Método del Punto Fijo

Alumno: Ronald Wilder Incacutipa Muñuico
Docente: Ing. Torres Cruz Fred

Programación Numérica – FINESI
Universidad Nacional del Altiplano
15 de octubre de 2025

Definición del Método del Punto Fijo

El **método del punto fijo** es un procedimiento iterativo para resolver ecuaciones no lineales de la forma:

$$f(x) = 0$$

Reescribiendo la ecuación en la forma:

$$x = g(x)$$

donde $g(x)$ es una función adecuada. Una solución r de $f(x) = 0$ es un *punto fijo* de $g(x)$, es decir:

$$r = g(r)$$

Procedimiento

1. Reescribir $f(x) = 0$ como $x = g(x)$.
2. Elegir una aproximación inicial x_0.
3. Iterar aplicando:
$$x_{n+1} = g(x_n)$$
4. Calcular el error:
$$e = |x_{n+1} - x_n|$$
5. Repetir hasta que $e <$ tolerancia.

Ejemplo: Método del Punto Fijo aplicado a una tasa de interés

Se desea determinar la tasa de interés mensual r que permite que una inversión se duplique en un año. La ecuación es:

$$f(r) = (1 + r)^{12} - 2 = 0$$

que se transforma en la forma de punto fijo:

$$r = g(r) = \frac{2}{(1 + r)^{11}} - 1$$

Código en Python

```python
# Método del Punto Fijo
# f(r) = (1 + r)^12 - 2 = 0

import math

def g(r):
    return 2 / ((1 + r)**11) - 1

r0 = 0.05          # Valor inicial
tolerancia = 1e-6
iteracion = 0
max_iter = 100

print(f"{'Iter':<6}{'r_n':<12}{'r_{n+1}':<12}{'Error':<12}")
print("-"*40)

while True:
    iteracion += 1
    r1 = g(r0)
    error = abs(r1 - r0)

    print(f"{iteracion:<6}{r0:<12.6f}{r1:<12.6f}{error:<12.6f}")

    if error < tolerancia or iteracion >= max_iter:
        break

    r0 = r1

print("\nTasa mensual aproximada:", round(r1, 6))
print("Iteraciones realizadas:", iteracion)
```

Ejemplo de Ejecución

```
Iter  r_n         r_{n+1}     Error
----------------------------------------
1     0.050000    0.059086    0.009086
2     0.059086    0.058001    0.001085
3     0.058001    0.058009    0.000008

Tasa mensual aproximada: 0.058009
Iteraciones realizadas: 3
```

Resultado Final

La tasa de interés mensual que hace que el capital se duplique en un año es:

$$r \approx 0.058 \ (5.8\%)$$

El método converge rápidamente al valor buscado, cumpliendo con la condición de convergencia:

$$|g'(r)| < 1$$

Conclusión

El método del punto fijo permite hallar raíces de ecuaciones de manera iterativa, siempre que la función $g(x)$ cumpla la condición de convergencia. Aunque su convergencia es más lenta que la del método de Newton-Raphson, resulta fácil de implementar y útil para obtener aproximaciones iniciales confiables. El ejemplo demuestra su aplicación en el cálculo de tasas de interés compuestas mensuales.