

基于 Matlab 的卷积教学仿真设计——回音系统

刘正春^a, 赵锦成^a, 王 勇^b, 王文婷^a

(军械工程学院 a. 车辆与电气工程系; b. 训练部, 石家庄 050003)

摘要: 介绍了信号分析与处理课程中卷积原理及其内涵, 从建模分析到 Matlab 实现, 逐步引导学生利用卷积知识自制一个回音系统, 加深了学生对卷积、冲激响应、系统的物理意义及本质的理解。采用 Matlab 自制回音系统仿真方法, 以声音信号作为系统的激励和响应, 使学生在现场就能听见自制的回音系统对自己声音的反馈, 更深刻地体会了回音系统的含义, 加深了对信号分析与处理课程的兴趣, 提高了教学效果。

关键词: 卷积; 教学; Matlab 软件

中图分类号: TP391.9; TM133

文献标志码: B

doi: 10.3969/j.issn.1672-4550.2015.05.022

Convolution Teaching Simulation Design Based on Matlab—Echo System

LIU Zhengchun^a, ZHAO Jincheng^a, WANG Yong^b, WANG Wenting^a

(a. Department of Vehicle and Electrical Engineering; b. Department of Training, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: Fundamental and definition of convolution in the course of Signal Analysis and Process was introduced. From modeling analysis to realization by Matlab software, students can be led to design an echo system by themselves, using the convolution technology, which can make the students grasp the essential of convolution, impulse response and concept of system. One proposed a method to make a simulated echo system by Matlab software, taking sound signals as the excitation and response of the system. From the experiment, students can hear the echo sound from systems made by their own, which can enhance their understanding to the concept of system, improve their interests to the course, and take good effect on teaching.

Key words: convolution; teaching; Matlab software

早在19世纪初期, 数学家欧拉(Euler)、泊松(Poisson)等人就卷积方法做了大量的工作。随着信号分析与处理理论及技术的发展, 卷积及反卷积技术受到人们的重视。在现代地震勘探、超声诊断、光学成像、系统辨识及其他诸多信号处理领域中, 卷积与反卷积无处不在^[1]。

在信号分析与处理课程中, 卷积占有相当重要的地位^[2], 是理解“信号”与“系统”关系的重要主线, 是课程的重点及难点内容。但是学生初次接触卷积, 很容易局限于积分式的求解及计算, 对于授课过程中列举的工程实际问题, 往往比较迷惑, 无法真正理解其物理意义, 从而进一步影响学生对系统冲激响应 $h(t)$ 、频率响应 $H(j\omega)$ 、滤波等重要概念的理解。

本文设计了一个学生利用 Matlab 仿真软件自制回音系统(实质是卷积积分算法)的实验, 通过

向麦克风说话, 计算机可以当场播放具有回音效果的声音。该实验可以让学生从本质上理解卷积积分的物理意义, 并对系统及系统冲激响应 $h(t)$ 有更深刻的了解。

1 卷积的原理及性质

1.1 卷积的定义

对于任意两个信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$, 将两者的卷积运算定义为:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau)f_2(t-\tau)d\tau \quad (1)$$

并简记为: $f(t) = f_1(t) * f_2(t)$ 。

从表面上看, 卷积是一个数学公式, 或者是一种计算方法。因此, 很多学生往往把卷积当成单纯的数学公式来记忆, 并注重于卷积的计算。虽然, 卷积的计算中图解法、解析法都是需要学习的内容, 但事实上, 卷积的引入过程更为重要。

1.2 卷积的引入

卷积的引入来自于信号的脉冲分解, 而这个内容很容易被学生忽视。

脉冲分解的原理是任意信号 $f(t)$ 都可分解为

收稿日期: 2014-11-12; **修改日期:** 2014-12-07

基金项目: 军械工程学院教学研究基金(jxlx1468)。

作者简介: 刘正春(1982-), 女, 硕士, 讲师, 主要从事信号分析与仿真方面的研究。

冲激强度为 $f(\tau)$ 的连续冲激量的积分^[3], 即:

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \sum_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) \Delta \tau = f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

如图 1 所示。

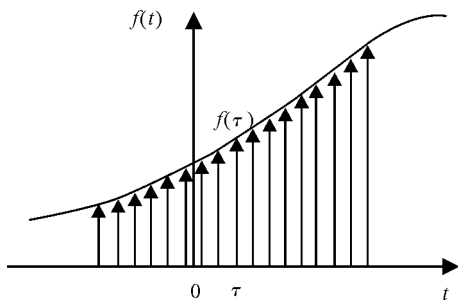


图 1 任意信号的脉冲分解图

任意信号 $f(t)$ 作用于线性时不变(LTI)系统的零状态响应不容易得到, 但冲激信号 $\delta(t)$ 作用于 LTI 系统的零状态响应, 即系统的冲激响应 $h(t)$ 很容易得到。由 $f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$, 根据 LTI 系统的齐次性、可加性和时不变性可得, 任意信号 $f(t)$ 作用于 LTI 系统的零状态响应为:

$$y_{zs}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (2)$$

即 $y_{zs}(t) = f(t) * h(t)$, 可知, LTI 系统的零状态响应 $y_{zs}(t)$ 是激励信号 $f(t)$ 与冲激响应 $h(t)$ 的卷积积分。卷积方法的实质就是将信号分解为冲激信号之和, 借助系统的冲激响应 $h(t)$, 求解系统对任意激励信号的零状态响应。

1.3 卷积的性质

卷积的性质有很多, 在回音系统的设计中主要用到以下两个性质:

1) 函数 $f(t)$ 与 $\delta(t - t_0)$ 相卷积的结果, 相当于把函数本身延迟 $f(t - t_0)$, 即:

$$f(t - t_0) = f(t) * \delta(t - t_0) \quad (3)$$

2) 卷积结果所占有的时宽等于参与卷积 2 个函数各自时宽的总和。

2 回音系统的冲激响应函数 $h(t)$

当声源 $f_0(t)$ 遇到物体时一般会发生反射, 反射的声波和声源声波一起传输, 听者会发现反射声波比声源声波慢一些从而形成回音^[4]。要求学生根据卷积的定义、物理意义以及性质, 自制一个回音系统, 并用 Matlab 实现。通过对麦克风说话, 计算机能实时回应(播放)带有回音的声音。

如果把对原始音 $f_0(t)$ 进行传播和反射的物理存在(如房间、山谷)视为一个系统, 则可以把回

音系统抽象为一个数学模型, 如图 2 所示。

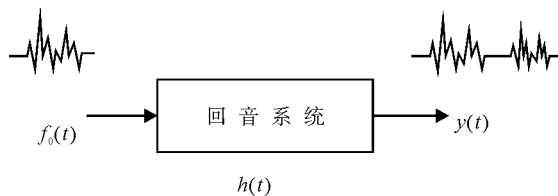


图 2 回音系统数学模型示意图

要实现回音系统, 必须首先构造出回音系统的冲激响应函数 $h(t)$ 。将录制的声音 $f_0(t)$ 与 $h(t)$ 进行卷积, 得到想要的声音 $y(t)$ 。从系统的物理意义角度理解, 即激励 $f_0(t)$ 经过回音系统 $h(t)$ 获得响应 $y(t)$ 。

根据回音的常识可知, 带有回音的声音如:

$$y(t) = a_0 f_0(t - t_0) + a_1 f_0(t - t_1) + a_2 f_0(t - t_2) \quad (3)$$

式中, a_0 、 a_1 、 a_2 为反射系数, $a_0 \leq 1$, $a_1 < 1$, $a_2 < 1$; $a_0 f_0(t - t_0)$ 为首次反射音, 根据距离的不同, 会有一定时间的延迟 t_0 , 根据反射材质的不同决定声音是否有衰减 a_0 ; $a_1 f_0(t - t_1) + a_2 f_0(t - t_2)$ 两项为回音, 同样也有一定的延迟 t_i 和衰减 a_i 。

根据系统卷积的物理意义, 设该回音系统的冲激响应函数为 $h(t)$, 则有:

$$y(t) = f_0(t) * h(t) \quad (4)$$

根据卷积的性质一, 可知:

$$f_0(t - t_0) = f_0(t) * \delta(t - t_0) \quad (5)$$

将式(3)与式(4)对等起来, 可得到系统的冲激响应函数:

$$h(t) = a_0 \delta(t - t_0) + a_1 \delta(t - t_1) + a_2 \delta(t - t_2) \quad (6)$$

3 回音系统的 Matlab 实现

3.1 卷积的 Matlab 实现

在 Matlab 的求解运算中, 卷积运算实际上是用信号的分段求和来近似实现的。如要计算 $y(t) = f(t) * h(t)$, 步骤如下:

1) 对 2 个连续信号 $f(t)$ 、 $h(t)$ 进行采样, 采样时间间隔为 T_s , 则采样后得到 2 个离散序列 $f(nT_s)$ 和 $h(nT_s)$ 。

2) 调用 Matlab 函数 conv() 计算卷积和^[5]。注意: conv() 只能计算离散卷积和的数值, 所以, 应该在函数 conv() 前乘以时间步长 T_s 才能得到正确的结果, 即 $y = T_s * \text{conv}(f, h)$ 。

3) 根据卷积性质二, 卷积结果 y 的时间长度等于信号 $f(t)$ 、 $h(t)$ 时间长度之和:

$$T_y = T_f + T_h \quad (7)$$

3.2 构造回音系统的冲激响应函数 $h(t)$

已知式(6), 要写出 $h(t)$ 的函数, 必须先自定义单位冲激函数 $\delta(t)$ 。根据狄拉克定义编写自定义函数 my_delta(t). m。

```
function y = my_delta (t)
for i = 1: length(t)
if t(i) == 0
y(i) = 1e4; %零时刻为无穷大;
else
y(i) = 0;
end
end
```

$\delta(t)$ 在零时刻为无穷大, 非零时刻为 0。这里在零时刻赋予了一个较大的值 $1e4$ (科学计数法, 即 1×10^4)。

这样就可主程序中写出 $h(t)$ 的语句:

```
h = a0 * my_delta (t - 0.2) + a1 * my_delta
(t - 0.4) + a2 * my_delta (t - 0.6);
```

3.3 回音系统的整体实现

利用录音程序获取原始音信号 f_0 , 然后, 与定义的回音系统冲激响应函数 h 相卷积, 得到回音响应信号 y 。主程序如下:

```
%录制声音
fs = 16000; %声音采样率
duration = 3; %录音时间为 2 s
fprintf('Press any key to start %g seconds of re-
cording... \n', duration);
pause; %暂停
fprintf('Recording... \n');
f0 = wavrecord(duration * fs, fs); %录音函数
fprintf('Finished Recording... \n');
%冲激响应函数 h(t)
a0 = 1; %反射系数
a1 = 0.8;
a2 = 0.6;
T = 1/fs;
t = 0: T: duration;
h = a0 * my_delta (t - 0.2) + a1 * my_delta (t
- 0.4) + a2 * my_delta (t - 0.6);
%卷积得到回音
f0 = f0'; %信号转置, 将列向量变为行向量
y = T * conv(f0, h);
y = y';
wavplay(y, fs); %播放卷积结果, 即回音
```

```
subplot(211);
plot(f0); %绘制原始音
title('原始音');
subplot(212);
plot(y(1: length(y))); %绘制回音
title('经过回音系统');
```

该程序可以实现将录入的声音以回音的效果播放出来。通过图 3 原始音与回音波形的比较, 可以看到该回音系统的响应为逐渐衰减的 3 个原始音的叠加, 达到了回音效果。

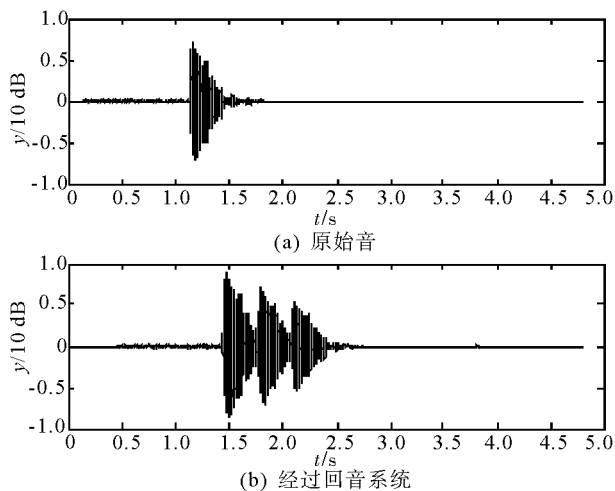


图 3 原始音与回音波形比较图

4 结束语

通过采用 Matlab 自制回音系统仿真方法, 学生分别体会了卷积的定义、单位冲激函数的定义、卷积的性质, 以及冲激响应函数的物理本质。以声音信号作为系统的激励和响应, 使学生在现场就能听见自己制作的回音系统对自己声音的反馈, 更深刻地体会了系统的含义, 激发了对信号分析与处理课程的兴趣。

参考文献

- [1] 郑君里. 信号与系统[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- [2] 唐建锋, 杨辉, 罗湘南. 信号与系统中卷积计算方法探讨[J]. 信息科技, 2014(4): 16.
- [3] 程耕国, 陈华丽. 信号与系统实验教程(Matlab 版)[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010.
- [4] 王彬生, 刘梅锋. 基于 DSP 的语音采集与回音效果的系统实现[J]. 电子元器件应用, 2007, 9(10): 36-38.
- [5] 刘国良. 基于 Matlab 的离散卷积[J]. 现代电子技术, 2009(5): 125-138.