

Работа 1.1.1.

Определение систематических и случайных погрешностей при измерении удельного сопротивления нихромовой проволоки

*Корнеев Е.С.
Алферова А.В.*

Определение систематических и случайных погрешностей при измерении удельного сопротивления нихромовой проволоки

Цель работы: измерить удельное сопротивление проволоки и вычислить систематические и случайные погрешности при использовании таких приборов, как линейка, штангенциркуль, микрометр, амперметр, вольтметр и мост постоянного тока.

В работе используются: линейка, штангенциркуль, микрометр, отрезок проволоки из нихрома, амперметр, вольтметр, источник ЭДС, мост постоянного тока, реостат, ключ.

Ход работы:

1. Определим точность приборов:

штангенциркуль - 0.1 мм,

микрометр - 0.01 мм

2. Измерим диаметр проволоки в нескольких местах штангенциркулем (d_1) и микрометром (d_2):

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--|------|------|------|------|--|------|------|------|------|------|
| d_1 , мм | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 |
| d_2 , мм | 0.37 | 0.36 | 0.36 | 0.35 | 0.36 | 0.36 | 0.37 | 0.35 | 0.36 | 0.36 |
| $\langle d_1 \rangle = 0.4 \text{ мм}$ | | | | | $\langle d_2 \rangle = 0.360 \text{ мм}$ | | | | | |

При измерении d_1 штангенциркулем случайная погрешность отсутствует, следовательно, точность результата определяется только точностью штангенциркуля (систематическая погрешность):

$$d_1 = (0.4 \pm 0.1) \text{ мм}$$

Измерения микрометром содержат как систематическую, так и случайную погрешности:

$$\sigma_{\text{сист}} = 0.01 \text{ мм}$$

$$\sigma_{\text{сл}} = \frac{1}{2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (d_i - \langle d \rangle)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{4 * 10^{-4}} = 2 * 10^{-3} \text{ мм}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{сл}}^2} = \sqrt{(0.01)^2 + (0.002)^2} \approx 0.01 \text{ мм}$$

Так как $\sigma_{\text{сл}}^2 \ll \sigma_{\text{сист}}^2$, то можно считать проволоку однородной, а погрешность диаметра $\sigma_d = \sigma_{\text{text}}$:

$$d_2 = \langle d_2 \rangle \pm \sigma_d = (3.60 \pm 0.10) * 10^{-2} \text{ см}$$

3. Определим площадь поперечного сечения проволоки S :

$$S = \frac{\pi * (d_2)^2}{4} = \frac{3.14 * (3.60 * 10^{-2})^2}{4} = 1.02 * 10^{-3} \text{ см}^2$$

Погрешность σ_s найдем по формуле:

$$\sigma_s = 2 \frac{\sigma_d}{d} * S = 2 * \frac{0.01}{0.36} * 1.02 * 10^{-3} \approx 6 * 10^{-5} \text{ см}^2$$

Таким образом, $S = (1.02 \pm 0.06) * 10^{-3} \text{ см}^2$, то есть S определена с точностью 6%.

4. Определим основные характеристики приборов:

| | Вольтметр | Миллиамперметр |
|--------------------------|-----------|----------------|
| Предел измерений x_n | | 0.75 А |
| Число делений n | | 150 дел |
| Цена делений x_n/n | | 5 мА/дел |
| Чувствительность n/x_n | | 200 дел/мА |
| Внутреннее сопротивление | 200 МОм | |

5. Для нахождения значения сопротивления проволоки мы можем воспользоваться двумя схемами (рис. 1), где:

R_A - внутреннее сопротивление амперметра;

R_V - внутреннее сопротивление вольтметра;

R_n - сопротивление куска нихромовой проволоки;

R - реостат.

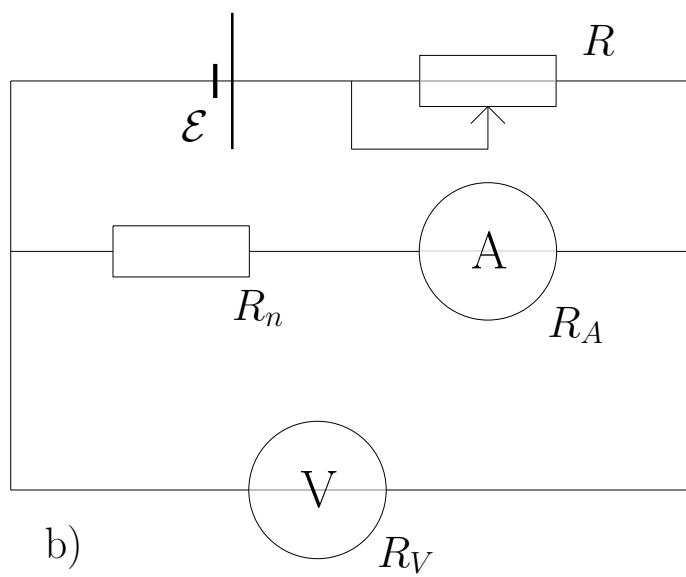
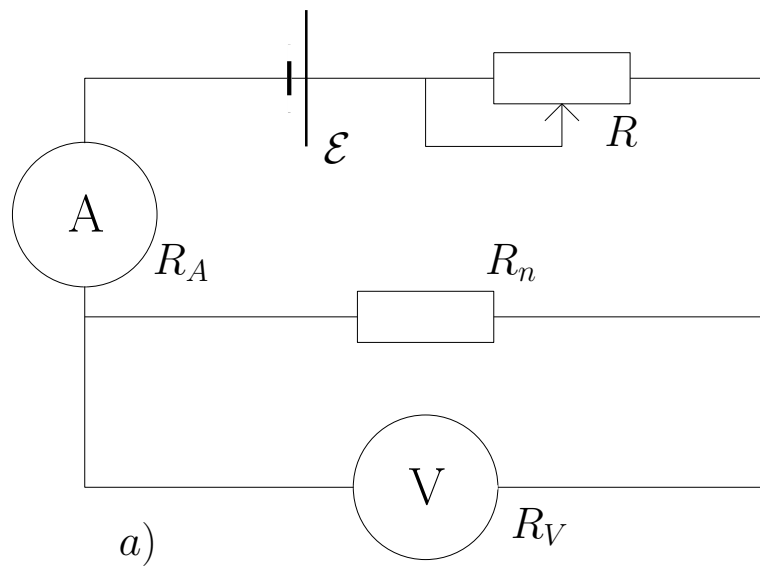


Рис. 1: Схемы установок

Если обозначить показания вольтметра и амперметра через V и I , то значения $R_{n1} = \frac{V_a}{I_a}$ и $R_{n2} = \frac{V_b}{I_b}$ будут отличаться от реального R_n :

$$R_{n1} = \frac{V_a}{I_a} = R_n \frac{R_V}{R_V + R_n} \Rightarrow R_n \approx R_{n1} \left(1 + \frac{R_{n1}}{R_V} \right)$$

$$R_{n2} = \frac{V_b}{I_b} = R_n + R_A \Rightarrow R_n \approx R_{n2} \left(1 - \frac{R_A}{R_{n2}} \right)$$

Зная, что $R_n \approx 5$ Ом, оценим величину поправок:

1a) $R_n/R_V =$

1b) $R_A/R_n =$

Вывод: меньшую ошибку в данном случае (R_n мало) дает схема 1a).

6. Соберем схему 1a).

7. Проведем опыт для трех длин проволоки:

$$l_1 = (20.0 \pm 0.1) \text{ см};$$

$$l_2 = (30.0 \pm 0.1) \text{ см};$$

$$l_3 = (50.0 \pm 0.1) \text{ см}.$$

| $l_1 = 20 \text{ см}$ | | | | $l_2 = 30 \text{ см}$ | | | | $l_3 = 50 \text{ см}$ | | | |
|-----------------------|--------|--------|-------|-----------------------|--------|--------|-------|-----------------------|--------|--------|-------|
| V, дел | I, дел | V, В | I, мА | V, дел | I, дел | V, В | I, мА | V, дел | I, дел | V, В | I, мА |
| 0 | 30 | 0,3270 | 150 | 0 | 30 | 0,4950 | 150 | 0 | 30 | 0,7937 | 150 |
| 0 | 50 | 0,5563 | 250 | 0 | 61 | 1,0253 | 305 | 0 | 40 | 1,0570 | 200 |
| 0 | 75 | 0,8200 | 375 | 0 | 90 | 1,5130 | 450 | 0 | 101 | 2,7331 | 505 |
| 0 | 114 | 1,2590 | 570 | 0 | 116 | 1,9625 | 580 | 0 | 125 | 3,4138 | 625 |
| 0 | 150 | 1,6670 | 750 | 0 | 146 | 2,4778 | 730 | 0 | 145 | 3,9446 | 725 |
| 0 | 123 | 1,3704 | 615 | 0 | 105 | 1,7678 | 525 | 0 | 112 | 3,0424 | 560 |
| 0 | 101 | 1,1247 | 505 | 0 | 73 | 1,2195 | 365 | 0 | 79 | 2,1354 | 395 |
| 0 | 90 | 0,9942 | 450 | 0 | 44 | 0,7601 | 220 | 0 | 37 | 0,9819 | 185 |
| 0 | 60 | 0,6540 | 300 | | | | | | | | |
| 0 | 40 | 0,4388 | 200 | | | | | | | | |

Измерения проведем для возрастающих и убывающих значений тока.

8. Построим ВАХ ($I = f(V)$) для всех трех отрезков проволоки, проводя прямые через экспериментальные точки (рис. 2). Из графиков видно, что зависимость линейна и при возрастании, и при убывании тока. Также видно, что случайный разброс точек пренебрежимо мал.

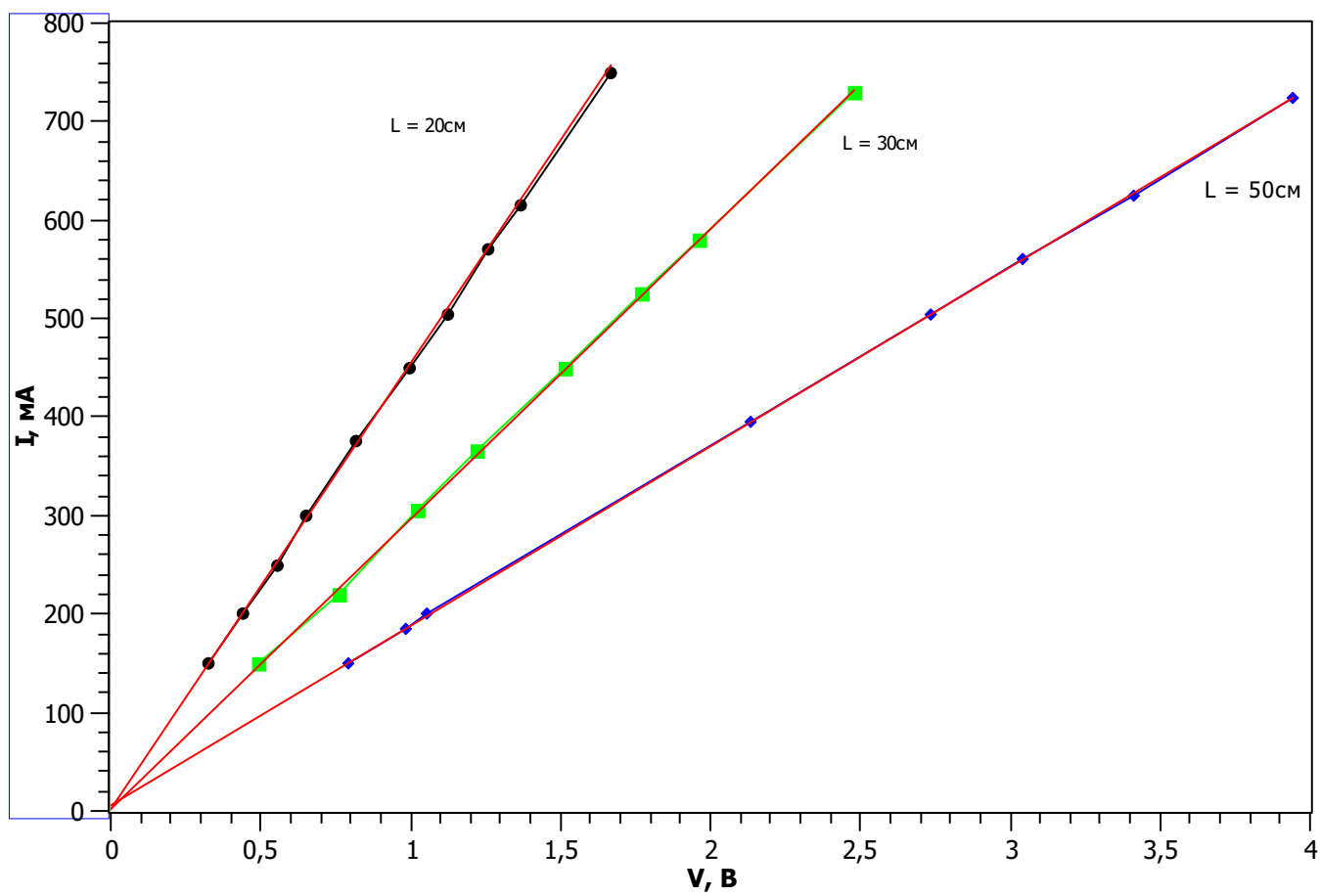


Рис. 2: ВАХи

9. Для каждой длины l находим среднее значение сопротивления по угловому коэффициенту соответствующей прямой: $R_{\text{ср}} = V/I$, где V и I — значения тока и напряжения, взятые на прямой в некоторой точке у ее конца.

10. Погрешность $R_{\text{ср}}$ оценим по формуле

$$\frac{\sigma_{R_{\text{ср}}}}{R_{\text{ср}}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2}$$

где I и V — максимальные значения силы тока и напряжения, полученные в эксперименте, а σ_I и σ_V — среднеквадратичные ошибки измерения вольтметром и амперметром.

Ошибка $\sigma_V = 0.001$ В (вольтметр электронный, при измерениях колебался четвертый знак после запятой).

Ошибка $\sigma_I = x_n/2 = 3$ мА (1/2 цены деления).

11. Для всех трех длин l вносим поправку в измеренное значение сопротивления по формуле:

$$R_{\text{н}} = R_{\text{ср}} + \frac{R_{\text{ср}}^2}{R_V}$$

В виду малости поправки считаем $\sigma_{R_{\text{н}}} = \sigma_{R_{\text{ср}}}$. Также так как $R_V \ll R_{\text{ср}}$, то значения $R_{\text{н}}$ и $R_{\text{ср}}$ различаться практически не будут.

| $l_1 = 20$ см | $l_2 = 30$ см | $l_3 = 50$ см |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| $R_{\text{ср}} = 2.223$ Ом | $R_{\text{ср}} = 3.394$ Ом | $R_{\text{ср}} = 5.441$ Ом |
| $R_{\text{н}} = 2.223$ Ом | $R_{\text{н}} = 3.394$ Ом | $R_{\text{н}} = 5.441$ Ом |
| $\sigma_{R_{\text{н}}} = 0.004$ Ом | $\sigma_{R_{\text{н}}} = 0.004$ Ом | $\sigma_{R_{\text{н}}} = 0.004$ Ом |
| | $R_0 = 3.407$ Ом | $R_0 = 5.449$ Ом |

12. Заметим, что результаты измерений при помощи вольтметра и амперметра совпадают с результатами, полученными при помощи моста в пределах погрешности.

13. Определим удельное сопротивление нихрома ρ и погрешность σ_ρ :

$$\rho = \frac{R_{\text{н}} \pi d^2}{l \cdot 4}$$

$$\frac{\sigma_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_d}{d}\right) + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)}$$

| $l, \text{ см}$ | $\rho, 10^{-4} \text{ Ом}^* \text{ см}$ | $\sigma_\rho, 10^{-6} \text{ Ом}^* \text{ см}$ |
|-----------------|---|--|
| 20 | 1.13 | 0.07 |
| 30 | 1.15 | 0.07 |
| 50 | 1.11 | 0.07 |

Отсюда:

$$\rho = (1.13 \pm 0.07) * 10^{-4} \text{ Ом}^* \text{ см}$$

Таким образом, мы определили удельное сопротивление нихромовой проволоки.

Список использованной литературы:

1. "Лабораторный практикум по общей физике: Учебное пособие. В трех томах. Т1. Механика"/А.Д.Гладун, Д.А.Александров, Ф.Ф.Игошин и др.; Под редакцией А.Д.Гладуна. — МФТИ, 2004.
2. "Набор и верстка в системе L^AT_EX"/С.М.Львовский. — 2003.