

Работа 4.3.2

Дифракция света на ультразвуковой волне в жидкости

Корнеев Е.С.

Дифракция света на ультразвуковой волне в жидкости

Цель работы: Изучение дифракции света на синусоидальной акустической решётке и наблюдение фазовой решётки методом тёмного поля.

Оборудование: оптическая скамья, осветитель, два длиннофокусных объектива, кювета с жидкостью, кварцевый излучатель с микрометрическим винтом, генератор ультразвуковой частоты, линза, вертикальная нить на рейтере, микроскоп.

В работе изучается дифракция света на фазовой решётке. Фазовая решётка создаётся в жидкости ультразвуковыми волнами и наблюдается методом тёмного поля.

При прохождении ультразвуковой (УЗ) волны через жидкость в ней возникают периодические оптические неоднородности, обусловленные разницей значений коэффициента преломления в областях сжатия и разрежения. Эти периодические неоднородности играют роль своеобразной дифракционной решётки для проходящего сквозь жидкость света. Общее рассмотрение задачи о дифракции света, на ультразвуковой решётке приводит к существенным математическим трудностям. Поэтому мы ограничимся упрощённым рассмотрением.

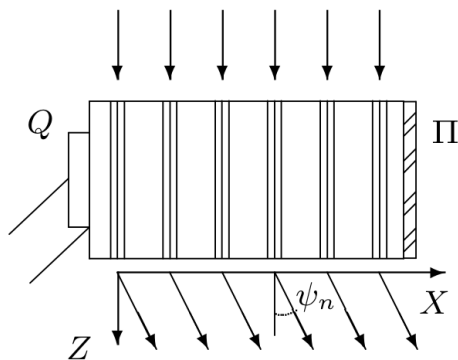


Рис. 1: Дифракция световых волн на акустической решетке

Пусть УЗ-волна распространяется вдоль оси X (рис. 1) в жидкости, налитой в стеклянную кювету в направлении оси Z сквозь жидкость проходит световая волна, испытывающая дифракцию на акустической решётке. Поскольку скорость света значительно больше скорости звука, акустическую решётку можно считать неподвижной. Вызванное ультразвуком возмущение показателя преломления жидкости в нашем акустической решетке случае очень мало. При этом естественно сделать предположение (справедливость которого мы потом исследуем теоретически и экспериментально), что лучи света при прохождении кюветы практически не искривляются.

При небольших амплитудах звуковой волны показатель преломления жидкости

n меняется по закону

$$n = n_0(1 + a \cos(Kx)) \quad (1)$$

где K — волновое число для УЗ-волны ($K = 2\pi/\Lambda$), Λ — длина УЗ-волны, a — глубина модуляции показателя преломления, определяемая интенсивностью ультразвуковой волны ($a < 1$).

Пусть фаза световых колебаний на передней поверхности жидкости равна нулю. Тогда на задней поверхности (т.е. в плоскости $z = 0$) она равна

$$\varphi = knL = \varphi_0(1 + a \cos(Kx)) \quad (2)$$

где L — толщина слоя жидкости в кювете, k — волновое число для света ($k = 2\pi/\lambda$), λ — длина световой волны, $\varphi = kn_0L$. Таким образом, в плоскости $z = 0$ фаза световых колебаний является периодической функцией координаты x , иными словами — УЗ-волна в жидкости создаёт фазовую дифракционную решётку.

Фронт прошедшей через кювету световой волны, т.е. поверхность постоянной фазы, определяется очевидной формулой

$$z = \frac{\varphi}{k} \quad (3)$$

Угол $\Theta(x)$ поворота волнового фронта зависит от координаты x :

$$\Theta(x) = \frac{dz}{dx} = \frac{1}{k} \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{K}{k} \varphi_0 a \sin(Kx) = -Kn_0L \cdot a \sin(Kx) \quad (4)$$

Теперь мы можем сформулировать качественный критерий, при выполнении которого можно пренебречь искривлением световых лучей в кювете и, следовательно, считать акустическую решётку чисто фазовой:

$$|\Theta(x)|_{max} L \ll \Lambda \quad (5)$$

Условие (5) означает, что световой луч (совпадающий с нормалью к волновому фронту) при прохождении кюветы смещается на величину, много меньшую L , даже если бы он везде внутри жидкости был наклонён под максимально возможным углом $|\Theta(x)|_{max}$. Это условие, конечно, является довольно грубым и содержит большой запас. Опуская несущественные числовые множители, его можно записать в виде

$$a \ll \left(\frac{\Lambda}{L}\right)^2 \quad (6)$$

Таким образом, чисто фазовая акустическая решётка реализуется лишь на достаточно слабой УЗ-волне. При повышении мощности ультразвука акустическая волна начинает работать как сложная амплитудно фазовая решётка.

Дальнейшее рассмотрение будет проведено для случая синусоидальной фазовой решётки методом векторных диаграмм. Световую волну E , фаза которой в плоскости $z = 0$ является гармонической функцией координаты (формула (2)), можно приближённо представить в виде суперпозиции трёх плоских волн E_0, E_1, E_{-1} . При

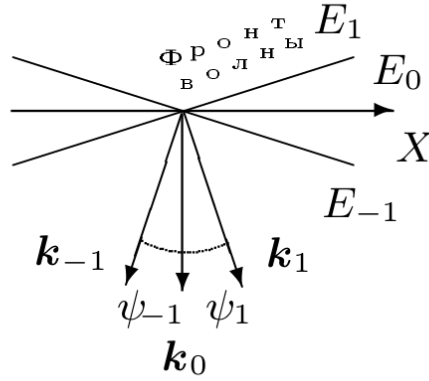


Рис. 2: Представление волны в виде суммы трех волн

этом волна E_0 распространяется вдоль оси Z , а направления распространения волн E_1 и E_{-1} составляют с этой осью углы ψ_1 и ψ_{-1} . На рис. 2 изображены волновые векторы k_0 , k_1 , и k_{-1} , указывающие направления распространения плоских волн E_0 , E_1 , E_{-1} .

Как следует из рис. 2, фаза волны E_0 в плоскости $z = 0$ не зависит от координаты x , а фазы волн E_1 и E_{-1} зависят от x по линейному закону. Изобразим теперь колебания E_0 , E_1 , E_{-1} в некоторой точке x плоскости $z = 0$ с помощью векторов E_0 , E_1 , E_{-1} на векторной диаграмме. Тогда при движении E_0 вдоль оси X вектор E_0 будет оставаться неподвижным, а векторы E_1 и E_{-1} будут равномерно поворачиваться на векторной диаграмме в разные стороны на углы $\gamma = \pm Kx$. Для того чтобы результирующее колебание E , являющееся векторной суммой E_0 , E_1 , E_{-1} , испытывало при этом периодическое изменение фазы и практически не изменялось по амплитуде, взаимная ориентация векторов E_0 , E_1 , E_{-1} должна соответствовать рис. 3а при условии, что E_1 и $E_{-1} \ll E_0$.

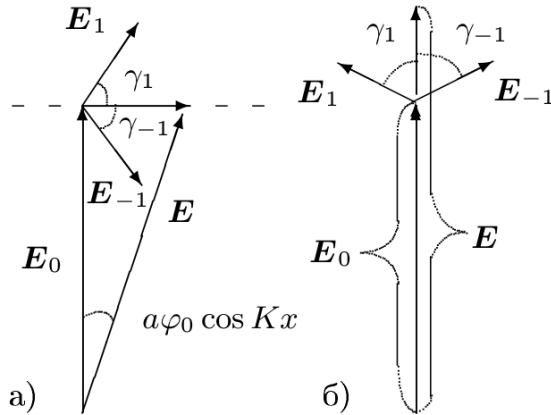


Рис. 3: Векторная диаграмма световых колебаний в случае фазовой (а) и амплитудной (б) дифракционной решетки

Чтобы при смещении вдоль оси X на расстояние, равное длине звуковой волны Λ , фаза результирующего колебания E возвращалась к прежнему значению, векторы E_1 и E_{-1} должны при этом поворачиваться на угол $\pm 2\pi$. Отсюда следует, что углы φ_1 и φ_{-1} должны быть связаны соотношением

$$\varphi_1 = \varphi_{-1} = \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (7)$$

где λ – длина световой волны плитуной (6) дифракционной решётки в воздухе. Геометрический смысл соотношения (7) поясняет рис. 4 (на примере волны E_1).

Таким образом, при определённых фазовых соотношениях, соответствующих рис. 3, совокупность трёх волн E_0, E_1, E_{-1} правильно описывает в плоскости $z = 0$ световое поле, фаза которого является гармонической функцией (2) координаты x . В силу единственности эта совокупность должна правильно описывать световое поле во всём пространстве за кюветой (т.е. при $z > 0$). Описанная здесь процедура, называемая разложением светового поля по плоским волнам (метод Релея), широко используется в волновой физике.

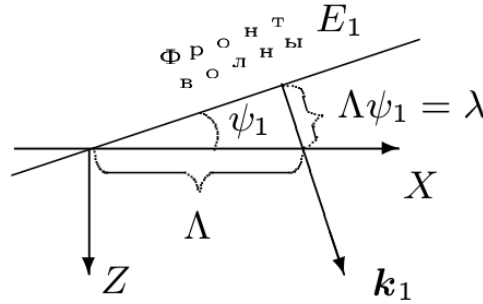


Рис. 4: Построение для волны E_1

Полезно провести сравнение фазовой и амплитудной акустических синусоидальных дифракционных решёток: для амплитудной решётки фаза световых колебаний при любом значении координаты x постоянна, а амплитуда меняется по гармоническому закону, аналогичному (2). Результирующее колебание E снова может быть представлено в виде суммы трёх колебаний E_0, E_1, E_{-1} (рис. 3б), однако теперь на векторной диаграмме сумма $E_1 + E_{-1}$ параллельна вектору E_0 , а не перпендикулярна ему, как это было в предыдущем случае. Таким образом, переход от фазовой решётки к амплитудной соответствует повороту вектора E_0 на векторной диаграмме на угол $\pi/2$.

При наблюдении дифракционной картины Фраунгофера три плоские волны E_0, E_1, E_{-1} соответствуют дифракционным максимумам нулевого и первого порядков.

Проведённое выше рассмотрение справедливо только в случае слабой фазовой модуляции. В общем случае после прохождения через кювету световое поле представляет совокупность не трёх, а большого числа плоских волн, распространяю-

щихся под углами, определяемыми условием

$$\Lambda \sin(\psi_m) = m\lambda, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (8)$$

Каждая из этих волн соответствует одному из максимумов в дифракционной картине Фраунгофера.

Определяя на опыте положение дифракционных максимумов различного порядка, можно по формуле (8) найти длину Λ УЗ-волны и вычислить скорость v распространения ультразвуковых волн в жидкости, если известна частота и колебаний кварцевого излучателя:

$$v = \Lambda\nu \quad (9)$$

Изложенная теория применима как для бегущих, так и для стоячих ультразвуковых волн. Стоячие УЗ-волны образуются при наложении волны, идущей от излучателя, и волны, отражённой от задней стенки кюветы. Если же заднюю стенку кюветы покрыть слоем пористой резины (слой П на рис. 1), то волна от неё не отражается, и в кювете образуется практически чистая бегущая волна. Следует иметь в виду, что в стоячей волне амплитуда изменения давления (а следовательно, и коэффициента преломления) больше, чем в бегущей волне, создаваемой тем же излучателем. В связи с этим дифракционная картина в первом случае содержит большее число максимумов.

Экспериментальная установка. Для наблюдения дифракции света, на УЗ-волнах на оптической скамье собирается установка, изображённая на рис. 5.

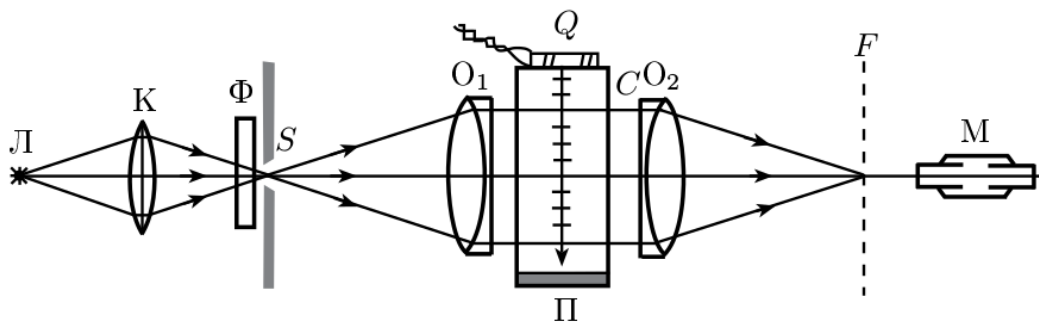


Рис. 5: Экспериментальная установка

Источник света Л через светофильтр Ф и конденсор К освещает щель S, которая расположена в фокусе объектива O_1 . Выходящий из объектива параллельный пучок света проходит через кювету С перпендикулярно направлению распространения УЗ-волн. Эти волны возбуждаются в жидкости пьезокварцевой пластинкой Q, прикреплённой к стенке кюветы. На кварцевую пластинку подаётся напряжение ультразвуковой частоты от генератора (на рис. 5 не показан). В фокальной плоскости второго объектива O_2 образуется дифракционная картина, наблюдаемая при помощи микроскопа М. При этом обязательно применяют монохроматическое излучение (красный светофильтр).

Чёткость дифракционных полос зависит от ряда факторов, например, от ширины щели S , от её наклона по отношению к вертикали, от угла наклона кюветы к падающему лучу и т.д.

Длина Λ ультразвуковой волны определяется с помощью (8); в силу малости углов φ_m окончательное выражение может быть представлено в виде

$$l_m = mf \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (10)$$

где l_m – измеренное на опыте линейное расстояние между m -м и нулевым максимумами, а f – фокусное расстояние объектива O_2 .

Наблюдение оптических неоднородностей, создаваемых ультразвуковыми волнами в жидкости методом тёмного поля. Попробуем теперь получить видимое изображение фазовой акустической решётки. Для этого прежде всего необходимо получить в поле зрения микроскопа изображение задней плоскости (считая по ходу световых лучей) кюветы. Это достигается с помощью вспомогательной положительной линзы O , которую располагают на оптической скамье за фокальной плоскостью объектива O_2 (рис. 6).

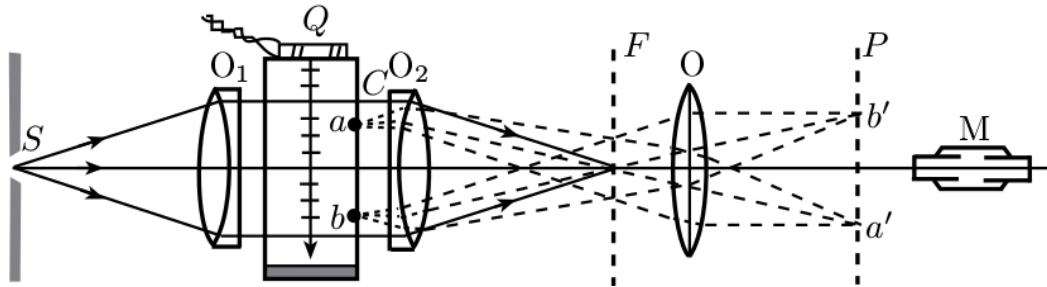


Рис. 6: Наблюдение акустической решетки методом темного поля

Перемещая микроскоп вдоль оптической скамьи, фокусируют его на плоскость P , где расположено чёткое изображение $a'b'$ какого-либо предмета ab , вплотную прижатого к стенке кюветы. Можно ли теперь увидеть в микроскоп УЗ-волну?

В силу таутохронизма линзы O_2 и O изображают кювету в плоскости P , не нарушая фазовых соотношений между колебаниями, изображаемыми на диаграмме векторами E_0, E_1, E_{-1} (и векторами высших порядков, если они есть в картине). Диаграмма рис. 3 применима поэтому и к плоскости P . Освещённость отдельных точек этой плоскости, пропорциональная квадрату амплитуды результирующего светового колебания E , в первом приближении не зависит от координаты x . Акустическая решётка оказывается, следовательно, невидимой, если, конечно, выполнено условие (6), при котором решётка является чисто фазовой.

Сравнение векторных диаграмм фазовой и амплитудной решёток (см. рис. 3) показывает, что при изменении фазы колебаний в центральном дифракционном максимуме на $\pm\pi/2$ фазовую структуру можно сделать видимой. Такой метод наблюдения носит название метода фазового контраста.

В настоящей работе используется другой способ получения видимого изображения решётки – метод тёмного поля, основанный на устранении центрального дифракционного максимума с помощью специального экрана. Результирующее колебание на векторной диаграмме представляется при этом суммой только двух векторов E_1 и E_{-1} . Как следует из рис. 3а, амплитуда результирующего колебания при этом максимальна при углах поворота векторов $\gamma_1 = \gamma_{-1} = 0, \pi$ и равна нулю при углах $\gamma_1 = \gamma_{-1} = \pi/2, 3\pi/2$. В поле зрения микроскопа наблюдаются чередующиеся светлые и тёмные полосы, причём расстояние между тёмными полосами соответствует смещению в плоскости кюветы на $\Lambda/2$. Таким образом, наблюдается характерное для метода тёмного поля удвоение числа деталей рассматриваемой структуры.

Этот опыт можно проводить только со стоячими волнами, т.к. в случае бегущей волны визуальное наблюдение оказывается невозможным: глаз не успевает следить за быстро перемещающейся волной.

Установка с горизонтальной щелью.

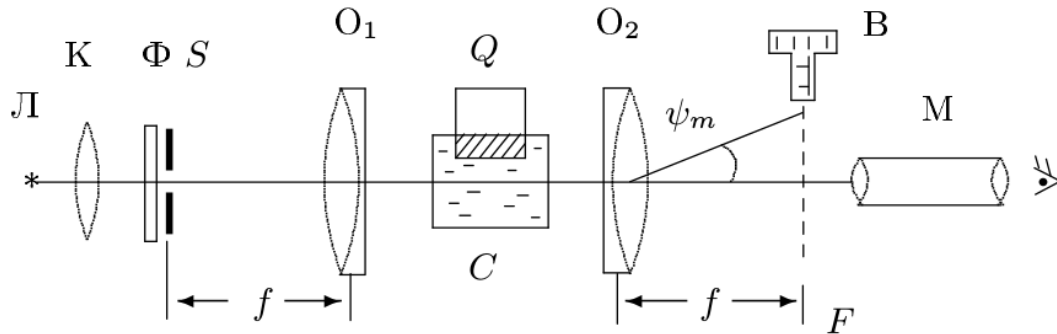


Рис. 7: Схема для наблюдения дифракции на акустической решетке

Источник света Л (рис. 7) с помощью конденсора К проецируется на входную (коллиматорную) щель 5. Входная щель ориентирована горизонтально и прикрыта красным светофильтром Ф. Коллиматорный объектив O_1 посылает параллельный пучок на кювету с водой С.

Излучатель Q, погружённый в кювету, создаёт УЗ-волну. Вертикальное перемещение излучателя осуществляется винтом I (рис. 8), тонкая подача – лимбом П. При определённых положениях излучателя волна становится стоячей.

Параллельный пучок света, дифрагируя на стоячей звуковой волне, образует дифракционную картину в фокальной плоскости Р (рис. 7) камерного объектива O_2 . Картину можно наблюдать в микроскоп М.

Дифракционные полосы ориентированы горизонтально. Расстояние между ними можно измерить с помощью микрометрического винта В. Винт передвигает размещённые на стекле (рис. 9) в плоскости F перекрестие П, тонкую реперную линию P_n и толстую проволоку P_p , которая используется в методе тёмного поля.

Соберем установку, отцентрируем источник света и коллиматор. Установим рабочую ширину щели примерно 30 мкм.

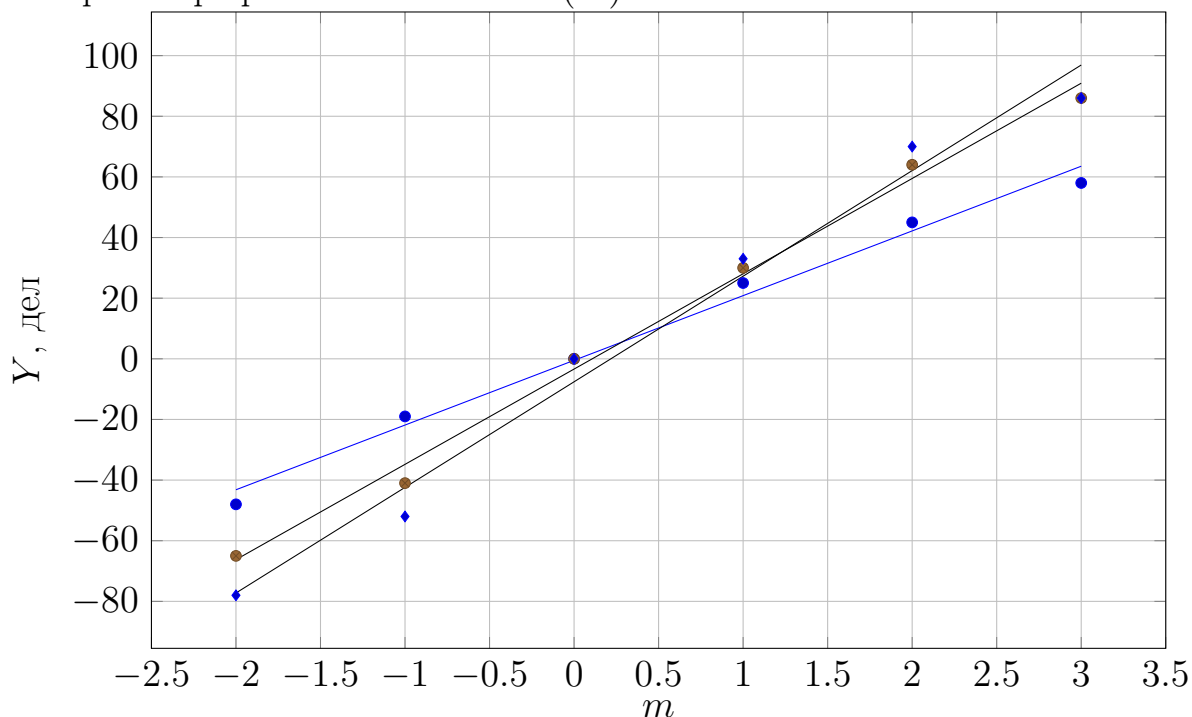
Снимем зависимость координаты максимума от номера:

$\nu = 1.107 \text{ МГц}$		$\nu = 1.280 \text{ МГц}$		$\nu = 1.417 \text{ МГц}$	
m	y	m	y	m	y
-2	37	-2	54	-2	67
-1	8	-1	30	-1	41
0	89	0	91	0	91
1	64	1	61	1	58
2	44	2	27	2	21
3	31	3	5	3	5

При этом погрешность измерения m равна нулю, так как номер максимума мы знаем точно, а погрешность y примем равной 1 дел. Пересчитаем Y - смещение от нуля. Для положительных максимумов это $Y(m) = y(m) - y(0)$, для отрицательных - $Y(m) = -y(m) - 11$. При этом погрешность Y будет равна 2 дел:

$\nu = 1.107 \text{ МГц}$		$\nu = 1.280 \text{ МГц}$		$\nu = 1.417 \text{ МГц}$	
m	Y	m	Y	m	Y
-2	-48	-2	-65	-2	-78
-1	-19	-1	-41	-1	-52
0	0	0	0	0	0
1	25	1	30	1	33
2	45	2	64	2	70
3	58	3	86	3	86

Построим график зависимости $Y(m)$:



Из формулы (10) следует:

$$l_m = mf \frac{\lambda}{\Lambda} \Rightarrow \Lambda = \frac{m}{l_m} \lambda f$$

То есть, зная угловой коэффициент графиков, можно найти Λ .

По МНК определим значение k и его случайную погрешность. Полную погрешность найдем по формуле

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{случ}}^2 + \sigma_{\text{приб}}^2}$$

ν , МГц	1.107	1.280	1.417
k , дел	21	31	35
$\sigma_{\text{случ}}$, дел	3	4	6
σ , дел	4	4	6

Откуда, зная, что $f = 28\text{см}$ и $\lambda = (640 \pm 20)\text{нм}$:

$$1.107\text{МГц} : (180 \pm 30) \cdot 10^{-5}\text{м}; (2000 \pm 300)\text{м/с}$$

$$1.280\text{МГц} : (140 \pm 20) \cdot 10^{-5}\text{м} : (1700 \pm 200)\text{м/с}$$

$$1.107\text{МГц} : (120 \pm 20) \cdot 10^{-5}\text{м} : (1700 \pm 200)\text{м/с}$$

Для метода темного поля определим цену деления шкалы окуляра: $1\text{мм} = 21\text{дел}$.
Отсюда: $1\text{дел} = 48 \cdot 10^{-6}\text{м}$.

Снимем зависимость первой и последней хорошо видимых темных полос и число светлых промежутков между ними от частоты:

ν , МГц	х, дел	у, дел	N	Λ , мм	σ_{Λ} , мм	$1/\nu$, МГц $^{-1}$
1.272	28	93	6	1.03	0.04	0.786
1.227	25	103	7	1.06	0.04	0.815
1.179	33	103	6	1.11	0.03	0.848
1.364	34	105	7	0.97	0.03	0.733
1.410	45	116	8	0.85	0.02	0.709
1.130	29	102	6	1.16	0.04	0.885

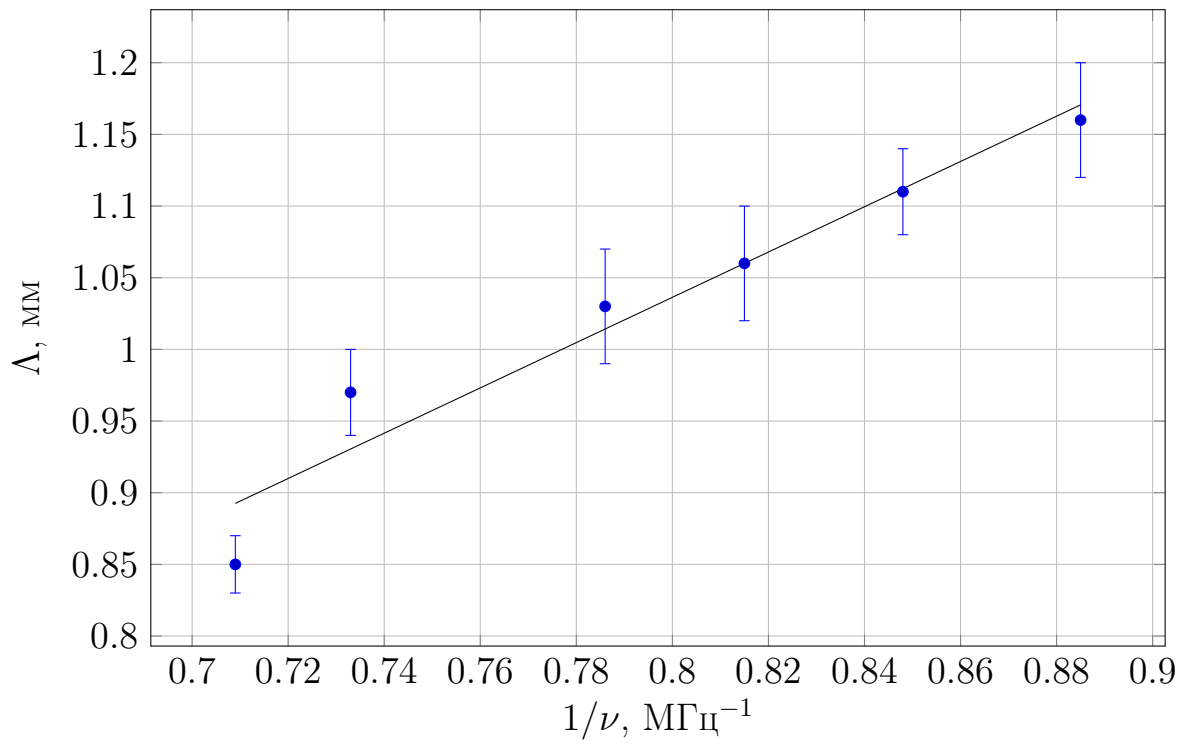
Λ найдем по формуле

$$\Lambda = \frac{y - x}{N} h,$$

где h - цена деления окуляра.

Принимая погрешность x и y равной 1дел, нетрудно найти погрешность Λ .

Теперь построим график $\Lambda(1/\nu)$:



Из графика по МНК определим $v = \frac{d\Lambda}{d(1/\nu)}$. Случайную погрешность определим также по МНК, приборную же найдем, считая $v = f(\Lambda, 1/\nu)$. Таким образом:

$$v = (1.58 \pm 0.08) \cdot 10^3 \text{ м/с}$$

Таким образом, в данной лабораторной работе мы изучили дифракцию света на акустической решетке и определили скорость волн, используя метод темного поля.