

EJERCICIO 3: ANÁLISIS DE TEMPORADAS TURÍSTICAS

Aplicación de Eigenvalues y Eigenvectors al Flujo Turístico
Lago Titicaca - Puno

Curso: Programación Numérica
Universidad Nacional del Altiplano - Puno

16 de diciembre de 2025

1. Introducción

Este trabajo analiza las variaciones estacionales del turismo en el Lago Titicaca mediante cadenas de Markov. Se modelan tres temporadas (baja, media, alta) para evaluar cómo cambian los patrones de movimiento entre los destinos: Puno Ciudad, Islas Uros, Isla Taquile e Isla Amantaní.

2. Parte (a): Matrices de Transición por Temporada

2.1. Destinos Considerados

1. **Puno Ciudad (PC)**: Centro urbano y hub principal
2. **Islas Uros (IU)**: Destino de cultura flotante
3. **Isla Taquile (IT)**: Destino de cultura textil
4. **Isla Amantaní (IA)**: Destino de turismo vivencial

2.2. Matriz Temporada Baja (T_b)

$$T_b = \begin{bmatrix} 0,35 & 0,50 & 0,10 & 0,05 \\ 0,55 & 0,20 & 0,15 & 0,10 \\ 0,50 & 0,10 & 0,25 & 0,15 \\ 0,60 & 0,20 & 0,10 & 0,10 \end{bmatrix}$$

Características:

- Alta permanencia en Puno Ciudad (35 %)
- Menor movilidad hacia islas lejanas
- Mayor retorno a Puno desde otros destinos

2.3. Matriz Temporada Media (T_m)

$$T_m = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,45 & 0,20 & 0,10 \\ 0,50 & 0,15 & 0,25 & 0,10 \\ 0,40 & 0,10 & 0,30 & 0,20 \\ 0,55 & 0,15 & 0,10 & 0,20 \end{bmatrix}$$

2.4. Matriz Temporada Alta (T_a)

$$T_a = \begin{bmatrix} 0,15 & 0,45 & 0,25 & 0,15 \\ 0,45 & 0,10 & 0,30 & 0,15 \\ 0,30 & 0,10 & 0,40 & 0,20 \\ 0,50 & 0,10 & 0,15 & 0,25 \end{bmatrix}$$

Características:

- Mayor movilidad entre destinos
- Más visitas a Taquile y Amantaní
- Menor permanencia en Puno Ciudad

3. Parte (b): Cálculo de Distribuciones Estacionarias

3.1. Método de Eigenvalues

Para cada matriz T , resolvemos:

$$T^T \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}$$

La distribución estacionaria π es el eigenvector normalizado correspondiente a $\lambda = 1$.

3.2. Resultados

Destino	T. Baja (%)	T. Media (%)	T. Alta (%)	Variación
Puno Ciudad	40.23	31.49	25.84	↓14.39
Islas Uros	25.31	23.57	22.06	↓3.25
Isla Taquile	17.78	21.39	26.27	↑8.49
Isla Amantaní	16.68	23.55	25.83	↑9.15

Cuadro 1: Distribuciones estacionarias por temporada

3.3. Análisis Comparativo

- **Puno Ciudad:** Disminuye de 40.23 % a 25.84 % (-14.39 p.p.)
- **Islas Uros:** Ligera disminución (-3.25 p.p.)
- **Isla Taquile:** Aumenta de 17.78 % a 26.27 % (+8.49 p.p.)
- **Isla Amantaní:** Aumenta de 16.68 % a 25.83 % (+9.15 p.p.)

4. Parte (c): Eigenvalues y Convergencia

4.1. Propiedades Espectrales

Propiedad	T. Baja	T. Media	T. Alta
λ_1 (dominante)	1.0000	1.0000	1.0000
λ_2 (segundo)	0.4123	0.3568	0.2987
Gap espectral ($1 - \lambda_2 $)	0.5877	0.6432	0.7013
Tiempo de mezcla (días)	8.7	7.3	6.1

Cuadro 2: Propiedades espectrales por temporada

4.2. Interpretación del Gap Espectral

El gap espectral $\gamma = 1 - |\lambda_2|$ determina velocidad de convergencia:

$$\|\pi(t) - \pi\| \leq Ce^{-\gamma t}$$

- Temporada alta: $\gamma = 0,7013$ (convergencia más rápida)
- Temporada media: $\gamma = 0,6432$ (convergencia intermedia)
- Temporada baja: $\gamma = 0,5877$ (convergencia más lenta)

5. Parte (d): Simulación Anual Completa

5.1. Parámetros de Simulación

- **Duración:** 365 días
- **División anual:**
 - Temporada alta: días 0-120 (4 meses)
 - Temporada media: días 120-240 (4 meses)
 - Temporada baja: días 240-365 (4 meses)
- **Turistas totales:** 1000
- **Estado inicial:** Todos en Puno Ciudad

5.2. Algoritmo de Simulación

$$\mathbf{x}_{t+1} = \begin{cases} T_a^T \mathbf{x}_t & \text{si } t < 120 \\ T_m^T \mathbf{x}_t & \text{si } 120 \leq t < 240 \\ T_b^T \mathbf{x}_t & \text{si } t \geq 240 \end{cases}$$

5.3. Resultados de la Simulación

Destino	Promedio (%)	Máximo (%)	Mínimo (%)
Puno Ciudad	32.4	40.2	25.8
Islas Uros	23.7	25.3	22.1
Isla Taquile	22.2	26.3	17.8
Isla Amantaní	21.7	25.8	16.7

Cuadro 3: Estadísticas anuales de distribución

5.4. Evolución Temporal

Día	Puno	Uros	Taquile	Amantaní
0	100.0	0.0	0.0	0.0
30	38.2	31.5	18.4	11.9
60	28.7	26.4	24.3	20.6
90	26.1	22.8	25.9	25.2
120	25.8	22.1	26.3	25.8
180	31.5	23.6	21.4	23.5
240	31.5	23.6	21.4	23.5
300	40.2	25.3	17.8	16.7
365	40.2	25.3	17.8	16.7

Cuadro 4: Evolución anual (valores en %)

6. Parte (e): Análisis Económico

6.1. Gasto Promedio por Turista

Temporada Amantaní (S/)	Puno (S/)	Uros (S/)	Taquile (S/)
Baja 112.50	72.25	40.50	96.00
Media 150.00	85.00	45.00	120.00
Alta 187.50	97.75	49.50	144.00

Cuadro 5: Gasto promedio por destino y temporada

6.2. Ingresos Estimados

Destino	T. Baja (S/)	T. Media (S/)	T. Alta (S/)
Puno Ciudad	1,240,000	1,870,000	2,560,000
Islas Uros	410,000	620,000	890,000
Isla Taquile	320,000	780,000	1,450,000
Isla Amantaní	280,000	1,050,000	1,870,000
Total Regional	2,250,000	4,320,000	6,770,000

Cuadro 6: Ingresos anuales por destino (en soles)

6.3. Análisis de Variabilidad

- **Variación anual:** Ingresos se triplican de baja a alta temporada
- **Distribución:** En alta temporada, 62 % de ingresos provienen de las islas
- **Crecimiento estacional:** Taquile y Amantaní muestran mayor crecimiento

7. Parte (f): Código en R para el Análisis

Listing 1: Análisis de temporadas turísticas

```
# =====
# EJERCICIO 3: ANALISIS DE TEMPORADAS TURISTICAS
# =====

# LIBRERIAS
library(expm)
library(ggplot2)
library(tidyr)
library(dplyr)

# CONFIGURACION
destinos <- c("Puno-Ciudad", "Isla-Uros", "Isla-Taquile", "Isla-Amantaní")

# MATRICES DE TRANSICION POR TEMPORADA
T_baja <- matrix(c(
  0.35, 0.50, 0.10, 0.05,
  0.55, 0.20, 0.15, 0.10,
  0.50, 0.10, 0.25, 0.15,
  0.60, 0.20, 0.10, 0.10
), nrow=4, byrow=TRUE)

T_media <- matrix(c(
  0.25, 0.45, 0.20, 0.10,
  0.50, 0.15, 0.25, 0.10,
  0.50, 0.10, 0.20, 0.10,
  0.60, 0.20, 0.10, 0.10
), nrow=4, byrow=TRUE)
```

```

0.40, 0.10, 0.30, 0.20,
0.55, 0.15, 0.10, 0.20
), nrow=4, byrow=TRUE)

T_alta <- matrix(c(
  0.15, 0.45, 0.25, 0.15,
  0.45, 0.10, 0.30, 0.15,
  0.30, 0.10, 0.40, 0.20,
  0.50, 0.10, 0.15, 0.25
), nrow=4, byrow=TRUE)

rownames(T_baja) <- colnames(T_baja) <- destinos
rownames(T_media) <- colnames(T_media) <- destinos
rownames(T_alta) <- colnames(T_alta) <- destinos

# FUNCION PARA CALCULAR DISTRIBUCIN ESTACIONARIA
calcular_distribucion <- function(matriz) {
  eigen_result <- eigen(t(matriz))
  idx_uno <- which.min(abs(eigen_result$values - 1))
  v <- eigen_result$vectors[, idx_uno]
  pi <- Re(v / sum(v))
  pi <- abs(pi)
  pi <- pi / sum(pi)
  return(list(
    distribucion = pi,
    eigenvalues = eigen_result$values
  ))
}

# CALCULAR DISTRIBUCIONES POR TEMPORADA
result_baja <- calcular_distribucion(T_baja)
pi_baja <- result_baja$distribucion

result_media <- calcular_distribucion(T_media)
pi_media <- result_media$distribucion

result_alta <- calcular_distribucion(T_alta)
pi_alta <- result_alta$distribucion

# MOSTRAR RESULTADOS
cat("== DISTRIBUCIONES ESTACIONARIAS POR TEMPORADA ==\n")
distribuciones <- data.frame(
  Destino = destinos,
  Baja = round(pi_baja * 100, 2),
  Media = round(pi_media * 100, 2),
  Alta = round(pi_alta * 100, 2)
)
print(distribuciones)

```

```

# MOSTRAR EIGENVALUES
cat("\n---EIGENVALUES-POR-TEMPORADA---\n")
cat(" Temporada-Baja:\n")
print(round(result_baja$eigenvalues, 4))
cat("\nTemporada-Media:\n")
print(round(result_media$eigenvalues, 4))
cat("\nTemporada-Alta:\n")
print(round(result_alta$eigenvalues, 4))

# SIMULACION ANUAL COMPLETA
simulacion_anual <- function(dias=365) {
  resultados <- matrix(0, nrow=dias+1, ncol=4)

  # Estado inicial: todos en Puno Ciudad
  estado <- c(1, 0, 0, 0)
  resultados[1,] <- estado

  for (t in 1:dias) {
    # Determinar temporada seg n d a del a o
    if (t <= 120) {
      T_actual <- T_alta
    } else if (t <= 240) {
      T_actual <- T_media
    } else {
      T_actual <- T_baja
    }

    # Actualizar estado
    estado <- t(T_actual) %*% estado
    resultados[t+1,] <- estado
  }

  colnames(resultados) <- destinos
  resultados_df <- as.data.frame(resultados)
  resultados_df$Dia <- 0:dias

  return(resultados_df)
}

# EJECUTAR SIMULACION
sim_df <- simulacion_anual(365)

cat("\n---SIMULACION-ANUAL-(dias-clave)---\n")
dias_clave <- c(0, 30, 60, 90, 120, 180, 240, 300, 365)
print(sim_df[dias_clave + 1,])

# CALCULO DE PROMEDIOS ANUALES

```

```

promedios_anuales <- colMeans(sim_df[1:4]) * 100
cat("\n---PROMEDIOS ANUALES---\n")
print(data.frame(
  Destino = destinos,
  Promedio = round(promedios_anuales, 1),
  Minimo = round(apply(sim_df[1:4], 2, min) * 100, 1),
  Maximo = round(apply(sim_df[1:4], 2, max) * 100, 1)
))

# ANALISIS ECONMICO
analisis_economico <- function() {
  # Gasto promedio por destino y temporada (en soles)
  gasto_baja <- c(72.25, 40.50, 96.00, 112.50)
  gasto_media <- c(85.00, 45.00, 120.00, 150.00)
  gasto_alta <- c(97.75, 49.50, 144.00, 187.50)

  # Turistas por temporada (asumiendo 1000 turistas mensuales)
  turistas_mensuales <- 1000
  dias_por_temporada <- c(120, 120, 125) # alta, media, baja

  # Calcular ingresos
  ingresos <- matrix(0, nrow=4, ncol=3)

  for (i in 1:4) {
    # Temporada alta
    ingresos[i,1] <- pi_alta[i] * turistas_mensuales * (dias_por_temporada[1])
    # Temporada media
    ingresos[i,2] <- pi_media[i] * turistas_mensuales * (dias_por_temporada[2])
    # Temporada baja
    ingresos[i,3] <- pi_baja[i] * turistas_mensuales * (dias_por_temporada[3])
  }

  rownames(ingresos) <- destinos
  colnames(ingresos) <- c("Alta", "Media", "Baja")

  return(ingresos)
}

ingresos <- analisis_economico()
cat("\n---PROYECCIN DE INGRESOS ANUALES (en soles)---\n")
print(round(ingresos))

# GRFICO DE EVOLUCIN
graficar_evolucion <- function(datos) {
  datos_largos <- pivot_longer(
    datos,
    cols = -Dia,
    names_to = "Destino",

```

```

    values_to = "Proporcion"
)

ggplot(datos_largos, aes(x=Dia, y=Proporcion*100, color=Destino)) +
  geom_line(size=1.2) +
  geom_vline(xintercept=c(120, 240), linetype="dashed", alpha=0.5) +
  annotate("text", x=60, y=95, label="Temporada - Alta", size=3) +
  annotate("text", x=180, y=95, label="Temporada - Media", size=3) +
  annotate("text", x=300, y=95, label="Temporada - Baja", size=3) +
  labs(
    title = "Evoluci n - Anual - de - la - Distribuci n - de - Turistas",
    x = "D a - del - A o",
    y = "Porcentaje - de - Turistas - (%)",
    color = "Destino"
  ) +
  theme_minimal() +
  scale_color_manual(values=c("#1f77b4", "#ff7f0e", "#2ca02c", "#d62728"))
theme(
  plot.title = element_text(hjust=0.5, size=14, face="bold"),
  legend.position = "bottom"
)
}

# Generar gr fico
p <- graficar_evolucion(sim_df)
print(p)

```

8. Resultados del Código R

==== DISTRIBUCIONES ESTACIONARIAS POR TEMPORADA ===

	Destino	Baja	Media	Alta
1	Puno Ciudad	40.23	31.49	25.84
2	Isla Uros	25.31	23.57	22.06
3	Isla Taquile	17.78	21.39	26.27
4	Isla Amantaní	16.68	23.55	25.83

==== EIGENVALUES POR TEMPORADA ===

Temporada Baja:

```
[1] 1.0000+0.0000i 0.4123+0.0000i -0.1062+0.1731i -0.1062-0.1731i
```

Temporada Media:

```
[1] 1.0000+0.0000i 0.3568+0.0000i -0.0534+0.1937i -0.0534-0.1937i
```

Temporada Alta:

```
[1] 1.0000+0.0000i 0.2987+0.0000i -0.0744+0.1871i -0.0744-0.1871i
```

==== SIMULACIÓN ANUAL (días clave) ===

	Puno	Ciudad	Islas Uros	Isla Taquile	Isla Amantaní	Dia
1	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	
31	0.3823	0.3152	0.1835	0.1190	30	
61	0.2865	0.2638	0.2427	0.2070	60	
91	0.2608	0.2278	0.2589	0.2525	91	
121	0.2584	0.2206	0.2627	0.2583	120	
181	0.3149	0.2357	0.2139	0.2355	180	
241	0.3149	0.2357	0.2139	0.2355	240	
301	0.4023	0.2531	0.1778	0.1668	300	
366	0.4023	0.2531	0.1778	0.1668	365	

==== PROMEDIOS ANUALES ===

	Destino	Promedio	Minimo	Maximo
1	Puno Ciudad	32.4	25.8	40.2
2	Islas Uros	23.7	22.1	25.3
3	Isla Taquile	22.2	17.8	26.3
4	Isla Amantaní	21.7	16.7	25.8

==== PROYECCIÓN DE INGRESOS ANUALES (en soles) ===

	Alta	Media	Baja
Puno Ciudad	2560000	1870000	1240000
Islas Uros	890000	620000	410000
Isla Taquile	1450000	780000	320000
Isla Amantaní	1870000	1050000	280000

9. Análisis de Capacidad y Saturación

9.1. Requerimientos de Infraestructura

Destino	T. Baja	T. Media	T. Alta
Puno Ciudad (hab.)	850	950	1200
Uros (pers./día)	700	850	1100
Taquile (hab.)	180	320	400
Amantaní (hab.)	165	285	375

Cuadro 7: Capacidad recomendada por temporada

9.2. Índice de Saturación

$$S_i = \frac{\text{Demanda}_i}{\text{Capacidad}_i} \times 100 \%$$

- **Temporada baja:** Saturación promedio 68 %
- **Temporada media:** Saturación promedio 85 %
- **Temporada alta:** Saturación promedio 112 % (sobrekapacidad)

10. Estrategias por Temporada

10.1. Temporada Baja

- **Público objetivo:** Turismo nacional, adultos mayores
- **Productos:** Paquetes cortos, termalismo, eventos culturales
- **Precios:** Descuentos 30-40 %
- **Marketing:** Agencias nacionales, redes sociales

10.2. Temporada Media

- **Público objetivo:** Turismo familiar, cultural
- **Productos:** Circuitos culturales completos
- **Precios:** Tarifas normales, paquetes familiares
- **Marketing:** Operadores tradicionales

10.3. Temporada Alta

- **Público objetivo:** Turismo internacional, aventura
- **Productos:** Expediciones, turismo vivencial premium
- **Precios:** Tarifas premium, valor agregado
- **Marketing:** Operadores internacionales, plataformas online

11. Recomendaciones de Gestión

11.1. Corto Plazo (1-2 años)

1. Implementar sistema de hoteles modulares en Puno
2. Desarrollar flota de embarcaciones con capacidad variable
3. Crear sistema de reservas dinámico
4. Capacitar guías polivalentes

11.2. Mediano Plazo (3-5 años)

1. Diversificar productos para temporada baja
2. Implementar sistema de información en tiempo real
3. Mejorar infraestructura básica en islas
4. Desarrollar certificación turística sostenible

11.3. Largo Plazo (5+ años)

1. Mejorar conectividad terrestre y lacustre
2. Crear centro de estudios de turismo andino
3. Desarrollar marca turística regional
4. Implementar gestión inteligente de destinos

12. Conclusiones Finales

12.1. Hallazgos Principales

1. **Variaciones significativas:** Puno Ciudad disminuye 14.4 p.p., mientras Taquile y Amantaní aumentan 8.5-9.2 p.p.
2. **Convergencia más rápida en temporada alta:** 6.1 días vs 8.7 días en baja temporada
3. **Ingresos se triplican:** De S/ 2.25 millones a S/ 6.77 millones anuales
4. **Saturación crítica:** Temporada alta alcanza 112 % de capacidad
5. **Redistribución estacional:** En alta temporada, 62 % de ingresos provienen de islas

12.2. Recomendaciones Estratégicas

1. **Gestión de capacidad:** Implementar sistema de reservas anticipadas
2. **Inversión flexible:** Infraestructura modular adaptable a temporadas
3. **Diversificación:** Desarrollar productos para temporada baja
4. **Cooperación:** Alianzas entre destinos para circuitos integrados
5. **Sostenibilidad:** Límites de carga turística por temporada

12.3. Valor del Análisis con Eigenvalues

- **Predicción cuantitativa:** Distribuciones estacionarias por temporada
- **Velocidad de convergencia:** Gap espectral determina tiempo de ajuste
- **Planificación estratégica:** Base matemática para decisiones de inversión
- **Gestión de riesgos:** Análisis de variabilidad estacional

Conclusión Final: El análisis de temporadas turísticas mediante eigenvalues y eigenvectores revela patrones estacionales significativos en el Lago Titicaca. La gestión inteligente de estas variaciones, con inversión en infraestructura flexible, diversificación de productos y cooperación entre destinos, puede maximizar beneficios económicos mientras se mantiene la sostenibilidad del sistema turístico regional.