

Работа 3.2.4.

Свободные колебания в электрическом контуре

Корнеев Е.С.

Свободные колебания в электрическом контуре

Цель работы: исследование свободных колебаний в колебательном контуре.

Оборудование: генератор импульсов, электронное реле, магазин сопротивлений, магазин ёмкостей, индуктивность, электронный осциллограф, универсальный мост.

Исследуемый колебательный контур состоит из индуктивности L , емкости C и резистора R . Конденсатор заряжается короткими одиночными импульсами, после каждого из которых в контуре возникают свободные затухающие колебания. Снимая осциллографом напряжение с конденсатора, можно определить основные характеристики цепи. Схема установки для изучения затухающих колебаний изображена на рис. 1:

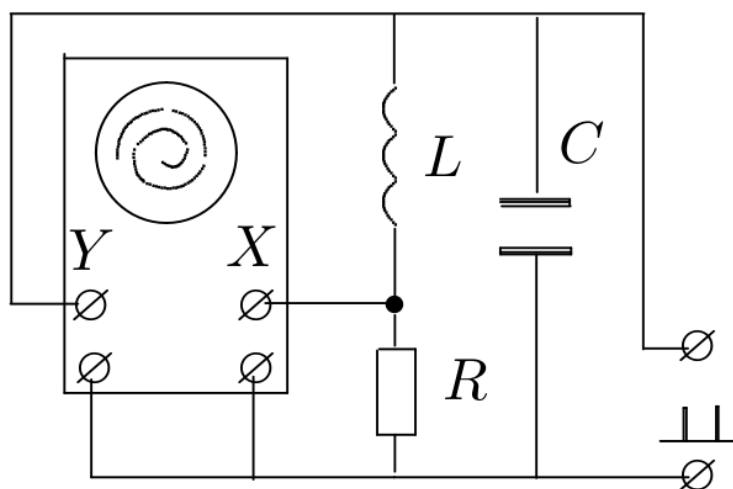


Рис. 1: Схема установки

Экспериментальная установка. На рис. 2 приведена схема для исследования свободных колебаний в RLC -контуре. Колебаний наблюдаются на экране осциллографа. Для периодического возбуждения колебаний в контуре используется генератор импульсов Г5-54. С выхода генератора по коаксиальному кабелю импульсы поступают через электронное реле, смонтированное в отдельном блоке. Реле содержит диодный тиристор D и ограничительный резистор R_1 .

Импульсы заряжают конденсатор C . После каждого импульса генератор отключается от колебательного контура, и в контуре возникают свободные затухающие колебания. Входное сопротивление осциллографа велико ($\approx 1\text{МОм}$), так что его влиянием на контур можно пренебречь. Для получения устойчивой картины затухающих колебаний используется режим ждущей развертки с синхронизацией внешними импульсами, поступающими с выхода "синхроимпульсы" генератора.

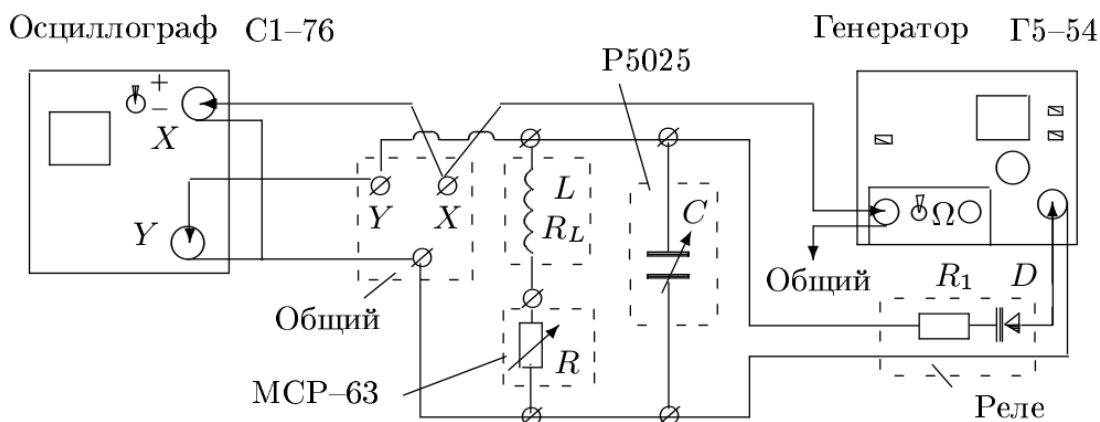


Рис. 2: Схема установки

Ход работы.

0. Измерим индуктивность катушки и ее сопротивление в зависимости от частоты:

L , мГн	R , Ом	f , Гц
144	10.3	0.050
139	11.3	1000
140	13.0	5000

Откуда сразу получим, что $L = (141 \pm 2) \text{ мГн}$, $R = (11.5 \pm 1) \text{ Ом}$.

1. Установим значение сопротивления $R = 0$ и емкости $C = 0.02 \text{ мкФ}$, после чего прокалибруем осциллограф, зная частоту синхронизирующего сигнала $\nu = 100 \text{ Гц}$ ($T_0 = 0.01 \text{ с}$): в выбранном масштабе ему соответствует $x_0 = 50$ делений, то есть $1 \text{ дел} = 0.0002 \text{ с}$. Теперь, зная цену деления, определим зависимость периодов колебаний от емкости C по осциллограмме. Формула, которой мы пользуемся, имеет вид

$$T_{\text{эксп}} = T_0 \frac{x}{nx_0},$$

где n - число полных периодов. Теоретическое же значение получим по формуле

$$T_{\text{теор}} = 2\pi\sqrt{LC},$$

зная, что $L = 140 \text{ мГн}$.

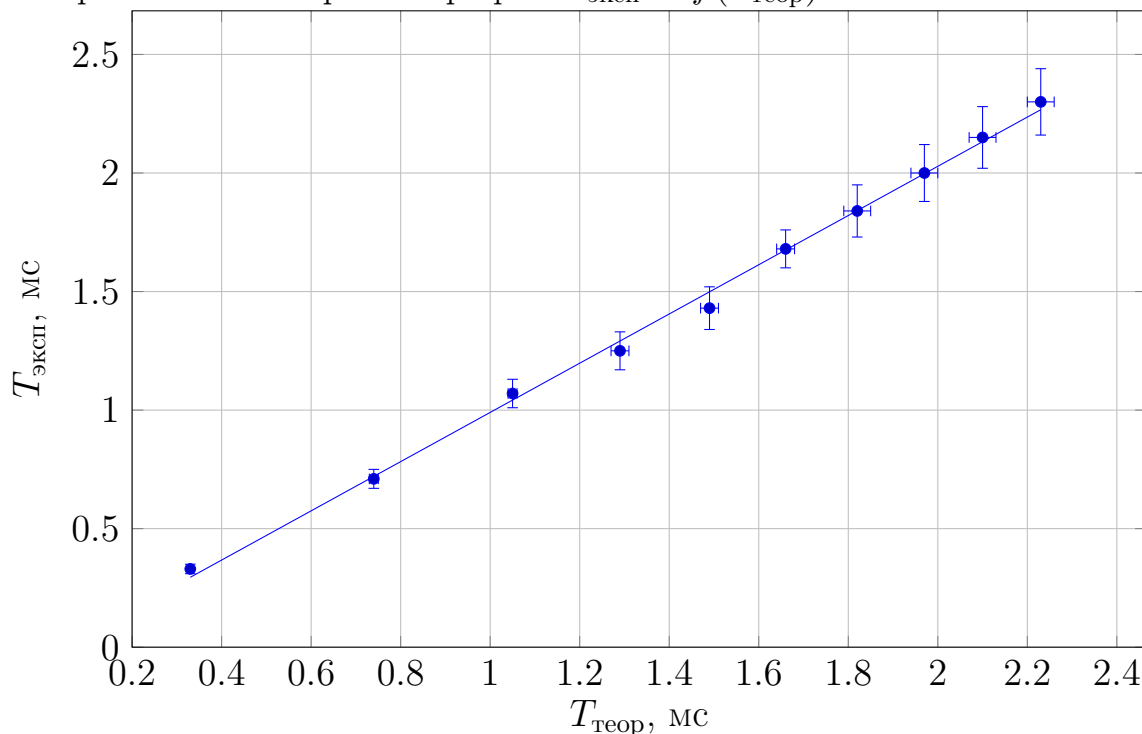
n	x , дел	C , мкФ	$T_{\text{эксп}}$, мс	σ , мс	$T_{\text{теор}}$, мс	σ , мс
30	50	0,02	0,33	0,02	0,33	0,00
14	50	0,10	0,71	0,04	0,74	0,01
9	48	0,20	1,07	0,06	1,05	0,01
8	50	0,30	1,25	0,08	1,29	0,02
7	50	0,40	1,43	0,09	1,49	0,02
5	42	0,50	1,68	0,08	1,66	0,02
5	46	0,60	1,84	0,11	1,82	0,03
4	40	0,70	2,00	0,12	1,97	0,03
4	43	0,80	2,15	0,13	2,10	0,03
4	46	0,90	2,30	0,14	2,23	0,03

Оценим погрешности: σ_x примем равной 1 дел, так как нельзя точно определить эту величину из-за толщины линии. Погрешность σ_{x_0} примем равной 2 дел из-за сложности определения начала и конца импульса. Погрешность n отсутствует, а погрешностью C можно пренебречь на фоне остальных погрешностей. Тогда погрешность величины $T_{\text{эксп}}$ определим по формуле

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2},$$

считая $T_{\text{эксп}} = f(x, x_0)$. Погрешность теоретического значения получим по этой же формуле, считая $T_{\text{теор}} = f(L)$.

Теперь можно построить график $T_{\text{эксп}} = f(T_{\text{теор}})$:



2. Рассчитаем значение C , для которого реализуется $\nu = 5\text{кГц}$ в предположении, что $L = 200\text{мГн}$:

$$C = \frac{1}{(2\pi\nu)^2 L} = 0.005\text{мкФ},$$

чему соответствует $R = 2\sqrt{L/C} = 12650\text{ Ом}$. Экспериментально определим $R_{\text{кр}} = 8\text{кОм}$. Определим логарифмический декремент затухания по формуле

$$\Theta = \frac{1}{n} \ln \frac{U_k}{U_{k+n}},$$

где U_k и U_{k+n} - амплитуды k -го и $k+n$ -го периода.

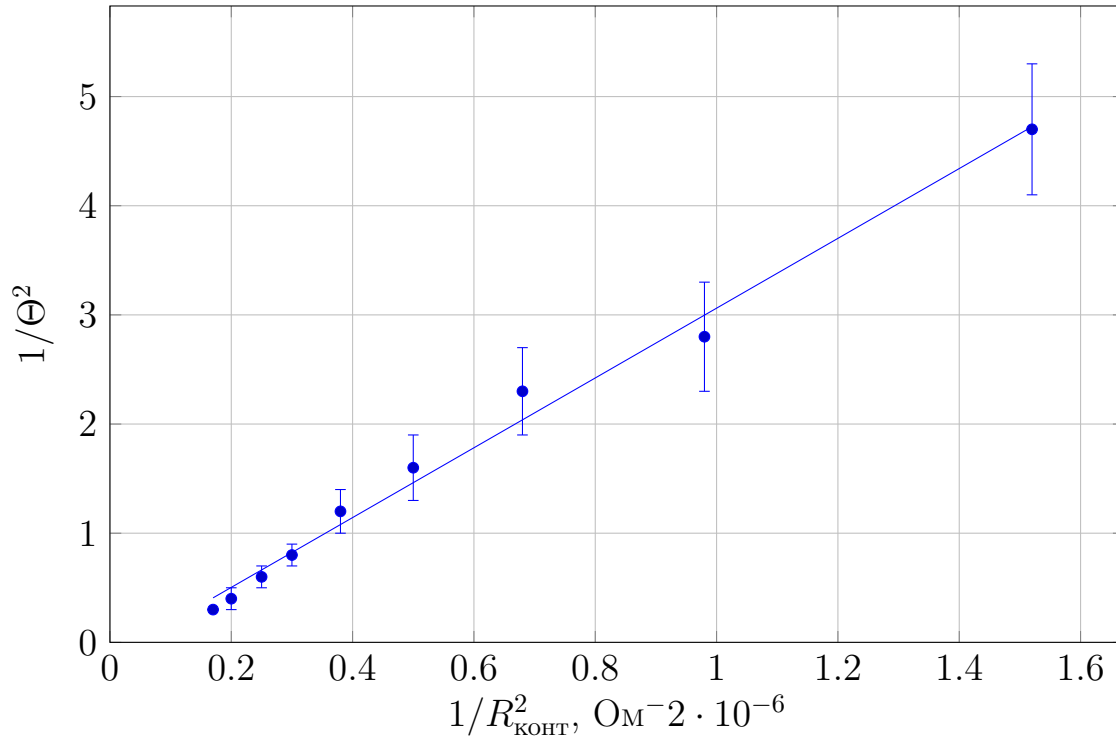
n	U_1 , дел	U_2 , дел	R , Ом	$R_{\text{конт}}$, Ом	Θ	σ_Θ
5	10	1	800	812	0,46	0,06
5	20	1	1000	1012	0,60	0,05
4	14	1	1200	1212	0,66	0,06
3	11	1	1400	1412	0,80	0,08
3	15	1	1600	1612	0,90	0,08
2	20	2	1800	1812	1,15	0,06
2	13	1	2000	2012	1,28	0,12
2	22	1	2200	2212	1,55	0,11
1	21	3	2400	2412	1,95	0,09

Для оценки погрешности воспользуемся тем, что магазин сопротивлений позволяет выставить R с высокой точностью, поэтому погрешность $R_{\text{конт}}$ примем равной погрешности R_L , которая в свою очередь равна $\pm 1\text{ Ом}$. Погрешность амплитуды U_1 будет $\sigma_{U_1} = 0.5\text{ дел}$. Также примем погрешность σ_{U_2} равной 0.2 дел ., оценив толщиной линии, так как очевидно, что в данном случае мы хорошо видим снимаемую величину на экране, а также при измерениях мы специально выбирали те колебания, чья амплитуда была наиболее точно попадавшей на деления. Отдельно стоит отметить, что из-за того, что изображение на экране осциллографа не было статичным, стоило выбирать удаленные амплитуды, чтобы минимизировать ошибку, вызванную случайными движениями. Погрешность σ_n равна 0. Погрешность σ_Θ определим по уже известной формуле, считая $\Theta = f(U_1, U_2)$.

Теперь построим зависимость $1/\Theta^2 = f(1/R_{\text{конт}}^2)$. Погрешность σ_{1/R^2} пренебрежимо мала, погрешность σ_{1/Θ^2} определим, зная, что $\varepsilon_{1/\Theta^2} = 2\varepsilon_\Theta$:

$1/R_{\text{КОНТ}}^2, \text{Ом}^{-2} \cdot 10^{-6}$	$1/\Theta^2$	σ_{1/Θ^2}
1,52	4,7	0,6
0,98	2,8	0,5
0,68	2,3	0,4
0,50	1,6	0,3
0,38	1,2	0,2
0,30	0,8	0,1
0,25	0,6	0,1
0,20	0,4	0,1
0,17	0,3	0,0

Теперь можно построить график $1/\Theta^2 = f(1/R_{\text{КОНТ}}^2)$:



Из графика по МНК определим $(\Delta 1/\Theta^2)/(\Delta 1/R^2)$:

$$\frac{\Delta 1/\Theta^2}{\Delta 1/R^2} = 3.2 \cdot 10^6 \text{Ом}^2$$

Также по МНК определим случайную погрешность $(\Delta 1/\Theta^2)/(\Delta 1/R^2)$:

$$\sigma_{\frac{\Delta 1/\Theta^2}{\Delta 1/R^2}_{\text{случ}}} = 0.4 \cdot 10^6 \text{Ом}^2$$

Считая $\frac{\Delta 1/\Theta^2}{\Delta 1/R^2} = f(1/\Theta^2, 1/R^2)$, определим приборную погрешность:

$$\sigma_{\frac{\Delta 1/\Theta^2}{\Delta 1/R^2} \text{ при б}} = 0.5 \cdot 10^6 \text{ Ом}^2$$

Теперь можно определить полную погрешность по формуле

$$\sigma_{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_{\text{случ}}^2 + \sigma_{\text{приб}}^2}$$

Откуда

$$\frac{\Delta 1/\Theta^2}{\Delta 1/R^2} = (3.2 \pm 0.6) \cdot 10^6 \text{ Ом}^2$$

Теперь можно определить $R_{\text{кр, граф}}$ по формуле

$$R_{\text{кр, граф}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta 1/\Theta^2}{\Delta 1/R^2}} :$$

$$R_{\text{кр, граф}} = (11 \pm 1) \cdot 10^3 \text{ Ом}$$

Таким образом, мы видим следующую картину:

$$R_{\text{кр, теор}} = 12 \text{ кОм}, \quad R_{\text{кр, граф}} = 11 \text{ кОм}, \quad R_{\text{кр, прак}} = 8 \text{ кОм}$$

Как и ожидалось, теоретическое значение R совпадает с графическим в пределах погрешности, однако практическое значение оказалось несколько меньше, чем расчетные, что связано в частности с тем, что предполагаемое значение L достаточно сильно отличается от реального.

3. Определим значения $Q_{\text{прак}}$ по формуле $Q_{\text{прак}} = \pi/\Theta$, и $Q_{\text{теор}}$ по формуле $Q_{\text{теор}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$:

Θ	$Q_{\text{прак}}$	$Q_{\text{теор}}$
0.46	6.83	6.52
1.95	1.61	2.19

Полученные экспериментально значения отличаются от теоретических, так как теоретическое значение получено в предположении малых затуханий, однако в нашем случае затухания таковыми считать можно не всегда. Видно, что при уменьшении активного сопротивления теоретическое значение приближается к полученному экспериментально.

4. Определим Θ по спирали:

n	U_1 , дел	U_2 , дел	R , Ом	$R_{\text{конт}}$, Ом	Θ
4	24	3	800	812	0,52
4	29	2	1000	1012	0,67
1	29	6	2200	2212	1,58
1	23	4	2400	2412	1,75

Сравнивая значения Θ с полученными экспериментально в пункте 3, получим, что они близки, чего и следовало ожидать.

Таким образом, в данной лабораторной работе мы изучили поведение колебательного RLC -контура в зависимости от величины активного сопротивления. Изучая затухающие колебания, периодически возбуждаемые в цепи импульсами, мы определили добротность контура и сравнили значения, полученные экспериментально, со значениями, полученными по расчетным формулам. Из результатов видно, что результаты тем лучше описываются теоретически, чем меньше активное сопротивление цепи.