Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko

Finančni praktikum

Stable roommate problem

Timotej Giacomelli in Nejc Duščak

Mentorja: prof. dr. Sergio Cabello, asist. dr. Janoš Vidali

Ljubljana, 2020

Kazalo

1 Uvod **2**

2 Opis problema **4**

3 Glavne ideje problema in psevdokoda **4**

1 Uvod

V projektu pri finančnem praktikumu bova obravnavala *Stable roommate problem*. Problem bova modelirala in poganjala ekspiremente v programskem jeziku Sage.

Stable roommate problem, znan tudi kot kratica **SR**, je eden izmed *stable matching* problemov, katere sta prvič predstavila David Gale in Lloyd Shapely. Problem je dobil ime zaradi svoje praktične uporabe - kako razporediti ljudi v dvoposteljne sobe, glede na njihove preference.

Problem je sestavljen iz $2n$ "udeležencev", kjer ima vsak udeleženec seznam preferenc s $2n - 1$ elementi, torej po eno vrednost za vsakega soudeleženca. Vsak udeleženec predstavljen točko v metričnem prostoru, njegov seznam pa so urejene dolžine do ostalih soudeležencev.

Ujemanje je množica n disjunktnih parov udeležencev. Za ujemanje M je par $\{m_1, m_1'\} \notin M$ *blocking pair*, če zadošča naslednjim pogojem:

- $\{m_1, m_1'\}, \{m_2, m_2'\} \in M$,
- m_1 preferira m_2 bolj kot m_1',
- m_2 preferira m_1 bolj kot m_2'.

Oziroma če povemo z besedami, *blockin pair* nastane, če se imata vsaj dva udeleženca, ki nista v paru, pri ujemanju raje, kot s svojim partnerjem. Ujemanje M je nestabilno, če zanj obstaja *blocking pair*. Drugače je ujemanje M stabilno.

Cilj SR je najti stabilno ujemanje ali pokazati, da nobeno ne obstaja. S časoma so uspeli razviti algoritem s časovno zahtevnostjo $O(n^2)$, ki bodisi najde stabilno ujemanje, bodisi ugotovi, da za dani primer ne obstaja nobeno stabilno ujemanje.

Stable roommate problem je v splošnem lahko uporabljen za ujemanje opazovanj in objektov pri nalogi razvrščanja. Na primer v življenjskem primeru iskanje primernega sostanovalca, so lahko le-ti predstavljeni po točkah v nekem prostoru lastnosti: koordinatna os prostora je lahko najprimernejši čas za spanje, želena raven urejenosti prostora, število zabav/piv na semester, itd.. Povsem logično je sklepati, da bo izbran udeleženec tisti, ki bo imel podobne lastnosti.

V nadaljevanju projekta bova sledeila sledečim korakom:

- generirala bova $2n$ naključnih točk v kvadratu velikosti 1x1,
- izračunala bova posamezne razdalje med točkami,
- razdalje bodo predstavljale najine preference (manjša razdalja je večja preferenca), ki jih bova uredila po velikosti,
- napisala bova algoritem, ki bo izračunal ujemanje ali pa ugotovil, da ujemanje ne obstaja,
- analizirala bova, ali se seštevek razdalj med točkami v paru povečuje, ali zmanjšuje, ko povečujeva število točk (n).

2 Opis problema

Stable roomate problem je problem v katerem želimo poiskati stabilno ujemanje udeležencev v problemu. Vsak udeleženec ima seznam preferenc do drugih udeležencev. Seznam je urejen po velikosti od najvišje preference pa vse do najnižje. Če bi želeli problem predstaviti v realnosti, si lahko mislimo, da imamo posameznika, ki si želi poiskati sostanovalca. Glede na njegove želje bo potencialne sostanovalce uredil glede na svoje preference in nato izbral posameznika z najvišjo preferenco.

V projektu pa sva obravnavala enostavnejšo verzijo osnovnega problema, in sicer *Geometric stable roomate problem.* V tem problemu so udeleženci predstavljeni kot točke v ravnini, kjer lahko te točke izberemo iz poljubno omejenega območja ali pa točke izbiramo kar iz celotne ravnine. V najinem projektu sva točke izbrala iz kvadrata velikosti 1x1. Preference so tukaj zelo preproste, saj so podane le kot razdalja do točk. Tako manjša razadlja do točke pomeni večjo preferenco. V tem problemu želiva poiskati stabilne pare, ki ustrezajo seznamu preferenc.

3 Glavne ideje problema in psevdokoda

Za iskanje rešitev problema sva si izbrala poljubne točke znotraj kvadrata velikosti 1x1. Generirala sva x in y koordinato posamezne točke in jih shranila v slovar točk, kjer ključ slovarja predstavljajo ime točke (naprimer tocka_0), vrednost pa koordinata točke. Vrednost slovarja je oblike (x,y) kar imenujemo tupli. V nadaljevanju projekta bova poskusila točke izbirati tudi iz območij drugačne oblike, če bo le možno tudi točke iz neomejenega območja.

Nato sva izračunala razdalje med točkami s pomočjo Pitagorovega izreka. S funkcijo *for* sva se sprehodila čez vse ključe v slovarju točk in oblikovala novi slovar imenovan slovar razdalj, v katerem je ključ ponovno ime točke, vrednost pa vsebuje seznam razdalj do posamezne točke, torej dobimo seznam tulpov.