Домаћи 4.

1

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x^2-2x-1} - \sqrt{x^2-7x+3}$

б) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-(\cos x)^{\sin x}}{x^3}$

в) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[m]{\cos\alpha x} - \sqrt[n]{\cos\beta x}}{x^2}$

г) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt[3]{x^3-3x^2+1} + \sqrt{x^2+2x}$

---

2 Одредити c и $n\in\mathbb{N}$ тј. $f(x)\sim c\cdot x^n,\ x\to 0$

а) $f(x)=2x-3x^2+x^5$

б) $f(x)=\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}$

---

3 Испитати непрекидност

а) $f(x)=x-[x]$

г) $F(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x+x^2e^{nx}}{1+e^{nx}}$

б) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}} & ,x\neq 0\\ 1 & ,x=0\end{cases}$

в) $f:[-1,1]\to\mathbb{R}$

$f(x)=\begin{cases}\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x^2-1} & ,x\neq\pm1\\ \dfrac{\pi}{2} & ,x=\pm1\end{cases}$

4

а) f има прекид у a и g нема. Да ли $f+g$ мора имати прекид у a?

б) f има прекид у a и g има прекид у a. — // — ?

5

$f(x)=\operatorname{sgn}x$ ← $\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1 & ,x>0\\ 0 & ,x=0\\ -1 & ,x<0\end{cases}$

$g(x)=1+x-[x]$

Испитати непрекидност. $f\circ g(x)$ и $g\circ f(x)$

6

Наћи $\alpha,\beta,\mu\in\mathbb{R}$ тј. $f(x)=\begin{cases}2x+\alpha & ,x\leq -2\\ x^2+\beta & ,-2<x\leq 3\\ e^x+\mu & ,3<x\leq 5\\ x^2+2x+7 & ,x>5\end{cases}$ дуже нејр на $\mathbb{R}$

(7) $f, g : [a,b] \to [a,b]$ непр. иде $f(a) < g(a)$, $f(b) > g(b)$

Доказ да $\exists c \in [a,b]$ иде. $f(c) = g(c)$

---

(8) $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ непр. и $\exists \lim_{x \to +\infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$

Доказ. да је f огр. на $[0, +\infty)$