(1) Доказати по дефиницији да је

а) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2-n+2}{3n^2+2n-4} = \frac{1}{3}$.

б) $\lim_{n\to\infty} \log_2\left(1+\sqrt{\frac{1}{n+1}}\right) = 0$.

(2) Израчунати следеће граничне вредности

1) $\lim_{n\to\infty} \frac{n\sin n!}{n^2+1}$.

2) $\lim_{n\to\infty} 2^{-n}\cos n\pi$.

3) $\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^3-(n-1)^2}{(n+1)^3+(n-1)^3}$.

4) $\lim_{n\to\infty} \frac{(2n+1)^4-(n-1)^4}{(2n+1)^4+(n-1)^4}$.

5) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2n^2}{2n+3}+\frac{1-3n^3}{3n^2+1}\right)$.

6) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{3n^2}{2n+1}+\frac{1-6n^3}{1+4n^2}\right)$.

7) $\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{(n+1)!-n!}$.

8) $\lim_{n\to\infty} \frac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+3)!}$.

9) $\lim_{n\to\infty} \frac{(n+2)!+(n+1)!}{(n+2)!-(n+1)!}$.

10) $\lim_{n\to\infty} \frac{2^n-1}{2^n+1}$.

11) $\lim_{n\to\infty} \frac{2^{\frac{1}{n}}-1}{2^{\frac{1}{n}}+1}$.

12) $\lim_{n\to\infty} \frac{2^{\frac{1}{n+1}}+5^{\frac{1}{n+1}}}{2^{\frac{1}{n}}+5^{\frac{1}{n}}}$.

(3) Испитати конв низа

а) $a_n = 1 + \frac{\sin 1}{2^1} + \frac{\sin 2}{2^2} + \cdots + \frac{\sin n}{2^n}$

б) $a_n = \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 3} + \cdots + \frac{1}{\ln n}$

Коши (није обавезно)

(4) Док a_n нула низ $\Leftrightarrow$ $|a_n|$ нула низ

(5) Испитати тачност тврђења

а) a_n конв $\Rightarrow$ $|a_n|$ конв

б) $|a_n|$ конв $\Rightarrow$ a_n конв

(6) Наћи 2 дивергентна низа a_n и b_n тд.

а) $a_n + b_n$ конв

б) $a_n + b_n$ див.

(7) Наћи a_n конв и b_n див.

а) $a_n \cdot b_n$ конв

б) $a_n \cdot b_n$ див.

(8) Израчунати

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1^p+2^p+\cdots+n^p}{n^p}-\frac{n}{p+1}\right), p\in\mathbb{N}.$

2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1\cdot 1!+3\cdot 2!+\cdots+(2n-1)\cdot n!}{(n+1)!}$

3) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1\cdot 2\cdot 3+2\cdot 3\cdot 4+\cdots+n(n+1)(n+2)}{n^4}$

(9) Испитати конвергенцију следећих низова

а) $x_1=5$ и $x_{n+1}=\ln(e^{x_n}-x_n)$

б) $x_1=a>0$ и $x_{n+1}=\sqrt[4]{1+4x_n}-1$

в) $a_1\in(-1,0)$, $a_{n+1}=\sqrt{\frac{1+a_n}{1-a_n}}-1$

(10) Одредити све тачке нагомилавања низа

а) $x_n=1+\frac{n}{n+1}\cos\frac{n\pi}{2}.$

б) $x_n=\left(\frac{2n-3}{1+2n}\right)^{n(-1)^n}+\operatorname{arctg}((-1)^{n+1}2n)\cdot\sin\left(\frac{2n\pi}{3}\right).$

в) $a_n=(-1)^n\sqrt[n]{2021^n+3\cdot 2022^n}+\operatorname{arctg} n\cos\frac{n\pi}{2}$

г) $x_n=-\sqrt{n}+5\cos\frac{n\pi}{3}$

д) $y_n=-\frac{3n-1}{n+2}\sin\frac{n\pi}{2}$

ђ) $a_n=\left(\frac{n+2}{n-2}\right)^{(-1)^n n}+\sin\frac{n\pi}{2}.$

(11) Нека је x_n низ такав да $x_{2k}\xrightarrow{k\to+\infty}a$, $x_{2k+1}\xrightarrow{n\to+\infty}b$, $x_{3k}\xrightarrow{k\to+\infty}c$. Доказати да x_n конвергира

(12) Израчунати следеће граничне вредности

а) $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^6-n^4+5}-n^2\right)$

б) $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-5n+3}-\sqrt{n^2+3n-5}\right)$

в) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n+3}{2n-5}\right)^n$

г) $\lim_{n\to\infty}\frac{2+2^2+2^3+\cdots+2^n}{5\cdot 2^{n+2}}$

д) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^2+4^2+\cdots+(2n)^2}{(2n+1)(n-2)(n+3)}$