

Método de Bisección

Alumno: Ronald Wilder Incacutipa Muñuico

Docente: Ing. Torres Cruz Fred

Programación Numérica – FINESI
Universidad Nacional del Altiplano

Definición del Método de Bisección

El **método de bisección** es un procedimiento numérico iterativo utilizado para encontrar una raíz de una función continua en un intervalo cerrado $[a, b]$ donde ocurre un cambio de signo, es decir:

$$f(a) \cdot f(b) < 0 \quad \Rightarrow \quad \exists \xi \in (a, b) : f(\xi) = 0$$

El método consiste en dividir el intervalo por la mitad repetidamente, seleccionando el subintervalo donde la función cambia de signo. Con cada iteración, el intervalo se reduce y la aproximación a la raíz se vuelve más precisa.

Procedimiento

1. Calcular el punto medio:

$$m = \frac{a + b}{2}$$

2. Evaluar $f(a)$, $f(b)$ y $f(m)$.

3. Determinar el nuevo intervalo:

$$\begin{cases} [a, m], & \text{si } f(a) \cdot f(m) < 0 \\ [m, b], & \text{si } f(m) \cdot f(b) < 0 \end{cases}$$

4. Calcular el error:

$$e = \frac{b - a}{2}$$

5. Repetir el proceso hasta que $e < \text{tolerancia}$.

Ejemplo: Método de Bisección con función exponencial

Se desea resolver:

$$f(x) = e^{3x} - 4 = 0$$

con el intervalo inicial $[0, 1]$ y tolerancia $e < 0.1$.

Código en Python

```
1  # Método de Bisección
2  # f(x) = e^(3x) - 4 en el intervalo [0, 1]
3
4  import math
5
6  def f(x):
7      return math.exp(3*x) - 4
8
9  a = 0
10 b = 1
11 tolerancia = 0.1
12 iteracion = 0
13
14 print(f'Iter':<6){'a':<10}{'b':<10}{'m':<10}
15 {'f(a)':<12}{'f(b)':<12}{'f(m)':<12}{'Error':<10}")
16 print("-"*75)
17
18 while True:
19     iteracion += 1
20     m = (a + b) / 2
21     fa = f(a)
22     fb = f(b)
23     fm = f(m)
24     error = (b - a) / 2
25
26     print(f'iteracion:<6){a:<10.5f}{b:<10.5f}{m:<10.5f}
27     {fa:<12.5f}{fb:<12.5f}{fm:<12.5f}{error:<10.5f}")
28
29     if abs(error) < tolerancia:
30         break
31
32     if fa * fm < 0:
33         b = m
34     else:
35         a = m
36
37 print("\nRaíz aproximada: x =", round(m, 4))
38 print("Error final:", round(error, 5))
```

Ejemplo de Ejecución

Iter	a	b	m	f(a)	f(b)	f(m)	Error
1	0.00000	1.00000	0.50000	-3.00000	16.08554	0.48169	0.50000
2	0.00000	0.50000	0.25000	-3.00000	0.48169	-1.88290	0.25000
3	0.25000	0.50000	0.37500	-1.88290	0.48169	-0.91902	0.12500
4	0.37500	0.50000	0.43750	-0.91902	0.48169	-0.28400	0.06250

Raíz aproximada: $x = 0.4375$

Error final: 0.0625

Resultado Final

La raíz aproximada de:

$$f(x) = e^{3x} - 4$$

es:

$$x \approx 0.44 \quad \text{con un error menor a } 0.1$$

Conclusión

El método de bisección es un algoritmo simple, confiable y garantiza convergencia cuando se cumple la condición de cambio de signo en el intervalo inicial. Aunque converge más lentamente que otros métodos como Newton-Raphson, su fortaleza radica en su robustez y facilidad de implementación. El ejemplo demuestra cómo el error disminuye en cada iteración hasta alcanzar el valor deseado.