

# 結合物理訊息與徑向基網路 求解微分方程之研究

報告者：吳岳峰

# 目錄

- 製作動機
- 研究方法
- 研究結果
- 結論

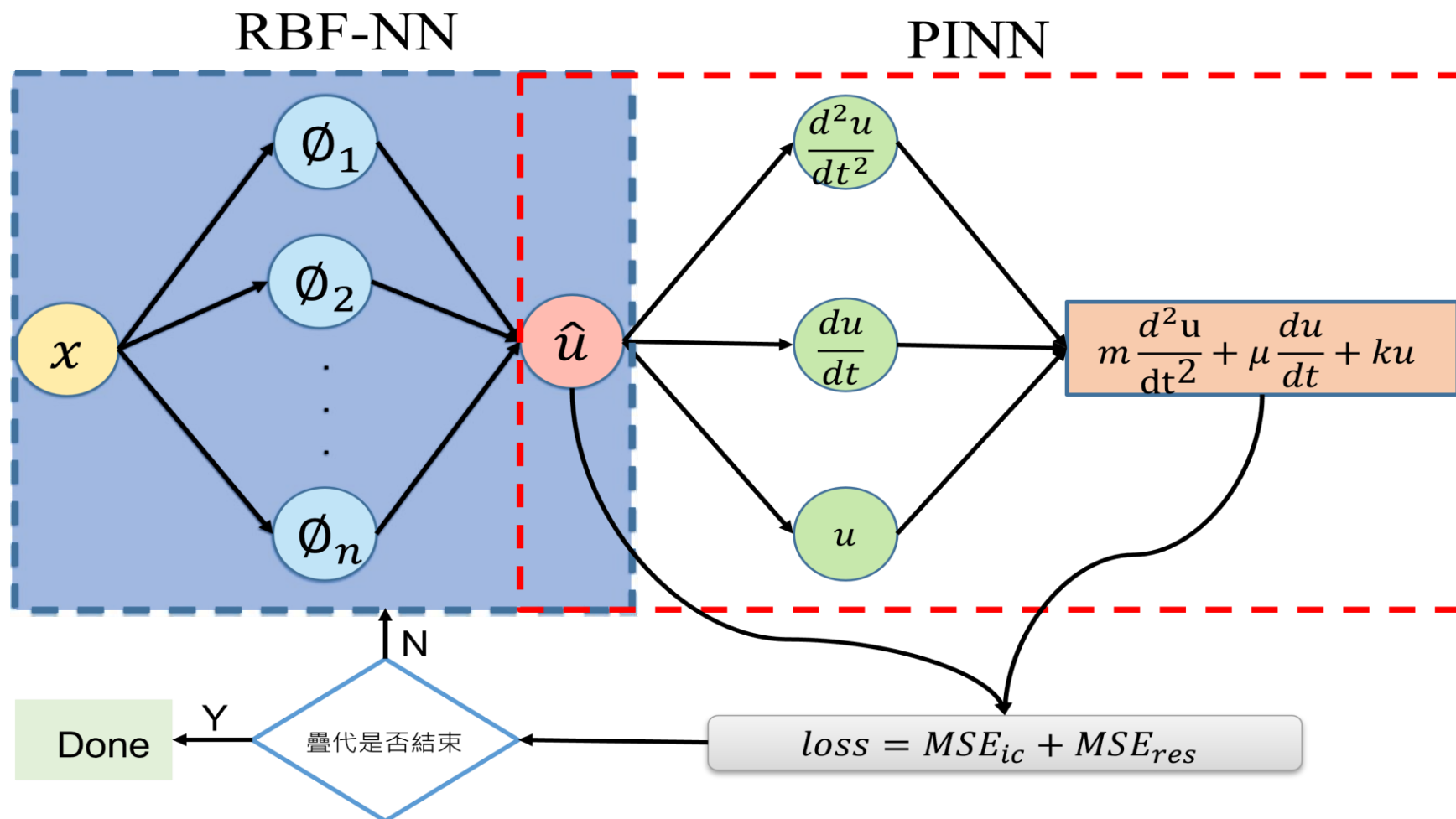
# 製作動機

1. 解決物理現象→透過微分方程→過程複雜且運算量大
2. 神經網路性質→通用近似定理：高擬和、高維度的運算

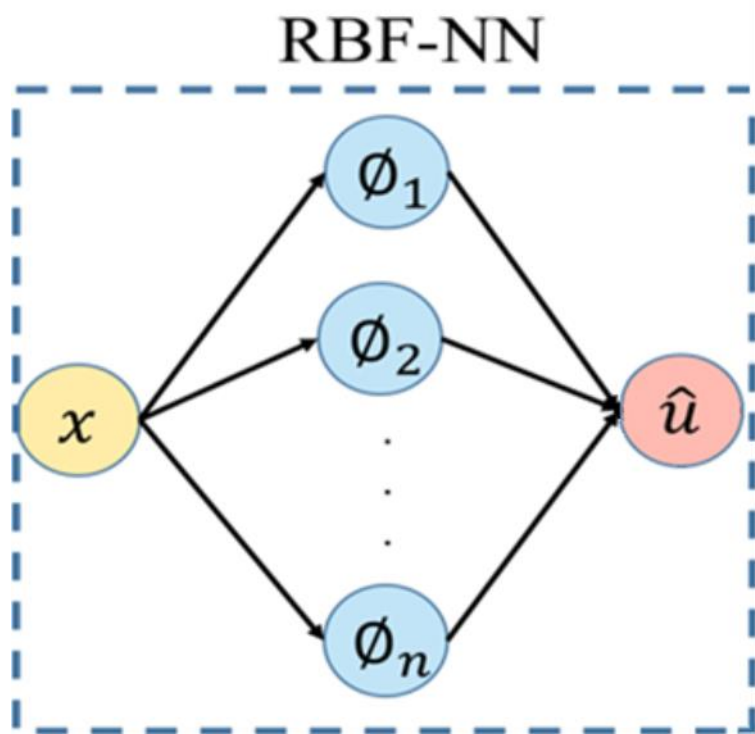
# 目錄

- 製作動機
- 研究方法
- 研究結果
- 結論

# 研究方法—架構



# 研究方法—RBF-NN



$$\hat{u} = a \cdot W + b$$

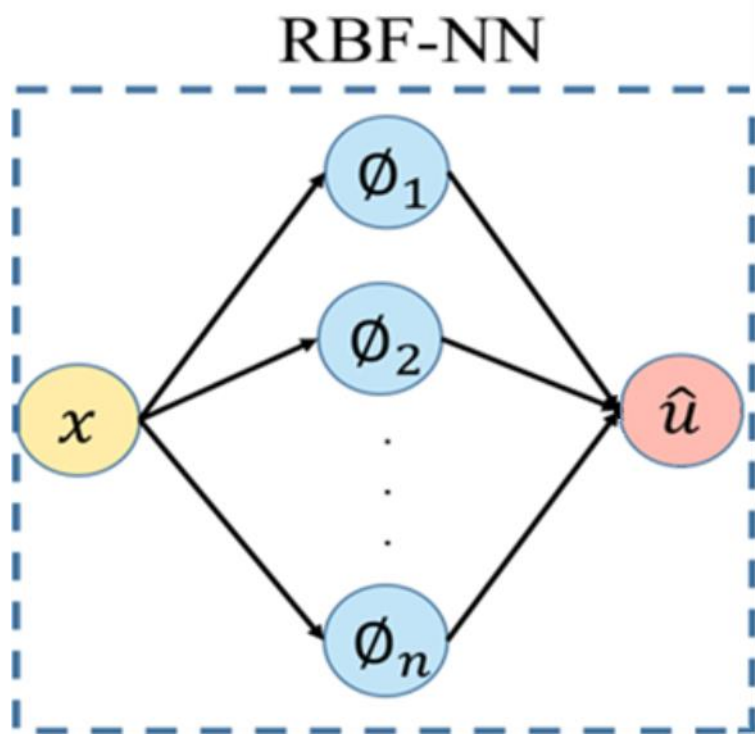
$W$ : 權重向量,  $b$ : 偏權向量

徑向基函數：

$$a = f(x)$$

$$= [\phi_1(x; c_1, \sigma_1), \phi_2(x; c_2, \sigma_2), \dots, \phi_n(x; c_n, \sigma_n)]$$

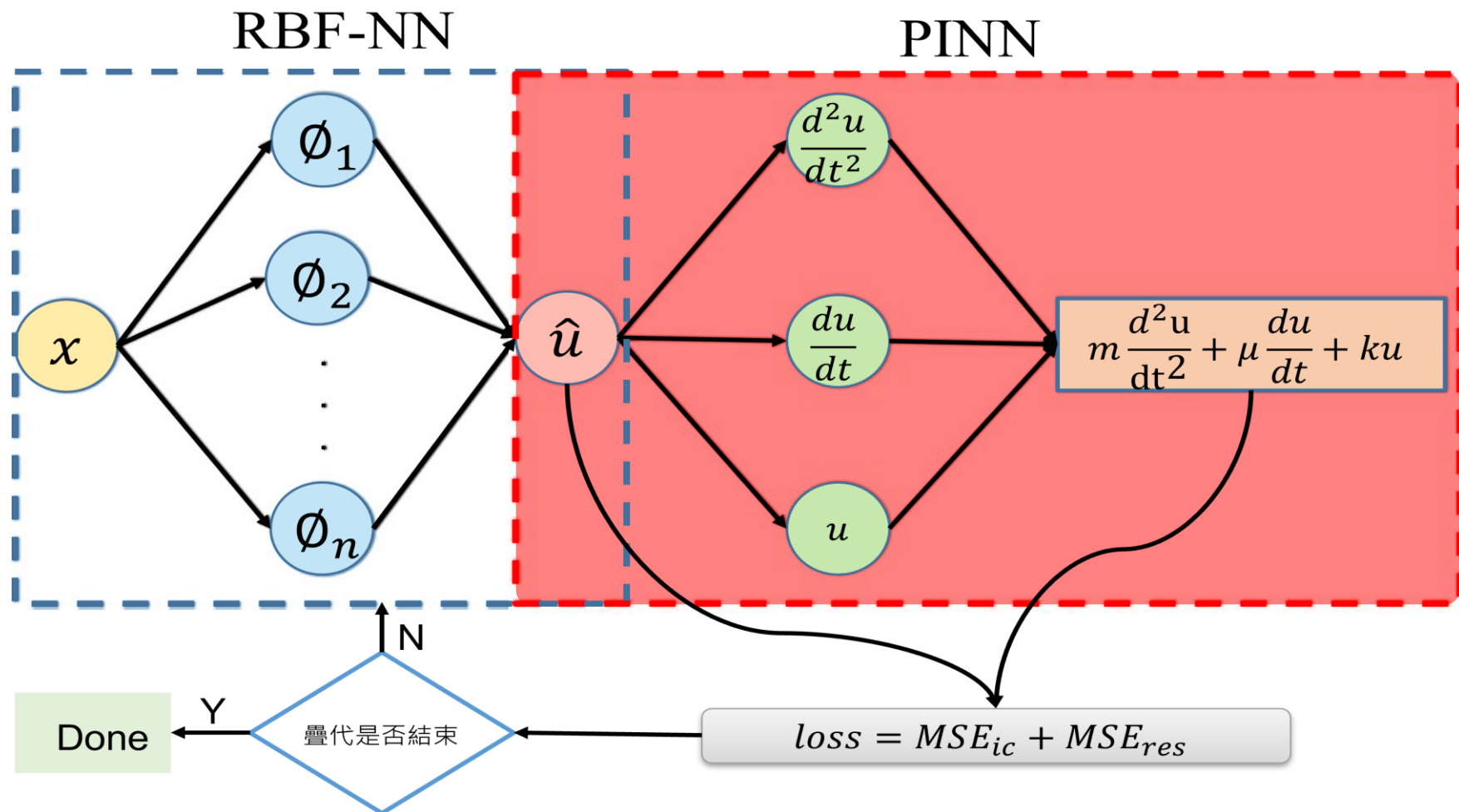
# 研究方法—RBF-NN



$$\phi_i(x; c_i, \sigma_i) = \exp\left(-\frac{\|x - c_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right)$$

$c_i$ : 徑向基函數中心,  $\sigma$ : 徑向基函數標準差

# 研究方法—架構

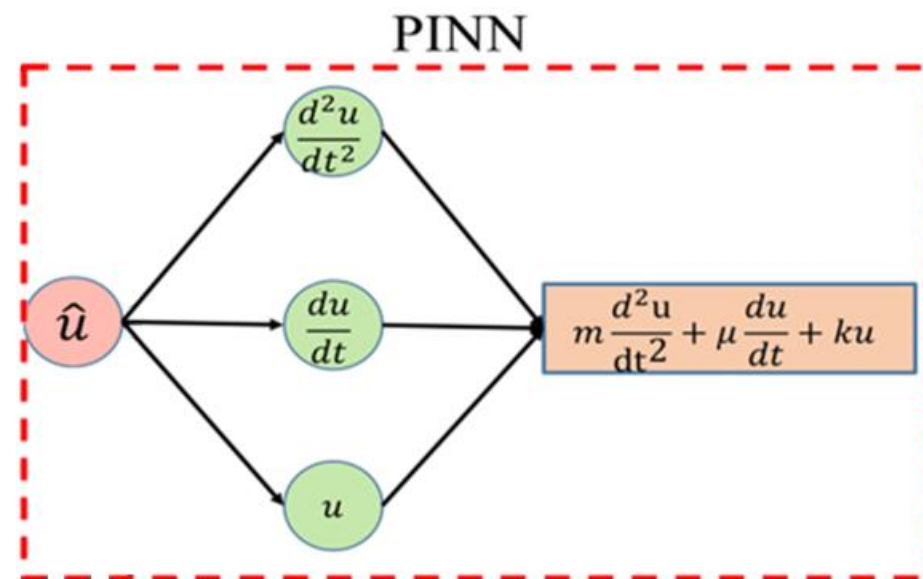




# 研究方法—PINN

$$m \frac{(d^2)u}{d(t^2)} + \mu \frac{du}{dt} + ku = 0, \quad t \in (0,1]$$

$$u(0) = 0, \quad \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=0} = 0$$



# 目錄

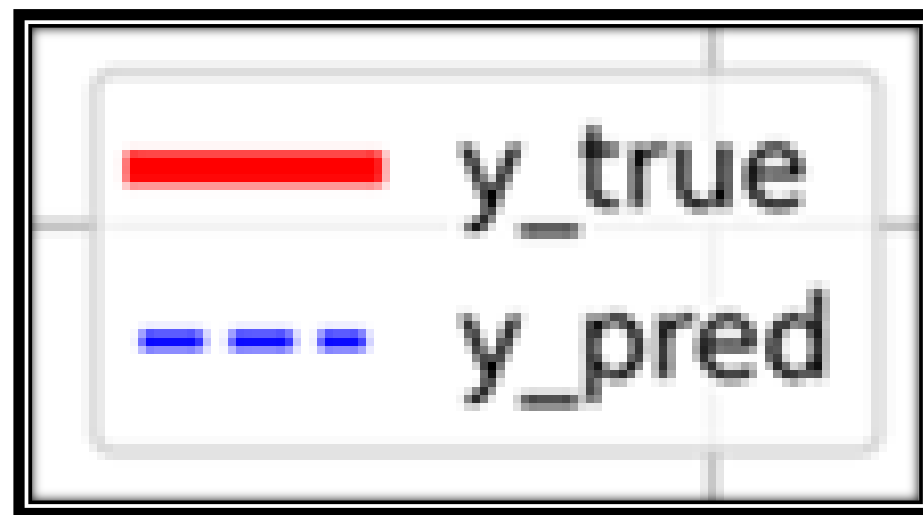
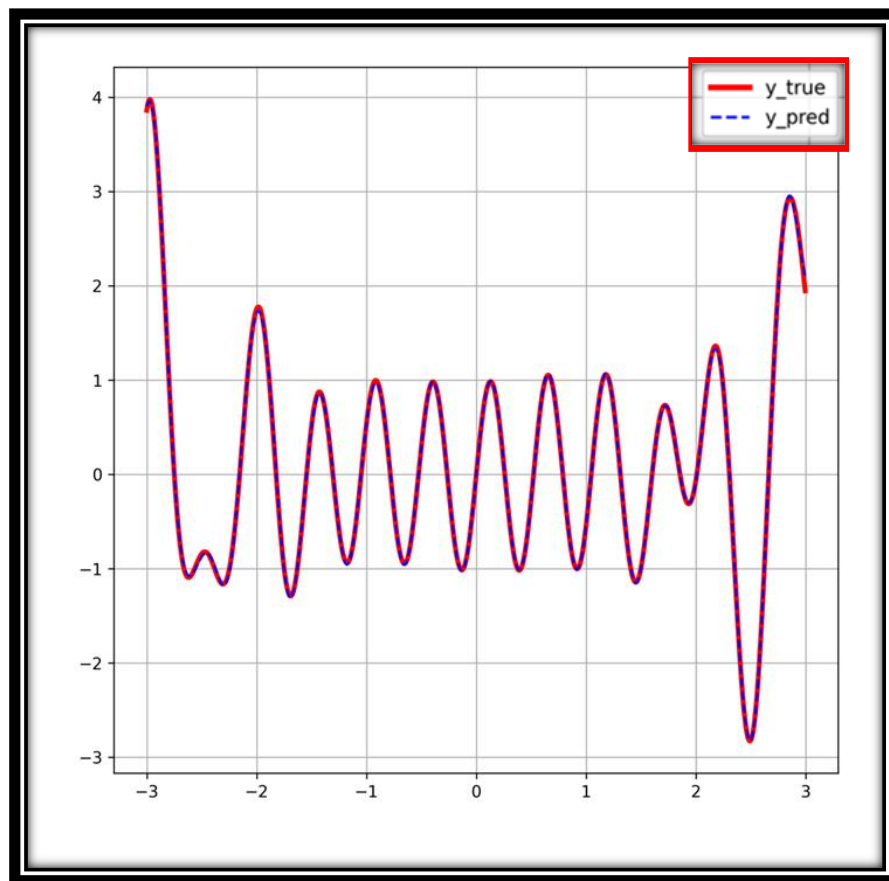
- 製作動機
- 研究方法
- 研究結果
- 結論

# 研究結果—實驗—

$$y(x) = (x^3 - x) \left( \frac{\sin(7x)}{x} \right) + \sin(12x), x \in [-3, 3]$$

- 訓練集：1,000 筆
- 學習率： $2 \times 10^{-2}$
- 徑向基函數：50個
- 回合數：2,000 回

# 研究結果—實驗—



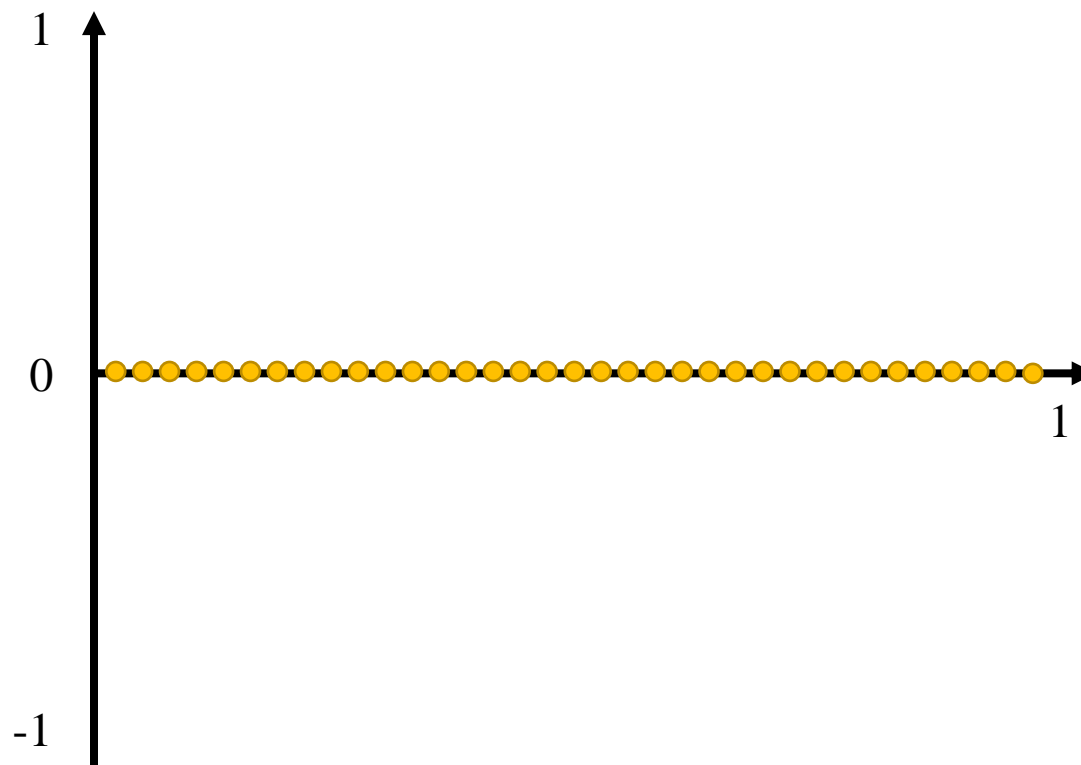
MSE :  $10^{-3}$

實驗一 RBF-NN 數值結果

# 研究結果—實驗二

利用 RBF-PINN 探討彈簧振盪運動之微分方程：

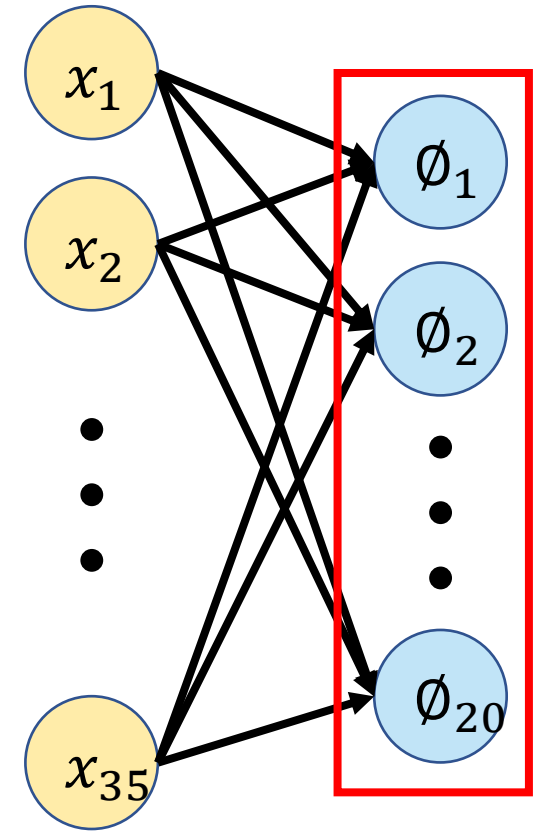
- 時域： $(0,1]$
- 均分35個等距點



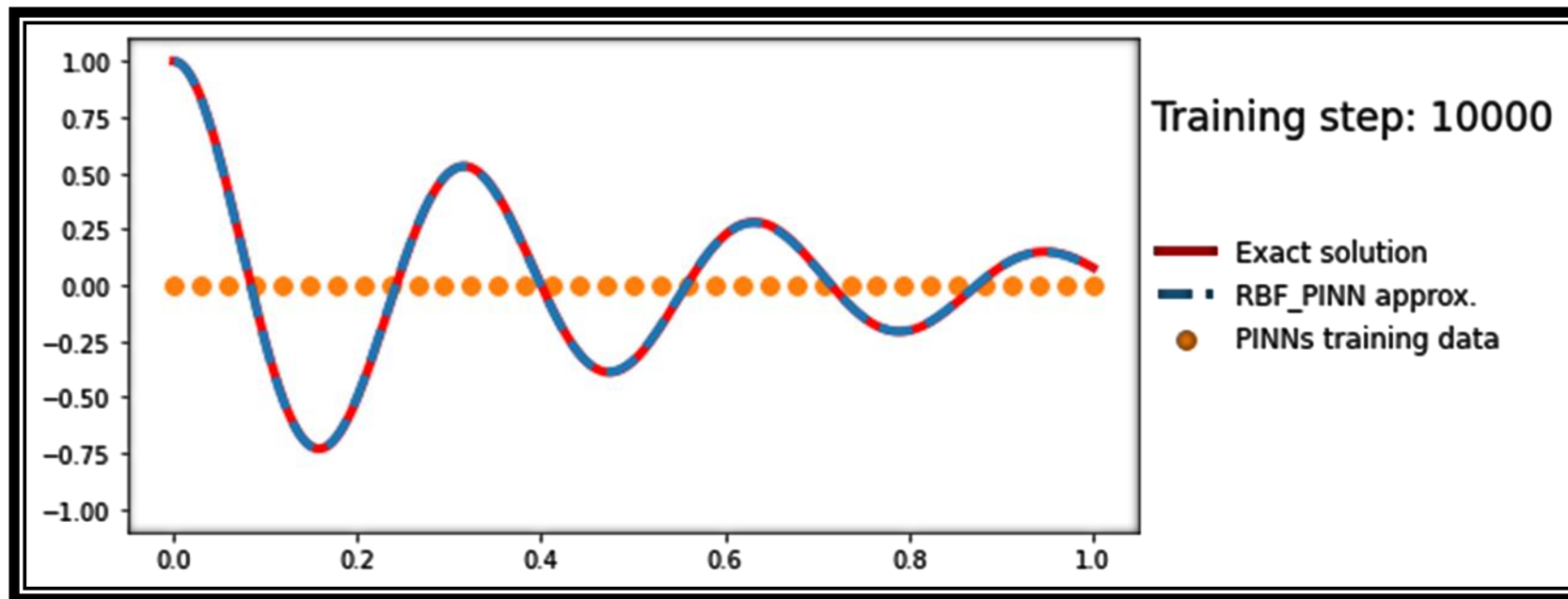
# 研究結果—實驗二

利用 RBF-PINN 探討彈簧振盪運動之微分方程：

- 時域： $(0,1]$
- 均分35個等距點
- K-mean取20個訓練點  
做為逕向基函數
- 學習率： $10^{-3}$
- 回合數：10,000  
( 每5,000回合  
學習率遞減0.5倍 )



# 研究結果—實驗二



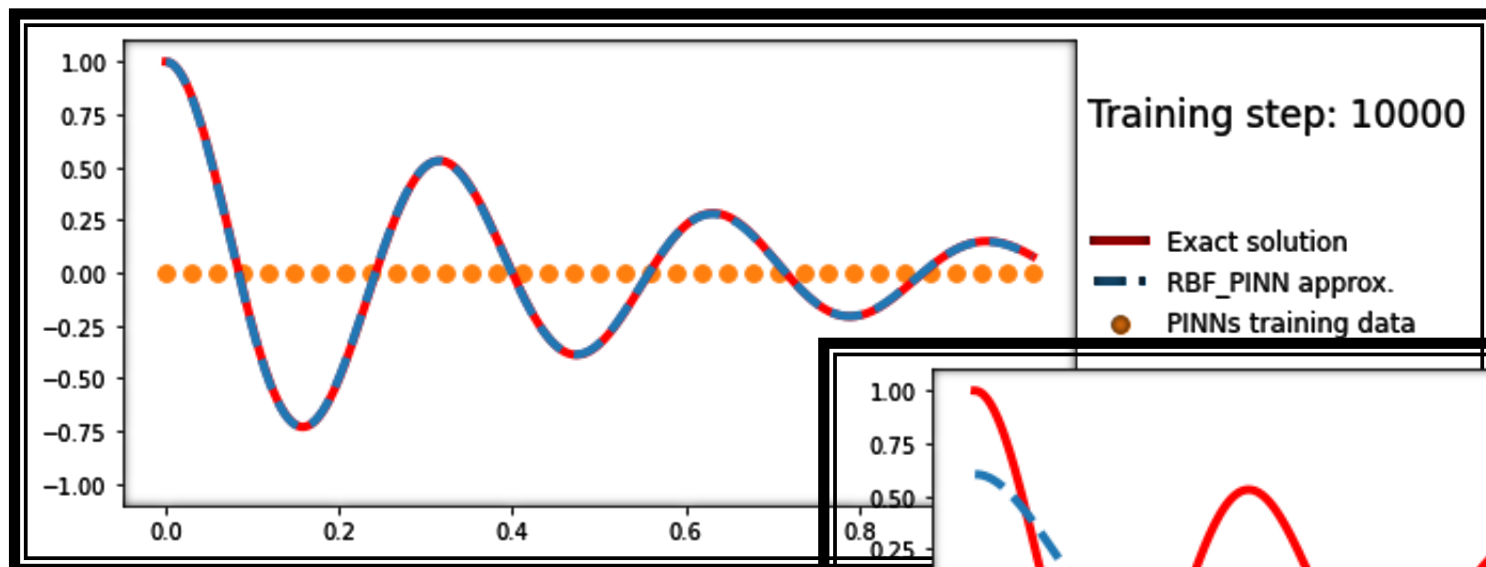
RBF-PINN 數值結果(MSE: $9 \times 10^{-6}$ )

# 目錄

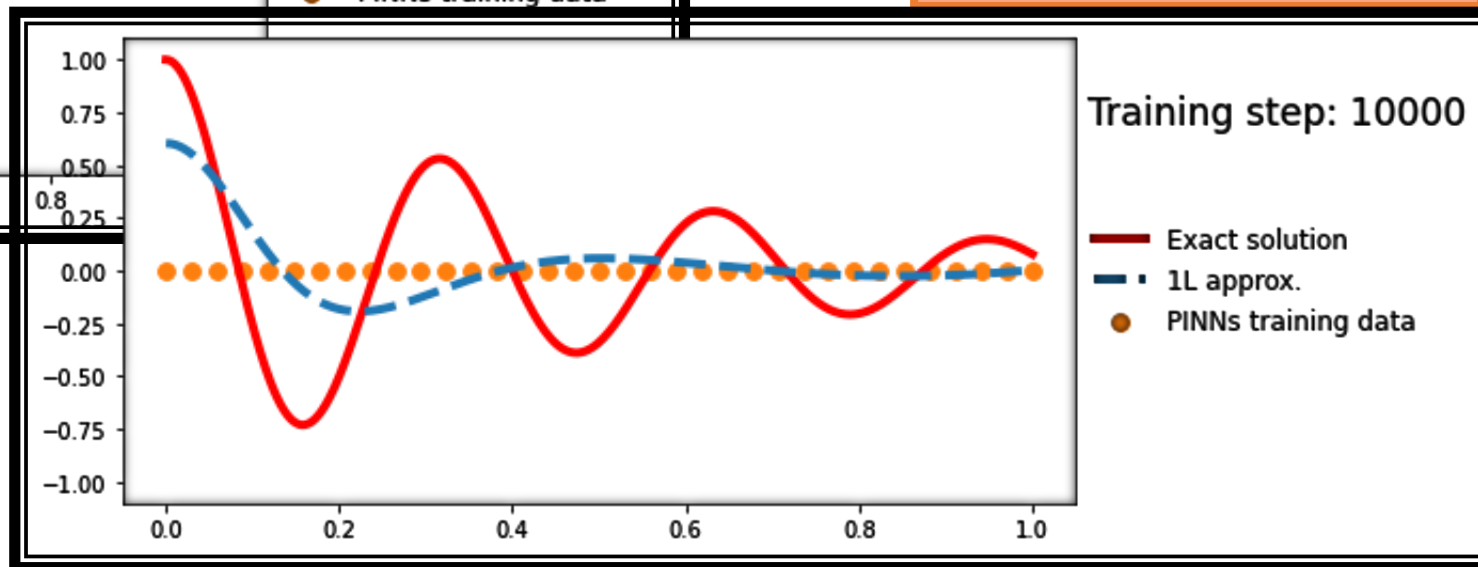
- 製作動機
- 研究方法
- 研究結果
- 結論



# 結論

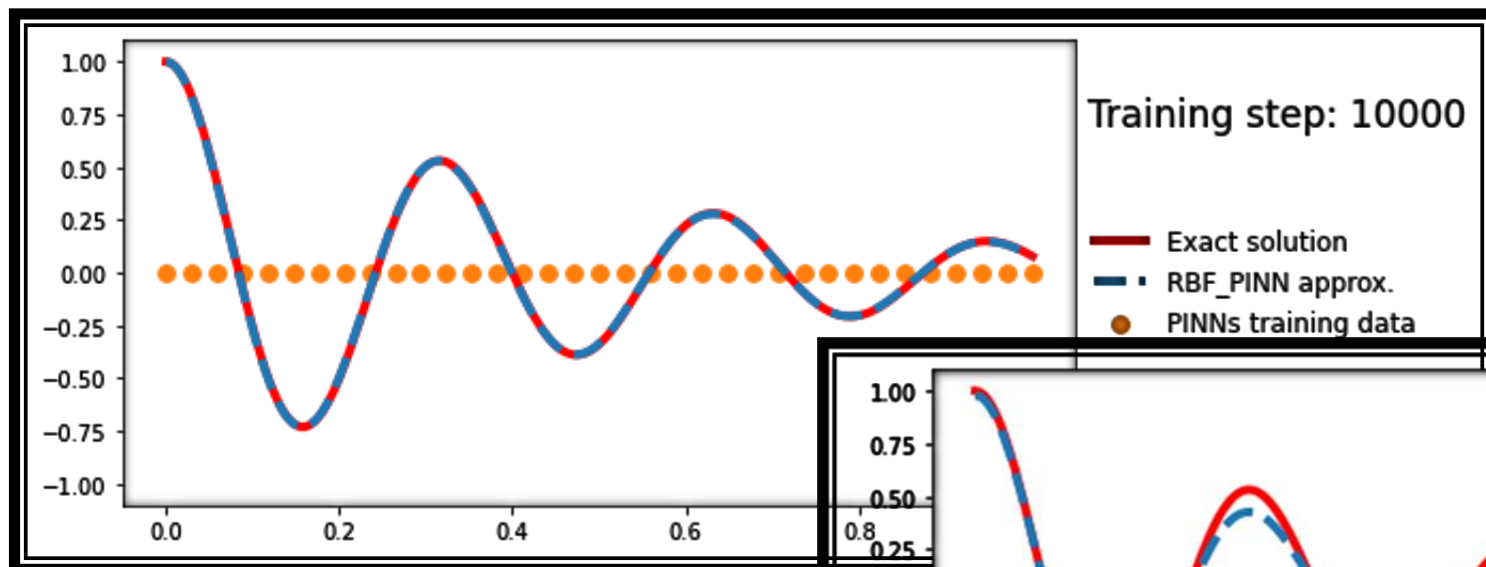


**RBF-PINN**  
MSE:  $9 \times 10^{-6}$

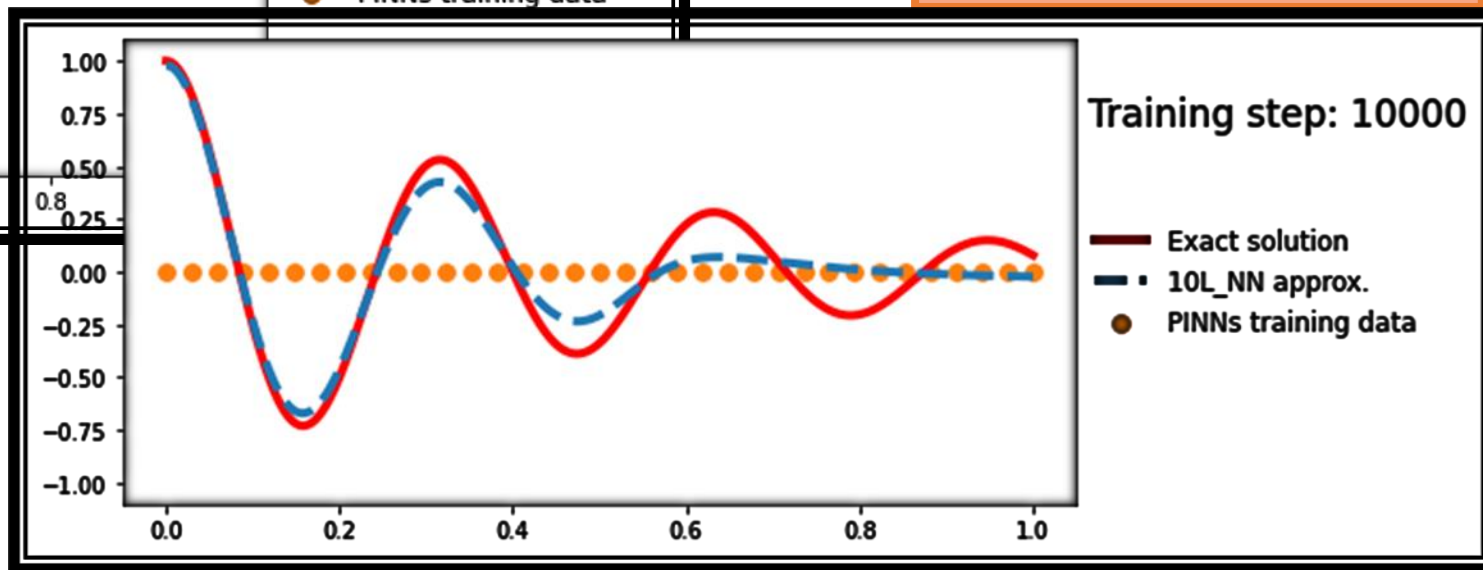


**1L-NN**  
MSE:  $2 \times 10^{-1}$

# 結論



**RBF—PINN**  
MSE:  $9 \times 10^{-6}$



**10L—NN**  
MSE:  $5 \times 10^{-4}$

# 結論

綜合上述數值實驗結果：

淺層  
RBF-NN

勝

多層  
PINNs

# 結合物理訊息與徑向基網路 求解微分方程之研究

報告者：吳岳峰