Física I
Apuntes de Clase 6 -MII
2024

- ***Dinámica de fluidos ideales: flujo estacionario y la ecuación de continuidad*.**
- ***Teorema de Bernoulli y sus aplicaciones.***
- ***Nociones de dinámica de fluidos reales.***

Prof. Susana Conconi

La dinámica de los fluidos: estudio de un fluido en movimiento y de las fuerzas que lo producen

Flujo: movimiento de un fluido.

Dado el gran número de partículas involucradas en el caso de un fluido, la descripción del movimiento se realizará especificando la densidad $\rho(x, y, z, t)$ y $\vec{v}(x, y, z, t)$ en cada punto del espacio y en el instante t.

De la misma manera, deberá conocerse el valor de la presión para cada punto del espacio y en cada instante.

Aproximaciones generales sobre fluidos y flujos que consideraremos en esta clase

1) Fluido incompresible

Si ρ permanece constante independientemente de x, y, z y t, $\Rightarrow$ fluido incompresible.

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$ Módulo de compresibilidad

B grande → material incompresible

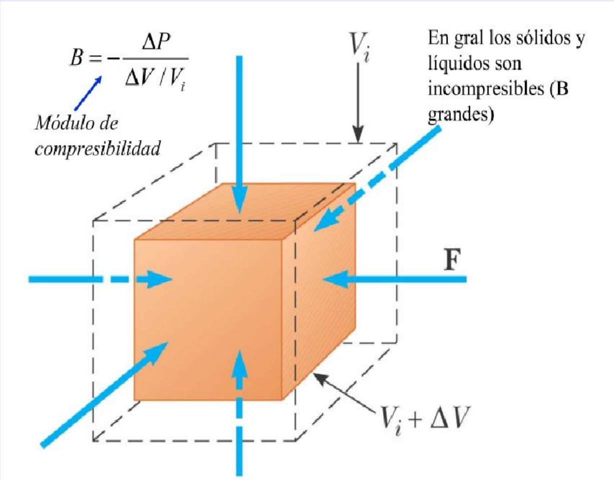
Se necesitan Δp grandes para provocar ΔV pequeños

En general los sólidos y líquidos son incompresibles ya que hay un acoplamiento más compacto entre átomos

$$B_{H2O} = 2{,}2 \times 10^{9} \frac{N}{m^2}$$

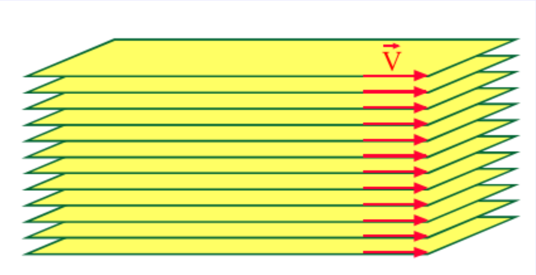
En general los gases tienen módulos de compresibilidad más pequeño que los líquidos → son compresibles

$$B_{gases} \approx 10^{5} \frac{N}{m^2}$$

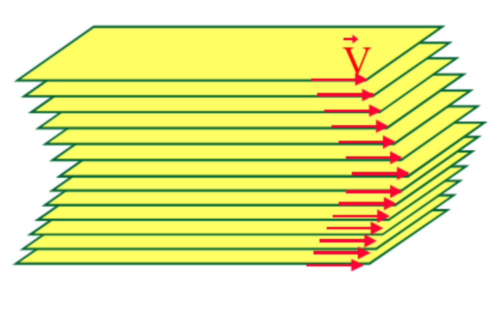


2) Fluido no viscoso

La viscosidad en el movimiento de los fluidos es el equivalente de la fricción en el movimiento de sólidos. Cuanto mayor es la viscosidad, más grande debe ser la fuerza externa o presión que es preciso aplicar para conservar el flujo. Por ej. la miel y el aceite son más viscosos que el agua y el aire.

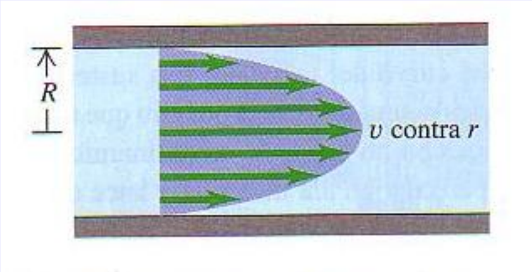


Modelo de un fluido no viscoso
(perfil de velocidad plano)



Modelo de un fluido real viscoso.

Velocidad mayor en el centro



Perfil de velocidad para un fluido viscoso en un tubo cilíndrico.

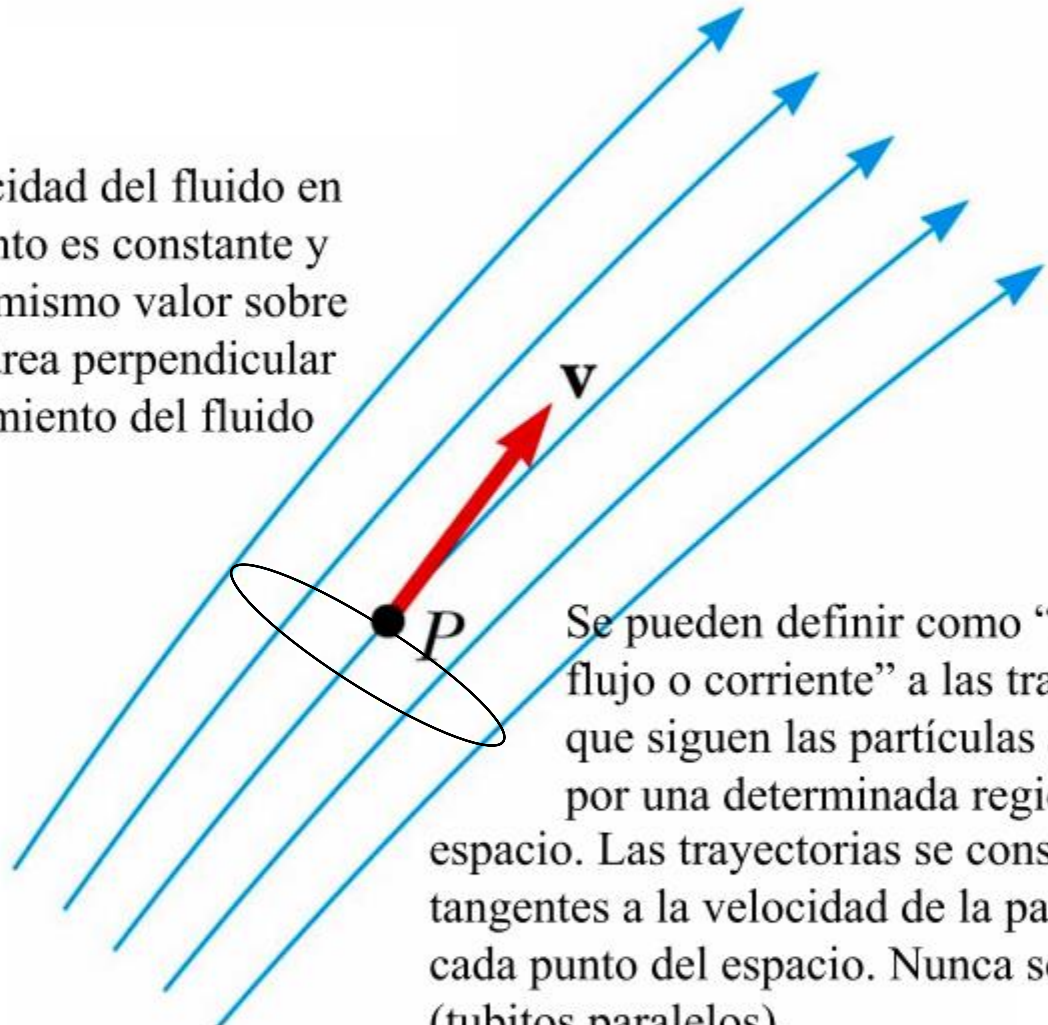
Cuando se desprecia la viscosidad, no se toman en cuenta los esfuerzos cortantes producidos por fuerzas de fricción internas, de capas adyacentes del fluido que se mueven una relativa a la otra.

Cuando existe viscosidad, se introducen fuerzas tangenciales sobre las distintas capas de un fluido en movimiento y esto da lugar a la disipación de la energía mecánica, por ej, el fluido se calienta.

3) Flujo estacionario

Si las variables p, ρ y $\vec{v}$ son constantes en el tiempo en cada punto del espacio, ➡ flujo estacionario

La velocidad del fluido en cada punto es constante y tiene el mismo valor sobre toda el área perpendicular al movimiento del fluido



Se pueden definir como "líneas de flujo o corriente" a las trayectorias que siguen las partículas al pasar por una determinada región del espacio. Las trayectorias se construyen tangentes a la velocidad de la partícula en cada punto del espacio. Nunca se cortan (tubitos paralelos).

4) <u>Flujo irrotacional</u>

Supongamos que un objeto pequeño se coloca sobre una corriente que fluye. Si al moverse con la corriente no gira alrededor de un eje que pasa por el CM, el flujo es irrotacional.

Esta condición se logra con bajas velocidades de circulación, es decir, con corrientes suaves.

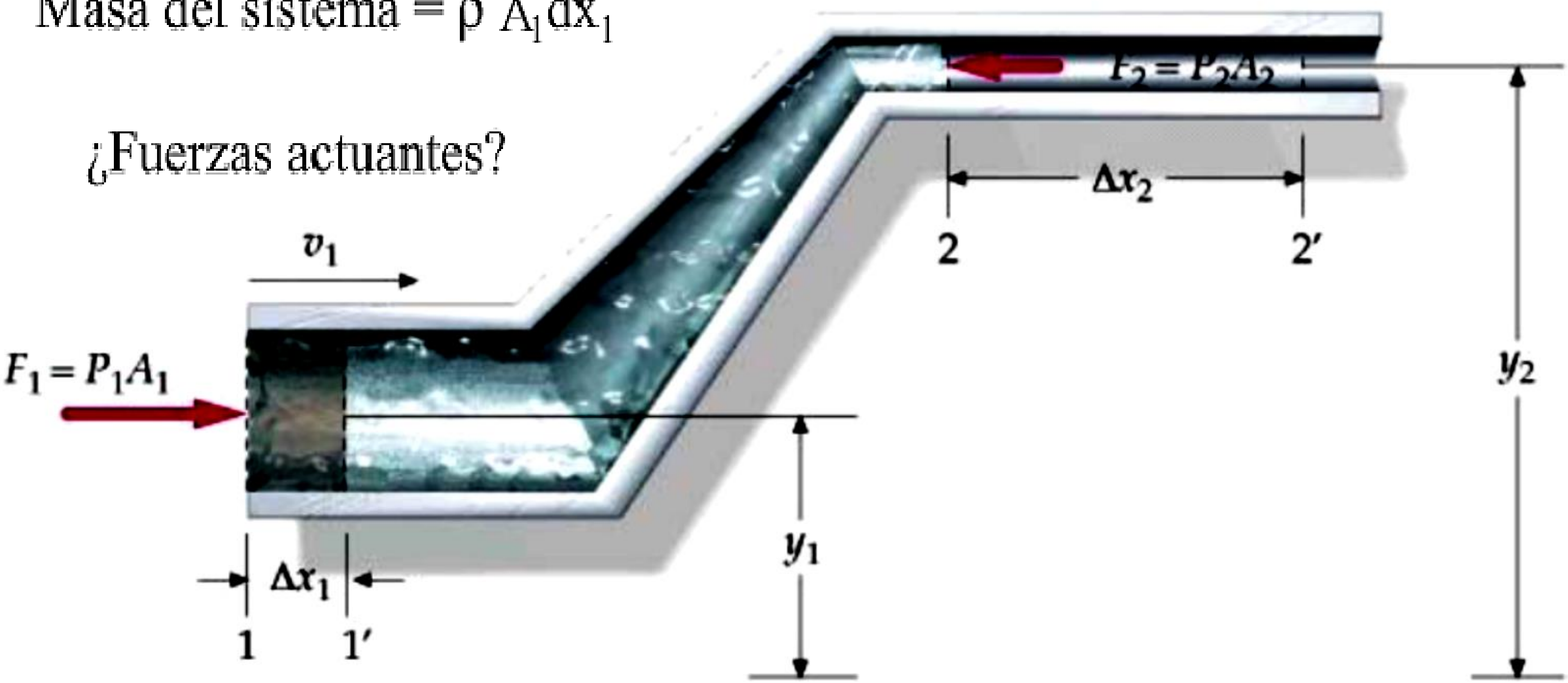
Si un elemento de fluido en cada punto no posee una velocidad angular neta o efectiva relativa a ese punto, el flujo de fluido es considerado irrotacional.

¿Cómo estudiamos el estado de movimiento de un fluido?

Sistema en estudio: volumen de fluido en el cilindro $A_1 . dx_1$

Masa del sistema = $\rho A_1 dx_1$

¿Fuerzas actuantes?

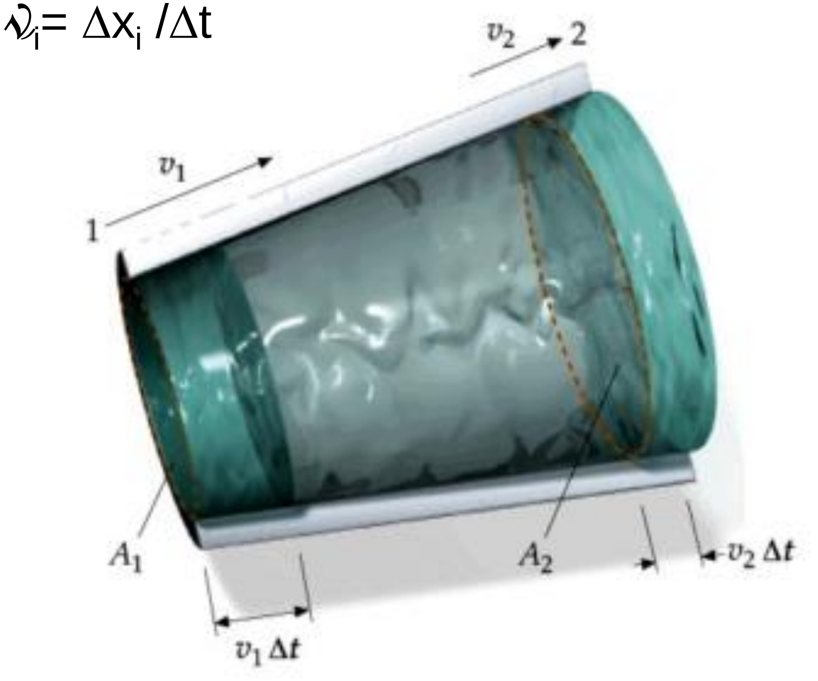


Suposiciones: toda la masa llega a la altura y_2 (no hay fuentes ni sumideros); no cambia la densidad (incompresibilidad); toda la sección normal tiene la misma velocidad (flujo estacionario); no hay fuerzas internas no conservativas, (fluido no viscoso).

Ecuación de continuidad

Expresión matemática que expresa el principio de conservación de la masa: en un tubo de fluido , por unidad de tiempo ingresa a él la misma cantidad de fluido que sale de él por el otro extremo.

$v_i = \Delta x_i / \Delta t$



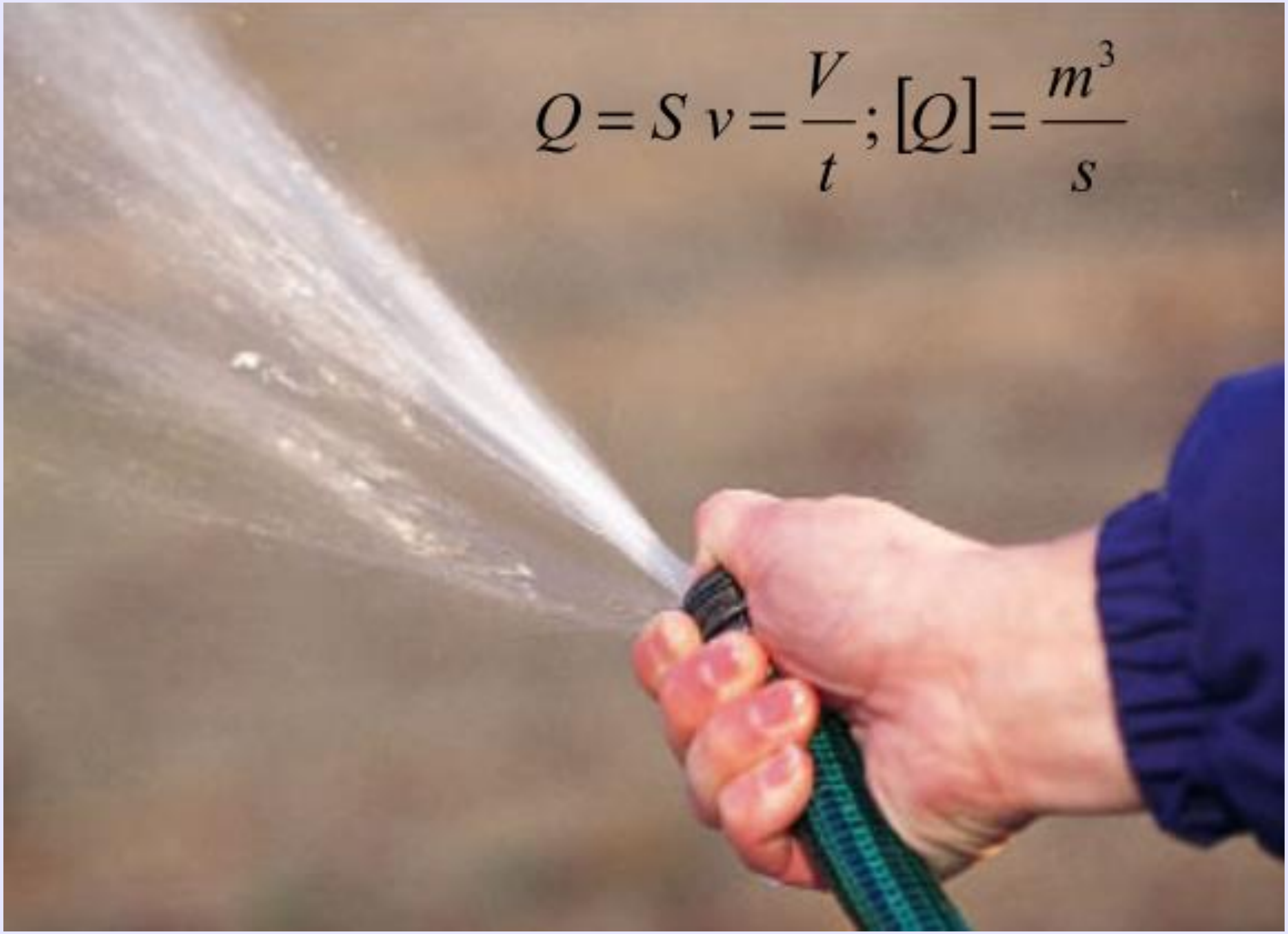
Si la densidad del fluido es ρ , la masa que fluye dentro del tubo en A_1 en un dt es *dm_1* y la masa que fluye a través de A_2, en el mismo tiempo es *dm_2*.
En un flujo estacionario la masa total en el flujo es constante, es decir , ***$dm_1 = dm_2$***

$$\rho A_1 \upsilon_1 dt = \rho A_2 \upsilon_2 dt$$
$$A_1 \upsilon_1 = A_2 \upsilon_2$$

y

$$A\upsilon = \frac{dV}{dt}$$

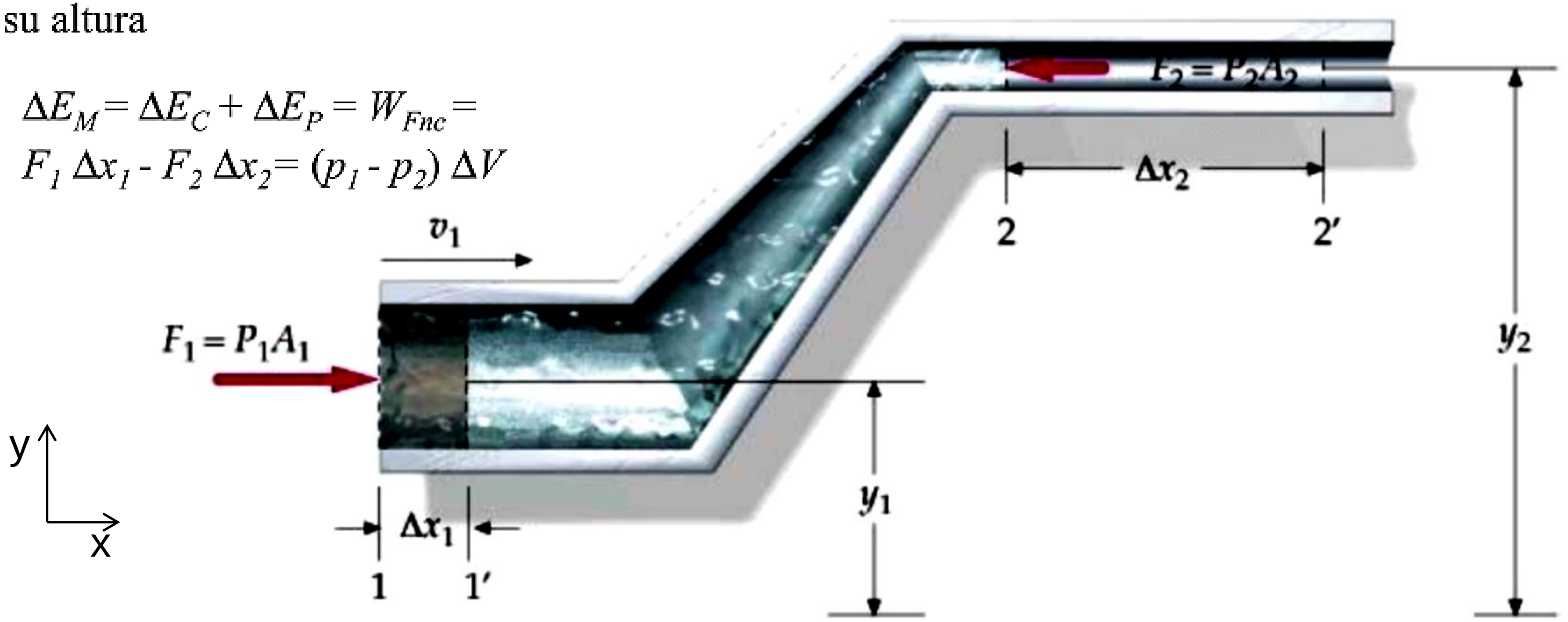
A.v también se le denomina **flujo, gasto o caudal (Q)** y es el **volumen por unidad de tiempo que pasa a través de un área del tubo de flujo.**


$Q = S\,v = \frac{V}{t}; [Q] = \frac{m^3}{s}$

Sistema físico ➔ volumen de fluido en el cilindro $A_1 dx_1$
Marco de referencia ➔ laboratorio (aula),
Sistema de coordenadas: x hacia la derecha e y hacia arriba

Después de Δt cambió su velocidad y su altura

$$\Delta E_M = \Delta E_C + \Delta E_P = W_{Fnc} =$$
$$F_1\,\Delta x_1 - F_2\,\Delta x_2 = (p_1 - p_2)\,\Delta V$$



$$\Delta E_C = ½\Delta m \cdot v_2^2 - ½\,\Delta m \cdot v_1^2 = ½\,\rho\,\Delta V \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta E_P = \Delta m \cdot g y_2 - \Delta m \cdot g y_1 = \rho\,\Delta V \cdot (y_2 - y_1)\,g$$

$$(p_1 - p_2)\,\Delta V = ½\,\rho\,\Delta V \cdot (v_2^2 - v_1^2) + \rho\,\Delta V \cdot (y_2 - y_1) g$$

$$\boxed{p + ½\rho\, v^2 + \rho\, g\, y = cte}$$

Ec. de Bernoulli

Ecuación de Bernoulli.

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1)$$

En esta forma nos dice: en un flujo incompresible, el trabajo por unidad de volumen del fluido (P1 - P2) es igual a la suma de los cambios de energías cinética y potencial por unidad de volumen que ocurren durante el flujo

.

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante}$$

De esta manera expresa más claramente la **conservación de la Energia mecánica en un fluido ideal en flujo ideal**

¡Todos los términos tienen unidades de presión! (en **Pascales**)

Los puntos sobre los que se calcula pertenecen a una línea de corriente

Ecuación de Bernoulli.

$$p + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante}$$

P es la presión absoluta en el punto de la línea de corriente
(Unidades?) mmHg, torr, atm, **Pascales**

V es la velocidad con que una partícula pasa por el punto de la línea de corriente

y es la altura del punto de la línea de corriente

La ecuación es aplicable a fluidos incompresibles y no viscosos en flujos estacionarios e irrotacionales

$\rho g y$ Energía potencial del elemento de volumen del fluido

$\frac{1}{2}\rho v^2$ Energía cinética del elemento de volumen del fluido

¿Qué forma toma la ecuación de Bernoulli para el caso de fluido en reposo?

$$p_1 + \rho\, g\, h_1 = p_2 + \rho\, g\, h_2; \qquad v_1 = v_2 = 0$$

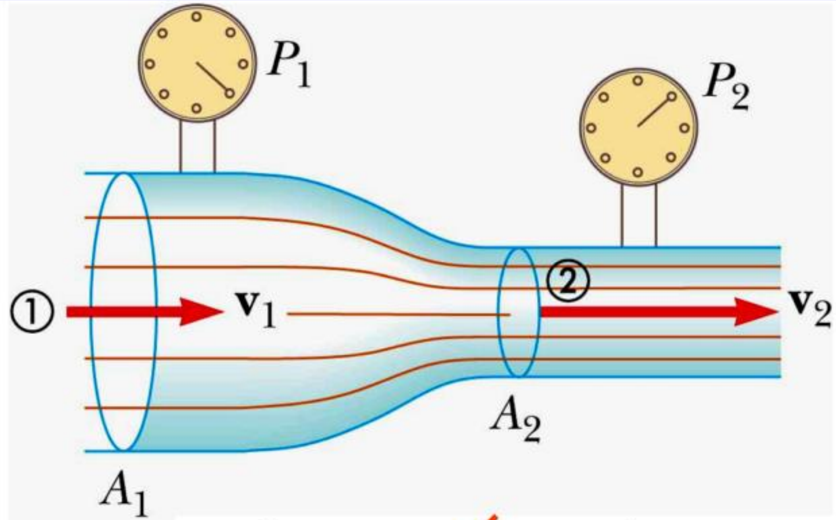
$$p_1 - p_2 = \rho\, g\, h_2 - \rho\, g\, h_1 = \rho\, g \underbrace{\left(h_2 - h_1\right)}_{\Delta y}$$

$$\boxed{p_1 = p_2 + \rho\, g\, \Delta y}$$

Teorema fundamental de la hidrostática

¡¡¡Volvemos a reproducir lo que ya conocíamos para fluidos en reposo!!!

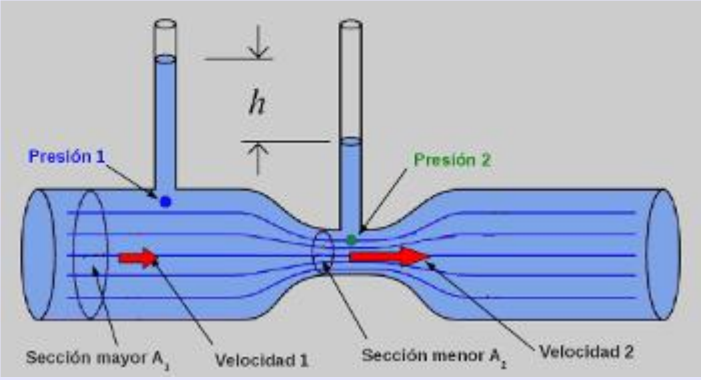
Tubo de Venturi

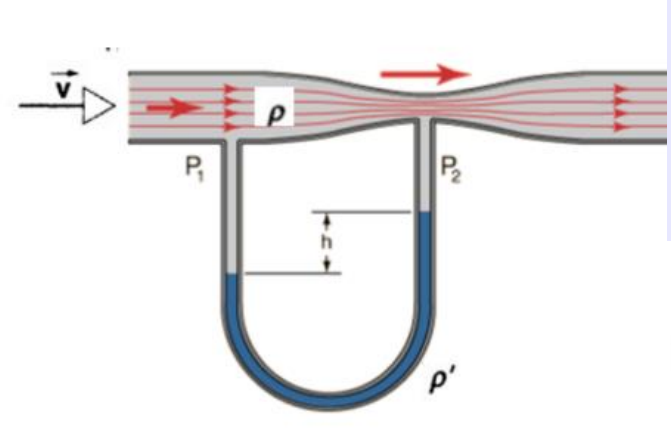


$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g y_1} = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g y_2}$$

$$v_1^2 = \frac{2[P_1 - P_2]}{\rho\left[\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right]}$$

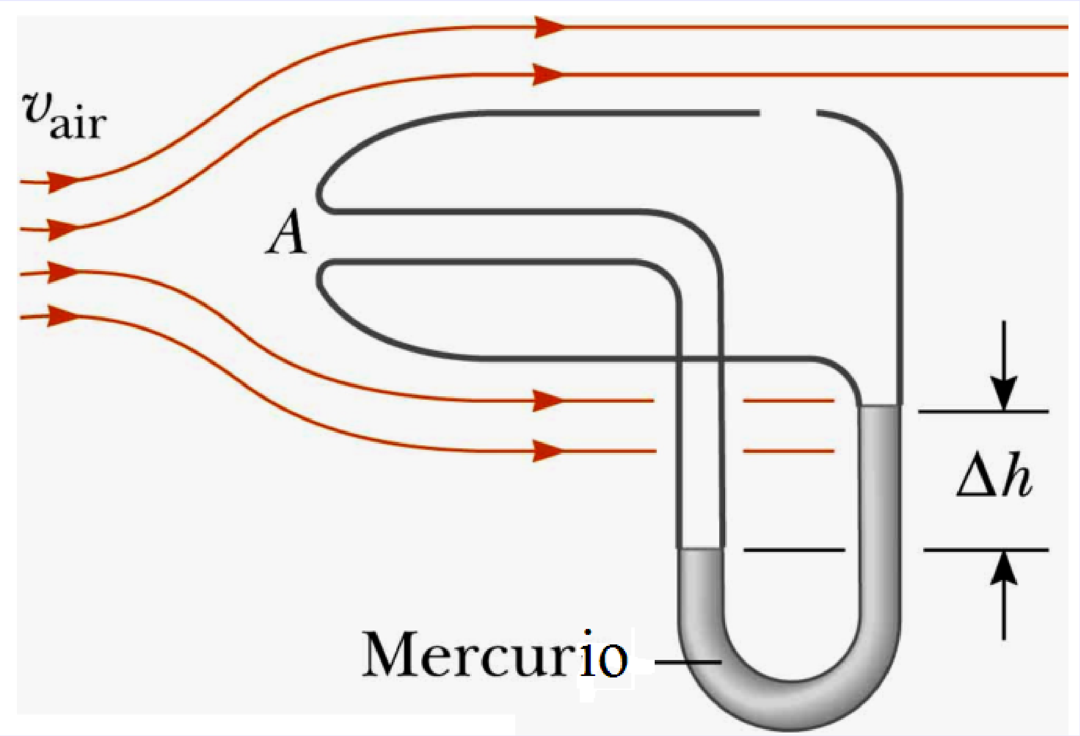
¿Como calculamos P1 y P2?
Podemos determinar P1-P2 con tubos manométricos o en U

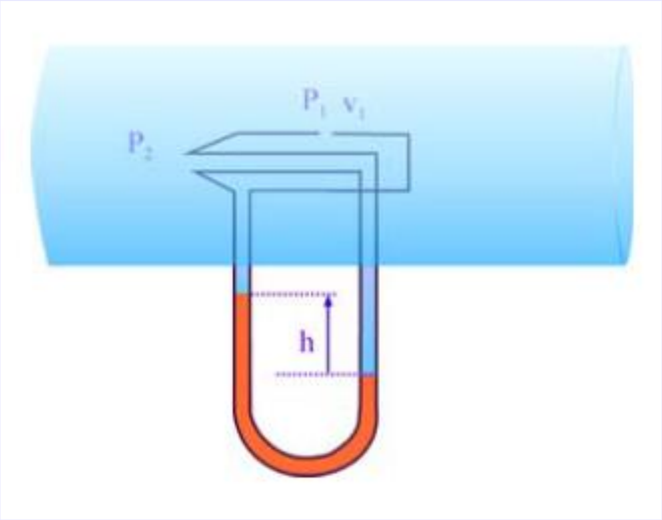


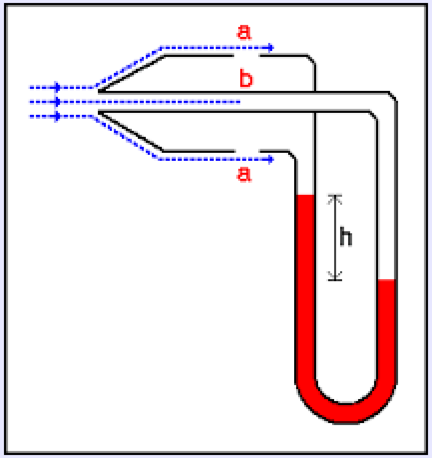


$$v = A_2\sqrt{\frac{2(\rho' - \rho)gh}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

Tubo de Pitot



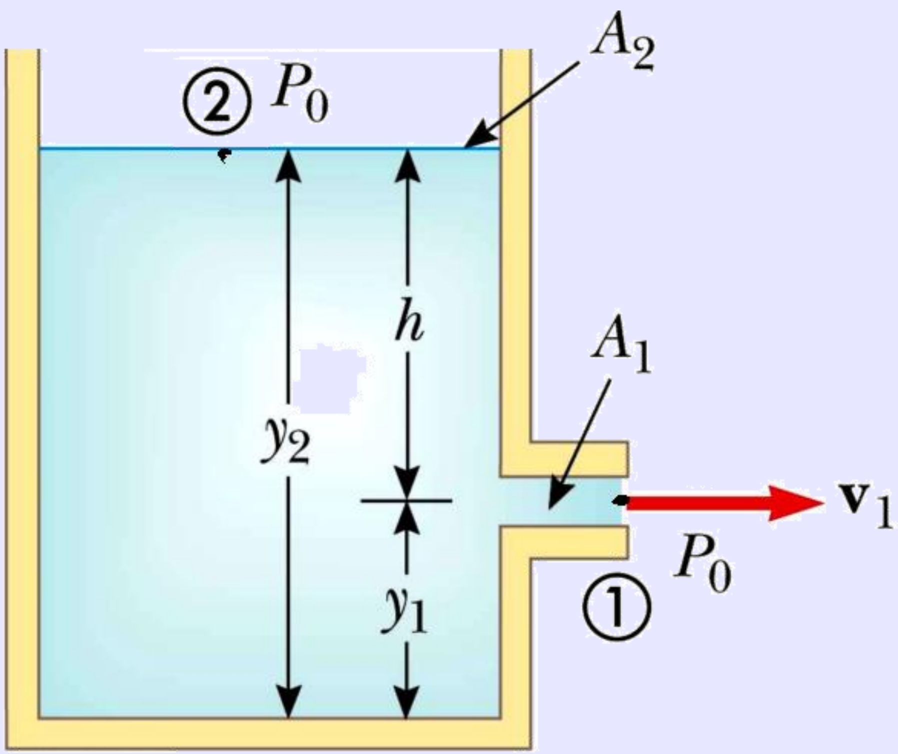




A: punto de remanso

$$v_1^2 = \frac{2\rho_{mercurio}gh}{\rho}$$

¿Con que velocidad sale el liquido por el orificio de un tanque de gran superficie.?



Aplicamos Bernoulli entre los puntos 2 y 1

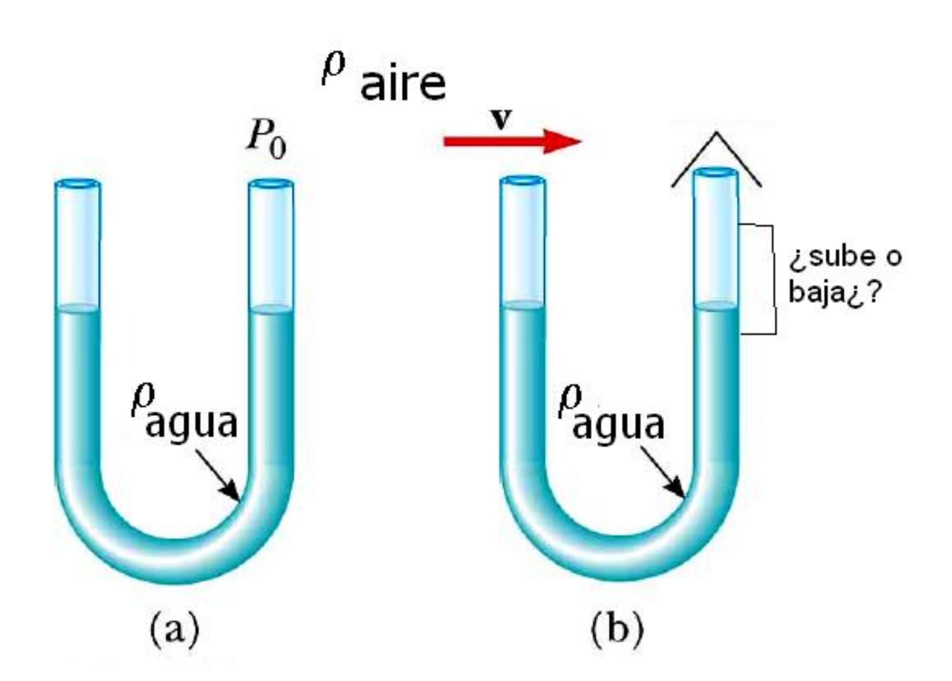
En ambos la presión es la atmosférica P1 = P2 = Po

Tomo como nivel 0 de energía la altura y_1
V2 la consideramos <<< v1

$$\cancel{p_1} + \rho g \cancel{y_1} + \frac{1}{2}\rho v_1^{\,2} = \cancel{p_2} + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\cancel{\rho v_2^{\,2}}$$

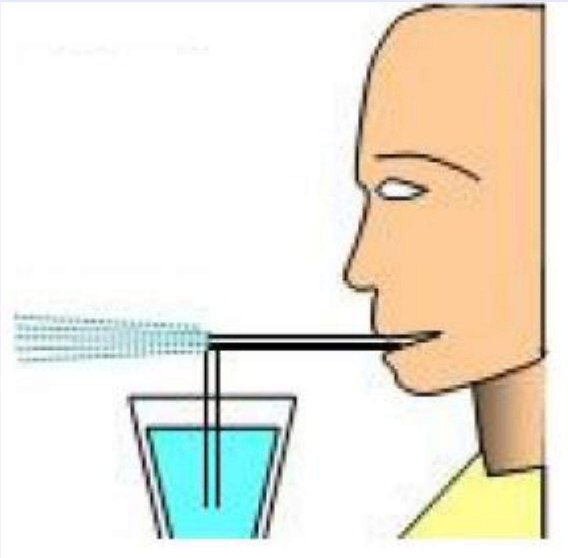
$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

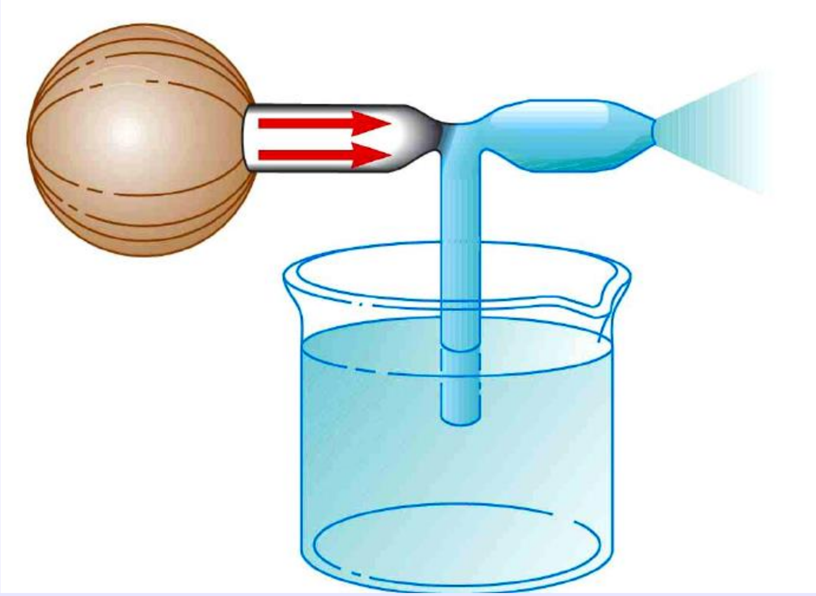
Principio de Torricelli



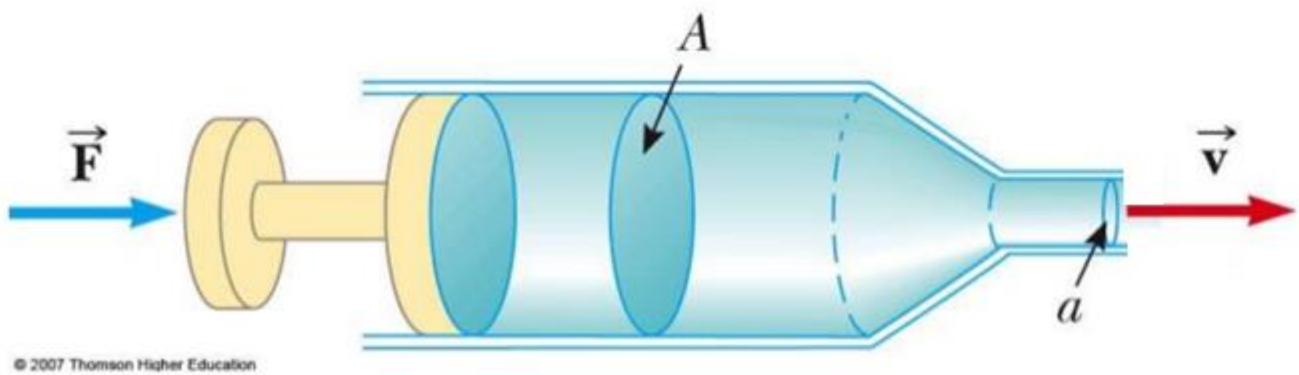
En zonas de mayor velocidad desciende la presión, produciendo succion en ese tubo y elevación de la columna

Es el principio de funcionamiento de los atomizadores





Serway 14.49 Una jeringa hipodérmica contiene un medicamento que tiene la densidad del agua. El barril de la jeringa tiene un área de sección transversal $A = 2.50 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^2$ y la aguja tiene un área de sección transversal $a = 2.50 \times 10^{-8}\ \mathrm{m}^2$. En ausencia de una fuerza sobre el émbolo, la presión en todas las partes es 1 atm. Una fuerza $\vec{F}$ de 2.00 N de magnitud actúa sobre el émbolo, lo que hace que la medicina salpique horizontalmente desde la aguja. Determine la rapidez del medicamento mientras sale de la punta de la aguja.



Aplicamos Bernoulli entre dos puntos de áreas A y a

$$p_A + \cancel{\rho g y_A} + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_a + \cancel{\rho g y_a} + \frac{1}{2}\rho v_a^2$$

La presión P_A es F/A + Patm

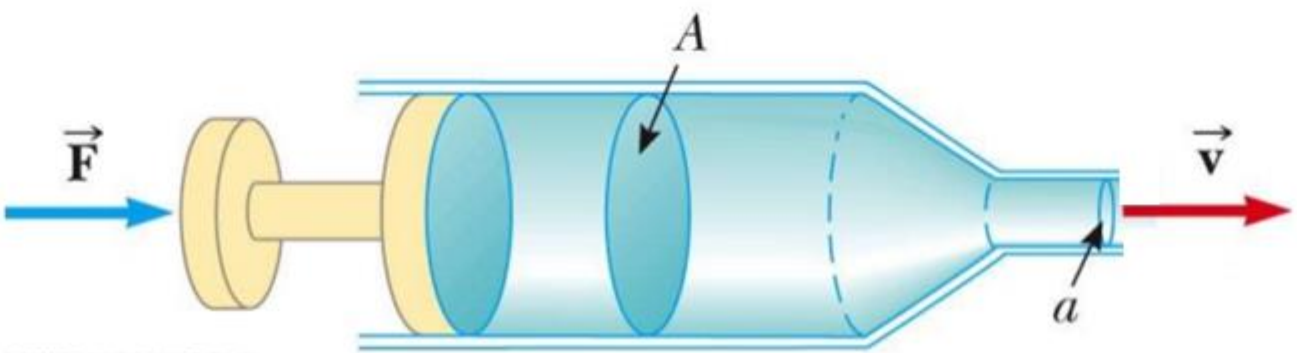
P_a es la atmosférica

Tomo como nivel 0 de energía la altura del centro de A y a ➔ $y_A = y_a = 0$

Por continuidad $A.V_A = a.V_a$ ➔ $V_A = a/A \, . \, V_a$

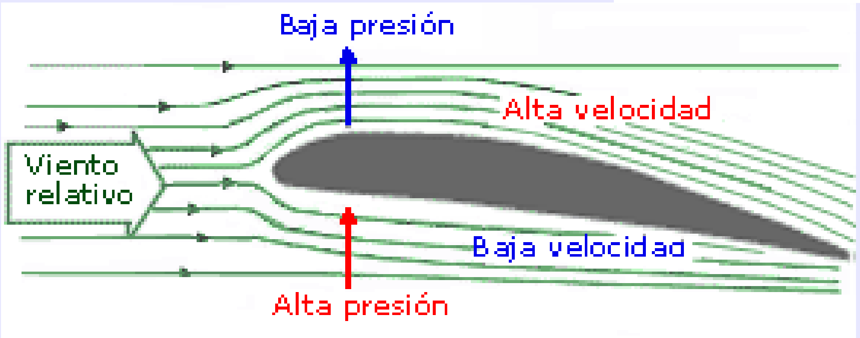
$$\frac{F}{A} + \frac{1}{2}\rho \frac{a^2}{A^2} v_a^2 = \frac{1}{2}\rho v_a^2$$

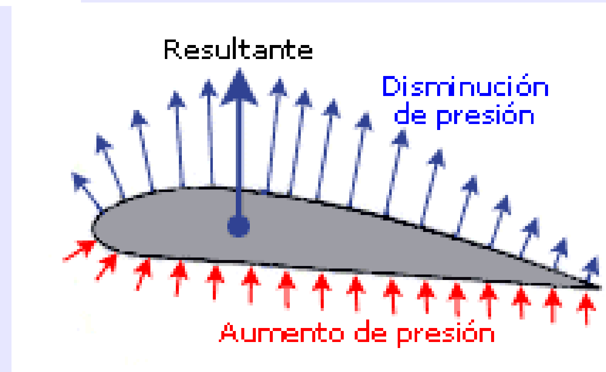
Serway 14.49 Una jeringa hipodérmica contiene un medicamento que tiene la densidad del agua. El barril de la jeringa tiene un área de sección transversal $A = 2.50 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^2$ y la aguja tiene un área de sección transversal $a = 2.50 \times 10^{-8}\ \mathrm{m}^2$. En ausencia de una fuerza sobre el émbolo, la presión en todas las partes es 1 atm. Una fuerza $\vec{F}$ de 2.00 N de magnitud actúa sobre el émbolo, lo que hace que la medicina salpique horizontalmente desde la aguja. Determine la rapidez del medicamento mientras sale de la punta de la aguja.



$$v_a^2 = \frac{\left(\frac{F}{A}\right)2}{\rho\left(1-\frac{a^2}{A^2}\right)}$$

Fuerza de sustentación de un ala de avion





La sustentación de un avión puede describirse a partir de la diferencia de velocidades en las caras inferior y superior de las alas de los aviones. Si en la parte superior el viento fluye más rápido, entonces se genera una pérdida de presión, y como en la parte inferior hay menos velocidad, su presión es mayor, esto genera una fuerza de sustentación que le da al avión la habilidad de mantenerse en el aire. El ángulo de ataque del ala determina la diferencia de presión existente, y la magnitud de la Fuerzo ascendente. A partir de aplicar Bernoulli en líneas de corrientes por encima y por debajo del ala se llega a::

$\boldsymbol{F_{sus} = \Delta P \, . \, S}$ por diferencia de presión, s, superficie del ala

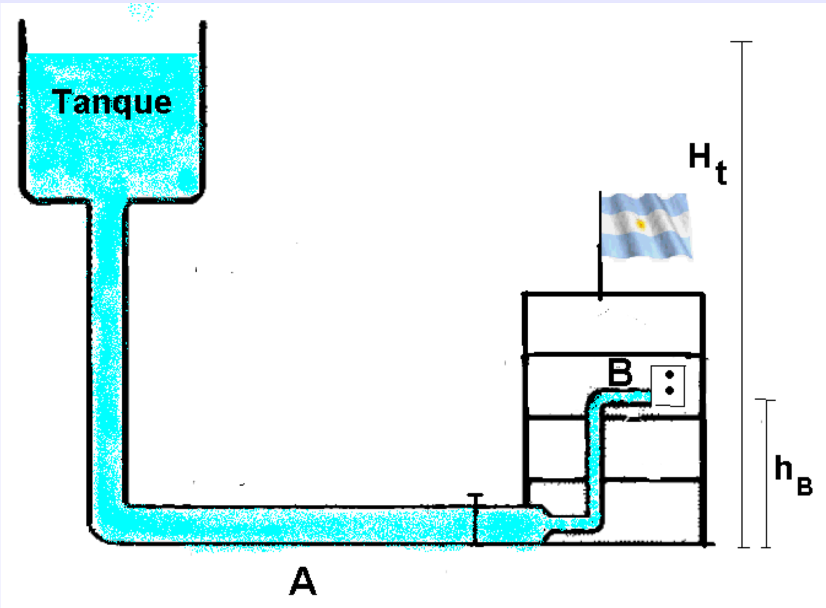
$\boldsymbol{\Delta P = ½ \, \rho \, (v_s^2 - v_i^2)}$ v_s es la velocidad sobre el ala

v_i es la velocidad inferior = velocidad avión

$$\boldsymbol{F_{sus} = \Delta P \, . \, S = ½ \, \rho \, (v_s^2 - v_i^2) \, . \, S}$$

Para entregar:

Una escuela recibe el agua de un tanque de 3 metros de diámetro que tiene el nivel superior de líquido a una altura H_t = 30 metros. En la base del tanque, una cañería de una pulgada de diámetro tiene una válvula de paso hacia la escuela (sector A de la figura).



i) Si la válvula está cerrada, tomando la presión atmosférica como 1 atm. ¿Cuál es la presión en la cañería del sector A?

ii) Si se abre la válvula y el caudal de agua provisto es de 2.5 l/seg, ¿Cuál es la presión en la cañería del sector A?

iii) En el segundo piso de la escuela, a 7 m de altura sobre el suelo (h_B), un calefón que necesita una presión manométrica de 1 atm para arrancar, es abastecido por una cañería horizontal de media pulgada de diámetro (Sector B). ¿Podrá funcionar el calefón?

Indicar los principios utilizados y las suposiciones y aproximaciones realizadas para que los mismos sean válidos. ρ_{H2O} = 1000kg/m^3.