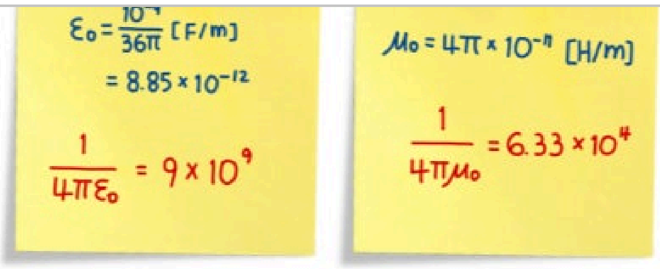
EOMJI WORLD


$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$ [F/m]
$= 8.85 \times 10^{-12}$
$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9$
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]
$\frac{1}{4\pi\mu_0} = 6.33 \times 10^4$


[전자기학] 기본이론
blog.naver.com/thumb_jw

EOMJI WORLD

1. 스칼라 및 벡터

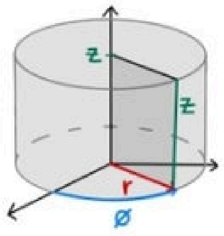
① 스칼라양 : ONLY 크기

② 벡터양 : 크기 + 방향

2. 좌표계

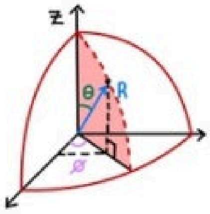
1) 직교좌표계

2) 원통좌표계



(r, ϕ, z)

3) 구좌표계

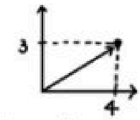


(R, ϕ, θ)

3. 단위벡터

① 방향을 지시하는 벡터, 크기는 1

[ex]



$\vec{A} = 4i + 3j \quad |A| = 5$

$\vec{a} = \dfrac{\vec{A}}{|A|} = \dfrac{4i+3j}{5}$

② $\vec{A} = |A|\vec{a}$

③ $\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$ 일때

* 크기 : $|A| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

* 방향 : $a_0 = \dfrac{\vec{A}}{|A|} = \dfrac{A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$

$= \dfrac{A_x}{|A_x|}\vec{i} + \dfrac{A_y}{|A_y|}\vec{j} + \dfrac{A_z}{|A_z|}\vec{k}$

4. 벡터의 합

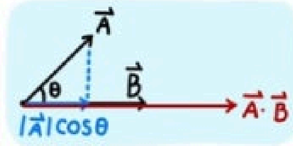
* $A = A_x i + A_y j + A_z k$

$B = B_x i + B_y j + B_z k$ 일때

$A \pm B = (A_x \pm B_x)\vec{i} + (A_y \pm B_y)\vec{j} + (A_z + B_z)\vec{k}$

5. 내적(스칼라곱) : 같은 성분끼리 곱!

$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}|\cdot|\vec{B}|\cdot\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \dfrac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|\vec{A}|\cdot|\vec{B}|}$



③ $\vec{A}\cdot\vec{B} = 0$ 이면! 두 벡터가 수직!

* $i\cdot i = j\cdot j = k\cdot k = 1$

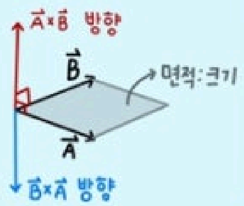
* $i\cdot j = j\cdot k = k\cdot i = 0$

(∵ )

6. 외적(벡터곱) → 회선

$\vec{A}\times\vec{B} = |A||B|\sin\theta$

$$\begin{bmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix}$$



[벡터 푸는 법1]

$$\begin{bmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix} \begin{matrix} i & j \\ A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{matrix}$$

$\vec{A}\times\vec{B} = (A_yB_z\vec{i} + A_zB_x\vec{j} + A_xB_y\vec{k})$

$-(A_yB_x\vec{k} + A_zB_y\vec{i} + A_xB_z\vec{j})$

$= (A_yB_z - A_zB_y)\vec{i} + (A_zB_x - A_xB_z)\vec{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\vec{k}$

[벡터 푸는 법2]

$$\begin{bmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix} \begin{matrix} i \\ A_x \\ B_x \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix}$$

$\vec{A}\times\vec{B}$

$= (A_yB_z - A_zB_y)\vec{i} + (A_zB_x - A_xB_z)\vec{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\vec{k}$

* $i\times i = j\times j = k\times k = 0$

* $i\times j = k \qquad$ * $j\times i = -k$

$j\times k = i \qquad k\times j = -i$

$k\times i = j \qquad i\times k = -j$

(∵ )

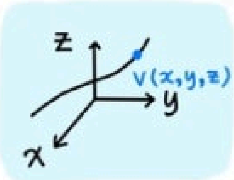
blog.naver.com/thumb_jw

스칼라 및 벡터

좌표계

벡터 푸는 법

EOMJI WORLD



미분연산자 (나블라, 델)

$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k$

* $V(x,y,z)$

$\nabla V = \text{grad}\, V = \left(\frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k\right)V$ → 스칼라 값의 → 기울기 (미)는

$= \frac{\partial V}{\partial x}i + \frac{\partial V}{\partial y}j + \frac{\partial V}{\partial z}k$ → 벡터값이 됨

(예시문제) $V = x^2yz$ 일때 (3,2,1) 에서 ∇V는?

Sol) $\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x}i + \frac{\partial V}{\partial y}j + \frac{\partial V}{\partial z}k$

$= \frac{\partial}{\partial x}(x^2yz)i + \frac{\partial}{\partial y}(x^2yz)j + \frac{\partial}{\partial z}(x^2yz)k$

$= (2xyz)i + (x^2z)j + (x^2y)k$

$= 12i + 9j + 18k$

6. 벡터의 발산 (벡터→스칼라)

$\vec{A} = A_x i + A_y j + A_z k$ 일때

$\nabla \cdot A = \text{div}\, A$

$= \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ } 미소체적에서 나오는 발산의 양을 계산

(예시문제) $\vec{A} = xy^2 i + yz j + xz k$ (3,2,1) 에서 발산은?

(sol) $\nabla \cdot A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = y^2 + z + x$

$\therefore \nabla \cdot A = (2)^2 + 1 + 3 = 8$

7. 벡터의 회전

$\nabla \times A = \text{rot}\, A = \text{curl}\, A$

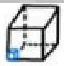
$$\begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{bmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)i + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)j + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)k$$

8. 라플라시안 (기울기 벡터에 대한 발산)

$$\nabla \cdot \nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k\right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k\right)$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$



체적에서 나오는 에너지의 양 (세기)

= 체적의 표면을 통과하는 에너지의 양과 같다 (밀도)

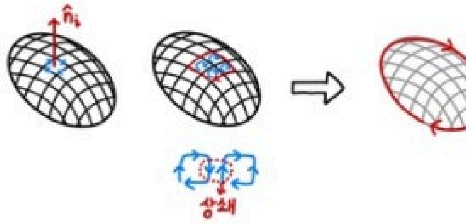
미소 체적에서의 발산 $\nabla \cdot D$

↓

전체 체적(부피)에 대한 적분 — 벡터의 면적분

$$\int_v \nabla \cdot D\, dv = \int_A D \cdot dA$$

10. 스토크 정리 (면적분 ↔ 선적분)



벡터 $\vec{A}$를 회전시켜 법선 성분을 면적분 한 것 — 접선 방향에 대해 폐경로를 선적분한 값

$$\int_s (\nabla \times \vec{A}) ds = \oint_c \vec{A} dl$$

11. 항등식

1) 기울기 벡터의 회전은 0 이다 $\nabla \times (\nabla V) = 0$

c.f. 기울기 벡터의 발산은? $\nabla \cdot (\nabla V) = \nabla^2 V$

2) 회전벡터의 발산은 0 이다. $\nabla \cdot (\nabla \times A) = 0$

3) $\nabla \cdot (f \cdot \vec{A}) = f(\nabla \cdot A) + A \cdot \nabla f$ 벡터A · 함수f 의 발산

유도

$\nabla \cdot (f\vec{A}) = \left(\frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k\right) \cdot (fA_x i\ fA_y j + fA_z k)$

* $i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = 1$ * $i \cdot j = j \cdot k = k \cdot i = 0$

$= \frac{\partial}{\partial x}(fA_x) + \frac{\partial}{\partial y}(fA_y) + \frac{\partial}{\partial z}(fA_z)$

* $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

$= f\frac{\partial A_x}{\partial x} + A_x\frac{\partial f}{\partial x} + f\frac{\partial A_y}{\partial y} + A_y\frac{\partial f}{\partial y} + f\frac{\partial A_z}{\partial z} + A_z\frac{\partial f}{\partial z}$

$= f\left(\frac{\partial A_x}{\partial x}\ \frac{\partial A_y}{\partial y}\ \frac{\partial A_z}{\partial z}\right) + \left(A_x\frac{\partial f}{\partial x} + A_y\frac{\partial f}{\partial y} + A_z\frac{\partial f}{\partial z}\right)$

$= f(\nabla \cdot A) + A \cdot \nabla f$

2

blog.naver.com/thumb_jw

벡터의 미분

벡터의 발산 및 회전

스토크 정리

항등식

EOMJI WORLD

4) $\nabla \times (f\vec{A}) = f(\nabla \times A) + \nabla f \times A$ → 벡터

5) $\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = B \cdot (\nabla \times A) - A \cdot (\nabla \times B)$

6) $\nabla \cdot (\nabla V) = \nabla^2 V$

7) $\nabla \times (\nabla \times H) = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A$

2 정전계 (전하가 정지되어 안정적인 상태)

1. 물질의 구성

	전하량	질량
양성자	$+1.602 \times 10^{-19}$ [C]	1.673×10^{-27} [kg]
중성자	0	9.109×10^{-31} [kg]
전자	-1.602×10^{-19} [C]	9.109×10^{-31} [kg]

2. 전하의 속도

A —— m ⊖→v —— B, ⟵ V ⟶

* 전자의 운동에너지 $W = \frac{1}{2}mv^2$ [J]
* $W = Q \cdot V = eV$ [J]

⇒ $W = Q \cdot V = \frac{1}{2}mv^2$ ⇒ $v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$ [m/s]

$\therefore v = 5.9 \times 10^5 \sqrt{V}$ [m/s]

〈해석〉 전자의 이동속도는 $\sqrt{V}$에 비례한다

3. 유전율 (=전하가 있는 비율) 有 ε [F/m]

: 전기력선이 잘 통과하는 정도

* 공기나 진공 중의 유전율 ε_0 (비(比) 유전율 ε_s의 기준이 됨)

$$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} = 8.85 \times 10^{-12} \text{ [F/m]}$$

4. 쿨롱의 법칙

① 쿨롱의 힘 $\vec{F} = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\hat{r}$

$Q_1 \xrightarrow{\hat{r}}$ —— r —— Q_2

② 쿨롱상수 $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9$ (ε_0 : 진공中 유전율)

* 다른 매질 속에 있다면 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_s}$ 로 대입

③ 쿨롱의 법칙

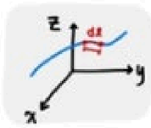
- 두 전하 사이의 힘은 두 전하의 곱에 비례
- 두 전하 사이의 힘은 거리의 제곱에 반비례
- 두 전하 사이의 힘은 매질에 따라 달라짐
- 두 전하 사이의 힘은 두 전하를 연결하는 일직선 상 존재

1) 전기력선 성질

① 임의의 점에서 전계의 방향은 전기력선의 접선 방향이다.
② 임의의 점에서 전계의 세기는 전기력선의 밀도와 같다
③ 두 개의 전기력선은 교차하지 않는다
④ 전위가 높은 점에서 낮은 점을 향한다
⑤ 양전하에서 시작하여 음전하에서 끝난다
⑥ 전하가 없는 곳에서 발생과 소멸이 없다
⑦ 자신만으로 폐곡선이 되지 않는다
⑧ 도체표면에 수직으로 출입한다
⑨ 등전위면과 수직으로 교차한다
⑩ 도체 내부를 통과할 수 없다

2) 전기력선 방정식

$$\therefore \frac{E_x}{dx} = \frac{E_y}{dy} = \frac{E_z}{dz}$$



$\vec{E} = E_x i + E_y j + E_z k$
$\vec{dl} = dx i + dy j + dz k$
평행

$\vec{E}$와 $\vec{dl}$은 평행하므로 $\vec{E} \times \vec{dl} = 0$

$$\vec{E} \times \vec{dl} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ E_x & E_y & E_z \\ dx & dy & dz \end{vmatrix}$$

$$= (\underbrace{E_y dz - E_z dy}_{=0})i + (\underbrace{E_z dx - E_x dz}_{=0})j + (\underbrace{E_x dy - E_y dx}_{=0})k = 0$$

$\frac{E_y}{dy} = \frac{E_z}{dz}$ $\frac{E_z}{dz} = \frac{E_x}{dx}$ $\frac{E_x}{dx} = \frac{E_y}{dy}$

[예제]

$E = xi + yj$ 일때 (4, 3, 0)을 지나는 전기력선 방정식은?

Sol)

$\frac{x}{dx} = \frac{y}{dy}$ 에서

$\frac{1}{x}dx = \frac{1}{y}dy$

$\int \frac{1}{x}dx = \int \frac{1}{y}dy$

$\ln x = \ln y + C$

$\ln x - \ln y = C$ → $\ln\frac{x}{y} = C$

$\therefore \frac{x}{y} = A$ ($e^C \Rightarrow A$)

(4, 3, 0)을 대입하면 $A = \frac{4}{3}$

$\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$ 에서 $\therefore y = \frac{3}{4}x$ ■

3

blog.naver.com/thumb_jw

정전계

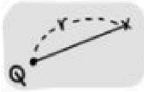
유전율 쿨롱의 법칙 전기력선의 성질

EOMJI WORLD

6. 전위

① 점전하 Q로부터의 거리가 r인 점의 전위

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \; [V]$$



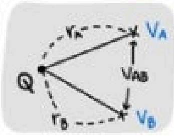
② 점전하 Q로부터 거리가 각각 r_A, r_B인 두 점 A, B간의 전위차

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

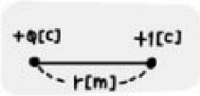
$$= -\int_{r_A}^{r_B} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_B}^{r_A}$$

$$V_{AB} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) [V]$$



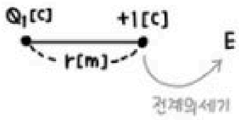
7. 전계의 세기 E (크기, 방향)



[정의]
+Q[C] 인 전하로부터 r[m] 떨어진 곳에 +1[C]의 전하가 있다고 가정할 때, 두전하 +Q[C] 과 1[C] 사이의 전계의 세기

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 9\times10^9 \times \frac{Q}{r^2} \; [V/m]$$

단위 [N/C] = [N·m / C·m] = [J / C·m]
= [V/m] = [A·Ω/m]



$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{Q_1}{r^2} \; [V/m]$$

두 전하 사이에 작용하는 힘 F

$$F = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{Q_1}{r^2}}_{E} \times Q_2 \; [N]$$

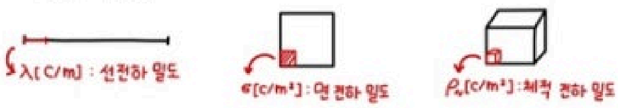
$$\therefore F = EQ_2 \rightarrow E = \frac{F}{Q} \; [N/C]$$

[정리]

전계의 세기가 E[V/m] 인 공간에 Q[C]을 놓으면 Q[C]에 작용하는 힘 F는

$$F = EQ \; [N]$$

* 전하량 Q



길이 : ℓ[m] 일 때	면적 : S[m²] 일때	부피 : V[m³] 일때
$Q = \lambda \ell$ [C]	$Q = \sigma S$ [C]	$Q = \rho_v V$ [C]

* 전기력선 밀도 = 전계의 세기 (가우스법칙)

$$E = \frac{Q}{S\varepsilon}\left(= \frac{N}{S}\right)$$

1) 도체 표면의 전계의 세기

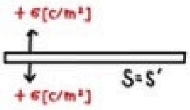
$$\therefore E = \frac{\sigma}{\varepsilon} [V/m]$$

$$E = \frac{\sigma S}{\varepsilon S}$$

$$\left(\because E = \frac{Q}{S\varepsilon} \,/\, Q = \lambda S [C]\right)$$

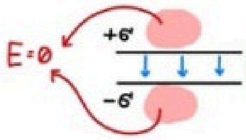
2) 무한평면의 전계의 세기

$$\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon} [V/m]$$



$$E = \frac{Q}{\varepsilon S} = \frac{\sigma \cdot S'}{\varepsilon(2S')} = \frac{\sigma}{2\varepsilon}$$

3) 무한평판 사이의 전계의 세기



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \text{ (평판사이)}$$

4

blog.naver.com/thumb_jw

전위 및 전계의 세기

선전하의 전계의 세기와 전위

동축케이블의 세기와 전위

점전하의 전계의 세기와 전위

구도체의 전계의 세기와 전위

동심구체의 전계의 세기와 전위

EOMJI WORLD

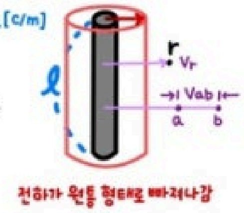
① 선전하 외부

$E=\frac{Q}{\varepsilon S}$ 에서, $S=2\pi r\ell$, $Q=\lambda\ell$ 이므로

* 거리가 r인 지점의 전계와 전위

- $E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}$ [V/m]
- $V_r=-\int_\infty^r E\cdot dr=-\int_\infty^r \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}\cdot dr$

$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\left[\ln r\right]_r^\infty=\infty$



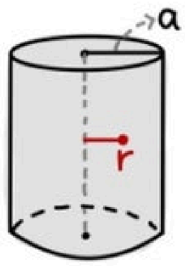
* 선전하로부터 r만큼 떨어진 곳의 전위

$\therefore V_r=\infty$

* 선전하로부터의 a점~b점사이의 전위

$V_{ab}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a}$

② 선전하 내부



* r=a 인 곳에서의 전계의세기

$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon a}$ [V/m]

* r<a 인곳에서 전계의세기

① λ' 구하기

$\lambda':\lambda=\pi r^2:\pi a^2$

$\lambda'=\left(\frac{r}{a}\right)^2\lambda$

② E 구하기

$E=\frac{\lambda'}{2\pi\varepsilon r}=\frac{\lambda r^2}{2\pi\varepsilon a^2}$ [V/m]

③ V_r 구하기

$V_r=-\int_\infty^r E\,dr$

내부도체 + 외부도체

5) 동축케이블에서의 전계의세기

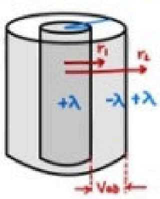
* r_1, r_2 지점에서의 전계

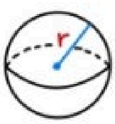
작은반지름 : a 긴반지름 : b

$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}$ [V/m]

* a~b 사이의전위 Vab

$V_{ab}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a}$ [V]





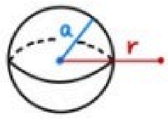
$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$ [V/m] $\left(\because E=\frac{Q}{\varepsilon S}\right)$

$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$ [V]

$V=-\int_\infty^r E\cdot dr=-\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\int r^{-2}dr=-\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left[-\frac{1}{r}\right]_\infty^r=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$ [V]

7) 반지름이 a[m] 인 구도체(점전하)의 전계의 세기

* 도체표면에 전하가 분포하는 경우 r에서의 전계의 세기



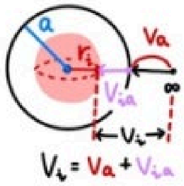
(r>a) [외부]

$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon a^2}$ [V/m]

$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon a}$ [V]

(r<a) [내부] E=0

* 도체내부에 전하가 골고루 분포하는 경우 r에서의 전계의 세기



$V_i=V_a+V_{ia}$

(r>a) $E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$ [V/m]

(r<a) $E=\frac{r_iQ}{4\pi\varepsilon a^3}$ [V/m]

$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon a}\left(\frac{3}{2}-\frac{r_i^2}{2a^2}\right)$

유도

$Q_i:Q=\frac{4}{3}\pi r_i^3:\frac{4}{3}\pi a^3 \Rightarrow Q_i=\frac{r_i^3}{a^3}Q$

내부전하량 외부전하량

$\therefore E_i=\frac{Q_i}{4\pi\varepsilon r_i^2}=\frac{r_i^3}{a^3}Q\times\frac{1}{4\pi\varepsilon r_i^2}=\frac{r_iQ}{4\pi\varepsilon a^3}$

$V_{ia}=-\int_a^{r_i}E_i\,dr=-\int_a^{r_i}\frac{Qr_i}{4\pi\varepsilon a^3}dr=-\frac{Q}{4\pi\varepsilon a^3}\left[\frac{1}{2}r_i^2\right]_a^{r_i}$

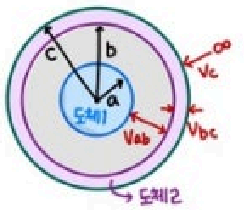
$=-\frac{Q}{4\pi\varepsilon a^3}\left[\frac{1}{2}r_i^2-\frac{1}{2}a^2\right]=\frac{1}{8\pi\varepsilon a^3}\left[a^2-r_i^2\right]$

$\therefore V=V_a+V_{ia}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon a}+\frac{1}{8\pi\varepsilon a^3}\left[a^2-r_i^2\right]=\frac{Q}{4\pi\varepsilon a}\left(\frac{3}{2}-\frac{r_i^2}{2a^2}\right)$

5

blog.naver.com/thumb_jw

EOMJI WORLD



* 도체 외부

(r>c)

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\ [V/m]$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}\ [V]$$

* 도체 내부

① r=c $\quad V_c = \frac{Q}{4\pi\varepsilon c}\ [V]$

② b<r<c $\quad V_{bc} = 0$ (도체내부는 등전위)

③ a<r<b $\quad V_{ab} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon a} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon b} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$

$$V_{ab} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

④ r=a $\quad V_a = ①+②+③ = V_{ab}+V_{bc}+V_c$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) + 0 + \frac{Q}{4\pi\varepsilon c}$$

$$V_a = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

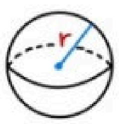
[전계의 세기 공식 정리]

① 거리와 무관한 공식들

도체표면	무한평면	무한평판 사이
$\therefore E = \frac{\sigma}{\varepsilon}\ [V/m]$	$\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon}\ [V/m]$	$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$

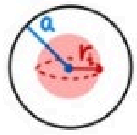
② 거리와 상관관계가 있는 공식들

- 점전하 & 구 대전체 / 동심구체 외부



$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\ [V/m] \rightarrow E \propto \frac{1}{r^2}\ \text{(제곱에 반비례)}$$

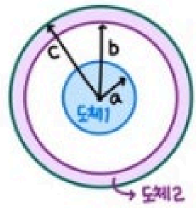
$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}\ [V] \rightarrow E \propto \frac{1}{r}\ \text{(반비례)}$$



$$E = \frac{r_i Q}{4\pi\varepsilon a^3}\ [V/m] \rightarrow E \propto r\ \text{(비례)}$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon a}\left(\frac{3}{2} - \frac{r_i^2}{2a^2}\right)$$

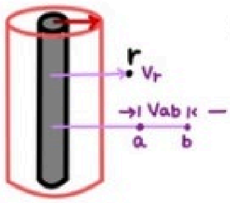
- 동심구체 내부



$$V_a = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

- 선전하 외부

λ[c/m]

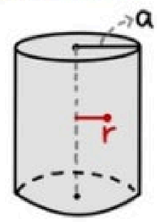


$$E_{out} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}\ [V/m] \rightarrow E \propto \frac{1}{r}$$

$$V_r = \infty$$

$$V_{ab} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \ln\frac{b}{a}$$

- 선전하 내부



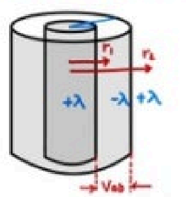
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon a}\ [V/m] \quad r=a$$

$$E_{in} = \frac{\lambda r}{2\pi\varepsilon a^2}\ [V/m] \quad r<a$$

$\rightarrow E \propto r$

- 동축케이블

작은반지름 : a 긴반지름 : b



$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}\ [V/m]$$

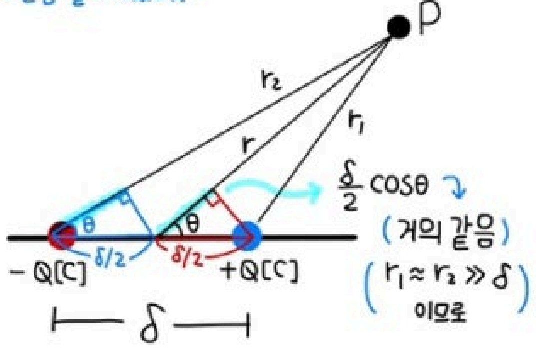
$$V_{ab} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \ln\frac{b}{a}\ [V]$$

③ 전계가 0 이되는 지점

- 부호가 같은 전하가 존재할 경우 : 두전하의 사이
- 부호가 다른 전하가 존재할 경우 : 절댓값이 작은쪽의 바깥

EOMJI WORLD

+q 와 -q의 전하를 띤 두 점전하가 거리 d 만큼 떨어져있는것



*** P에서의 전위 V**

$$V = k\frac{Q}{r_1} + k\frac{-Q}{r_2}$$

$$= kQ\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$= kQ\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

$r_1 = r - \frac{\delta}{2}\cos\theta$

$r_2 = r + \frac{\delta}{2}\cos\theta$

$$= \frac{\delta\cos\theta}{r^2 - \frac{\delta^2}{4}\cos^2\theta} \left(\leftarrow r^2 \gg \frac{\delta^2}{4}\cos^2\theta\right)$$

$$= kQ\frac{\delta\cos\theta}{r^2} = \frac{Q\delta\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^2} \quad \left(\because k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\right)$$

$$\therefore V = \frac{Q\delta\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^2} = \frac{M\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^2} \quad (M = Q\delta : \text{전기쌍극자 모멘트})$$

$V \propto \frac{1}{r^2}$

*** P에서의 전계의 세기 $E = -\nabla V$**

$$\vec{E}_R = -\frac{\partial V_P}{\partial r}$$

$$\vec{E}_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V_P}{\partial \theta} = \frac{M\sin\theta}{4\pi\varepsilon r^3}\vec{a}_\theta$$

$$E = \frac{2M\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^3}\vec{a}_r + \frac{M\sin\theta}{4\pi\varepsilon r^3}\vec{a}_\theta$$

$$|E| = \frac{M}{4\pi\varepsilon r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta} \ [V/m]$$

$E \propto \frac{1}{r^3}$

1) 전계 $\vec{E}$와 전위 V 의 관계 $\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}i + \frac{\partial V}{\partial y}j + \frac{\partial V}{\partial z}k\right)$

[유도]

$V = -\int_\infty^r \vec{E}\, d\vec{l}$ 를 미분하면

$dV = -\vec{E}\, d\vec{l}$ 이고

$\vec{E} = E_x i + E_y j + E_z k$

$\vec{l} = dx\, i + dy\, j + dz\, k$ 이므로

$-\vec{E}\, dl = -E_x dx - E_y dy - E_z dz$ 가 됨

한편 $dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz$ 이므로

$dV = -\vec{E}\, d\vec{l}$ 에서

$-E_x dx - E_y dy - E_z dz = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz$

$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$, $E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$, $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$ 이 된다

즉, $\vec{E} = -\nabla V$ 가 성립한다

* c.f. 정전장에서

$E = \frac{V}{d}$ 즉, $V = E \cdot d$

2) 전계 (E), 에너지 (W), 전하량의 관계

- 에너지 $W = F \cdot r$ [J][N·m]
- 전하 Q에 작용하는 힘 $F = QE$ [N]
- 에너지 W[J] 와 전기량 Q[C] 의 관계 $W = F \cdot r = QE \cdot r$

3) $RC = \rho\varepsilon$

7

blog.naver.com/thumb_jw

전기쌍극자에 의한 전계와 전위

1. 전위계수

$V = PQ$, $P = \frac{1}{4\pi\varepsilon r}$ [daraf] $[F^{-1}]$ 엘라스턴스

2. 용량/유도계수

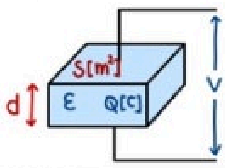
$Q = qV$, $q = 4\pi\varepsilon r$ [Farad] [F]

3. 정전용량 $Q = CV$

① 평행판 콘덴서

• 극판면적 : $S[m^2]$, 극판간격 : $d[m]$ 일 때
평행판 콘덴서의 정전용량

$C = \frac{\varepsilon S}{d}$ [F] ↰ 유도



$D = \varepsilon E \rightarrow E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{Q}{S} \times \frac{1}{\varepsilon}$ ($\because D = \frac{Q}{S}$)
전속밀도 = 단위면적당 전하량

$\therefore E = \frac{Q}{S\varepsilon}$ … a

한편, $E = \frac{V}{d}$ 이므로 … b

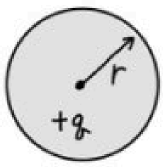
a와 b에서 $\frac{Q}{S\varepsilon} = \frac{V}{d}$ ⇒ $\frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon S}{d}$ $\therefore C = \frac{\varepsilon S}{d}$

② 구도체

• 반지름이 a 인 구도체의 정전용량

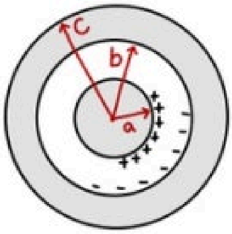
$C = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon a}} = 4\pi\varepsilon a$ [F]

($\because V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon a}$; 구도체 표면)

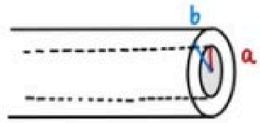


• 동심구의 정전용량

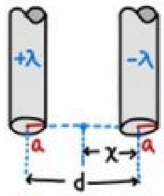
$C = \frac{4\pi\varepsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$ [F]



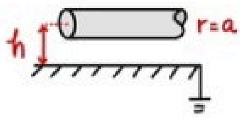
• 동심원통의 정전용량 $C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{b}{a}}$ [F/m]



• 평행도선 사이의 정전용량 $C = \frac{\pi\varepsilon}{\ln\frac{d}{a}}$ [F/m]



• 도선과 대지 사이의 정전용량 $C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{2h}{a}}$ [F/m]



4. 콘덴서

①콘덴서 수식 $Q = CV$ [C]

② 콘덴서의 직병렬

[직렬] $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ [병렬] $C = C_1 + C_2$

5. 도체계의 에너지 (에너지를 얼마나 저장?)

① 정전계에서 에너지

$W = QV$ [J]

② 도체계 에서의 에너지

$W = \frac{1}{2}QV = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2$ [J] ↰ 유도

$dw = v \cdot dq$ $v = \frac{q}{C}$

$w = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \times \frac{1}{2} \times Q^2 = \frac{Q^2}{2C}$ [J]

$\therefore w = \frac{Q^2}{2C}$ 이고 $Q = CV$ 이므로 $\therefore w = \frac{1}{2}CV^2$

③ 단위 체적당 정전에너지 (= 정전응력)

$\therefore w = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}DE = \frac{D^2}{2\varepsilon}$ [J/m³] ↰ 유도

평행판 콘덴서에서, $C = \varepsilon\frac{S}{d}$ $V = E \cdot d$ 이므로

$W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}(\varepsilon\frac{S}{d})(E \cdot d)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \underbrace{Sd}_{\text{체적}[m^3]}$ [J]

blog.naver.com/thumb_jw 8

전위계수
용량 및 유도계수

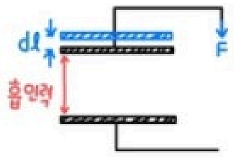
콘덴서의 흡인력

가우스 법칙의 미분형 적분형

전속과 전속밀도

정전응력

EOMJI WORLD



한 일 $dw = F \cdot dl = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \cdot s\,dl$

$\left(\because W = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 s d\,[J]\right)$

$F = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \cdot S\ [N]$: 두 판사이의 흡인력

$f : \frac{1}{2}\varepsilon E^2\ [N/m^2]$: 단위면적당 흡인력

c.f)

단위 체적당 정전에너지 (정전응력)

$\therefore w = \frac{1}{2}\varepsilon E^2\ [J/m^3]$

7. 가우스법칙 (전기장에서)

"전기력선 밀도 = 전계의 세기"

1) 전기력선의 개수

에서 나오는 전기력선 개수 : N 개

단위면적의 전기력선 개수 = 전계의 세기

$\frac{N}{S_{구}} = \frac{N}{4\pi r^2} = E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$

$\frac{N}{4\pi r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \rightarrow \therefore N = \frac{Q}{\varepsilon}$ [개]

2) 전속밀도 $D\,[C/m^2]$ (→ 단위면적당 전기력선 다발)

: 단위면적당 전하량, 면전하 밀도

$D = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4\pi r^2}$

$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$

$\therefore D = \varepsilon E\ [C/m^2]$

Q[C] : 전하량 ρ_v : 체적전하 밀도 $[C/m^3]$

$Q = \int_s D \cdot ds$ $Q = \int_v \rho_v\, dv$

$\int_s D \cdot ds = \int_v \rho_v\, dv$

가우스법칙에 의해

$\int_v \nabla \cdot D\, dv = \int_v \rho_v\, dv$

$\therefore \nabla \cdot D = \rho_v$: 가우스법칙의 미분형

4) 가우스법칙의 적분형

$E = \frac{N}{S} \rightarrow E \cdot S = N$

$\rightarrow \int_s E \cdot ds = \frac{Q}{\varepsilon}$: 가우스 법칙의 적분형

$\rightarrow \int_s \varepsilon E\, ds = Q \rightarrow \int_s D \cdot ds = Q$

8. 포아송 방정식

$\nabla^2 V = -\frac{\rho_v}{\varepsilon}$

유도

$\nabla \cdot D = \rho_v$ (가우스 법칙의 미분형)에서

$\nabla \cdot \varepsilon E = \rho_v$

$\Rightarrow \nabla \cdot E = \frac{\rho_v}{\varepsilon} \Rightarrow \nabla \cdot (-\nabla V) = \frac{\rho_v}{\varepsilon}$

$E = -\nabla V$

$\Rightarrow -\nabla^2 V = \frac{\rho_v}{\varepsilon} \Rightarrow \nabla^2 V = -\frac{\rho_v}{\varepsilon}$

* 전하가 없는 곳에서 ($\rho_v = 0$) $\nabla^2 V = 0$ 이다

[라플라스 방정식]

[예제] $V = 3x^2 + 2y^2 + z^2$ 일때 ρ_v 의 값은?

Sol) $\nabla^2 V = -\frac{\rho_v}{\varepsilon}$ 에서

$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 12$ 이므로

$\therefore \rho_v = -12\varepsilon\ [C/m^3]$

9

EOMJI WORLD

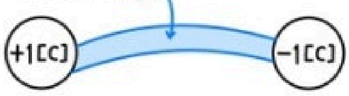
*전기력선의 묶음

Q[C] 전하에서

전기력선 수 : $N = \frac{Q}{\varepsilon}$ 개

전속 수 : Q [개]

* 패러데이의 관



* 패러데이관 수는 전속의 수와 같다
* 패러데이관 밀도는 전속의 밀도와 같다
* 패러데이관 내의 전속의 수는 1개로 일정하다

10. 정전응력 (단위면적당 작용하는 힘 ⇒ 단위 체적당 에너지)

$$f = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{D^2}{2\varepsilon_0} = \frac{1}{2}ED \ [N/m^2]\ [J/m^3]$$

도체 표면 $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} [V/m]$

$D = \varepsilon E$

1. 유전체

- 유전율 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_s$ [F/m]
- 공기중의 유전율 $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} = 8.85 \times 10^{-12}$ [F/m]
- 비유전율 $\varepsilon_s = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$

[유전체의 비유전율]

- 진공(공기) : 1
- 고무 : 7
- 물 : 80
- 종이 : 2 ~ 2.6
- 실리콘 : 11.8

* $\varepsilon_s = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{C}{C_0} = \frac{V}{V_0} = \frac{E_0}{E}$

cf) 유전체 분극
1. 전자분극
2. 이온분극
3. 배향분극

2. 분극의 세기 $P[C/m^2] = \sigma' \cdot D$

① 유전체 양단에 전하 Q가 생성되는 현상

② $P = D - \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 \varepsilon_s E - \varepsilon_0 E = \varepsilon_0(\varepsilon_s - 1)E$ [C/m²]

* 전류 직류 $I = \frac{Q}{t}$ [A] 교류 $i = \frac{dQ}{dt}$ [A]

* 저항 $R = \rho \frac{l}{S}$ (ρ [Ω·m], l[m], S[m²])

* 저항의 온도계수 ($\Delta T = T_1 \rightarrow T_2$)

$R_2 = R_1(1 + a_{T_1} \cdot \Delta T)$ a_T : T[°C] 에서의 온도계수

10 blog.naver.com/thumb_jw

유전체와 특수현상

분극의 세기

EOMJI WORLD

3. 유전체의 경계조건

4. 유전체의 정전용량

blog.naver.com/thumb_jw

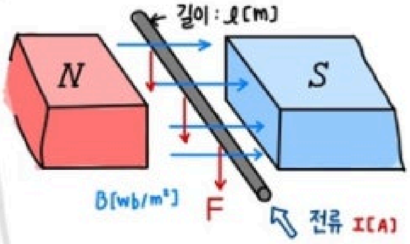
EOMJI WORLD

발전기-오른손 법칙

1. 전자유도

① 플레밍의 왼손법칙 : 자기장속에 있는 도선에 전류가 흐를 때,

도선이 받는 힘의 방향은 자기장의 방향과 도선에 흐르는 전류의 방향으로 결정됨
(힘: F, 자기장: B, 전류: I)

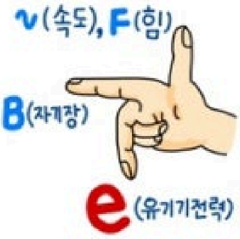


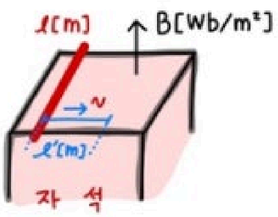
$F = (\vec{I} \times \vec{B}) \cdot \ell$ [N] $= B \cdot I \cdot \ell \cdot \sin\theta$ [N]

플레밍의 왼손법칙 으로 힘의 방향 확인 가능

② 플레밍의 오른손 법칙 : 자기장에서 도선이 움직일 때

유도기전력의 방향은 자기장의 방향과 도선이 움직이는 방향으로 결정됨
(유도기전력: e, 자기장: B, 도선이 움직이는 방향: F)





$\phi = B \cdot S = B(\ell \cdot \ell')$ 이고

$e = \frac{d\phi}{dt}$ (크기만) 이므로

$e = \frac{d}{dt}(B \cdot \ell \cdot \ell') = B \cdot \ell \cdot \frac{d\ell'}{dt}$

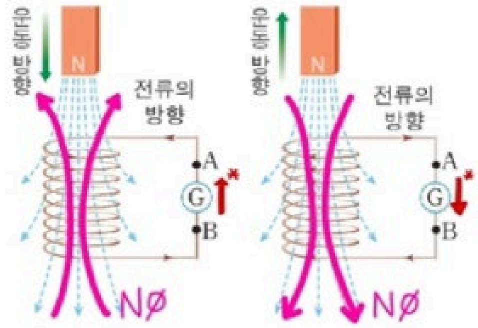
여기서 $\frac{d\ell'}{dt} = v$ 이므로 $\therefore e = B \cdot \ell \cdot v$ [V] (크기)

if) 자속과 이루는 각이 θ 이면,

$e = B \cdot \ell \cdot v \cdot \sin\theta = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \ell$ [V]

*방향은 플레밍의 오른손 법칙으로!

③ 패러데이-렌츠의 법칙



$e = -N\frac{d\phi}{dt}$ 코일의 감긴 횟수 = N회

렌츠 · 패러데이

* 패러데이 법칙 : 전자유도에 의해 회로에 발생하는 기전력(e)은 회로를 통과하는 자기력선속(φ)의 시간변화율에 비례

* 렌츠의 법칙 : 전자유도에 의해 회로에 발생하는 기전력(e)은 자기장의 변화를 상쇄하는 방향으로 발생함

2. Maxwell 방정식

① $\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$: 패러데이 법칙

$e = -\frac{d\phi}{dt}\Big|_{\phi = B \cdot S} = -\frac{d}{dt}\int B \cdot ds \quad \therefore e = \int -\frac{\partial B}{\partial t} \cdot ds$

$e = \int E \cdot d\ell = \int \nabla \times E \, ds$ (∵ 스토크법칙)

$\therefore \nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\mu\frac{\partial H}{\partial t}$

: 자계의 시간적 변화가 회전하는 전계를 발생시킨다

② $\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$: 암페어의 법칙

③ $\nabla \cdot D = \rho_v$: 가우스법칙

④ $\nabla \cdot B = 0$: 비오-사바르의 법칙

B : 자속밀도 E : 전계 J : 전류밀도
H : 자계 D : 전속밀도

12

blog.naver.com/thumb_jw

전자유도 법칙
플레밍의 왼손 법칙

패러데이 렌쯔의 법칙

맥스웰 방정식

EOMJI WORLD

1. 쿨롱의 힘

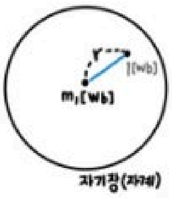
① $F = k\frac{m_1 m_2}{r^2}$ [N]

② 쿨롱상수 $k = \frac{1}{4\pi\mu_0} = 6.33\times10^4$

③ 진공(공기) 중 투자율 $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ [H/m]

2. 자계의 세기 H[AT/m]

① 자극 내에서 m[Wb]의 점자하가 단위점자하에 작용하는 힘

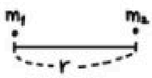


$H = \frac{1}{4\pi\mu}\times\frac{m_1}{r^2}$ [AT/m]

* r[m] 떨어진 곳에 m_2[Wb]가 있을땐?

$H = \frac{1}{4\pi\mu}\times\frac{m_1 m_2}{r^2} = m_2 H$ ∴ $F = mH$ [N]

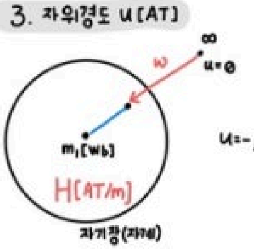
② 자계에서의 쿨롱의 법칙



$F = \frac{1}{4\pi\mu}\times\frac{m_1 m_2}{r^2}$ [N]

$$H = \frac{m}{4\pi\mu_0 r^2} = 6.33\times10^4\times\frac{m}{r^2} \text{ [H/m]}$$

3. 자위경도 u[AT]



자위가 0인 무한한 원점에서 특정 점까지 이동한 일의 양과 그 점에서의 자위는 같다

$u = -\int_\infty^r H\cdot dr \rightarrow \int H\cdot dl$ ∴ $H = -\nabla u$

4. 자기력선 성질

① 임의의 점에서 자계의 방향은 자기력선의 접선 방향이다.

② 임의의 점에서 자계의 세기는 자기력선의 밀도와 같다

③ 두 개의 자기력선은 교차하지 않는다

④ 자위가 높은 점에서 낮은 점을 향한다

⑤ N극에서 시작하여 S극에서 끝난다

⑥ 독립된 자하는 존재하지 않는다

5. 자속 및 자속밀도

① 자속 $\phi = m$ [Wb]

② 자속밀도 ① $B = \frac{\phi}{S} = \frac{m}{4\pi r^2}$ [Wb/m²] [T]

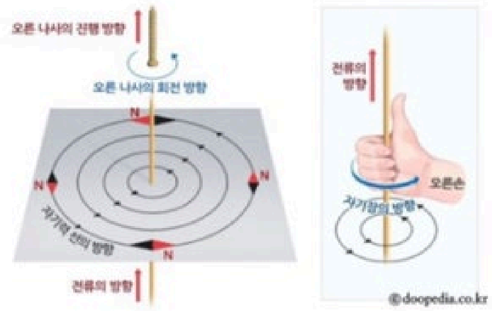
↳ 단위면적 당 자속 / 테슬라

② $B = \mu H$ ← 유도

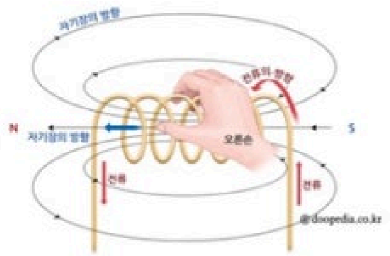
$\boxed{H = \frac{\phi}{4\pi\mu r^2} \quad \mu H = \mu\frac{\phi}{4\pi\mu r^2} = \frac{\phi}{4\pi r^2} = B}$

1. 앙페르의 오른나사 법칙 : 전류와 자속의 방향성

* 직선도선일 때



* 솔레노이드 형태일때 (전류에 의한 자계)



2. 앙페르의 주회적분 법칙

$dH = H\cdot dl$ dl : 미소 자로의 길이

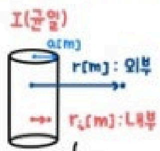
$\int dH = \int H\cdot dl = I$

⇒ $H\cdot 2\pi r = I$

① 무한장 직선전류

$H = \frac{I}{l} = \frac{I}{2\pi r}$ [AT/m] $l = 2\pi r$ [m]

② 무한장 원통도체



$H = \frac{I}{2\pi r}$ [AT/m] ··· 외부 자계의 세기

↳ $I_i : I = \pi r_i^2 : \pi a^2$ ∴ $I_i = \left(\frac{r_i}{a}\right)^2\cdot I$

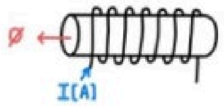
$H_i = \frac{I_i}{2\pi r_i} = \frac{1}{2\pi r_i}\times\frac{r_i^2}{a^2}\cdot I = \frac{r_i\cdot I}{2\pi a^2}$ [AT/m]

$H_i = \frac{r_i\cdot I}{2\pi a^2}$ [AT/m] ···내부 자계의 세기

앙페르의 오른나사 법칙
앙페르의 오른손 법칙

비오사바르의 법칙

③ 무한장 솔레노이드



l[m] N회

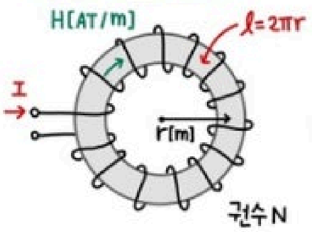
$I = \int H \cdot dl \rightarrow NI = Hl$

* 무한장 솔레노이드 내부의 자계의 세기

$H = \frac{NI}{l} = \frac{N}{l} \cdot I = n_0 I$ [AT/m] (n_0 : 단위길이당 감긴 횟수)

* 임의의 점에서 자계의 세기는 자기력선의 밀도와 같으므로
무한장 솔레노이드 외부의 자계의 세기는 0 이다.

④ 환상 솔레노이드



$NI = Hl$ 에서

$H = \frac{NI}{l} = \frac{NI}{2\pi r}$ [AT/m]

* 임의의 점에서 자계의 세기는 자기력선의 밀도와 같으므로
환상 솔레노이드 내부와 외부의 자계의 세기는 0 이다.

스토크 정리

⑤ $I = \oint_c H \cdot dl = \int_s \nabla \times H \cdot ds$ 이고 $I = \int_s i \cdot ds$

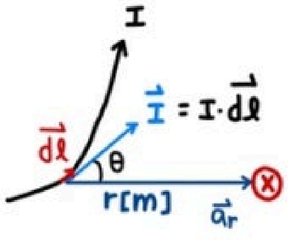
(i : 전류밀도)

회전자계를 만든다 ← 전계의 변화가

$\therefore \nabla \times H = i = i_c + i_d = \sigma E + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}$

i_c : 전도전류 밀도 i_d : 변위전류 밀도

3. 비오사바르의 법칙 (유한한 길이의 전류에 의한 미소 자계의 세기)



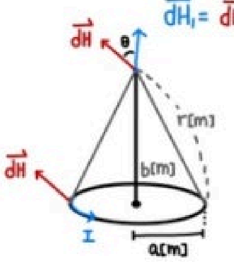
$\vec{dH} = \frac{\vec{I} \times \vec{a_r}}{4\pi r^2} = I \cdot \frac{\vec{dl} \times \vec{a_r}}{4\pi r^2}$

$\therefore dH = \frac{I dl}{4\pi r^2} \sin\theta$

↓

$H = \int \frac{I \sin\theta}{4\pi r^2} \cdot dl$

① 반지름 a[m]인 원형코일의 자계의 세기



$\vec{dH_1} = \vec{dH} \cos\theta$: 원형 코일 한 점에 의한 자계의 세기

$\therefore dH_1 = \frac{I dl}{4\pi r^2} \cos\theta = \frac{I dl}{4\pi (a^2+b^2)} \times \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

한 바퀴 적분

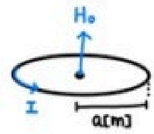
$H = \int H_1 dl = \int \frac{I}{4\pi(a^2+b^2)} \times \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} dl$

$= \frac{aI}{4\pi(a^2+b^2)^{\frac{3}{2}}} \int dl = \frac{aI}{4\pi(a^2+b^2)^{\frac{3}{2}}} \times 2\pi a$

$\therefore H = \frac{a^2 I}{2(a^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}$ [AT/m]

② 원형코일 중심의 자계의 세기

$b = 0$ 이므로 $H_0 = \frac{I}{2a}$ [AT/m]

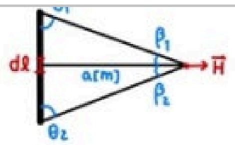


if 감긴횟수가 N회라면, $H = \frac{NI}{2a}$ [AT/m]

③ 곡선 전류에서의 자계의 세기

$H = \frac{I}{2r} \times \frac{\theta}{2\pi} = \frac{I\theta}{4\pi r}$ [AT/m]

EOMJI WORLD



$H = \frac{I}{4\pi a}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)$

$= \frac{I}{4\pi a}(\sin\beta_1 + \sin\beta_2)$ [AT/m]

① 정삼각형 도체 중심 $H = \frac{9}{2} \times \frac{I}{\pi \ell}$ [AT/m]

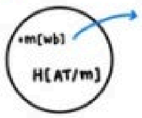
② 정사각형 도체 중심 $H = 2\sqrt{2} \times \frac{I}{\pi \ell}$ [AT/m]

③ 정육각형 도체 중심 $H = \sqrt{3} \cdot \frac{I}{\pi \ell}$ [AT/m]

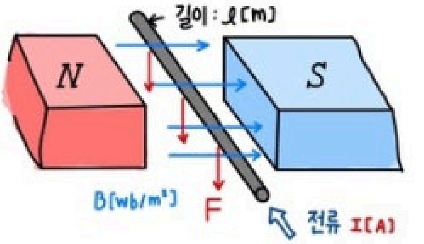
8 전자력

자계안에서 흐르는 전류가 받는힘

[cf] 점자력



점자계 안에서 자극이 받는힘 $F = mH$



$F = (\vec{I} \times \vec{B}) \cdot \ell$ [N]

$= B \cdot I \cdot \ell \cdot \sin\theta$ [N]

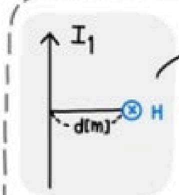
플레밍의 왼손법칙

으로 힘의 방향 확인 가능

1. 평행도선에 전류가 흐를 때

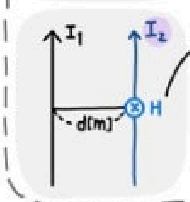
① 두 도선의 전류의 방향이 동일한 경우

흡인력 $F = \frac{2 I_1 I_2}{r} \times 10^{-7}$ [N/m]



$H = \frac{I_1}{2\pi d}$ [AT/m]

$B = \mu_0 H = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{I_1}{2\pi d} = \frac{2 I_1}{d} \times 10^{-7}$ [wb/m²]



$F_H = BI\ell \cdot \sin\theta = \frac{2I_1}{d} \times 10^{-7} \times I_2 \times 1 \times \sin 90°$

↳ 단위길이

$= \frac{2 I_1 I_2}{d} \times 10^{-7}$ [N/m]

② 두 도선의 전류의 방향이 반대인 경우

반발력 $F = \frac{2 I_1 I_2}{r} \times 10^{-7}$ [N/m]

1. 전자가 전자계에 의해 받는힘

i) $v = 0$ (정전하 일때)

$F_e = QE = eE$ [N]

ii) $v \neq 0$ (전류가 흐를때)

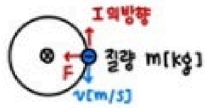
$F_m = (\vec{I} \times \vec{B}) \cdot \ell$ [N] $\quad I = \frac{Q}{t} = \frac{e}{t}$ 이므로

$F_m = \left(\frac{e}{t} \times \vec{B}\right) \times \ell = e(\vec{v} \times \vec{B})$

∴ 전자가 전자계에 의해 받는힘

$F = F_e + F_m = e[\vec{E} + (\vec{v} + \vec{B})]$ … 로렌츠의 힘

2. 전자가 원운동시 받는 힘



※ 원운동 조건 ⇒ 구심력 = 원심력

$F = Bev$ 이고 원심력 $= \frac{mv^2}{r}$ 이므로

$Bev = \frac{mv^2}{r}$

① 전자의 속도

$v = \frac{B \cdot e \cdot r}{m}$ [m/s]

② 각속도

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi r}{T \cdot r} = \frac{v}{r}$ $\quad Bev = \frac{mv^2}{r}$ 에서 $r = \frac{vm}{Be}$ 이므로

$\therefore \omega = \frac{v}{r} = \frac{Be}{m}$ [rad/s]

③ 주파수 $\omega = 2\pi f$ $\quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{B \cdot e}{2\pi m}$ [f]

④ 주기 $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi m}{Be}$ [s]

전자력

자성체와 자기회로

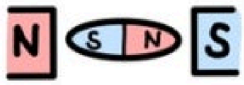
EOMJI WORLD

10 자성체와 자기회로

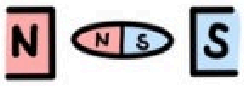
1. 자성체

① 강자성체 ($\mu_s \gg 1$, $\chi \gg 0$) : 철, 니켈, 코발트 등

② 상자성체 ($\mu_s \geq 1$, $\chi > 0$) : 공기, 알루미늄, 백금 등

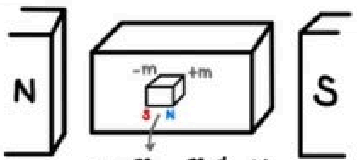


③ 반강자성체 ($\mu_s < 1$, $\chi < 0$) : 구리, 금, 은 등



* 큐리온도 : 자성체가 자석의 성질을 잃게 되는 온도

2. 자화의 세기 J [wb/m²]



$$J = \frac{m}{ds} = \frac{m \cdot d}{ds \cdot d} = \frac{M}{V}$$

단위체적당 자기 쌍극자 모멘트

① 자화의 세기 $J = \lim_{\Delta \to 0} \frac{\Delta M}{\Delta V} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta S}$ [Wb/m²]

② 자기 쌍극자 모멘트 $M = m\ell$ [wb·m]

- m : 자극의 세기 [wb]
- ℓ : 자석의 길이 [m]

③ 자성체의 자속밀도 $B = B_0 + J$ 에서 ($B = \mu H$)

* B_0 : 공기를 통해 지나가는 자속 밀도 $B_0 = \mu_0 H$

* J : 자성체를 통해 지나가는 자속 밀도

$J = B - B_0 = \mu_0 \mu_s H - \mu H$ 이므로

$J = \mu_0(\mu_s - 1) H = \chi H$ [wb/m²] (χ : 자화율)

χ : 자화율

* $\frac{\chi}{\mu_0} = \mu_s - 1$: 비자화율

$$\therefore J = \chi H = \mu_0(\mu_s - 1) H = \left(1 - \frac{1}{\mu_s}\right) B \text{ [wb/m²]}$$

$H = \mu B = \mu_0 \mu_s B$

→ 자화의 세기와 자계와의 관계

④ 자성체에 의한 토크

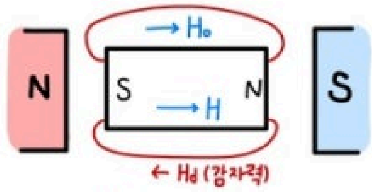
$$T = M \times H = MH \cdot \sin\theta \text{ [N·m]}$$

⑤ 분극과 자화의 비교

분극의 세기 P [C/m²] vs 자화의 세기 J [wb/m²]

$P = \varepsilon_0(\varepsilon_s - 1)E$	$J = \mu_0(\mu_s - 1)H$
$= \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_s}\right)D$	$= \left(1 - \frac{1}{\mu_s}\right)B$
분극률 $\chi = \varepsilon_0(\varepsilon_s - 1)$	자화율 $\chi = \mu_0(\mu_s - 1)$

3. 감자율



* 환상솔레노이드 $H_0 = 0$

* 구자성체 $H_0 = \frac{1}{3}$

$H_d = \frac{N}{\mu_0} J$ N : 감자율

J : 자화의 세기

$$H = H_0 - H_d = H_0 - \frac{N}{\mu_0} J = H_0 - \frac{N}{\mu_0} \mu_0(\mu_s - 1) H$$

$$H = H_0 - N(\mu_s - 1) H$$

$$H + N(\mu_s - 1) H = H_0$$

$$H\{1 + N(\mu_s - 1)\} = H_0$$

$$\therefore H = \frac{1}{1 + N(\mu_s - 1)} H_0 \quad \cdots ①$$

①을 $J = \mu_0(\mu_s - 1) H$ 에 대입

$$J = \frac{\mu_0(\mu_s - 1)}{1 + N(\mu_s - 1)} H_0$$

→ 자화의 세기와 감자율 관계

$$= \frac{\mu_0(\mu_s - 1) \times \mu_0}{1 + N(\mu_s - 1) \times \mu_0} H_0 = \frac{\mu_0(\mu - \mu_0)}{\mu_0 + \mu_0(\mu_s - 1)} H_0$$

16

blog.naver.com/thumb_jw

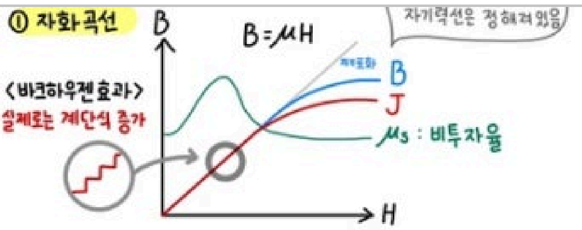
자화의 세기 공식

자성체에 의한 토크

분극과 자화의 비교

EOMJI WORLD

① 자화곡선



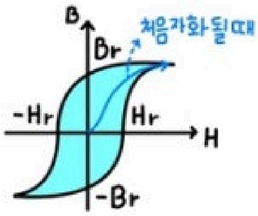
* 자화의 세기 : 자속밀도(B)보다 약간 작다.

$$J = B - \mu_0 H = \mu H - \mu_0 H = \mu_0(\mu_s - 1)H = \chi H$$

② 히스테리시스 곡선

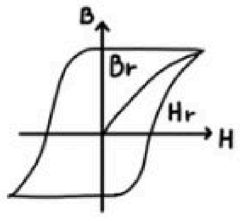
* 자계의 세기 변화에 따른 자속밀도 곡선 (B=μH 곡선)

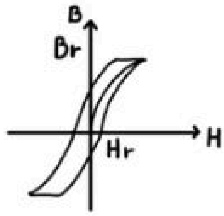
가로 : 자계의세기 (H)
세로 : 자속밀도 (B)
기울기 : 투자율
면적 : 히스테리시스 손실
자화하는데 쓰인 에너지



* B_r(잔류자기) : 외부에서 가한 자계의 세기를 0으로해도 남는자속밀도
* H_c(보자력) : 자화된 자성체 내부를 0으로 하기 위하여 외부에서 반대로 가해진 자계의세기

* 영구자석 : B_r↑, H_r↑ 전자석 : B_r↑, H_r↓



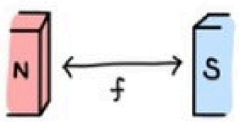


③ 자화에 필요한 에너지

$$w = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}HB = \frac{B^2}{2\mu}\ [J/m^3]\ [N/m^2] \quad (J = N \cdot m)$$

c.f) (전계) $w = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}DE = \frac{D^2}{2\varepsilon}$

④ 자석의 인력

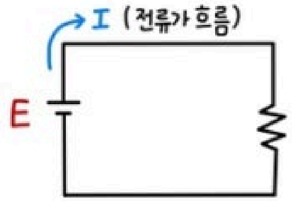


$f = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}BH = \frac{B^2}{2\mu}$ [N/m²] … 단위면적당 자석의 인력

$F = fS = \frac{1}{2}\mu H^2 \cdot S$ [N]

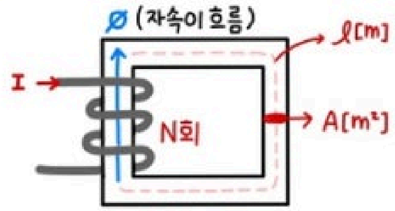
17

① 전기회로



* 기전력 : 전류가 흐를수 있는 원천적인힘 ⇒ E
* E = IR
* 전기저항 $R = \rho\frac{l}{A} = \frac{l}{\sigma A}$ (σ : 도전도)

② 자기회로



* 기자력 : 자속이 흐를수 있는 원천적인힘 F = NI [AT]
* $F = \phi R_m$ (R_m : 자기저항)

∴ $F = NI = \phi R_m$

* 자기저항 $R_m = \frac{NI}{\phi} = \frac{l}{\mu A}$ [AT/wb]

유도

$\phi = B \cdot A = \mu HA$ 이고, $H \cdot l = NI$ 에서 $H = \frac{NI}{l}$ 이므로

$\phi = \mu\left(\frac{NI}{l}\right)A = \frac{\mu NIA}{l}$ 가 된다. 따라서,

$R_m = \frac{NI}{\phi} = \frac{l}{\mu NIA} \times NI = \frac{l}{\mu A}$

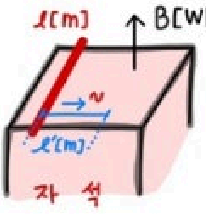
<자기회로>	<전기회로>
기자력 F	기전력 V
자속 ∅	전류 I 전속×
자계의세기 H	전계의세기 E
자속밀도 B	전류밀도 전속밀도×
자기저항 R_m	전기저항
투자율 μ	전도율 σ 유전율×

자화 곡선
히스테리시스 곡선

자기회로와 전기회로의 비교

EOMJI WORLD

1. 패러데이 전자유도



$\phi = B \cdot S = B(\ell \cdot \ell')$ 이고

$e = \frac{d\phi}{dt}$ (크기만) 이므로

$e = \frac{d}{dt}(B \cdot \ell \cdot \ell') = B \cdot \ell \cdot \frac{d\ell'}{dt}$

여기서 $\frac{d\ell'}{dt} = v$ 이므로 $\therefore e = B \cdot \ell \cdot v$ [V] (크기)

if) 자속과 이루는 각이 θ 이면,

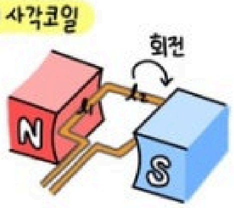
$e = B \cdot \ell \cdot v \cdot \sin\theta = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \ell$ [V]

*방향은 플레밍의 오른손 법칙으로!

2. 유도기전력 (발전기의 원리)

n: 권선수, ω: 각속도
B: 자속밀도, S: 코일 면적

① 사각코일



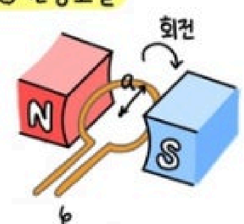
$e = n \cdot \omega \cdot B \cdot S \cdot \sin\omega t$

$\omega = \frac{2\pi N}{60}$ (N: 분당회전수)

$S = \ell_1 \cdot \ell_2$

$\therefore e = n \cdot \frac{2\pi N}{60} B \cdot (\ell_1 \ell_2) \sin\omega t$

② 원형코일

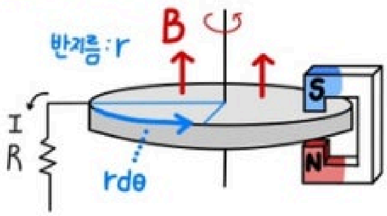


$e = n \cdot \omega \cdot B \cdot S \cdot \sin\omega t$

$\omega = \frac{2\pi N}{60}$ (N: 분당회전수)

$S = \pi a^2$

$\therefore e = n \cdot \frac{2\pi N}{60} B(\pi a^2) \sin\omega t$



속도 = 거리 / 시간

$\frac{r d\theta}{dt} = r \cdot \omega = v$

$de = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot dr$

$\therefore e = \int_0^a r\omega B \cdot dr = \frac{\omega B a^2}{2}$ [V]

$\therefore I = \frac{e}{R} = \frac{\omega B a^2}{2R}$ [A]

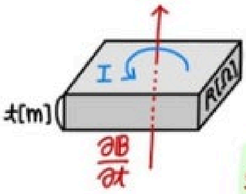
3. 와전류와 표피전류

① 와전류 : 회전하는 전류

* 전도전류 밀도 $i_c = kE$ (k: 도전도) 에서 $E = \frac{i_c}{k}$

$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ 에서 $\nabla \times \frac{i_c}{k} = -\frac{\partial B}{\partial t}$ $\therefore$ $\nabla \times i_c = -k\frac{\partial B}{\partial t}$

[해석] 도체에서 자속의 시간적 변화는 ($\frac{\partial B}{\partial t}$) 회전하는 전류를 발생시킨다 ($\nabla \times i_c$)

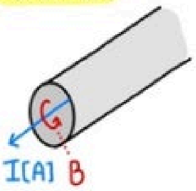


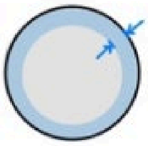
→ 도체(R)에 전류(I)가 흐르면 열이 발생함
이렇게 발생하는 손실이 와전류손(P_e

와전류손 $P_e = k \cdot f^2 \cdot t^2 \cdot B_m^2$

(t: 철심의 두께)

② 표피효과





침투깊이 δ

: δ가 깊을수록 (클수록) 표피효과는 작은거임

→ 전류가 흐르는 전선 내부는 자속밀도가 커지므로 내부저항이 커짐

⇓

전류는 다시 저항이 작은 전선표면으로 흐르게 됨

→ 유효단면적이 줄어들어 전력손실의 원인이 됨

침투 깊이 $\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \sigma}} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$

f: 주파수 σ: 도전율(전도율) μ: 투자율

18

패러데이 전자 유도

유도기전력 원리

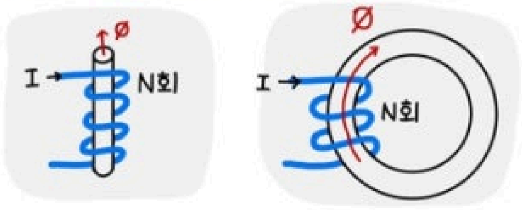
EOMJI WORLD

표피전류 공식

EOMJI WORLD

4. 자기인덕턴스 L : 자기유도 능력의 정도를 나타내는 코일의 고유값

① 전류에 대한 자속의 쇄교수



$N\phi = LI$ (L : 비례상수)

$F = NI = \phi \cdot R_m$

$$L = \frac{N\phi}{I} = \frac{N^2}{R_m} = \frac{N^2}{\frac{l}{\mu S}} = \frac{\mu S N^2}{l} \qquad \therefore L \propto N^2$$

$\therefore \frac{\phi}{I} = \frac{N}{R_m}$ $\qquad R_m = \frac{l}{\mu S}$

② 인덕턴스 단위 환산

$L = \frac{N\phi}{I}$ [Wb/A] [H]

$L = e\frac{dt}{di}$ $[V \cdot \frac{sec}{A}]$ $[\Omega \cdot sec]$

③ 인덕턴스에서 유기 기전력

$e = -L\frac{di}{dt}$ [V]

$e = -N\frac{d\phi}{dt} = -L \cdot \frac{di}{dt}$ $(\because N\phi = LI)$

④ 인덕턴스에서 에너지

⇒ 코일은 전류를 자속의 형태로 저장한다(w)

$e = L\cdot\frac{di}{dt}$ (크기만) 에서

$e\, i\, dt = L \cdot i \cdot di$

$\int e \cdot i\, dt = \int L i\, di$

$\int P \cdot dt = \int L i\, dt$

$$\therefore W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\phi N I = \frac{(N\phi^2)}{2L} \; [J]$$

$LI = N\phi$

$L = \frac{N\phi}{I}$

$L = \frac{1}{I^2}\int_v B \cdot H\, dv$

$L = \frac{1}{I^2}\int_v A \cdot J\, dv$ (J: 전류밀도)

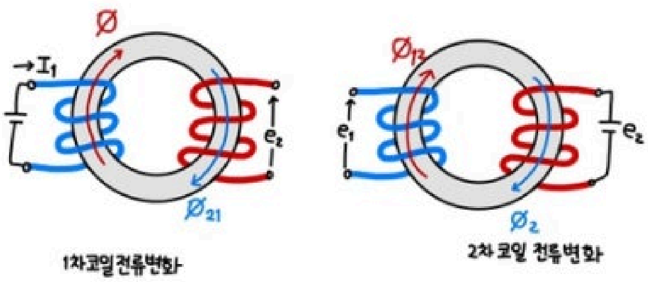
* R / L / C 비교

R(저항)	$V = IR$	$R = \rho\frac{l}{S} = \frac{l}{kS}$
C(정전용량)	$Q = CV$	$C = \varepsilon\frac{S}{l}$
L(인덕턴스)	$LI = N\phi$	$L = \frac{\mu S N^2}{l}$

5. 상호인덕턴스 M

L : 자기 인덕턴스 : ϕ_1이 얼마나 잘 발생?

M : 상호인덕턴스 : I_1로 인해 ϕ_2가 얼마나 잘 발생?



*상호유도 : 한쪽 코일의 전류가 변할 때, 다른 쪽 코일에 유도 기전력이 발생

19

blog.naver.com/thumb_jw

자기 인덕턴스

인덕턴스 단위 환산

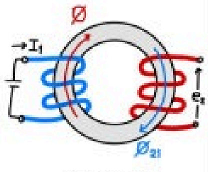
상호 인덕턴스

EOMJI WORLD

- $M = \frac{N_1 N_2}{R} = \frac{\mu A N_1 N_2}{l}$

- I_1 에 의해 각 코일에 발생되는 전압

$e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt}$ [V] $e_2 = M \frac{di_1}{dt}$ [V]



- L 과 M 의 관계

$L_1 = \frac{N_1^2}{R} = \frac{\mu A N_1^2}{l}$ $L_2 = \frac{N_2^2}{R} = \frac{\mu A N_2^2}{l}$ $M = \frac{N_1 N_2}{R}$

$\therefore L_1 L_2 = M^2 \Rightarrow M = \sqrt{L_1 L_2}$

여기에 결합계수를 고려해야함!

② 결합계수 (→ when? 누설 자속이 존재 할 때)

* K: 결합계수 $0 < K < 1$ $K = \sqrt{\frac{Ø_{21}}{Ø_1} \times \frac{Ø_{12}}{Ø_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$

K=0: 코일간의 자기적 결합X K=1: 코일간의 완전 결합

③ 전류계에 저장하는 자계의 에너지 W

(자기 인덕턴스가 L_1, L_2 이고, 상호 인덕턴스가 M인 회로에 각각 I_1, I_2 의 전류를 흘릴 때)

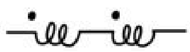
$W = W_1 + W_2 + 2W_{12}$

$= \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2$ [J]

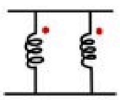
④ 직·병렬 가동결합 / 차동결합

* 인덕턴스를 가동결합 할 경우 (자속 방향 같음) 합성 인덕턴스

직 $L_0 = L_1 + L_2 + 2M$

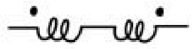


병 $L_0 = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$

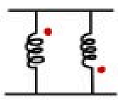


* 인덕턴스를 차동결합 할 경우 (자속 방향 다름) 합성 인덕턴스

직 $L_0 = L_1 + L_2 - 2M$



병 $L_0 = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}$



1. 매질의 고유 임피던스

* $Z_0 = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \underbrace{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}_{377} \sqrt{\frac{\mu_s}{\varepsilon_s}} = 377 \sqrt{\frac{\mu_s}{\varepsilon_s}}$ ($377 = 120\pi$)

→ 공기 (진공) 중에서 $E = 377H$

* $Z_0 = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

2. 전파속도

① $v = f\lambda$ [m/s] λ[m] : 매질 중의 전파의 파장
f[Hz] : 매질 중의 전파의 주파수

$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\sqrt{\varepsilon_s\mu_s}} = \frac{3\times10^8}{\sqrt{\varepsilon_s\mu_s}}$

- $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$ [F/m] • $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]
- $v = f\lambda = f \cdot \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\omega}{\beta}$ (β : 위상정수)

② 파장 $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1}{f\sqrt{\varepsilon\mu}}$ [m]

3. 포인팅 벡터

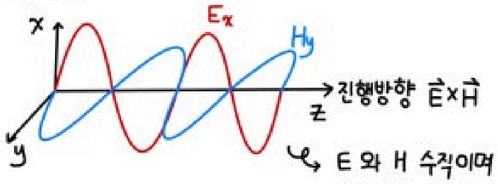
$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = EH\sin\theta = EH$ [W/m²] $\therefore P = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H^2 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E^2$

$\xrightarrow[\varepsilon_s = \mu_s = 1]{\text{공기 中}}$ $P = EH = 377 H^2 = \frac{1}{377} E^2$ [W/m²]

4. 전자파

* 파동방정식 $\nabla^2 E = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$ / $\nabla^2 H = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$

* 전파의 특징



E 와 H 수직이며 위상차가 없음!

① 전자기파는 *횡파에 속한다
② 매질이 없어도 진행할 수 있다
③ 파장, 세기, 진동수와 관계 없이 일정하다
④ 진공에서 전자기파의 속도는 진공에서의 빛의 속도와 같다

* 횡파 : 매질의 진행방향 ⊥ 매질의 진동방향
* 종파 : 매질의 진행방향 // 매질의 진동방향

결합계수
자계의 에너지

전파 속도

포인팅 벡터

전자파

파동 방정식

EOMJI WORLD

정전계		정자계	
전하	$Q[C]$	자하	$m\,[wb]$
진공의 유전율	$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} = 8.85\times10^{-12}\,[F/m]$	진공의 투자율	$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,[H/m]$
유전율	$\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_s$	투자율	$\mu = \mu_0\mu_s$
쿨롱의 법칙	$F = \frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon r^2}\,[N]$ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9$	쿨롱의 법칙	$F = \frac{m_1m_2}{4\pi\mu r^2}[N]$ $\frac{1}{4\pi\mu_0} = 6.33\times10^4$
전계	$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\,[V/m]$	자계	$H = \frac{m}{4\pi\mu r^2}\,[AT/m]$
힘과 전계	$F = QE\,[N]$	힘과자계	$F = mH$
전계와 전위	$E = -\nabla V$	자계와 자위	$H = -\nabla U$
전위	$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}\,[V]$	자위	$U = \frac{m}{4\pi\mu r}\,[AT]$
전속밀도	$D = \frac{Q}{S}\,[C/m^2]$	자속밀도	$B = \frac{m}{S} = \frac{\phi}{S}\,[wb/m^2]$
전계와 전속밀도	$D = \varepsilon E$	자계와 자속밀도	$B = \mu H$
전기력선 수	$N = \frac{Q}{\varepsilon}\,[개]$	자기력선 수	$N = \frac{m}{\mu}\,[개]$
분극의 세기	$P = D - \varepsilon_0E = \varepsilon E - \varepsilon_0E$ $= \varepsilon_0(\varepsilon_s - 1)E$	자화의 세기	$J = B - \mu_0H = \mu H - \mu_0H$ $= \mu_0(\mu_s - 1)H$
전기쌍극자	$M = Q\delta$ (+Q, -Q, d)	자기 쌍극자	$M = \phi\ell = m\ell$ (S, N, ℓ)
전기쌍극자에 의한 전계	$E = \frac{M}{4\pi\varepsilon r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$	자기 쌍극자에 의한 자계	$H = \frac{M}{4\pi\mu r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$
전기쌍극자에 의한 전위	$V = \frac{M\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^2}$	자기쌍극자에 의한 자위	$U = \frac{M\cos\theta}{4\pi\mu r^2}$
전기 이중층에 의한 전위	$V = \frac{m}{4\pi\varepsilon}\omega$ ω(원뿔의 입체각) $= 2\pi(1-\cos\theta)$	등가판자석에 의한 자위	$U = \frac{m}{4\pi\mu}\omega$ ω(원뿔의 입체각) $= 2\pi(1-\cos\theta)$

21

정전계와 정자계 최종 정리

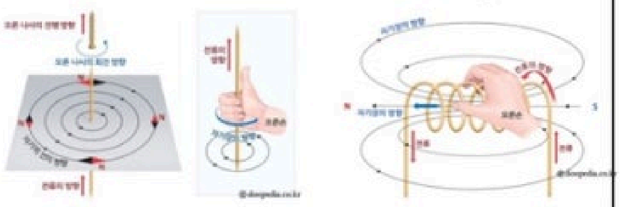
EOMJI WORLD

1. 암페어의 오른 나사 법칙 전류와 자속의 방향성

전류가 흐르는 도체 주위에는 자계가 발생하며,
자계의 방향을 오른 나사의 회전방향으로 잡으면 전류의 방향은
그 나사의 진행방향이 된다

* 직선도선일 때

* 솔레노이드 형태일때 (전류에 의한 자계)



2. 암페어의 주회 적분 법칙

원둘레 임의의 점에서 자계의 세기를 H라고 하면,
H를 원의 둘레를 따라 선적분한 값은 그 원을 가로지르는 전류와 같다.

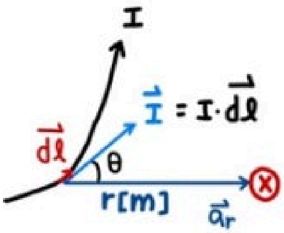
$dH = H \cdot dl$ dl: 미소 자로의 길이

$\int dH = \oint H \cdot dl = I$

$\Rightarrow H \cdot 2\pi r = I$

3. 비오사바르의 법칙

유한한 길이의 전류에서의 미소전류로부터
일정한 거리에 떨어져있는 위치에서의 미소 자계의 세기



$$\vec{dH} = \frac{\vec{I} \times \vec{a_r}}{4\pi r^2} = I \cdot \frac{\vec{dl} \times \vec{a_r}}{4\pi r^2}$$

$$\therefore dH = \frac{I\,dl}{4\pi r^2} \sin\theta$$

↓

$$H = \int \frac{I \sin\theta}{4\pi r^2} \cdot dl$$

4. 가우스 법칙 (전기력선 밀도 = 전계의 세기)

체적에서 나오는 에너지의 양은
체적의 표면을 통과하는 에너지의 양과 같다

적분형 : $\int_s E\,ds = \frac{Q}{\varepsilon}$ $\left(= N = ES = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon}\right)$

미분형 : $\nabla \cdot E = \frac{\rho_v}{\varepsilon}$

5. 포아송 방정식 (전위와 체적밀도의 관계)

$\nabla^2 V = -\frac{\rho_v}{\varepsilon}$ $\boxed{E = -\nabla V}$

6. 플레밍의 왼손법칙 (전동기에서)

자기장속에 있는 도선에 전류가 흐를 때,
도선이 받는 힘(F)의 방향은 자기장(B)의 방향과
도선에 흐르는 전류(I)의 방향으로 결정됨

7. 플레밍의 오른손 법칙(발전기에서)

자기장에서 도선이 움직일 때
유도기전력(e)의 방향은 자기장(B)의 방향과
도선이 움직이는(F) 방향으로 결정됨

8. 패러데이-렌쯔의 법칙

$e = -N\frac{d\phi}{dt}$ 코일의 감긴 횟수 = N회

렌쯔 · 패러데이

* 패러데이 법칙 : 전자유도에 의해 회로에 발생하는 기전력(e)은
  회로를 통과하는 자기력선속(ϕ)의 시간변화율에 비례

* 렌쯔의 법칙 : 전자유도에 의해 회로에 발생하는 기전력(e)은
  자기장의 변화를 상쇄하는 방향으로 발생함

9. 맥스웰 방정식

① $\nabla \cdot D = \rho_v$ (D: 전속밀도, ρ_v: 체적전하밀도)
: 가우스 법칙

② $\nabla \cdot B = 0$ (B: 자속밀도)
: 비오사바르의 법칙

③ $\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ (E: 전계, B: 자속밀도)
: 패러데이 법칙

④ $\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$ (H: 자계, J: 전류밀도, D: 전속밀도)
: 암페어의 법칙

22

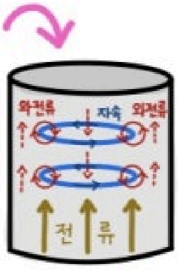
EOMJI WORLD

전선에 흐르는 주파수가 높아지면 높아질수록 전선의 바깥부분으로 흐르려는 성질

* 침투깊이

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \sigma}} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$

$$\sigma(\text{도전율}) = \frac{1}{\rho(\text{고유저항})}$$



중심부에는 주전류를 방해하는 방향 와전류가 흐르고

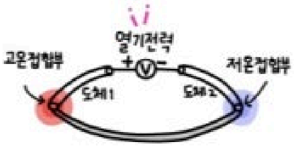
표면부근에는 주전류를 강화하는 방향으로 와전류가 흐른다.

그러므로 중심부는 전류가 흐르지 않고 표면부근으로 흐른다.

● 제백효과 (seebeck effect)

금속 온도 차 → 기전력 → 언제 써? 용광로의 온도를 잴 때(전자온도), 전자식 온도계

두 개의 서로 다른 금속 접합부의 온도차에 의하여 기전력이 발생하는 현상

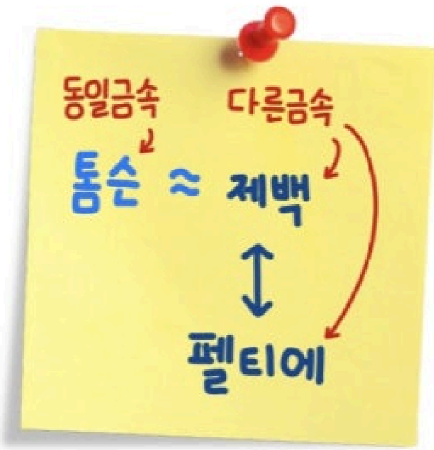


● 톰슨 효과 (Thomson effect)

금속 온도 차 → 기전력

· 같은 금속에 있어서 온도차를 주고 고온에서 저온으로 전류를 흘리면 도선에서 열이 발생하거나 흡수되는 현상

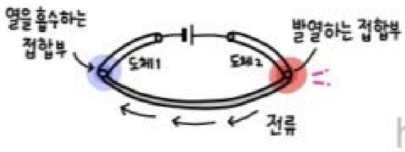
· 온도차가 있는 부분에는 전위차가 생김



● 펠티에 효과 (Peltier effect)

전위차 → 금속 온도 차 → 언제써? 휴대용 소형 냉장고 등

서로 다른 종류의 도체를 접합하여 전류를 흐르게 할 때 접합부에 줄열 외에 발열 또는 흡열이 일어나는 현상

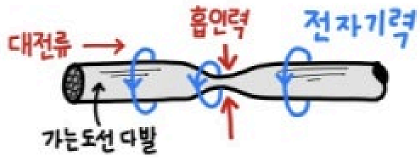


● 핀치효과 (Pinch effect)

• 플라스마 기둥이 전자기력을 받아 가늘게 죄어지는 효과

• 국소 부위에서 일어남

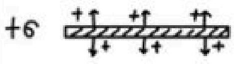
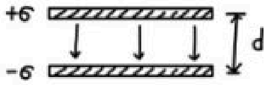
• 녹아있는 금속에 대전류를 흘리면 수축과 팽창을 반복하다 끊어질 수도 있음!



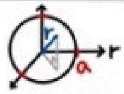
각종 법칙 최종 정리

EOMJI WORLD

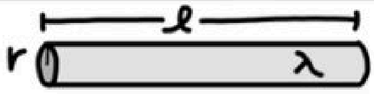
무한면에 의한 전계와 전위

	무한도체표면(구)	무한평면	무한평면사이
그림		 전기력선이 위아래로 나눠어짐	
E [V/m]	$E=\frac{Q}{\varepsilon S}=\frac{\sigma S}{\varepsilon S}=\frac{\sigma}{\varepsilon}$ $\therefore E=\frac{\sigma}{\varepsilon}$	$E=\frac{Q}{2\varepsilon S}=\frac{\sigma S}{2\varepsilon S}=\frac{\sigma}{2\varepsilon}$ $\therefore E=\frac{\sigma}{2\varepsilon}$	$E=\frac{Q}{S\varepsilon}=\frac{\sigma S}{S\varepsilon}=\frac{\sigma}{\varepsilon}$ $\therefore E=\frac{\sigma}{\varepsilon}$
V [V]	$V=-\int_\infty^r \frac{\sigma}{\varepsilon}dr=\infty$ $\therefore V=\infty$	$V=-\int_\infty^r \frac{\sigma}{2\varepsilon}dr=\infty$ $\therefore V=\infty$	$V=-\int_d^0 \frac{\sigma}{\varepsilon}dr=\frac{\sigma}{\varepsilon}d$ $\therefore V=\frac{\sigma}{\varepsilon}d$

구도체에 의한 전계와 전위

	구전하(점전하)	동심구	구대전체 내부(균일)
그림			
E [V/m]	$E=\frac{Q}{\varepsilon S}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$ $\therefore E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$	$E=\frac{Q}{\varepsilon S}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$ $\therefore E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$	$E=\begin{cases}\frac{Q}{4\pi\varepsilon a^3}\times r & (r\le a)\ [내부] \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon a^2} & (r>a)\ [외부]\end{cases}$
V [V]	$V=-\int \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$ $\therefore V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$	$V_A=\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$	$V=\begin{cases}\frac{Q}{4\pi\varepsilon a}\left(\frac{3}{2}-\frac{r^2}{2a^2}\right) & [내부] \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon r} & [외부]\end{cases}$

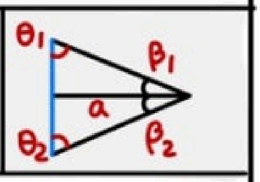
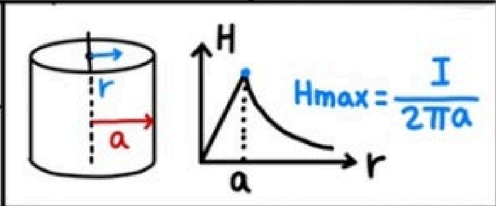
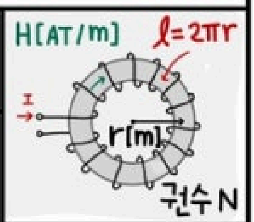
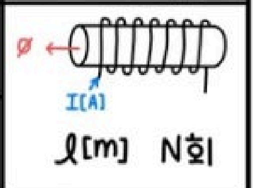
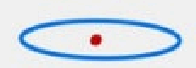
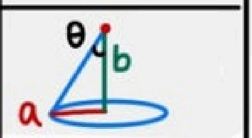
선전하에 의한 전계와 전위

	선 전 하	동축케이블
그림		
E [V/m]	$E=\frac{Q}{\varepsilon S}=\frac{\lambda l}{2\pi r l \varepsilon}$ $\therefore E=\frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon}$	$E=\frac{Q}{\varepsilon S}=\frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon}$ $\therefore E=\frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon}$
V [V]	$V=-\int_\infty^r \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}dr=\infty$ $\therefore V=\infty$	$V=-\int_b^a \frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon}dr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a}$ $\therefore V=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a}$

23

전계와 전위 공식 정리

EOMJI WORLD

종 류		공 식 (단위 [AT/m])	
암페어의 주회적분 법칙		$\oint_c H\cdot dl = I$	
비오사바르의 법칙		$H=\frac{Il}{4\pi r^2}\sin\theta = \frac{I\times a_r}{4\pi r^2}dl$	
무한 직선 전류		$H=\frac{I}{2\pi l}$	
유한 직선 전류		$H=\frac{I}{4\pi a}(\sin\beta_1+\sin\beta_2) = \frac{I}{4\pi a}(\cos\theta_1+\cos\theta_2)$	
무한장 원주형 도체	외부	$H=\frac{I}{2\pi r}$	
	내부	$H=\frac{Ir}{2\pi a^2}$	
환상 솔레노이드	중심·외부	$\varnothing$	
	내부	$H=\frac{NI}{2\pi r}$	
무한 솔레노이드	외부	$\varnothing$	
	내부	$H=nI \quad * n=\frac{N}{l}$	
원형코일	중심	$H=\frac{I}{2a}$	
	중심축 위	$H=\frac{a^2I}{2(a^2+b^2)^{3/2}}=\frac{I}{2a}\sin^3\theta$	
정n각형	정 삼각형	정사각형	정 육각형
	$H=\frac{9}{2}\times\frac{I}{\pi l}$	$H=2\sqrt{2}\times\frac{I}{\pi l}$	$H=\sqrt{3}\cdot\frac{I}{\pi l}$

24

전류에 의한 자계의 세기 정리