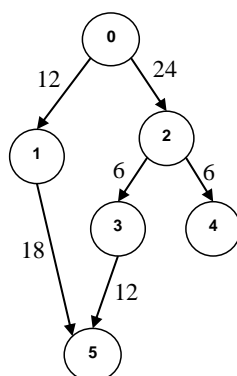


Przykład

Założmy, że chcemy zaprojektować proces wytwarzania rowerów. Cały proces może być opisany przy pomocy grafu zawierającego w węzłach zadania (etapy produkcji roweru), które muszą być wykonane. Poniżej przedstawiony jest przykładowy graf, na którym zostały zaznaczone wszystkie zadania, które dla rozpatrywanego problemu muszą być wykonane.



Niektóre zadania muszą być wykonane po wykonaniu innych zadań, a niektóre zadania mogą być wykonywane niezależnie. Jeśli dwa zadania są połączone krawędzią (znajdują się na tej samej ścieżce) to zadanie w rozpatrywanym węźle może być wykonane tylko gdy zostanie wykonane poprzedzające je zadanie. Zadania znajdujące się na różnych ścieżkach mogą być wykonane równolegle w tym samym czasie. Jeśli do danego węzła dochodzi więcej niż jedna krawędź to zadanie w tym węźle może być wykonane gdy przynajmniej jedno zadanie je poprzedzające zostanie wykonane. Każde zadanie może być wykonane przez zasób. Zasobem może być: zespół osób lub specjalistyczne maszyny produkcyjne. Każdy zasób jest w stanie wykonać dane zadanie w określonym czasie, który jest znany. Wykonanie zadania również pociąga za sobą koszt. Zasoby obliczeniowe dzielimy na dwie grupy:

- zasoby uniwersalne, które mogą wykonywać więcej niż jedno zadanie (np. zespół kilku osób)
- zasoby specjalizowane, które są dedykowane do wykonania tylko jednego zadania (np. maszyny specjalistyczne)

Maszyny specjalistyczne (zasoby specjalizowane) będą w stanie znacznie skrócić czas wykonywania zadań. Specjalistyczny sprzęt może być jednak użyty tylko do jednego konkretnego zadania np. maszyna lakiernicza będzie w stanie znacznie szybciej (i prawdopodobnie dokładniej) wymalować element roweru niż pracownik fabryki. Zasoby uniwersalne są więc tanie, ale wolne, zasoby specjalizowane są drogie, ale szybkie.

Na samym początku wykonywane jest zadanie nr 0. Po wykonaniu tego zadania mogą się wykonać zadania nr 1 oraz nr 2. Zadania 1 oraz 2 mogą (ale nie muszą) być wykonywane równolegle (przez różne zasoby). Po wykonaniu zadania nr 2 mogą się rozpocząć zadania nr 3 oraz nr 4. Zadanie nr 5 może się wykonać jeśli albo zadanie nr 1 albo zadanie nr 5 zostanie zakończone. Zadania nr 0 oraz nr 1 są połączone krawędzią, której waga wynosi 12, krawędź łącząca zadania nr 0 oraz 2 ma wagę równą 24. Zadanie nr 5 jest połączone z zadaniem nr 1 krawędzią, której waga wynosi 18 oraz z zadaniem nr 3 krawędzią posiadającą wagę równą 12. Zadanie nr 2 jest połączone z zadaniami nr 3 oraz nr 4 krawędziami, których wagi wynoszą 6.

Założmy, że plik z grafem wygląda następująco:

@tasks 6

T0 2 1(12) 2(24)

T1 1 5(18)

T2 2 3(6) 4(6)

T3 1 5(12)

T4 0

T5 0

@proc 4

400 0 1

500 1 1

600 0 0

800 0 0

@times

200 150 60 40

50 40 24 15

1000 360 250 150

250 220 150 100

150 160 70 30

60 55 35 1000

@cost

6 6 180 250

4 3 90 150

0 18 200 500

13 14 140 300

12 15 20 50

5 5 110 0

@comm 1

CHAN0 25 6 1 1 1 1

Z analizy powyższych danych wynika, że mamy 4 dostępne typy zasobów obliczeniowych (@proc 4) oraz jeden typ zasobów komunikacyjnych (@comm 1). Dwa pierwsze typy spośród zasobów obliczeniowych to zasoby uniwersalne (nazwijmy je: P0 oraz P1), a dwa kolejne to zasoby specjalizowane (nazwijmy je odpowiednio: P2 oraz P3), o czym informują nas jedynki oraz zera w ostatniej kolumnie. Można użyć nieskończenie wiele zasobów typu P0 (informuje nas o tym 0 na przedostatniej pozycji w wierszu opisującym zasób P0) oraz tylko jeden zasób P1 (informuje nas o tym 1 na przedostatniej pozycji w wierszu opisującym zasób P1). Koszt każdego zasobu typu P0 wynosi 400. Koszt jednego zasobu typu P1 wynosi 500. Jedyny typ zasobu komunikacyjnego (o nazwie CHAN0) dostępny jest dla każdego z zasobów (każdy zasób obliczeniowy może się łączyć za pośrednictwem tego zasobu komunikacyjnego; informują nas o tym cztery ostatnie cyfry z numerem 1). Koszt docelowego rozwiązania będzie obliczany stosując następujące wyrażenie. Koszt podłączenia któregośkolwiek zasobu obliczeniowego do tego zasobu komunikacyjnego wynosi 25, a jego przepustowość 6 jednostek w jednostce czasu.

Każde zadanie jest wykonywane przez zasób obliczeniowy (należy przydzielić zadania do zasobów obliczeniowych wykorzystując geny podane w opisie projektu). Wykonanie zadań zabiera pewien czas i jest obciążone pewnym kosztem.

Koszt całego rozwiązania to suma: kosztów uniwersalnych zasobów obliczeniowych, kosztów wykonania poszczególnych zadań na zasobach obliczeniowych oraz koszt podłączenia zasobów

obliczeniowych do zasobów komunikacyjnych. Np. Załóżmy, że do wykonania zadań opisanych w powyższym pliku z grafem wykorzystano trzy uniwersalne zasoby obliczeniowe – dwa zasoby typu P0 (nazwijmy je P0_1 oraz P0_2) oraz jeden typu P1, a także dwa zasoby specjalizowane – jeden typu P2 oraz jeden typu P3. Wykorzystano również jeden zasób komunikacyjny typu CHAN0 do połączenia wszystkich zasobów obliczeniowych. Załóżmy, że przydział zadań wygląda następująco:

P0_1: T0, T1

P0_2: T4

P1: T2

P2: T5

P3: T3

Powyższy zapis oznacza, że na zasobie P0_1 wykonywane są zadania T0 oraz T1, na zasobie P0_2 wykonywane jest zadanie T4, na zasobie P1 wykonuje się zadanie T2, na zasobie P2 zadanie T5, a zadanie T3 wykonywane jest na zasobie P3. Koszt rozwiązania przedstawia się następująco:

$$\begin{aligned} & \text{koszt_P0_1} + \text{koszt_P0_2} + \text{koszt_P1} + \text{koszt_zadania_T0_na_P0} + \text{koszt_zadania_T1_na_P0} + \\ & + \text{koszt_zadania_T4_na_P0} + \text{koszt_zadania_T2_na_P1} + \text{koszt_zadania_T5_na_P2} + \\ & + \text{koszt_zadania_T3_na_P3} + \text{kosz_podłączenia_P0_1_do_CHANNO} + \\ & + \text{kosz_podłączenia_P0_2_do_CHANNO} + \text{kosz_podłączenia_P1_do_CHANNO} + \\ & + \text{kosz_podłączenia_P2_do_CHANNO} + \text{kosz_podłączenia_P3_do_CHANNO} \end{aligned}$$

Koszt rozwiązania wyniesie zatem:

$$\text{Koszt} = 400 + 400 + 500 + 6 + 4 + 12 + 18 + 110 + 300 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 = 1875$$

Proszę zwrócić uwagę, że koszt zasobów specjalizowanych nie jest doliczany, bo zakładamy, że koszt ten jest już uwzględniony w cenie zadania. Aby to wyjaśnić posłużę się pewną analogią: założmy, że chcemy się dostać z punktu A do punktu B. Zakładając, że nie dysponujemy własnym środkiem lokomocji musimy albo zadzwonić po taksówkę albo pojechać autobusem. Wybierając taksówkę płacimy opłatę „za drzwi” (opłatę początkową) oraz „za kilometr”. Możemy jednak polecić taksówkarzowi, aby zawiózł nas w dowolne miejsce, co więcej możemy po dotarciu do punktu B zdecydować się, aby pojechać do punktu C tą samą taksówką (wówczas nie płacimy opłaty „za drzwi” jeszcze raz, a tylko za dodatkowe przejechane kilometry). Taksówka będzie więc w tym przypadku uniwersalnym zasobem obliczeniowym. Wybierając autobus nie płacimy osobnej opłaty początkowej tylko wykupujemy bilet w cenie którego opłata ta jest uwzględniona. Autobus jednak kursuje na określonej trasie i jeśli po dotarciu do punktu B chcielibyśmy przemieścić się do punktu C to musimy pojechać innym autobusem, który pozwoli nam dotrzeć do punktu C. Autobus jest więc specjalizowanym zasobem obliczeniowym, który kursuje tylko na określonej linii i nie można za jego pomocą dotrzeć w żadne miejsce nie znajdujące się na trasie, na której kursuje.

Wykonując zadanie musimy pamiętać, że w danej chwili czasu każdy zasób obliczeniowy może wykonywać tylko jedno zadanie. Należy również pamiętać o następstwie zadań (zadania na tej samej ścieżce wykonują się gdy ich poprzedniki zostały wykonane, zadania na różnych ścieżkach mogą wykonywać się równolegle na różnych zasobach obliczeniowych).

Czas rozwiązania oblicza się następująco:

Zadanie T0 jest zadaniem początkowym, wykonywane jest więc jako pierwsze (w naszym przykładzie na zasobie P0_1). Czas wykonania zadania T0 wynosi 200 jednostek. Po wykonaniu zadania T0 mogą rozpocząć się zadania T1 oraz T2. Zadania te mają być wykonane na różnych zasobach i znajdują się na różnych ścieżkach. Mogą więc być wykonane równolegle. Zadanie T1 wykonywane jest na tym samym

zasobie co jego poprzednik (zadanie T0). Jest więc wykonywane zaraz po zakończeniu wykonywania zadania T0. Rozpoczyna się więc w chwili 200, a kończy w chwili 250. Zadanie T2 wykonywane jest na innym zasobie niż jego poprzednik. Należy więc doliczyć czas transmisji. Można to sobie wyobrazić w następujący sposób: założmy, że w przykładzie z fabryką rowerów mamy do wykonania m. in. następujące po sobie dwa zadania – montaż kół do roweru oraz montaż przerzutek. Obydwa zadania mogą być wykonane w tej samej hali montażowej przez tych samych ludzi. Nie trzeba więc rowerów przenosić do innych budynków. Pomiędzy zadaniami nie jest więc doliczany żaden czas (po zamontowaniu kół natychmiast można przystąpić do montażu przerzutek). Jeśli jednak po wytworzeniu ramy roweru musimy ją pomalować i zdecydujemy się wysłać rower do lakierni, która znajduje się w innym miejscu to musimy doliczyć czas transportu produktu do lakierni (innego zasobu). Transport jest dokonywany przez zasób komunikacyjny. Można to sobie wyobrazić jako firmę kurierską, z którą jest podpisana umowa na podstawie której po uiszczeniu opłaty abonamentowej firma zobowiązuje się do przewozu dowolnej partii rowerów w wyznaczone miejsce. Ponieważ jednak rowery te trzeba będzie przetransportować z powrotem to lakiernia (lub inny zasób) również musi uiścić opłatę abonamentową. Czas transmisji (transportu) jest zależny od przepustowości (np. pojemności samochodu dostawczego). Oblicza się go w następujący sposób:

$$tc_{i,j} = \left\lceil \frac{d_{i,j}}{b_{cli,j}} \right\rceil \text{ gdzie:}$$

$d_{i,j}$ – dane przekazywane pomiędzy zadaniami i oraz j,

$b_{cli,j}$ – przepustowość zasobu komunikacyjnego.

Dane przekazywane pomiędzy zadaniami to etykieta krawędzi podana na grafie. Tak więc w naszym przypadku czas transmisji pomiędzy zadaniami T0 oraz T2 wyniesie: $12/6 = 2$. Zadanie T2 zacznie więc się wykonywać w chwili 202, a zakończy w chwili 562. Po wykonaniu zadania T2 może rozpocząć się zadanie T3 lub T4. Obydwa te zadania wykonywane są na różnych zasobach, mogą się więc rozpocząć po zakończeniu zadania T2. W obu przypadkach czas transmisji wynosi 1. Każde zadanie rozpocznie się więc w chwili 563. Zadanie T3 zakończy się w chwili 663 (na zasobie P3 wykonywane jest w czasie równym 100), a zadanie T4 zakończy się w chwili równej 713 (na zasobie P0 wykonywane jest w ciągu 150 jednostek czasu). Zadanie T5 może rozpocząć się po wykonaniu zadania T1 lub T3. Ponieważ jest ono wykonywane na innym zasobie niż każdy z poprzedników to może się rozpocząć po wykonaniu zadania zakończonego wcześniej. W naszym przypadku wcześniej kończy się zadanie T1 (po 250 jednostkach czasu). Czas transmisji wyniesie 3. Zadanie T5 rozpocznie się w chwili 253 i potrwa do chwili 288. Czas wykonania wszystkich zadań to czas, po którym wszystkie zadania zostaną wykonane. W naszym przypadku wyniesie więc 713 (jako ostatnie kończy się zadanie T4).

Co jednak w przypadku, gdyby np. wszystkie zadania wykonywały się na tym samym uniwersalnym zasobie obliczeniowym? W takim przypadku zadania należy poszeregować (inaczej nie wiedzielibyśmy czy np. zadanie T1 ma się wykonać przed T2, czy może T2 powinno wykonać się najpierw). Do szeregowania zadań proponuję użyć algorytmu listowego. Polega on na tym, że (jeśli mamy 2 lub więcej zadań równoległych wykonywanych przez jeden zasób) najpierw wykonywane jest zadanie na „dłuższej ścieżce”, czyli tej która ma najdłuższy czas wykonania zadań na niej się znajdujących (obliczamy go jako zwykłą sumę czasu zadań (oraz ewentualnych czasów transmisji) znajdujących się na ścieżce. Np.: jeśli wszystkie zadania z powyższego grafu miałyby być wykonane na zasobie P1 to kolejność zadań byłaby następująca:

T0, T2, T3, T4, T1, T5