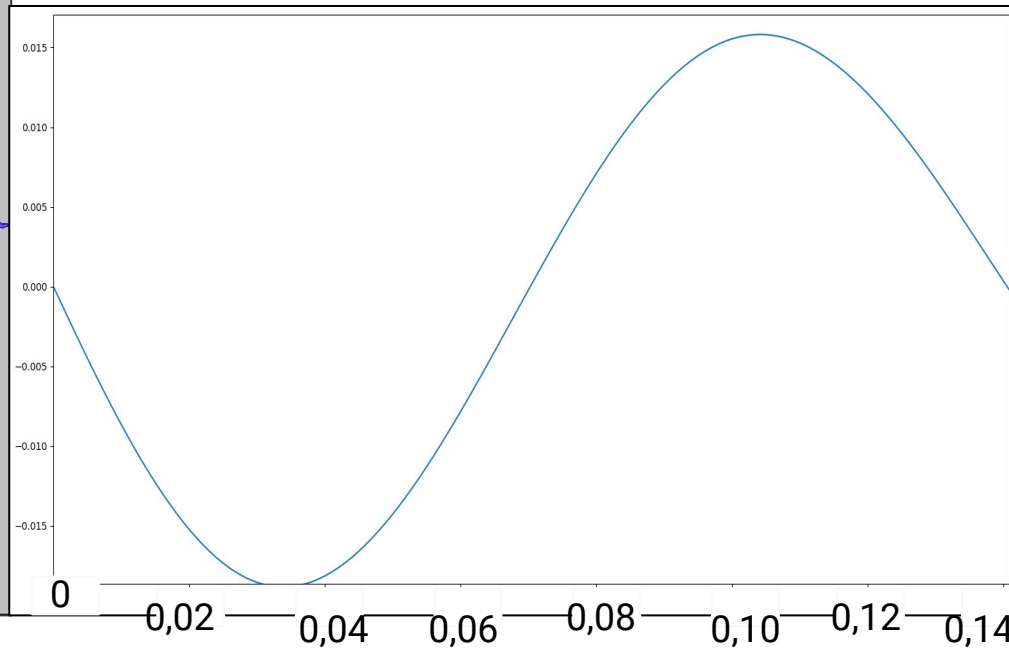
► Il est difficile à mesurer

Fidélité du modèle théorique



Amplitude (arbitraire) en fonction du temps (s)

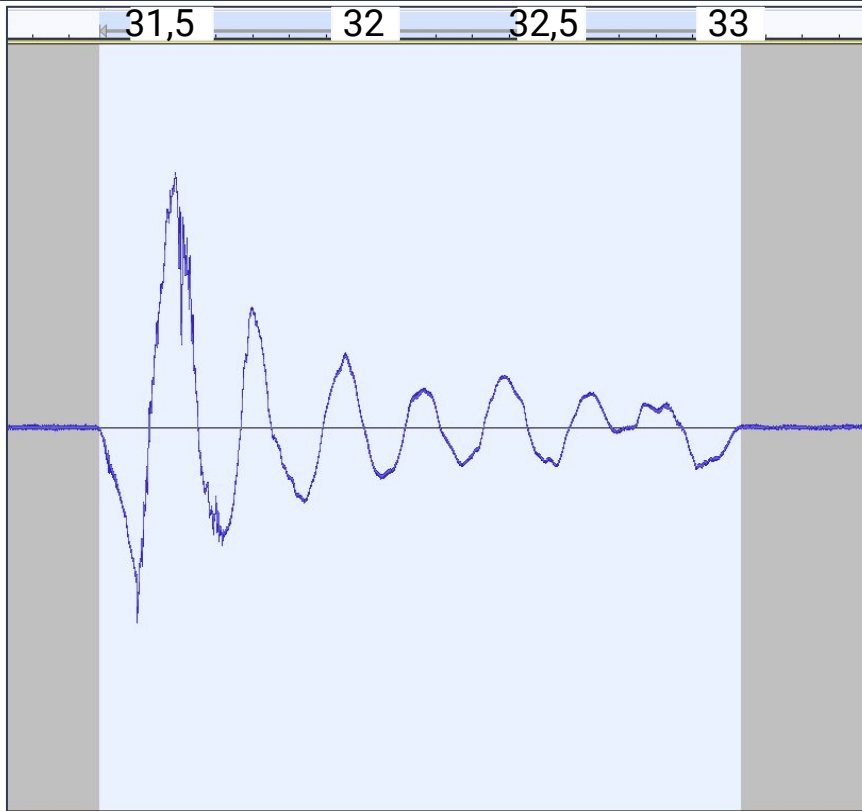
Mesure :
► Période : 0.21 s



Amplitude (arbitraire) en fonction du temps (s)

Simulation numérique :
► Période : 0.14 s

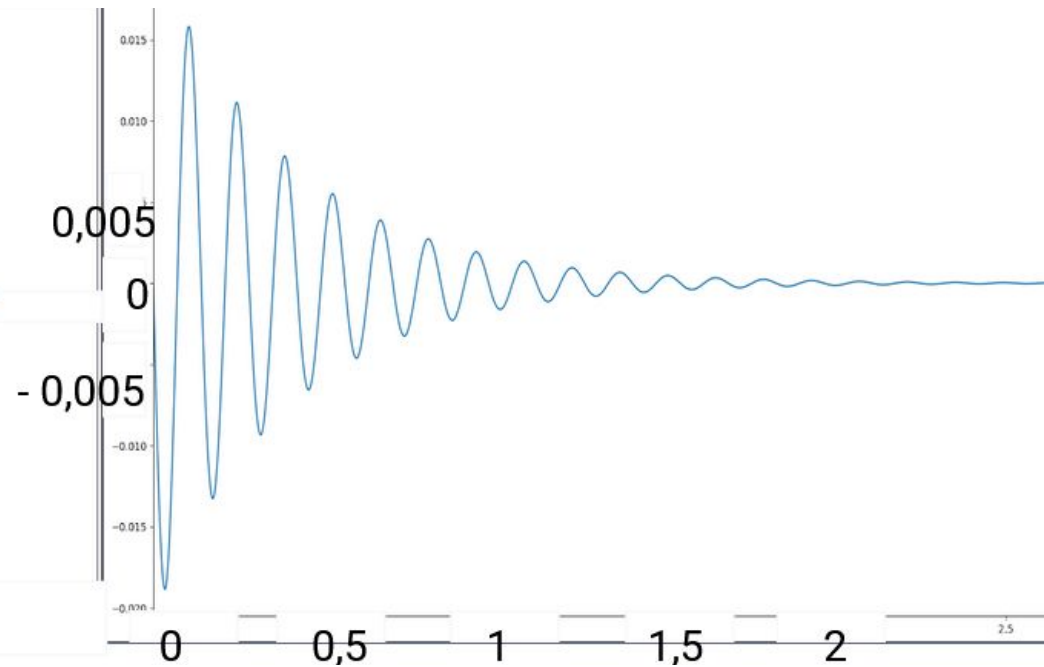
Fidélité du modèle théorique



Amplitude (arbitraire) en fonction du temps (s)

Mesure :

► Durée de l'oscillation : 1.7 s

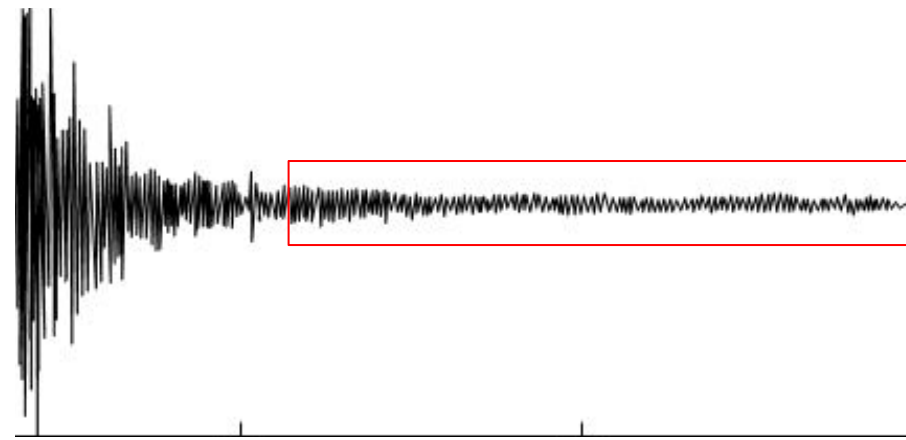


Amplitude (arbitraire) en fonction du temps (s)

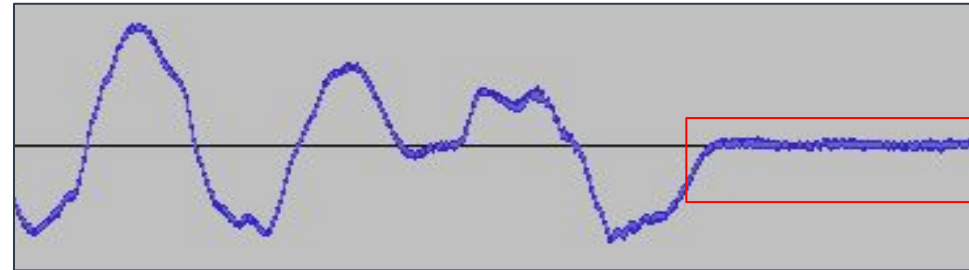
Théorique :


► Durée de l'oscillation : 2.0 s

CONCLUSION :



Mesures :



 : Parasites

► Modèle fidèle aux mouvements du sol.

Oscillations détectables : ► Grande amplitude devant les parasites

→ Population prévenue

FIN

Annexe

```
import numpy as np
from math import *
from matplotlib import pyplot as plt
from cmath import *

# Equation mécanique de la forme :  $(\ddot{x}) + (\dot{x})\omega_0/Q + (x)\omega_0^2 = A \cos(\omega_0 t)$ 
# Equation électrique de la forme :  $(\ddot{v}) + (\dot{v})1/\tau = -B \cos(\omega_0 t)$ 

Q = sqrt(2000)/5
omega0 = sqrt(2000)
tau = 0.00015/8

A = 1.05*7
B = (1.05*7)/0.00015

amp = 1

M = np.array([
    [-1/tau, -B, 0],
    [0, 0, 1],
    [A, -omega0**2, -omega0/Q]])

V, P = np.linalg.eig(M)
V[0] = V[0].real

P[0][0] = P[0][0].real
P[1][0] = P[1][0].real
P[2][0] = P[2][0].real

def Y1(t):
    return (np.array([P[0][0], P[1][0], P[2][0]])*exp(V[0]*t))

def Y2(t):
    A = np.array([P[0][1], P[1][1], P[2][1]])
    return exp(V[1].real*t)*(A.real*cos(V[1].imag*t)-A.imag*sin(V[1].imag*t))
```

```

P[0][0] = P[0][0].real
P[1][0] = P[1][0].real
P[2][0] = P[2][0].real

def Y1(t):      ## solution de la première ligne
    return (np.array([[P[0][0]], [P[1][0]], [P[2][0]]])*exp(V[0]*t))

def Y2(t):      ## solution de la deuxième ligne
    A = np.array([[P[0][1]], [P[1][1]], [P[2][1]]])
    return exp(V[1].real*t)*(A.real*cos(V[1].imag*t)-A.imag*sin(V[1].imag*t))

def Y3(t):      ## solution de la troisième ligne
    A = np.array([[P[0][1]], [P[1][1]], [P[2][1]]])
    return exp(V[1].real*t)*(A.real*sin(V[1].imag*t)+A.imag*cos(V[1].imag*t))

Y10 = Y1(0)
Y20 = Y2(0)
Y30 = Y3(0)

P0 = np.array([[Y10[0][0], Y20[0][0], Y30[0][0]],
               [Y10[1][0], Y20[1][0], Y30[1][0]],
               [Y10[2][0], Y20[2][0], Y30[2][0]]])

Ci = np.linalg.solve(P0, [[0], [0], [amp]])      ## détermination des constantes grâce aux conditions initiales

def X(t):      ## solution de l'équation différentielle matricielle
    return Ci[0][0]*Y1(t)+Ci[1][0]*Y2(t)+Ci[2][0]*Y3(t)

T = np.linspace(0, 20, 20000)

W = []

## tracé de la solution
for i in T:
    W.append(X(i)[0][0])
plt.plot(T, W)
plt.xlim(0, 5)
plt.show()

```