Отчёт по лабораторной работе №5

Дисциплина: Имитационное моделирование

Шошина Евгения(НФИ-01-22)

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

Цель работы

Выполнить задания и получить практические навыки работы со средствами моделирования xcos, Modelica и OpenModelica. Рассмотреть модель эпидемии (SIR).

Задание

1. Реализовать имитационную модель эпидемии в xcos;
2. Реализовать имитационную модель эпидемии в Modelica;
3. Реализовать имитационную модель эпидемии в OpenModelica (упражнение);
4. Выполнить задание для самостоятельной работы.

Теоретическое введение

Модель SIR предложена в 1927 г. (W. O. Kermack, A. G. McKendrick). Предполагается, что особи популяции размера N могут находиться в трёх различных состояниях:

- S (susceptible, уязвимые) — здоровые особи, которые находятся в группе риска и могут подхватить инфекцию;
- I (infective, заражённые, распространяющие заболевание) — заразившиеся переносчики болезни;
- R (recovered/removed, вылечившиеся) — те, кто выздоровел и перестал распространять болезнь (в эту категорию относят, например, приобретших иммунитет или умерших).

Внутри каждой из выделенных групп особи считаются неразличимыми по свойствам. Типичная эволюция особи популяции описывается следующей диаграммой:

S->I->R

Считаем, что система замкнута, т.е. N=S+I+R. [@lab_ruk].

Выполнение лабораторной работы

Повторим пример из лабораторной работы

Реализация модели в xcos

Зайдя в среду моделирования Xcos начала выполнять учебный пример. В начале во вкладке “Моделирование” открыла “Установить контекст” и задала переменные $\beta = 1, \nu = 0.3$ (рис. @fig:001).

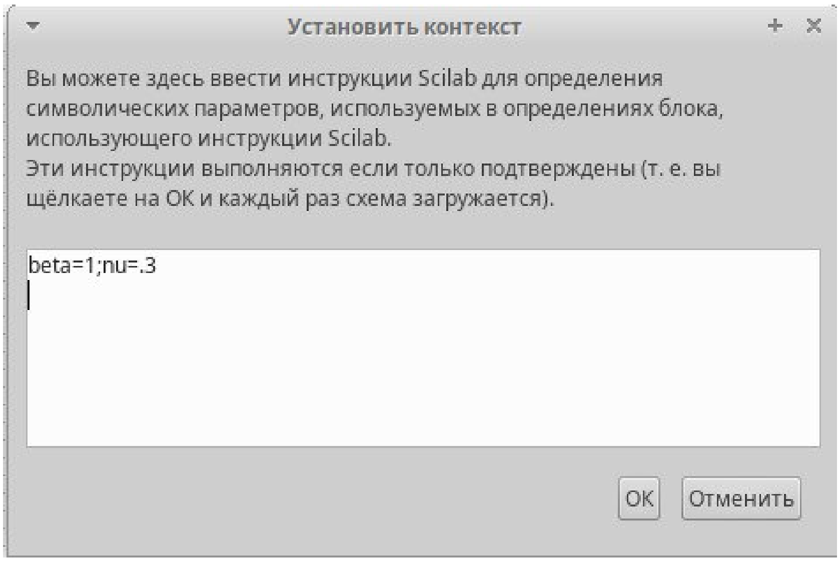

Рис. 1: Установить контекст для учебного примера в Xcos

Далее я реализовала модель при помощи следующих блоков xcos(рис. @fig:002):

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s(t) i(t); \\ \dot{i} = \beta s(t) i(t) - \nu i(t); \\ \dot{r} = \nu i(t), \end{cases}$$

- CLOCK_c — запуск часов модельного времени;
- CSCOPE — регистрирующее устройство для построения графика;
- TEXT_f — задаёт текст примечаний;
- MUX — мультиплексер, позволяющий в данном случае вывести на графике сразу несколько кривых;
- INTEGRAL_m — блок интегрирования:
- GAINBLK_f — в данном случае позволяет задать значения коэффициентов β и ν;
- SUMMATION — блок суммирования;
- PROD_f — поэлементное произведение двух векторов на входе блока.

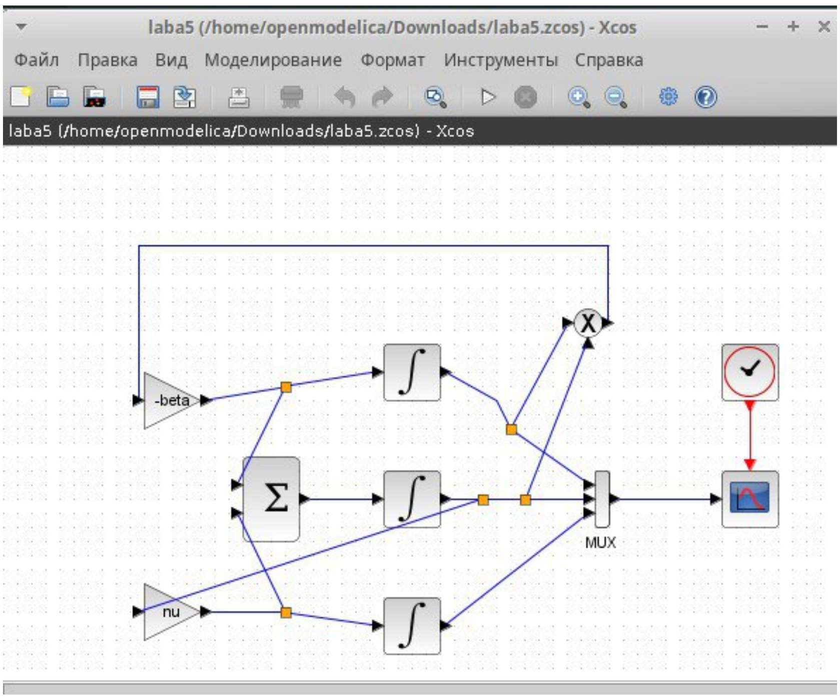

Рис. 2: Модель SIR в xcos

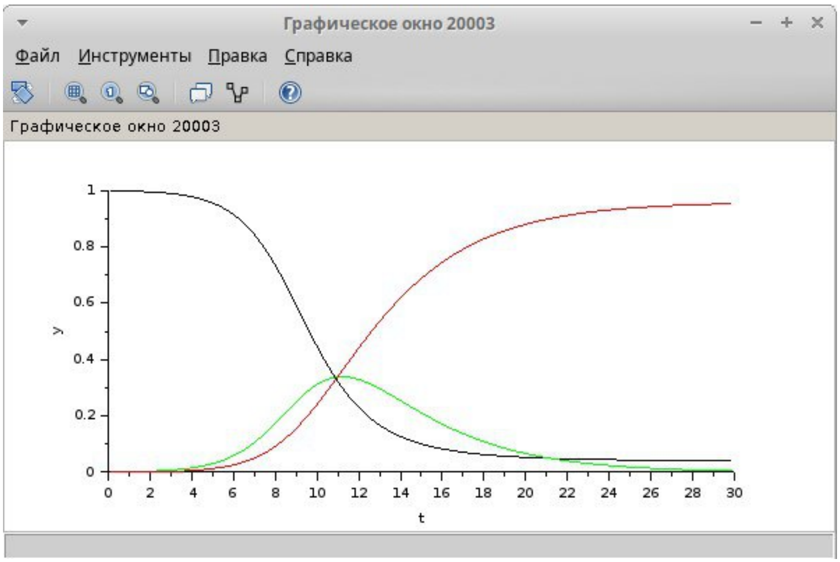

Рис. 3: Эпидемический порог модели SIR

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

Для реализации модели с помощью языка Modelica помимо блоков `CLOCK_c`, `CSCOPE`, `TEXT_f` и `MUX` требуются блоки:

- `CONST_m` — задаёт константу;
- `MBLOCK` (Modelica generic) — блок реализации кода на языке Modelica.

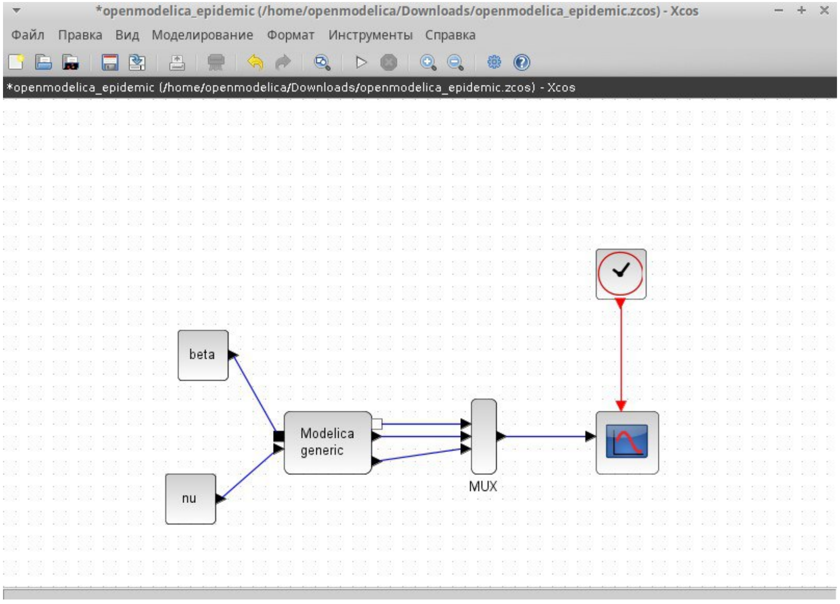

Рис. 4: Модель SIR в xcos с применением блока Modelica

Задали параметры блока Modelica

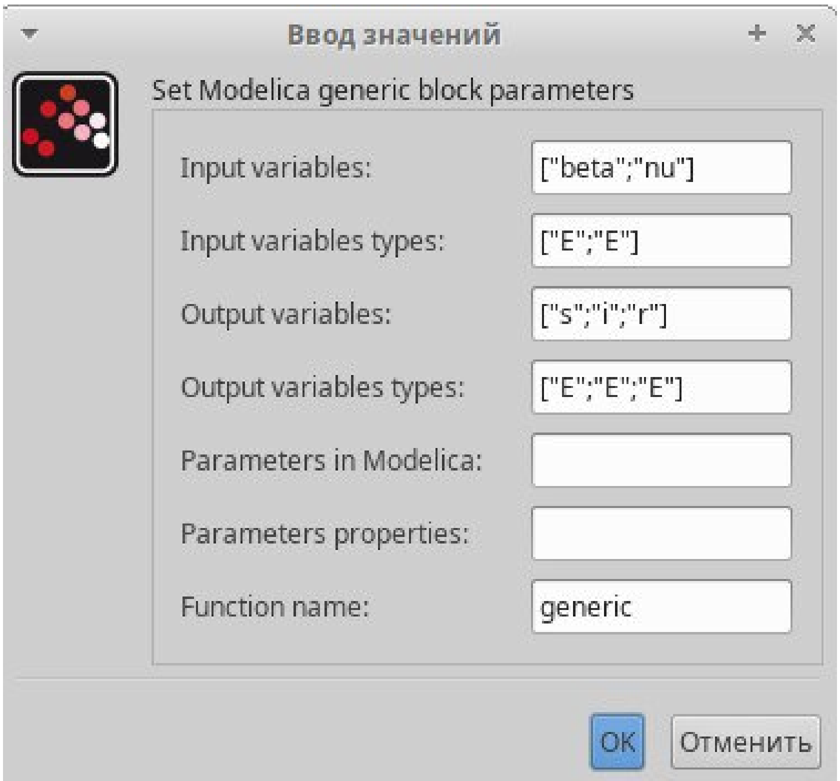

Рис. 5: Параметры блока Modelica

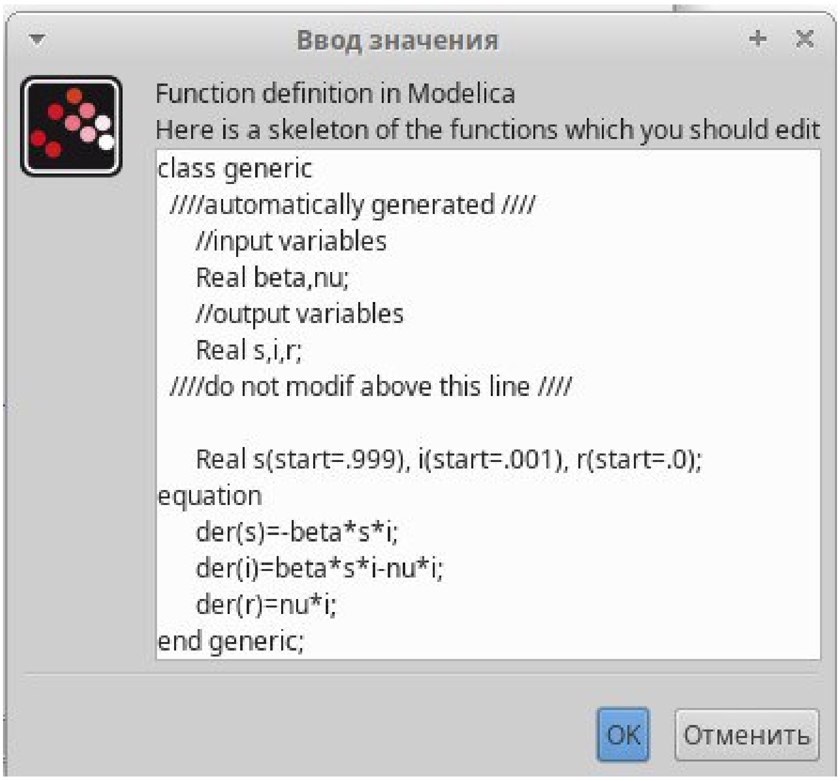

Рис. 6: Параметры блока Modelica

Получили аналогичный первому графику “Эпидемический порог модели SIR”

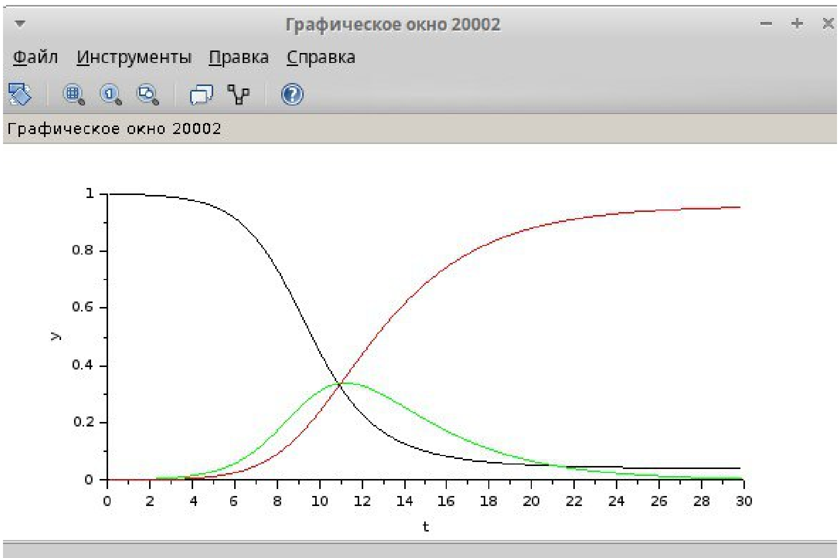

Рис. 7: Эпидемический порог модели SIR

Упражнение. Реализация модели SIR в OpenModelica

Написали программный код на в OpenModelica

```
model laba5
  parameter Real S_0 = 0.999;
  parameter Real I_0 = 0.001;
  parameter Real R_0 = 0;

  parameter Real N=1;
  parameter Real b=1;
  parameter Real c=0.3;

  Real S(start=S_0);
  Real I(start=I_0);
  Real R(start=R_0);

equation
  der(S) = -(b*S*I)/N;
  der(I) = (b*I*S)/N - c*I;
  der(R) = c*I;

end laba5;
```

Рис. 8: Код для реализация модели SIR в OpenModelica

Получили аналогичный первому и второму графику “Эпидемический порог модели SIR”

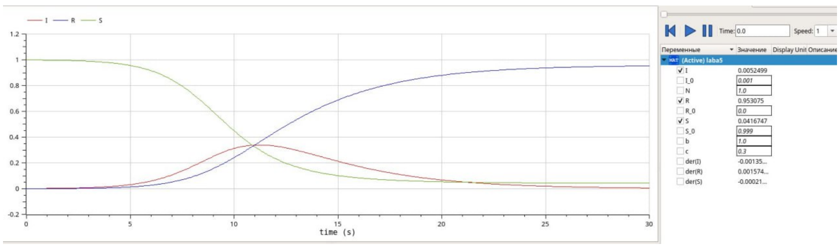

Рис. 9: Эпидемический порог модели SIR

Задание для самостоятельной работы

Предположим, что в модели SIR учитываются демографические процессы, в частности, что смертность в популяции полностью уравновешивает рождаемость, а все рожденные индивидуумы появляются на свет абсолютно здоровыми. Тогда получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s(t)i(t) + \mu(N - s(t)); \\ \dot{i} = \beta s(t)i(t) - \nu i(t) - \mu i(t); \\ \dot{r} = \nu i(t) - \mu r(t), \end{cases}$$

где μ — константа, которая равна коэффициенту смертности и рождаемости.

Реализация модели в xcos

Построили модель SIR в xcos с учетом процесса рождения/гибели особей

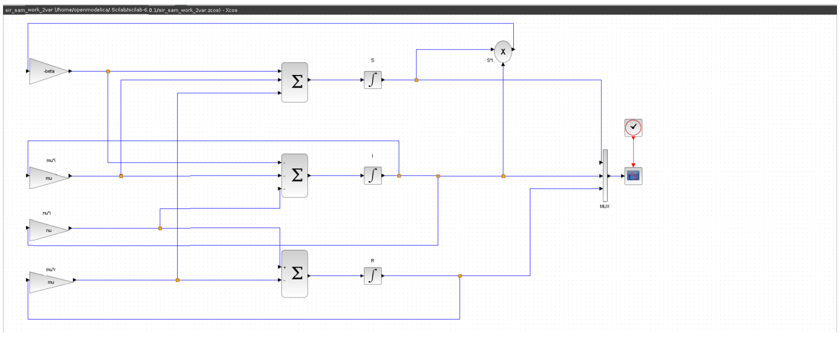

Рис. 10: Модель SIR в xcos

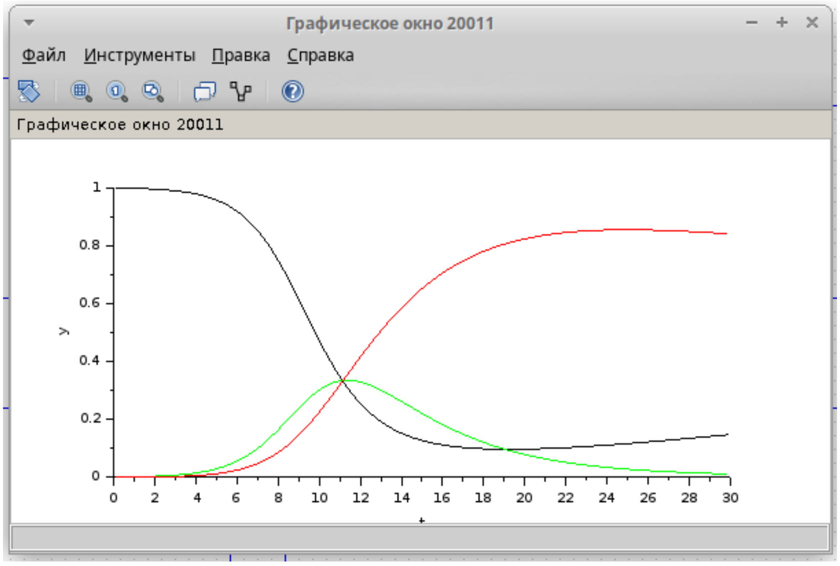

Рис. 11: Эпидемический порог модели SIR

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos (2 варианта)

Формула выглядит следующим образом:

$$-\beta s(t)i(t) + \mu(N - s(t))$$

Но в начале мы говорили, что $N = S + I + R$, значит, можно вывести следующее:

$$N - S = I + R$$

Используем это для построения модели

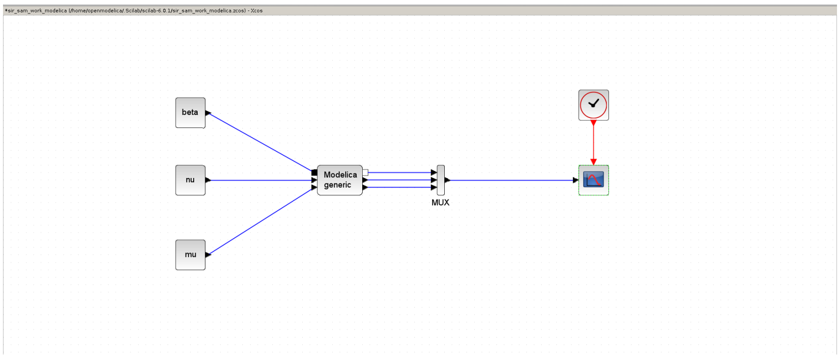

Рис. 12: Модель SIR в xcos с применением блока Modelica

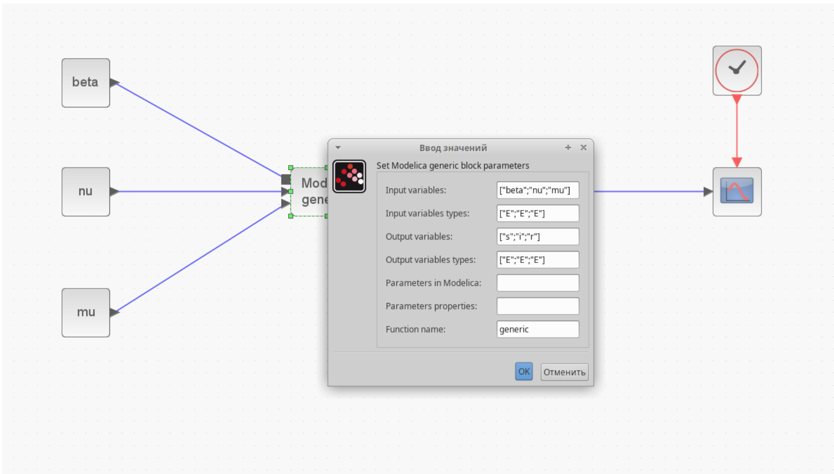

Рис. 13: Параметры блока Modelica

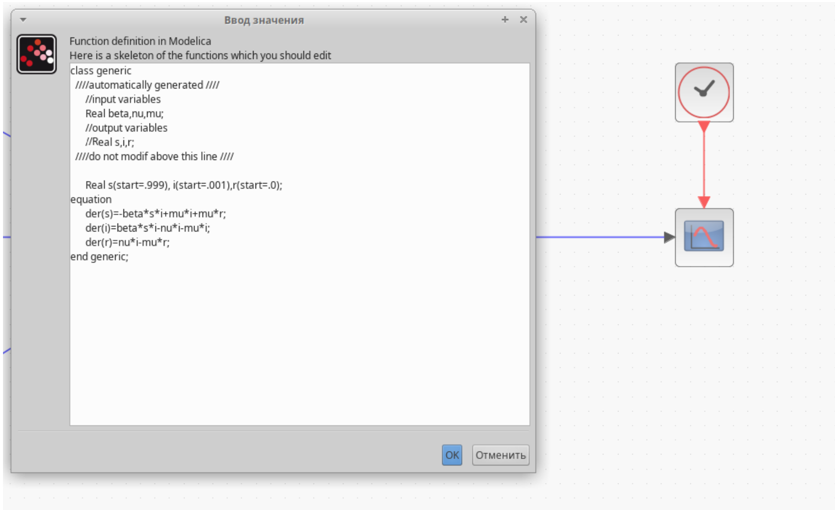

Рис. 14: Параметры блока Modelica

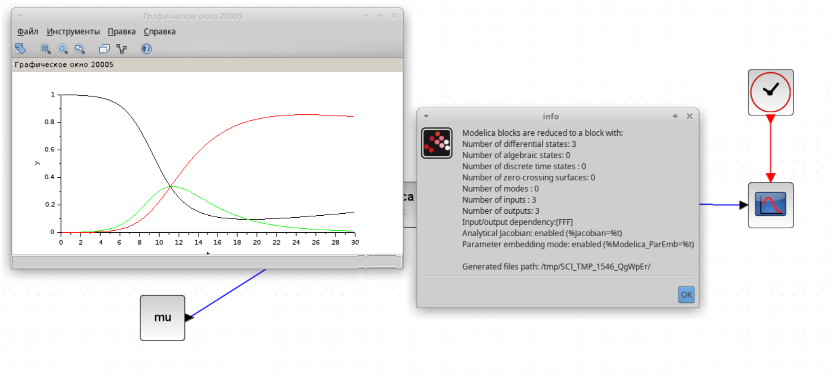

Рис. 15: Эпидемический порог модели SIR

Реализация модели в OpenModelica

Написали программный код на в OpenModelica

```
model sir_sam_work3
  parameter Real beta = 1;
  parameter Real nu = 0.3;
  parameter Real mu = 0.01;

  Real s(start=0.999);
  Real i(start=0.001);
  Real r(start=0);

equation
// N = s+i+r -> N-s = i+r
  der(s)=-beta*s*i + mu*i + mu*r;
  der(i)=beta*s*i-nu*i - mu*i;
  der(r)=nu*i - mu*r;
end sir_sam_work3;
```

Рис. 16: Код для реализация модели SIR в OpenModelica

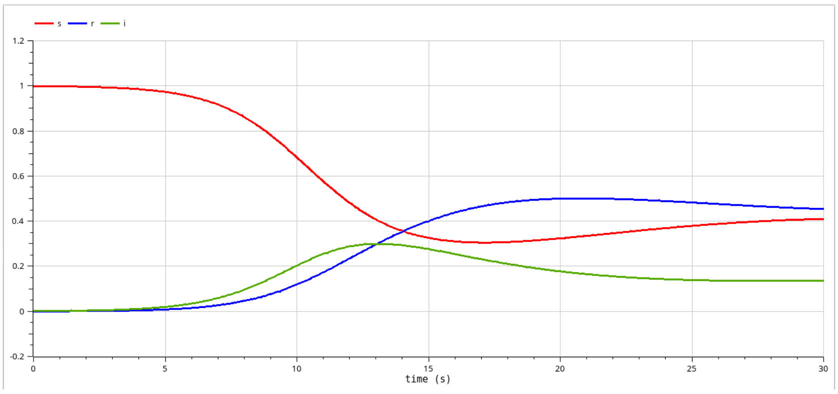

Рис. 17: Эпидемический порог модели SIR

Графики эпидемического порога при различных значениях параметров модели

Изменение β (скорости заражения):

Параметр β (скорость заражения) оказывает существенное влияние на динамику эпидемии. Чем выше β, тем быстрее распространяется болезнь и тем больше людей заражается.

- β = **3:** Высокая скорость заражения приводит к быстрому распространению эпидемии. Число инфицированных быстро растет, достигает пика, а затем снижается.

- β **= 1:** Низкая скорость заражения приводит к медленному или незначительному распространению эпидемии. Число инфицированных остается низким или постепенно увеличивается.

Изменение ν (скорости выздоровления):

Более высокая скорость выздоровления способствует быстрому снижению числа инфицированных после пика.

- **Изменение μ (коэффициента смертности и рождаемости):**

В самых базовых моделях SIR (Susceptible - восприимчивые, Infected - инфицированные, Recovered - выздоровевшие), которые часто используются для начального анализа, рождаемость и смертность (и, следовательно, параметр μ) обычно не учитываются. Это делается для упрощения модели и сосредоточения внимания на динамике распространения инфекции. В таких моделях население считается постоянным.

- μ **= 1:** Высокий коэффициент μ приводит к быстрому обороту популяции, что предотвращает распространение эпидемии.
- μ **= 0.5:** Средний коэффициент μ позволяет эпидемии распространяться медленно.
- μ **= 0.1:** Низкий коэффициент μ позволяет эпидемии распространяться быстрее, но в совокупности с изменениями других коэффициентов быстрый рост сопровождается и быстрым ростом “переболевших”.

β **= 3,** ν **= 0.6,** μ **= 0.1**

- Начальная популяция восприимчивых быстро уменьшается, поскольку болезнь распространяется.

- Число инфицированных быстро растет, достигая пика, а затем постепенно снижается.
- Число выздоровевших увеличивается и стабилизируется на определенном уровне.
- Система достигает состояния равновесия, где популяция восприимчивых стабилизируется на уровне около 0.25, инфицированных - на уровне около 0.1, а выздоровевших - на уровне около 0.65.

β = 1, ν = 0.3, μ = 1

- Число восприимчивых остается неизменным.
- Число инфицированных остается очень низким.
- Число выздоровевших также остается неизменным.
- Болезнь не может распространиться.

β = 1, ν = 0.3, μ = 0.5

- Число восприимчивых немного уменьшается.
- Число инфицированных остается низким, но постепенно увеличивается.
- Число выздоровевших также постепенно увеличивается.

β = 1, ν = 0.3, μ = 0.1

- Начальная популяция восприимчивых значительно уменьшается.
- Число инфицированных быстро растет, достигая пика, а затем снижается.
- Число выздоровевших увеличивается и стабилизируется на определенном уровне.
- Система достигает состояния равновесия, где популяция восприимчивых стабилизируется на уровне около 0.4, инфицированных - на уровне около 0.17, а выздоровевших - на уровне около 0.45.

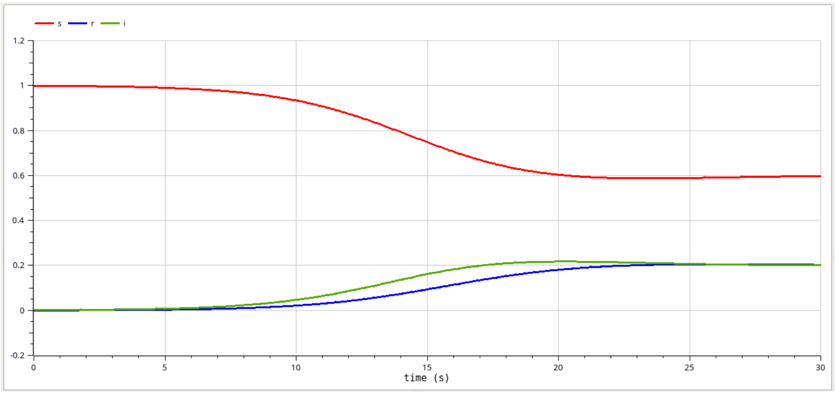

Рис. 18: Эпидемический порог модели SIR

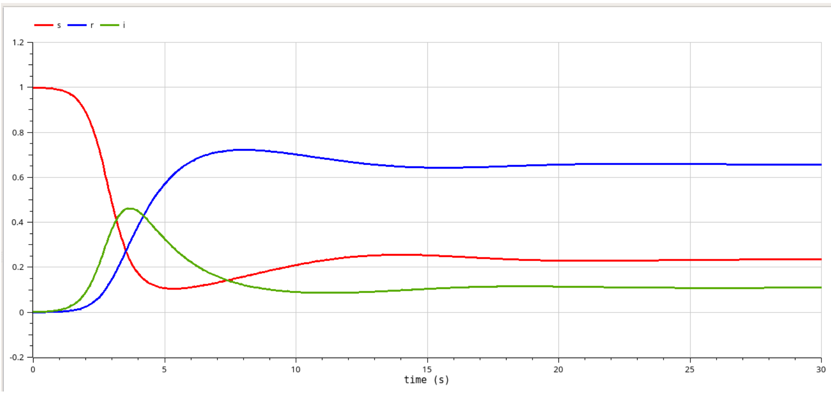

Рис. 19: Эпидемический порог модели SIR

Выводы

Я получила практические навыки работы со средствами моделирования xcos, Modelica и OpenModelica. Была рассмотрена модель эпидемии (SIR).

Список литературы