

Работа 3.2.6.

Баллистический гальванометр

Корнеев Е.С.

Баллистический гальванометр

Цель работы: изучение работы высокочувствительного зеркального гальванометра магнитоэлектрической системы в режимах измерения постоянного тока и электрического заряда.

Оборудование: зеркальный гальванометр с осветителем и шкалой, источник постоянного напряжения, делитель напряжения, магазин сопротивлений, эталонный конденсатор, вольтметр, переключатель, ключи, линейка.

Баллистический гальванометр - электроизмерительный прибор магнитоэлектрической системы, отличающийся высокой чувствительностью к току и обладающий сравнительно большим периодом колебаний рамки.

Главной частью баллистического гальванометра является подвешенная на вертикальной нити рамка, помещённая в поле постоянного магнита. Вырез цилиндрической формы в полюсах магнита и ферромагнитный цилиндр на оси системы делают поле в зазоре радиальным (рис. 1). Скреплённое с рамкой зеркальце служит для измерения угла поворота рамки. К рамке прикреплён полый цилиндр, который сильно увеличивает момент инерции и, следовательно, период колебаний подвижной системы, не очень её утяжеляя. Магнит и подвижная система заключены в защитный кожух. В баллистических гальванометрах применяют сильные постоянные магниты и рамки с большим количеством витков, подвешенные на тонких нитях с малой упругостью.

Баллистический гальванометр позволяет измерять как постоянный ток (стационарный режим), так и заряд, протекший через рамку за некоторое время (баллистический режим). В баллистическом режиме гальванометр может работать, если время протекания заряда много меньше периода собственных колебаний подвижной рамки. Поэтому период колебаний рамки делают большим (5+ 15 с). Это время учитывает реакцию экспериментатора, которому надо успеть сделать отсчёт максимального отклонения рамки.

Уравнение движения подвижной системы. На помещенную в магнитное поле обтекаемую током рамку гальванометра действуют следующие моменты сил: момент закрученной нити, момент магнитных сил и тормозящий момент, зависящий от сил сопротивления воздуха и от вихревых токов, вызывающих электромагнитное торможение. Рассмотрим каждый из этих моментов в отдельности.

Механический момент M_1 упругих сил нити пропорционален углу поворота рамки

$$M_1 = -D\varphi \quad (1)$$

где D - модуль кручения нити, а φ - угол поворота рамки от положения равновесия.

Если рамка с числом витков N , обтекаемая током I , помещена в магнитное поле

с индукцией B , то на боковые стороны рамки (перпендикулярные чертежу на рис. 1) действуют силы, равные $lNB I$, где l - длина боковой стороны. Обозначив через r расстояние от боковой стороны до оси вращения, найдём момент пары сил

$$M_2 = 2rlBN I = BSN I \quad (2)$$

где S - площадь одного витка рамки.

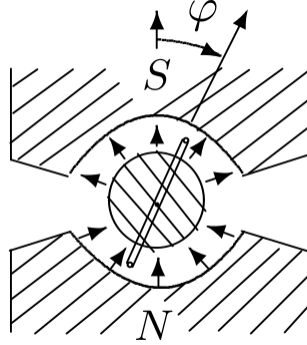


Рис. 1: Рамка с током в магнитном поле

Тормозящий момент складывается из моментов сил электромагнитного торможения и сил трения о воздух. В рамке, движущейся в магнитном поле с угловой скоростью $\dot{\varphi}$, наводится ЭДС индукции:

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -BSN\dot{\varphi}$$

где Φ - магнитный поток, пронизывающий рамку. Пренебрегая самоиндукцией рамки, можно считать, что эта ЭДС вызывает ток индукции $I_{\text{инд}} = -BNS\dot{\varphi}/R_{\Sigma}$. Здесь B - полное сопротивление цепи, состоящее из сопротивления рамки R_0 и сопротивления внешнего участка цепи R : $R_{\Sigma} = R_0 + R$. Тормозящий момент

$$M_3 = BNS I_{\text{инд}} = -\frac{(BNS)^2}{R_{\Sigma}} \dot{\varphi} \quad (3)$$

Обычно этот момент значительно превосходит момент сил трения рамки о воздух, которым мы и пренебрежём для простоты расчёта.

Уравнение движения рамки имеет вид

$$J\ddot{\varphi} = \Sigma M$$

где J - момент инерции подвижной системы, а ΣM - сумма моментов всех сил, действующих на рамку; подставляя (1), (2) и (3), получим

$$J\ddot{\varphi} + \frac{(BNS)^2}{R_{\Sigma}} \dot{\varphi} + D\varphi = BSN I$$

Разделим обе части уравнения на J и введём обозначения

$$\frac{(BNS)^2}{JR_{\Sigma}} = 2\gamma, \quad \frac{D}{J} = \omega_0^2, \quad \frac{BSN}{J} = K \quad (4)$$

Уравнение движения рамки примет вид

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = KI \quad (5)$$

Величина γ называется *коэффициентом затухания* подвижной системы гальванометра, ω_0 - *собственной частотой* колебаний рамки.

Следует отметить, что ток I в уравнении (5) определяется величиной ЭДС ε внешнего источника, к которому подключён гальванометр: $I = \varepsilon/R_\Sigma$, а влияние индукционного тока, тормозящего движение рамки, отражает слагаемое, пропорциональное $\dot{\varphi}$.

Режим измерения постоянного тока. Если через рамку пропускать постоянный ток (достаточно долго, чтобы затухли колебания подвижной системы), то в уравнении (5) можно положить $\ddot{\varphi} = \dot{\varphi} = 0$, и угол поворота определится формулой

$$\varphi = \frac{K}{\omega_0^2}I = \frac{BSN}{D}I = \frac{I}{C_1}.$$

Величина C_1 называется динамической постоянной гальванометра:

$$C_1 = \frac{I}{\varphi} = \frac{D}{BSN}$$

Свободные колебания рамки. Исследуем свободное движение рамки (т. е. движение в отсутствие внешних источников тока, когда $I = 0$). Предположим, что выполнены следующие начальные условия:

$$t = 0 : \quad \varphi = 0, \quad \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 \quad (6)$$

При этом уравнение (5) примет вид

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0 \quad (7)$$

Общее решение уравнения (7) имеет вид

$$\varphi = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} \quad (8)$$

где A_1 и A_2 нужно выбрать так, чтобы удовлетворить начальным условиям. Здесь возможны следующие случаи:

1. $\gamma < \omega_0$ (колебательный режим). Решение уравнения (7), удовлетворяющее начальным условиям (6), имеет в этом случае вид

$$\varphi = \frac{\dot{\varphi}_0}{\omega} e^{-\gamma t} \sin(\omega t) \quad (9)$$

где

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2 \quad (10)$$

Движение рамки имеет колебательный характер и затухает со временем. Период колебаний равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{D}{J} - \frac{(BSN)^4}{(2JR_\Sigma)^2}}} \quad (11)$$

Если затухание мало, $\gamma \ll \omega_0$ ($\omega \approx \omega_0$), то движение рамки близко к синусоидальному:

$$\varphi = \frac{\dot{\varphi}_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \quad (12)$$

2. $\gamma = \omega_0$ (критический режим). Решение уравнения (7) в этом случае имеет вид

$$\varphi = \dot{\varphi}_0 t e^{-\gamma t} \quad (13)$$

Движение не имеет колебательного характера: отклонённая подвижная система после отброса почти экспоненциально приближается к нулю.

3. Затухание велико, $\gamma > \omega_0$ (случай переуспокоенного гальванометра). Решение (7) в этом случае имеет вид

$$\varphi = \frac{\dot{\varphi}_0}{\kappa} e^{\gamma t} \text{sh}(\kappa t) \quad (14)$$

где

$$\kappa^2 = \gamma^2 - \omega_0^2$$

Движение остаётся аperiодическим, однако подвижная система приближается к равновесию медленнее, чем в критическом режиме. Режим измерения заряда. Как уже было отмечено, период свободных колебаний баллистического гальванометра благодаря искусственному увеличению момента инерции рамки оказывается очень большим (порядка десяти секунд). Если пропустить через рамку короткий импульс тока, то можно считать, что весь ток успевает пройти при неотклонённом положении рамки. Рамка, Однако, при этом получает толчок, в результате которого возникает движение, описываемое уравнением свободных колебаний (7) при начальных условиях (6).

Для вычисления скорости $\dot{\varphi}_0$, полученной в результате толчка, умножим уравнение (5) на dt и проинтегрируем его по времени от 0 до τ - момента окончания токового импульса:

$$\int_0^\tau \ddot{\varphi} dt + 2\gamma \int_0^\tau \dot{\varphi} dt + \omega_0^2 \int_0^\tau \varphi dt = K \int_0^\tau I dt \quad (15)$$

Рассмотрим первое слагаемое этого равенства:

$$\int_0^\tau \ddot{\varphi} dt = \dot{\varphi}|_0^\tau = \dot{\varphi}(\tau) \quad (16)$$

Второе и третье слагаемые пренебрежимо малы, поскольку, согласно принятому условию, к моменту времени τ рамка практически не сдвигается из положения равновесия.

$$2\gamma \int_0^\tau \dot{\varphi} dt = 0, \quad \omega_0^2 \int_0^\tau \varphi dt = 0 \quad (17)$$

где q - полный электрический заряд, прошедший через рамку за время импульса. Строго говоря, заряд q определяется не только током I , вызванным внешней

ЭДС ε , но и током индукции, возникающим при движении рамки, но в наших условиях, согласно (17), вкладом индукционного тока можно пренебречь.

Итак, уравнение (15) сводится к следующему:

$$\dot{\varphi}(t) = Kq \quad (18)$$

Таким образом, при пропускании коротких импульсов тока через баллистический гальванометр начальная скорость движения рамки пропорциональна полному электрическому заряду, прошедшему через рамку за всё время импульса. Подставляя выражение (18) в решения (9), (13) или (14), легко увидеть, что наибольший угол, на который отклоняется рамка, также пропорционален q .

Величина $C_Q = q/\varphi_{max}$ называется баллистической постоянной гальванометра. Баллистическая постоянная наряду с динамической является важнейшей характеристикой гальванометра, но в отличие от динамической она существенно зависит от режима работы гальванометра (от сопротивления цепи).

Выбирая оптимальный режим работы, приходится одновременно исходить из двух противоречивых требований: желания получить максимальную чувствительность гальванометра к заряду и стремления по возможности сократить время, затрачиваемое на измерения.

Расчёт показывает, что максимальный отброс достигается при полном отсутствии затухания (тормозящий индукционный ток отсутствует при обрыве в цепи):

$$\varphi_{max \text{ св}} = \frac{\dot{\varphi}(t)}{\omega_0} = \frac{Kq}{\omega_0} \quad (19)$$

В этом случае, однако, возникшие в результате отброса колебания рамки не будут успокаиваться, и прибор не скоро сможет быть использован для повторных измерений. Поэтому обычно заботятся о том, чтобы затухание гальванометра не было слишком малым. Кроме того, отметим, что затухание приводит к тому, что зайчик начинает вести себя более спокойно и слабее реагирует на посторонние электрические и механические импульсы.

Обычно удобнее всего работать в режиме, близком к критическому. При этом обеспечивается быстрое затухание колебаний, и чувствительность прибора достаточно велика.

Как следует из уравнения (13), в случае критического затухания

$$\varphi_{max \text{ кр}} = \frac{Kq}{\omega_0 e} \quad (20)$$

Таким образом, в критическом режиме максимальное отклонение зайчика в e раз меньше, чем в режиме свободных колебаний. Отсюда, в частности, следует, что отношение баллистических постоянных

$$\frac{C_{Q_{кр}}}{C_{Q_{св}}} = e$$

А. Определение динамической постоянной

Экспериментальная установка. Схема для исследования гальванометра в стационарном режиме представлена на рис. 2. Постоянное напряжение $U \approx 1.5\text{В}$ снимается с блока питания и измеряется вольтметром V . Ключ K_3 позволяет менять направление тока через гальванометр Γ , делитель напряжения - менять величину тока в широких пределах. Ключ K_2 служит для включения гальванометра, кнопка K_1 - для его успокоения. Магазин сопротивлений R позволяет менять режим работы гальванометра от колебательного до апериодического.

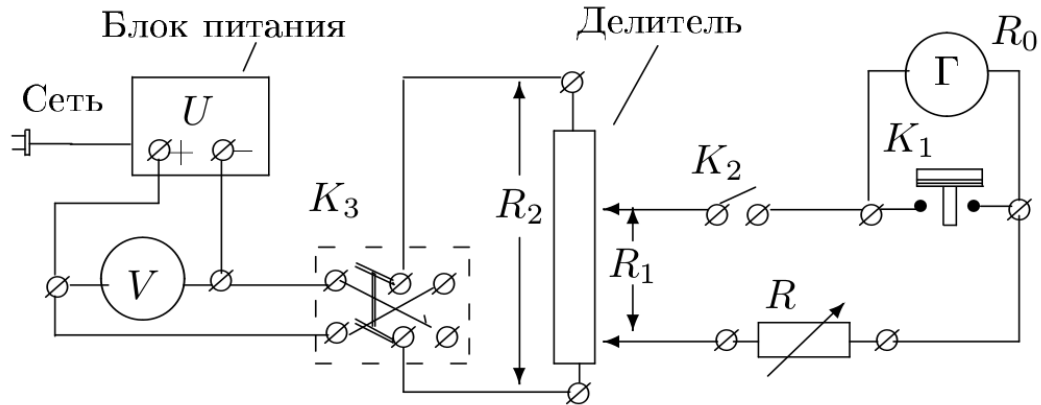


Рис. 2: Схема установки для работы гальванометра в стационарном режиме

При малых R_1 сила тока, протекающего через гальванометр может быть вычислена по очевидной формуле:

$$I = U_0 \frac{R_1}{R_2} \frac{1}{R + R_0} \quad (21)$$

где U_0 - показания вольтметра, R_1/R_2 - положение делителя, R - сопротивление магазина, R_0 - внутреннее сопротивление гальванометра.

Угол отклонения рамки от положения равновесия измеряется с помощью осветителя, зеркальца, укрепленного на рамке, и шкалы, на которую отбрасывается луч света от зеркальца. Координата x светового пятна на шкале связана с углом отклонения рамки формулой

$$x = a \operatorname{tg}(2\varphi)$$

где a - расстояние от шкалы до зеркальца. При малых углах можно считать, что $\varphi = x/2a$. Динамическую постоянную

$$C_I = \frac{I}{\varphi} = \frac{2aI}{x} \quad (22)$$

как правило, выражают в единицах $\left[\frac{\text{А}}{\text{мм/м}} \right]$ (ток I измеряется в амперах, x - в мм, a - в метрах).

Б. Определение критического сопротивления гальванометра

Измерение критического сопротивления гальванометра можно выполнить с помощью той же цепи (рис. 2).

При больших R свободное движение рамки имеет колебательный характер. С уменьшением R затухание увеличивается (см. (4)), и колебательный режим переходит в апериодический.

Скорость затухания колебаний принято характеризовать *декрементом затухания* Δ , равным отношению углов двух последовательных отклонений в одну сторону. С помощью (9) находим

$$\Delta = \frac{\varphi_n}{\varphi_{n+1}} = \frac{x_n}{x_{n+1}} = e^{\gamma T}$$

где T - период колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (23)$$

Вместо декремента затухания Δ можно рассматривать *логарифмический декремент затухания* Θ

$$\Theta = \ln \Delta = \gamma T = \ln \frac{x_n}{x_{n+1}} \quad (24)$$

Измеряя зависимость логарифмического декремента затухания от сопротивления внешней цепи, можно найти $R_{кр}$, т.е. значение R , при котором $\Theta \rightarrow \infty$. Измерения логарифмического декремента при сильном затухании затруднены, поэтому исследуем зависимость Θ от R . Подставляя в (24) значения T из (23), ω из (10), γ и ω_0 из (4), получим

$$\Theta = \gamma T = 2\pi \frac{\gamma}{\omega} = \frac{2\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} = \frac{2\pi R_3}{\sqrt{(R_0 + R)^2 - R_3^2}}, \quad (25)$$

где введено обозначение

$$R_3 = \frac{(BSN)^2}{2\sqrt{JD}} = R_0 + R_{кр} \quad (26)$$

После простого преобразования равенства (25) получим

$$\frac{1}{\Theta^2} = \frac{(R_0 + R)^2}{4\pi^2 R_3^2} - \frac{1}{4\pi^2} \quad (27)$$

Последнее уравнение, представленное на графике в координатах $X = (R_0 + R)^2$, $Y = 1/\Theta^2$, имеет вид прямой, угол наклона которой позволяет рассчитать критическое сопротивление:

$$R_{кр} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta X}{\Delta Y}} - R_0 \quad (28)$$

В. Определение баллистической постоянной и критического сопротивления гальванометра, работающего в баллистическом режиме

Для изучения работы гальванометра в режиме измерения заряда используется схема, представленная на рис. 3.

Система ключей устроена так, что нормально ключ K_2 замкнут, а ключи K_3 и K_4 разомкнуты. При нажатии на кнопку K_0 сначала размыкается ключ K_2 , затем замыкается K_3 и через некоторое время - K_4 .

При нормальном положении кнопки K_0 конденсатор C заряжается до напряжения

$$U_C = \frac{R_1}{R_2} U_0$$

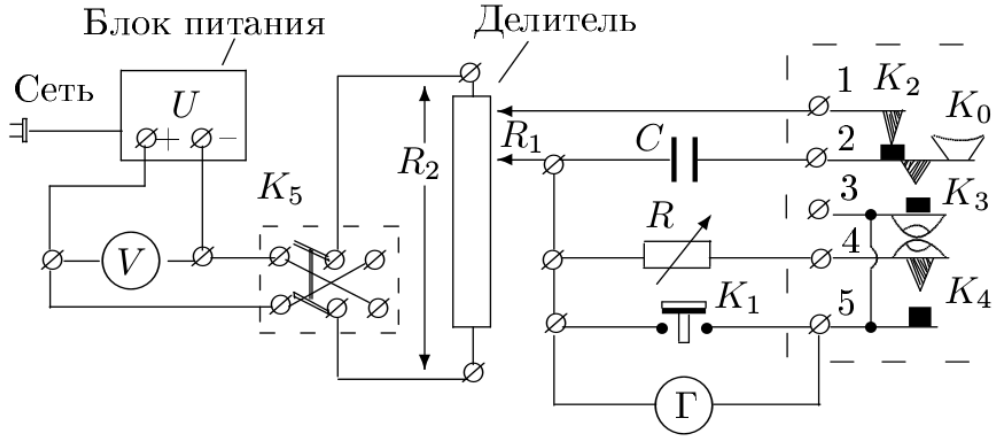


Рис. 3: Схема установки для определения баллистической постоянной

Заряд конденсатора равен

$$q = CU_C = \frac{R_1}{R_2} U_0 C \quad (29)$$

При нажатии на ключ K_0 конденсатор отключается от источника постоянного напряжения (размыкается ключ K_2) и подключается к гальванометру (замыкается ключ K_3).

Емкость конденсатора выбрана так, что к моменту замыкания ключа K_4 весь заряд успевает пройти через гальванометр, и рамка получает начальную скорость $\dot{\varphi}(\tau)$ (см. (18)). При этом можно считать, что отклонение рамки, происходящее за время, протекающее между замыканием ключей K_3 и K_4 , равно нулю.

При замыкании ключа K_4 гальванометр шунтируется внешним сопротивлением R , и, в зависимости от величины этого сопротивления, движение рамки описывается одним из уравнений (12), (13) или (14).

Первый отброс зайчика l_{max} после нажатия на кнопку K_0 зависит от сопротивления внешней цепи, подключенной к гальванометру. Для определения $R_{кр}$ используется то обстоятельство, что в критическом режиме максимальное отклонение зайчика в e раз меньше, чем у гальванометра без затухания (см. (19) и (20)).

Следует помнить, что наблюдать колебания рамки при полном отсутствии затухания, конечно, невозможно, так как даже при разомкнутой внешней цепи ($R = \infty$) остаётся трение в подвеске и трение рамки о воздух. Величину максимального отклонения гальванометра без затухания φ_0 можно, однако, рассчитать, если при разомкнутой цепи измерены максимальное отклонение рамки φ_1 и логарифмический декремент затухания Θ_0 .

Из уравнений (9) и (24) следует, что при $\gamma \ll \omega_0$

$$\varphi_0 = \varphi_1 \cdot e^{\Theta_0/4} \quad (30)$$

Баллистическая постоянная гальванометра $C_{Q_{кр}} \left[\frac{K}{\text{мм/м}} \right]$ определяется при критическом сопротивлении ($R = R_{кр}$):

$$C_{Q_{кр}} = \frac{q}{\varphi_{\text{max кр}}} = 2a \frac{R_1}{R_2} \frac{U_0 C}{l_{\text{max кр}}} \quad (31)$$

где $l_{\text{max кр}}$ - величина первого отброса в критическом режиме, выраженная в делениях шкалы (мм), a - расстояние от зеркала до шкалы, выраженное в метрах, произведение $U_0 C$ - заряд, выраженный в кулонах.