

Apellido y nombre:

Legajo: Comisión:

1	2a	2b	2c	3a	3b	4a	4b	4c	4d	5
1	0,5	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1

1. Integre: ~~i)~~ $\int \frac{\cos^4(\sqrt{2x})}{\sqrt{2x}} dx$ ~~ii)~~ $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{e^x}} dx$

2. Plantee las integrales definidas con las que se calcula:

~~a)~~ el área de la región comprendida entre la gráfica de $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + 2x$ y el eje x.

~~b)~~ siendo R la región limitada por $y = x^2 + 2$; $y = 2$ y $x = 1$, el volumen del sólido que genera R al rotar i) alrededor del eje x ii) alrededor de la recta $y = 2$

~~c)~~ la longitud del tramo no rectilíneo de la frontera de la región R del inciso b).

3. Resuelva:

~~a)~~ $y'(x^2 + 1)(x + 1) = (3y + 1)(x^2 + 3)$

~~b)~~
$$\begin{cases} xy' + y = x \cos x \\ y(\pi) = 1 \end{cases}$$

4. Plantee:

~~a)~~ el cálculo de $\int_{\frac{1}{2}}^1 \int_{\ln y}^{\frac{-\ln y}{2}} f(x, y) dx dy$ invirtiendo el orden de integración.

~~b)~~ usando coordenadas polares, el cálculo del valor promedio de $f(x, y)$ en $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \geq 1 \wedge x^2 + y^2 \leq -2x\}$

~~c)~~ usando coordenadas cilíndricas, el cálculo del volumen del sólido limitado por $z = 2x^2 + 2y^2$ y $z = 6 - 4x^2 - 4y^2$

~~d)~~ usando coordenadas esféricas, el cálculo de $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} 2yz dz dy dx$.

5. Sea $f(t) = \begin{cases} (t - \pi)^2, 0 \leq t \leq \pi \\ \cos t + 1, \pi < t \leq 2\pi \end{cases}$

~~i)~~ Interprete geométricamente el valor de $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ para cada $x \in [0, 2\pi]$. ~~ii)~~ Analice si puede aplicar el teorema fundamental del cálculo para decidir si F es derivable en $x = \pi$ y para hallar $F'(\pi)$. ~~iii)~~ Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de F en el punto de abscisa $x = \pi$. ~~iv)~~ Analice si se aplica el teorema del valor medio para integrales a la función f en el intervalo $[0, 2\pi]$ y, si es así, halle todos los números c cuya existencia garantiza dicho teorema.