<div align="center">

SUPPLEMENTARY MATERIALS

</div>

1. Endemic Equilibrium (E_{Vb}*) in the Stability Analysis of the Avian-Only Vaccination Model. Using the Wolfram Mathematica, we let Equations (49) ~ (51) = 0 to solve for S_b, V_b, and I_b at EE.

Input

Solve [(1-p)*Λb-μb*Sb- (βb*Sb*Ib)/(Hb+Ib)==0 && p*Λb-(1-ϕ)* (βv*Vb*Ib)/(Hv+Ib)-μb*Vb == 0 && (βb*Sb*Ib)/(Hb+Ib)+(1-ϕ)*(βv*Vb*Ib)/(Hv+Ib) - (μb+δb)*Ib == 0, {Sb,Vb,Ib}]

Output

{{Sb->(Λb-p Λb)/μb,Vb->(p Λb)/μb,Ib->0},

{**Sb**->(Hb βv Λb-Hb Hv δb μb+Hb Λb μb-Hv Λb μb-Hb p Λb μb+Hv p Λb μb-Hb Hv μb²-Hb βv Λb ϕ-(Hb βv δb (βb βv Λb-Hv βb δb μb-Hb βv δb μb+βb Λb μb-p βb Λb μb+p βv Λb μb-Hv βb μb²-Hb βv μb²-Hb δb μb²-Hv δb μb²-Hb μb³-Hv μb³-βb βv Λb ϕ+Hb βv δb μb ϕ-p βv Λb μb ϕ+Hb βv μb² ϕ-\[Sqrt](-4 (-Hv βb Λb μb+Hv p βb Λb μb-Hb p βv Λb μb+Hb Hv δb μb²+Hb Hv μb³+Hb p βv Λb μb ϕ) (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb²+βv μb²+δb μb²+μb³-βb βv δb ϕ-βb βv μb ϕ-βv δb μb ϕ-βv μb² ϕ)+(-βb βv Λb+Hv βb δb μb+Hb βv δb μb-βb Λb μb+p βb Λb μb-p βv Λb μb+Hv βb μb^2+Hb βv μb^2+Hb δb μb^2+Hv δb μb^2+Hb μb^3+Hv μb^3+βb βv Λb ϕ-Hb βv δb μb ϕ+p βv Λb μb ϕ-Hb βv μb^2 ϕ)²)))/(2 (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb²+βv μb²+δb μb²+μb³-βb βv δb ϕ-βb βv μb ϕ-βv δb μb ϕ-βv μb² ϕ))-(Hb βv μb (βb βv Λb-Hv βb δb μb-Hb βv δb μb+βb Λb μb-p βb Λb μb+p βv Λb μb-Hv βb μb²-Hb βv μb²-Hb δb μb²-Hv δb μb²-Hb μb³-Hv μb³-βb βv Λb ϕ+Hb βv δb μb ϕ-p βv Λb μb ϕ+Hb βv μb² ϕ-\[Sqrt](-4 (-Hv βb Λb μb+Hv p βb Λb μb-Hb p βv Λb μb+Hb Hv δb μb²+Hb Hv μb³+Hb p βv Λb μb ϕ) (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb²+βv μb²+δb μb²+μb³-βb βv δb ϕ-βb βv μb ϕ-βv δb μb ϕ-βv μb² ϕ)+(-βb βv Λb+Hv βb δb μb+Hb βv δb μb-βb Λb μb+p βb Λb μb-p βv Λb μb+Hv βb μb^2+Hb βv μb^2+Hb δb μb^2+Hv δb μb^2+Hb μb^3+Hv μb^3+βb βv Λb ϕ-Hb βv δb μb ϕ+p βv Λb μb ϕ-Hb βv μb^2 ϕ)²)))/(2 (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb²+βv μb²+δb μb²+μb³-βb βv δb ϕ-βb βv μb ϕ-βv δb μb ϕ-βv μb² ϕ))-(Hb δb μb (βb βv Λb-Hv βb δb μb-Hb βv δb μb+βb Λb μb-p βb Λb μb+p βv Λb μb-Hv βb μb²-Hb βv μb²-Hb δb μb²-Hv δb μb²-Hb μb³-Hv μb³-βb βv Λb ϕ+Hb βv δb μb ϕ-p βv Λb μb ϕ+Hb βv μb² ϕ-\[Sqrt](-4 (-Hv βb Λb μb+Hv p βb Λb μb-Hb p βv Λb μb+Hb Hv δb μb²+Hb Hv μb³+Hb p βv Λb μb ϕ) (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb²+βv μb²+δb μb²+μb³-βb βv δb ϕ-βb βv μb ϕ-βv δb μb ϕ-βv μb² ϕ)+(-βb βv Λb+Hv βb δb μb+Hb βv δb μb-βb Λb μb+p βb Λb μb-p βv Λb μb+Hv βb μb^2+Hb βv μb^2+Hb δb μb^2+Hv δb μb^2+Hb μb^3+Hv μb^3+βb βv Λb ϕ-Hb βv δb μb ϕ+p βv Λb μb ϕ-Hb βv μb^2 ϕ)²)))/(2 (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb²+βv μb²+δb μb²+μb³-βb βv δb ϕ-βb βv μb ϕ-βv δb μb ϕ-βv μb² ϕ))-(Hb μb² (βb βv Λb-Hv βb δb μb-Hb βv δb μb+βb Λb μb-p βb Λb μb+p βv Λb μb-Hv βb μb²-Hb βv μb²-Hb δb μb²-Hv δb μb²-Hb μb³-Hv μb³-βb βv Λb ϕ+Hb βv δb μb ϕ-p βv Λb μb ϕ+Hb βv μb² ϕ-\[Sqrt](-4 (-Hv βb Λb μb+Hv p βb Λb μb-Hb p βv Λb μb+Hb Hv δb μb²+Hb Hv μb³+Hb p βv Λb μb ϕ) (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb

μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ)+(-βb βv Λb+Hv βb δb μb+Hb βv δb μb-βb Λb μb+p βb Λb μb-p βv Λb μb+Hv βb μb^2+Hb βv μb^2+Hb δb μb^2+Hv δb μb^2+Hb μb^3+Hv μb^3+βb βv Λb φ-Hb βv δb μb φ+p βv Λb μb φ-Hb βv μb^2 φ)^2)))/(2 (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ))+(Hb βv δb φ (βb βv Λb-Hv βb δb μb-Hb βv δb μb+βb Λb μb-p βb Λb μb+p βv Λb μb-Hv βb μb^2-Hb βv μb^2-Hb δb μb^2-Hv δb μb^2-Hb μb^3-Hv μb^3-βb βv Λb φ+Hb βv δb μb φ-p βv Λb μb φ+Hb βv μb^2 φ-\[Sqrt](-4 (-Hv βb Λb μb+Hv p βb Λb μb-Hb p βv Λb μb+Hb Hv δb μb^2+Hb Hv μb^3+Hb p βv Λb μb φ) (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ)+(-βb βv Λb+Hv βb δb μb+Hb βv δb μb-βb Λb μb+p βb Λb μb-p βv Λb μb+Hv βb μb^2+Hb βv μb^2+Hb δb μb^2+Hv δb μb^2+Hb μb^3+Hv μb^3+βb βv Λb φ-Hb βv δb μb φ+p βv Λb μb φ-Hb βv μb^2 φ)^2)))/(2 (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ))+(Hb βv μb φ (βb βv Λb-Hv βb δb μb-Hb βv δb μb+βb Λb μb-p βb Λb μb+p βv Λb μb-Hv βb μb^2-Hb βv μb^2-Hb δb μb^2-Hv δb μb^2-Hb μb^3-Hv μb^3-βb βv Λb φ+Hb βv δb μb φ-p βv Λb μb φ+Hb βv μb^2 φ-\[Sqrt](-4 (-Hv βb Λb μb+Hv p βb Λb μb-Hb p βv Λb μb+Hb Hv δb μb^2+Hb Hv μb^3+Hb p βv Λb μb φ) (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ)+(-βb βv Λb+Hv βb δb μb+Hb βv δb μb-βb Λb μb+p βb Λb μb-p βv Λb μb+Hv βb μb^2+Hb βv μb^2+Hb δb μb^2+Hv δb μb^2+Hb μb^3+Hv μb^3+βb βv Λb φ-Hb βv δb μb φ+p βv Λb μb φ-Hb βv μb^2 φ)^2)))/(2 (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ)))/(-Hv βb μb+Hb βv μb+Hb μb^2-Hv μb^2-Hb βv μb φ),

Vb->(-Hv βb Λb+Hb Hv δb μb+Hb p Λb μb-Hv p Λb μb+Hb Hv μb^2+(Hv βb δb (βb βv Λb-Hv βb δb μb-Hb βv δb μb+βb Λb μb-p βb Λb μb+p βv Λb μb-Hv βb μb^2-Hb βv μb^2-Hb δb μb^2-Hv δb μb^2-Hb μb^3-Hv μb^3-βb βv Λb φ+Hb βv δb μb φ-p βv Λb μb φ+Hb βv μb^2 φ-\[Sqrt](-4 (-Hv βb Λb μb+Hv p βb Λb μb-Hb p βv Λb μb+Hb Hv δb μb^2+Hb Hv μb^3+Hb p βv Λb μb φ) (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ)+(-βb βv Λb+Hv βb δb μb+Hb βv δb μb-βb Λb μb+p βb Λb μb-p βv Λb μb+Hv βb μb^2+Hb βv μb^2+Hb δb μb^2+Hv δb μb^2+Hb μb^3+Hv μb^3+βb βv Λb φ-Hb βv δb μb φ+p βv Λb μb φ-Hb βv μb^2 φ)^2)))/(2 (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ))+(Hv βb μb (βb βv Λb-Hv βb δb μb-Hb βv δb μb+βb Λb μb-p βb Λb μb+p βv Λb μb-Hv βb μb^2-Hb βv μb^2-Hb δb μb^2-Hv δb μb^2-Hb μb^3-Hv μb^3-βb βv Λb φ+Hb βv δb μb φ-p βv Λb μb φ+Hb βv μb^2 φ-\[Sqrt](-4 (-Hv βb Λb μb+Hv p βb Λb μb-Hb p βv Λb μb+Hb Hv δb μb^2+Hb Hv μb^3+Hb p βv Λb μb φ) (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ)+(-βb βv Λb+Hv βb δb μb+Hb βv δb μb-βb Λb μb+p βb Λb μb-p βv Λb μb+Hv βb μb^2+Hb βv μb^2+Hb δb μb^2+Hv δb μb^2+Hb μb^3+Hv μb^3+βb βv Λb φ-Hb βv δb μb φ+p βv Λb μb φ-Hb βv μb^2 φ)^2)))/(2 (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ))+(Hv δb μb (βb βv Λb-Hv βb δb μb-Hb βv δb μb+βb Λb μb-p βb Λb μb+p βv Λb μb-Hv βb μb^2-Hb βv μb^2-Hb δb μb^2-Hv δb μb^2-Hb μb^3-Hv μb^3-βb βv Λb φ+Hb βv

δb μb φ-p βv Λb μb φ+Hb βv μb^2 φ-\[Sqrt](-4 (-Hv βb Λb μb+Hv p βb Λb μb-Hb p βv Λb μb+Hb Hv δb μb^2+Hb Hv μb^3+Hb p βv Λb μb φ) (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ)+(-βb βv Λb+Hv βb δb μb+Hb βv δb μb-βb Λb μb+p βb Λb μb-p βv Λb μb+Hv βb μb^2+Hb βv μb^2+Hb δb μb^2+Hv δb μb^2+Hb μb^3+Hv μb^3+βb βv Λb φ-Hb βv δb μb φ+p βv Λb μb φ-Hb βv μb^2 φ)^2)))/(2 (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ))+(Hv μb^2 (βb βv Λb-Hv βb δb μb-Hb βv δb μb+βb Λb μb-p βb Λb μb+p βv Λb μb-Hv βb μb^2-Hb βv μb^2-Hb δb μb^2-Hv δb μb^2-Hb μb^3-Hv μb^3-βb βv Λb φ+Hb βv δb μb φ-p βv Λb μb φ+Hb βv μb^2 φ-\[Sqrt](-4 (-Hv βb Λb μb+Hv p βb Λb μb-Hb p βv Λb μb+Hb Hv δb μb^2+Hb Hv μb^3+Hb p βv Λb μb φ) (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ)+(-βb βv Λb+Hv βb δb μb+Hb βv δb μb-βb Λb μb+p βb Λb μb-p βv Λb μb+Hv βb μb^2+Hb βv μb^2+Hb δb μb^2+Hv δb μb^2+Hb μb^3+Hv μb^3+βb βv Λb φ-Hb βv δb μb φ+p βv Λb μb φ-Hb βv μb^2 φ)^2)))/(2 (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ)))/(-Hv βb μb+Hb βv μb+Hb μb^2-Hv μb^2-Hb βv μb φ),

Ib->(βb βv Λb-Hv βb δb μb-Hb βv δb μb+βb Λb μb-p βb Λb μb+p βv Λb μb-Hv βb μb^2-Hb βv μb^2-Hb δb μb^2-Hv δb μb^2-Hb μb^3-Hv μb^3-βb βv Λb φ+Hb βv δb μb φ-p βv Λb μb φ+Hb βv μb^2 φ-\[Sqrt](-4 (-Hv βb Λb μb+Hv p βb Λb μb-Hb p βv Λb μb+Hb Hv δb μb^2+Hb Hv μb^3+Hb p βv Λb μb φ) (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ)+(-βb βv Λb+Hv βb δb μb+Hb βv δb μb-βb Λb μb+p βb Λb μb-p βv Λb μb+Hv βb μb^2+Hb βv μb^2+Hb δb μb^2+Hv δb μb^2+Hb μb^3+Hv μb^3+βb βv Λb φ-Hb βv δb μb φ+p βv Λb μb φ-Hb βv μb^2 φ)^2)))/(2 (βb βv δb+βb βv μb+βb δb μb+βv δb μb+βb μb^2+βv μb^2+δb μb^2+μb^3-βb βv δb φ-βb βv μb φ-βv δb μb φ-βv μb^2 φ))}