

Вычислительная математика

Осень 2019

Лабораторная работа 2, прислать до 20.10.2019 23:59

Преподаватель: Маловичко М. С.

Дана СЛАУ $Ax = f$ с матрицей 1000×1000 следующего вида:

$$A = \begin{bmatrix} 2 + \beta & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 + \alpha & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 + \alpha & -1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -1 & 2 + \alpha & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 + \alpha \end{bmatrix},$$

где $\beta = 10, \alpha = 0.01$. Правая часть f равна

$$f_i = \begin{cases} 1, & 495 \leq i \leq 505 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

1. Запрограммировать метод простых итераций с выбором итерационного параметра и решить СЛАУ остановить процесс по достижении относительной невязки $\|r_k\| / \|r_0\| = 1E-4$, где $\|r_k\|$ – невязка решения на k -й итерации. Выбрать итерационный параметр τ любым способом: вычисляя собственные числа матрицы в любом пакете, методом проб и ошибок и т.п. Убедиться, что получаемое решение близко к точному решению (например, решив это же систему методом прогонки из предыдущей лабораторной работы).

2. Запрограммировать метод простых итераций БЕЗ выбора итерационного параметра с диагональным предобуславливателем. Решить СЛАУ.

3. Решить СЛАУ методом сопряжённых градиентов без предобуславливания. Код метода сопряжённых градиентов взять откуда угодно и вставить в программу, либо вызвать библиотечную функцию.

4. Нарисовать графики зависимости относительной невязки $\|r_k\| / \|r_0\|$ от номера итерации для трёх случаев. Должно получиться что-то вроде такого:

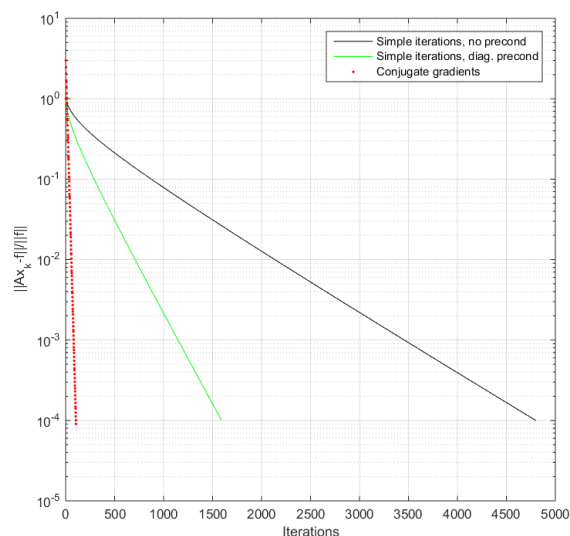


Рисунок 1. Пример визуализации скорости сходимости различных итерационных методов.

5. Нарисовать три полученных решения (должны быть похожи!). Образец:

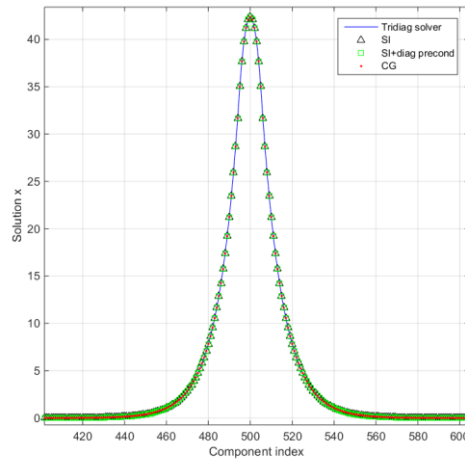


Рисунок 2. Сравнение решений, полученных различными солверами.

Требования:

1. Язык: C++98/Python3
2. Процедура умножения матрицы на вектор должна быть вынесено в отдельную функцию, которая должна вызываться из функции итерационного решателя. **Без этого задание приниматься не будет.**
3. Умножение матрицы системы на вектор должно выполняться без размещения в памяти квадратной матрицы. **Без этого задание приниматься не будет.**
4. Программа должна состоять из одного исходного файла: *.cpp или *.py. Код в виде *.ipnb, *.docx, *.pdf, *.jpg и т.п. приниматься не будет.
5. Если вам понадобится вычислять собственные числа матрицы, то можно использовать любые сторонние средства. Код метода сопряжённых градиентов можете взять где угодно и скопировать к себе в программу, либо вызвать библиотечную функцию.
6. Прислать на почту: (а) исходник, (б) Рисунок 1 (сходимость), (в) Рисунок 2 (сравнение решений).¹

¹ Да, отчёт можно не делать. Например, прислать три файла: *.cpp и два *.jpg.