

Clase 4: Fundamentos Cuantitativos y Financieros de los Bonos

Economía Financiera

Objetivo de la clase

Comprender los fundamentos financieros y matemáticos detrás de los instrumentos de renta fija (bonos), así como su valoración. Aprenderemos los elementos clave de los bonos, la estructura de sus flujos de caja, y cómo calcular el precio y la tasa interna de retorno (YTM) usando herramientas cuantitativas en Python.

```
In [9]: from loguru import logger
```

1. Historia de los bonos

Historia de los Bonos

Los orígenes más antiguos de los instrumentos de crédito se remontan a las primeras civilizaciones de Mesopotamia, donde tablillas de arcilla datadas alrededor del 3000 a.C. documentan préstamos con tasas de interés fijas entre comerciantes y agricultores. En la antigua Grecia, los templos funcionaban como primitivas instituciones financieras, otorgando préstamos a particulares y ciudades-estado con intereses predeterminados. El sistema bancario griego evolucionó notablemente durante el siglo IV a.C., cuando prestamistas profesionales como los trapezitai emitían instrumentos similares a pagarés que podían transferirse entre individuos, representando uno de los primeros ejemplos de valores de deuda negociables en la historia económica.

Durante el Imperio Romano, se desarrollaron formas más sofisticadas de crédito y financiación pública. Los romanos implementaron un sistema de *societas publicanorum*, donde grupos de inversores privados financiaban proyectos estatales y recibían pagos periódicos con intereses como compensación. Estas primeras asociaciones público-privadas establecieron precedentes importantes para la futura emisión de deuda gubernamental. Tras la caída de Roma, durante la Alta Edad Media, la prohibición de la usura por parte de la Iglesia Católica limitó el desarrollo de mercados de crédito formales en Europa, aunque comerciantes judíos y lombardos encontraron formas creativas de proporcionar financiamiento mediante estructuras que evitaban técnicamente el cobro de intereses.

Las repúblicas marítimas italianas, especialmente Venecia y Génova, revolucionaron el concepto de financiamiento público entre los siglos XII y XIV. Venecia, como potencia comercial mediterránea, estableció en 1157 el primer sistema formalizado de bonos gubernamentales con su Monte Vecchio, una deuda pública consolidada que pagaba intereses anuales a los inversores. Génova siguió con innovaciones financieras como la Casa di San Giorgio (1407), primera institución que combinaba funciones de banco público y gestor de deuda estatal. Estas repúblicas marítimas desarrollaron mercados secundarios donde los títulos de deuda podían comprarse y venderse libremente, creando liquidez y estableciendo las bases de los modernos mercados de bonos. Su éxito financiero permitió a estas pequeñas repúblicas competir militarmente con imperios mucho más grandes, demostrando el poder transformador de la innovación financiera.

Los "bonos de guerra" tienen una historia particularmente significativa que se remonta al financiamiento del conflicto entre Inglaterra y Francia en el siglo XIII, aunque fue durante las guerras napoleónicas cuando Gran Bretaña refinó este sistema a gran escala. La Primera Guerra Mundial transformó radicalmente el mercado de bonos gubernamentales cuando naciones como Estados Unidos, Gran Bretaña y Alemania movilizaron recursos financieros sin precedentes mediante campañas masivas de venta de bonos a ciudadanos comunes, democratizando la propiedad de deuda pública y estableciendo un nuevo paradigma de financiamiento bélico. Este modelo alcanzaría su apogeo durante la Segunda Guerra Mundial, cuando solo en Estados Unidos más de 85 millones de americanos (aproximadamente el 65% de la población adulta) compraron bonos de guerra, financiando colectivamente cerca del 75% del costo total del conflicto para la nación.

La arquitectura financiera global experimentó una transformación fundamental con los Acuerdos de Bretton Woods en 1944, que establecieron un nuevo orden monetario internacional con el dólar estadounidense como moneda de reserva mundial, respaldado por oro. Este sistema permitió la expansión sin precedentes de los mercados de bonos soberanos, particularmente los del Tesoro estadounidense, que se convirtieron en el activo de referencia para la valoración de renta fija a nivel mundial. La posterior ruptura del sistema de Bretton Woods en 1971, cuando Estados Unidos abandonó el patrón oro, inauguró la era moderna de los tipos de cambio flotantes y mercados de deuda soberana denominados mayoritariamente en dólares. Esta evolución culminó en el desarrollo del masivo mercado de bonos del Tesoro estadounidense actual, que funciona como el principal mecanismo de financiamiento tanto para Estados Unidos como para países en desarrollo, facilitando préstamos internacionales y estableciendo las bases de la globalización financiera contemporánea que conocemos hoy.

Los bonos fueron formalizados como instrumentos de valoración financiera en el siglo XX gracias al trabajo de **Irving Fisher** (1930)^[2] con la "Teoría del Interés" y el concepto de valor presente, y posteriormente por **Frederick Macaulay** (1938)^[3], quien introdujo la "duration" como medida de sensibilidad al tipo de interés. La consolidación del análisis de

rendimiento fue impulsada por modelos de valoración de activos como la Teoría de Arbitraje de Precios.

1.1. ¿Qué es un bono moderno?

Un bono moderno es un contrato de deuda emitido por una entidad—ya sea pública o privada—con el objetivo de financiar sus actividades. Al adquirir un bono, el inversionista presta capital al emisor, quien se compromete a pagar intereses periódicos (cupones) y a devolver el monto principal (valor nominal) al vencimiento. Este contrato se rige por un marco legal y normativo que garantiza transparencia y seguridad jurídica, protegiendo los derechos de ambas partes.

Aspectos clave:

- **Regulación y Contrato:**

El bono es un contrato regulado que establece obligaciones específicas tanto para el emisor como para el tenedor. Las cláusulas contractuales definen los términos del pago de intereses, el reembolso del principal y las condiciones que deben cumplirse durante la vida del bono.

- **Identificación y Registro:**

Cada emisión se identifica mediante un código bursátil (por ejemplo, *BPARC-AK*) y se inscribe en registros públicos, como el Registro de Valores de la Comisión para el Mercado Financiero (CMF), lo que facilita su seguimiento y negociación en el mercado secundario.

[Información sobre bonos corporativos fiscalizados por la CMF](#)

- **Régimen Tributario:**

La emisión está sujeta a normas fiscales específicas (por ejemplo, conforme al artículo 104 y al N°8 del artículo 74 de la Ley de Impuesto a la Renta), determinando las obligaciones tributarias para el emisor y los inversionistas.

- **Cotización en Bolsa:**

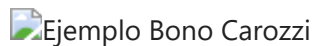
Una vez emitido, el bono se hace público y se negocia en mercados como la Bolsa de Santiago, permitiendo su compraventa y ofreciendo liquidez a los inversionistas.

- **Proceso de Roadshow:**

Antes de la emisión, el emisor realiza presentaciones o roadshows con inversionistas. Estas sesiones informativas permiten explicar detalladamente las características del bono, resolver dudas, presentar las fechas de emisión y vencimiento, y exponer los términos y condiciones del contrato, generando confianza en el mercado.

2. Componentes esenciales de un bono

Un bono es, en esencia, una promesa contractual de pagar intereses y devolver el capital, sustentada en una serie de componentes que permiten evaluar su atractivo y riesgo. A continuación, se describen los elementos fundamentales:



2.1. Valor Nominal (Principal)

- **Definición:**

Es el monto que se reembolsa al final del plazo del bono. Suele establecerse en valores fijos (por ejemplo, 1,000 o 100) y constituye la base para el cálculo de los pagos de intereses.

2.2. Tasa Cupón y Frecuencia de Pago

- **Tasa Cupón:**

Es la tasa de interés aplicada al valor nominal para determinar los pagos periódicos. Puede ser fija o variable.

- **Frecuencia:**

Los pagos se realizan en intervalos preestablecidos, como anual, semestral, trimestral o mensual.

2.3. Plazo y Fechas Clave

- **Plazo:**

Se especifica el período durante el cual el bono estará vigente, incluyendo la fecha de emisión, el inicio de devengo de intereses y la fecha de vencimiento.

- **Fechas de Eventos Relevantes:**

- **Inicio de Devengo:** Fecha a partir de la cual se generan los intereses (por ejemplo, 01 de marzo de 2025).
- **Fecha de Prepago (si aplica):** Posible fecha en la que el emisor podría amortizar anticipadamente parte del principal.
- **Vencimiento:** Momento en el que se devuelve el capital a los inversionistas.

2.4. Covenants (Cláusulas Contractuales)

- **Propósito:**

Los covenants son compromisos y restricciones que el emisor asume para proteger a los inversionistas, asegurando una gestión prudente y transparente de la deuda.

- **Ejemplos de Covenants:**

- **Relación Deuda/Patrimonio:** Limitar la proporción de deuda en relación con el patrimonio (por ejemplo, $\leq 1,3x$ o $\leq 1,55x$) para evitar sobreendeudamiento.
- **Activos Libres de Gravámenes:** Mantener activos no comprometidos como garantía por un valor mínimo (por ejemplo, $\geq 1,20$ veces el total de los bonos).

vigentes).

- **Patrimonio Mínimo:** Exigir un nivel mínimo de patrimonio (por ejemplo, UF 5.300.000) para asegurar la solidez financiera del emisor.

- **Importancia:**

Estas cláusulas reducen el riesgo de incumplimiento y otorgan mayor seguridad a los inversionistas, al obligar al emisor a mantener ciertos parámetros financieros durante la vida del bono.

2.5. Proceso de Roadshow y Presentación a Inversionistas

- **Roadshow:**

Es un conjunto de reuniones y presentaciones que realiza el emisor con potenciales inversionistas antes de la emisión. En estas sesiones se detallan:

- Las características del bono (valor nominal, tasa cupón, plazo, etc.).
- Los covenants y demás condiciones contractuales.
- Las fechas clave y el calendario de la emisión.

- **Objetivo:**

Brindar claridad, resolver dudas y generar confianza en el mercado, lo que facilita la correcta valoración del instrumento.

2.6. Clasificación de Riesgo y Regulación en la Emisión de Deuda

El marco regulatorio de las **Clasificadoras de Riesgo** se establece en el **Título XIV de la Ley N° 18.045, sobre el Mercado de Valores**. Este marco se complementa con diversas Normas de Carácter General y Circulares emitidas por la **Comisión para el Mercado Financiero (CMF)**. Para operar, las clasificadoras deben ser sociedades de personas, estar inscritas en el Registro de Clasificadoras de Riesgo de la CMF y contar con un patrimonio mínimo de **UF 5.000**.

La **clasificación de riesgo** es una evaluación realizada por agencias de rating (como Fitch, Moody's o S&P) que mide la calidad crediticia del emisor y, en consecuencia, el riesgo de impago del bono. Una calificación alta indica menor riesgo, mientras que una rebaja señala un incremento en la probabilidad de incumplimiento, las clasificaciones en Chile van desde la más alta AAA hasta la más baja D (la calificación E cuando no hay suficiente información para acreditar la calificación).



Ejemplo Rating Crediticio

Cuando se produce un cambio en la clasificación de riesgo, pueden suceder diversas situaciones:

- **Impacto en el precio y rendimiento:**

Una rebaja en la calificación suele provocar que el bono se negocie a un precio inferior

en el mercado secundario, lo que se traduce en un mayor rendimiento (yield) para compensar a los inversionistas por el riesgo adicional.

- **Mayor costo de financiamiento para el emisor:**

Si el rating se deteriora, el emisor podría verse obligado a ofrecer tasas cupón más elevadas en futuras emisiones para atraer inversionistas, lo que encarece su financiamiento.

- **Activación de cláusulas contractuales:**

La degradación del rating puede considerarse un indicador de deterioro en la salud financiera del emisor, activando ciertos **covenants** o cláusulas de protección en el contrato. Esto permite a los tenedores de bonos exigir medidas como la aceleración del pago o la renegociación de los términos contractuales.

 Clasificadoras de Riesgo

2.7. Componentes Adicionales

- **Estructura de Amortización:**

Define cómo y cuándo se reembolsará el principal (por ejemplo, en un solo pago al vencimiento o de forma escalonada).

- **Cláusulas Especiales:**

Pueden incluir disposiciones como cláusulas de makewhole o condiciones de prepago, que impactan la flexibilidad y rendimiento del bono.

3. Flujos de caja de un bono vanilla

Un bono *plain vanilla* paga cupones periódicamente y devuelve el capital al final. Este flujo es determinista y se modela como una serie de pagos fijos (Bodie, Kane & Marcus, 2018) [^8].

Matemáticamente, para cada período t (donde $t = 1, 2, \dots, T$):

$$CF_t = \begin{cases} C & \text{para } t = 1, 2, \dots, T - 1 \\ C + F & \text{para } t = T \end{cases}$$

Donde:

- CF_t = Flujo de caja en el período t
- C = Pago del cupón
- F = Valor nominal (face value)
- T = Número total de períodos

```
In [1]: def calcular_cupon(principal: float, tasa_cupon: float, frecuencia: int) -> float:
        """
```

Calcula el pago periódico del cupón.

Args:

principal (float): Valor nominal del bono.
tasa_cupon (float): Tasa anual del cupón (ej: $0.06 = 6\%$).
frecuencia (int): Número de pagos por año.

Returns:

float: Valor del pago de cupón por período.

"""

return principal * tasa_cupon / frecuencia

Ejemplo: bono de \$1000 con cupón anual de 6%, pagado semestralmente

print(f"Cupón semestral: \${calcular_cupon(1000, 0.06, 2):.2f}") # Resultado: \$30.00

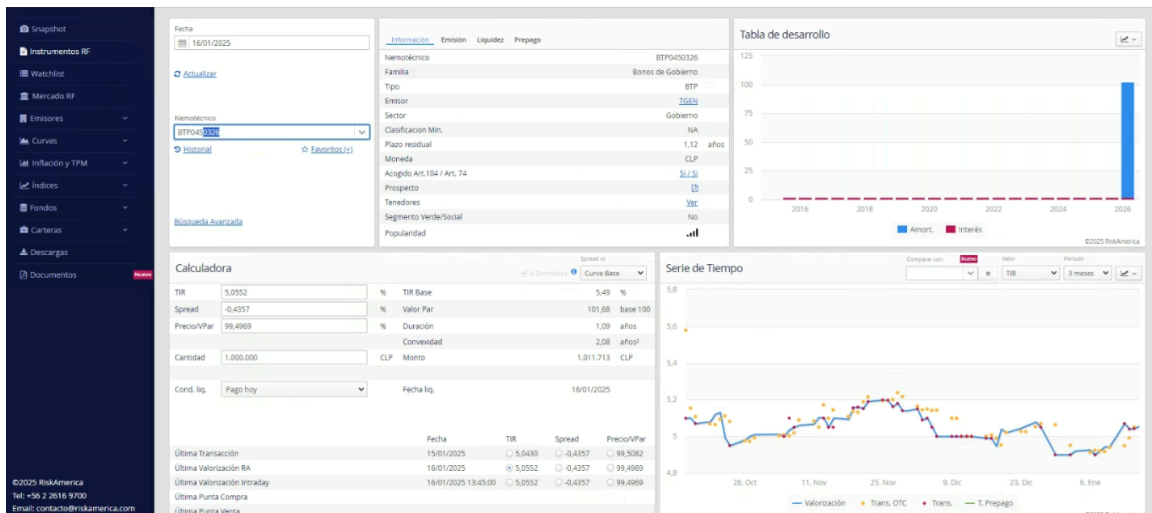
Cupón semestral: \$30.00

```
In [ ]: principal = 1000
tasa_cupon = 0.06
frecuencia = 2
n_periodos = 6 # 3 años con pagos semestrales
cupon = calcular_cupon(principal, tasa_cupon, frecuencia)

# Lista de flujos de caja
flujos = [cupon] * (n_periodos - 1) + [cupon + principal]
print("Flujos de caja:", flujos)
# Resultado: [30.0, 30.0, 30.0, 30.0, 30.0, 1030.0]
```

Flujos de caja: [30.0, 30.0, 30.0, 30.0, 30.0, 1030.0]

🗨️ Aquí usamos `*` para replicar el valor del cupón y concatenamos el último pago sumando el principal.



4. 📊 Valoración de un bono: Teoría del Valor Presente

El **valor presente (PV)** es el pilar de la valoración financiera moderna, introducido por **Irving Fisher** (1930)^[2]. El precio de un bono es simplemente el valor presente de sus flujos futuros descontados a una tasa de mercado (Cochrane, 2009)^[9].

Fórmula general del precio de un bono:

$$P = \sum_{t=1}^{T-1} \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{C+F}{(1+r)^T}$$

Donde:

- P = Precio del bono
- C = Pago del cupón por período
- F = Valor nominal
- r = Tasa de descuento por período (yield)
- T = Número total de períodos

Desglosando la fórmula paso a paso:

1. Para cada período futuro, calculamos el valor presente del flujo correspondiente:

$$PV_t = \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

2. Sumamos todos estos valores presentes para obtener el precio total:

$$P = \sum_{t=1}^T PV_t$$

```
In [13]: def calculate_bond_price(coupon_rate, ytm, maturity_years, frequency, principal):  
        """  
        Calcula el precio de un bono de manera iterativa  
  
        Parámetros:  
        coupon_rate (float): Tasa de cupón anual (decimal)  
        ytm (float): Rendimiento al vencimiento (yield to maturity) anual (decimal)  
        maturity_years (float): Años hasta el vencimiento  
        frequency (int): Periodicidad de pagos por año (1=anual, 2=semestral, 4=trimestral)  
        principal (float): Valor nominal o principal del bono  
  
        Retorna:  
        float: Precio del bono  
        """  
  
        # Ajustar las tasas según la periodicidad  
        periodic_coupon_rate = coupon_rate / frequency  
        periodic_ytm = ytm / frequency  
  
        # Número total de períodos  
        total_periods = int(maturity_years * frequency)
```



```

# Pago del cupón periódico
coupon_payment = principal * periodic_coupon_rate

# Calcular el precio del bono de manera iterativa
price = 0

# Sumar el valor presente de cada pago de cupón
for period in range(1, total_periods + 1):
    # Valor presente de cada pago de cupón
    pv_coupon = coupon_payment / ((1 + periodic_ytm) ** period)
    price += pv_coupon

# Sumar el valor presente del principal (se paga al vencimiento)
pv_principal = principal / ((1 + periodic_ytm) ** total_periods)
price += pv_principal

return price

coupon_rate = 0.05      # 5% de tasa de cupón anual
ytm = 0.06              # 6% rendimiento al vencimiento anual
maturity_years = 1      # 10 años hasta el vencimiento
frequency = 2           # Pagos semestrales (2 veces al año)
principal = 1000        # $1000 de valor nominal

price = calculate_bond_price(coupon_rate, ytm, maturity_years, frequency, principal)
logger.info('Precio del bono: ${:.2f}', price) # Resultado: $1000.00

```

2025-03-23 11:45:16.872 | INFO | __main__:<module>:47 - Precio del bono: \$990.43

```

In [1]: import pandas as pd
import numpy as np

def calculate_bond_price_df(coupon_rate, ytm, maturity_years, frequency, principal,
    """
    Calcula el precio de un bono utilizando pandas DataFrame y muestra el desarroll

    Parámetros:
    coupon_rate (float): Tasa de cupón anual (decimal)
    ytm (float): Rendimiento al vencimiento (yield to maturity) anual (decimal)
    maturity_years (float): Años hasta el vencimiento
    frequency (int): Periodicidad de pagos por año (1=anual, 2=semestral, 4=trimest
    principal (float): Valor nominal o principal del bono
    day_convention (int): Convención de días por año (360 o 365)

    Retorna:
    tuple: (precio del bono, DataFrame con el desarrollo del cálculo)
    """

    # Ajustar las tasas según la periodicidad
    periodic_coupon_rate = coupon_rate / frequency
    periodic_ytm = ytm / frequency

    # Número total de períodos
    total_periods = int(maturity_years * frequency)

    # Pago del cupón periódico
    coupon_payment = principal * periodic_coupon_rate

```

```

# Días por periodo según la frecuencia y convención
days_per_period = day_convention / frequency

# Crear DataFrame para mostrar el desarrollo
data = []

# Para cada período, calcular los componentes
for period in range(1, total_periods + 1):
    # Flujo de caja para este período
    cash_flow = coupon_payment

    # En el último período, añadir el principal
    if period == total_periods:
        cash_flow += principal

    # Días hasta este período
    days = period * days_per_period

    # Factor de descuento
    discount_factor = 1 / ((1 + periodic_ytm) ** period)

    # Valor presente de este flujo
    present_value = cash_flow * discount_factor

    # Añadir al DataFrame
    data.append({
        'Periodo': period,
        'Días': days,
        'Flujo': cash_flow,
        'Factor_Descuento': discount_factor,
        'Valor_Presente': present_value
    })

# Crear DataFrame
df = pd.DataFrame(data)

# Calcular el precio total
price = df['Valor_Presente'].sum()

# Añadir sumatorias y formato usando pd.concat() (método recomendado)
total_row = pd.DataFrame([
    'Periodo': 'Total',
    'Días': '',
    'Flujo': df['Flujo'].sum(),
    'Factor_Descuento': '',
    'Valor_Presente': price
])

df = pd.concat([df, total_row], ignore_index=True)

return price, df

# Ejemplo de uso
coupon_rate = 0.06      # 5% de tasa de cupón anual
ytm = 0.06              # 6% rendimiento al vencimiento anual

```

```

maturity_years = 1      # 1 año hasta el vencimiento
frequency = 2           # Pagos semestrales (2 veces al año)
principal = 1000        # $1000 de valor nominal

# Calcular precio y obtener DataFrame
price, bond_df = calculate_bond_price_df(coupon_rate, ytm, maturity_years, frequency)

# Mostrar resultados
print(f"Precio del bono: ${price:.2f}")
print("\nDesarrollo del cálculo:")
print(bond_df.to_string(index=False, float_format=lambda x: f"{x:.4f}" if isinstance(x, float) else x))

```

Precio del bono: \$1000.00

Desarrollo del cálculo:

Periodo	Días	Flujo	Factor_Descuento	Valor_Presente
1	180.0000	30.0000	0.9709	29.1262
2	360.0000	1030.0000	0.9426	970.8738
Total		1060.0000		1000.0000

```

In [2]: # Versión mejorada que incluye fechas reales
def calculate_bond_price_with_dates(coupon_rate, ytm, maturity_years, frequency, principal, start_date, day_convention=360):
    """
    Calcula el precio de un bono con fechas reales y convención de días

    Parámetros adicionales:
    start_date (str or datetime): Fecha de inicio para el cálculo
    """
    import pandas as pd
    from datetime import datetime, timedelta
    import numpy as np

    # Convertir a datetime si es string
    if isinstance(start_date, str):
        start_date = pd.to_datetime(start_date)

    # Ajustar las tasas según la periodicidad
    periodic_coupon_rate = coupon_rate / frequency
    periodic_ytm = ytm / frequency

    # Número total de períodos
    total_periods = int(maturity_years * frequency)

    # Pago del cupón periódico
    coupon_payment = principal * periodic_coupon_rate

    # Crear DataFrame para mostrar el desarrollo
    data = []

    # Para cada período, calcular los componentes
    for period in range(1, total_periods + 1):
        # Calcular fecha de este pago
        months_to_add = int(12 * period / frequency)
        payment_date = start_date + pd.DateOffset(months=months_to_add)

```

```

# Calcular días exactos desde inicio
days = (payment_date - start_date).days

# Flujo de caja para este período
cash_flow = coupon_payment

# En el último período, añadir el principal
if period == total_periods:
    cash_flow += principal

# Factor de descuento usando la convención de días
if day_convention == 360:
    # Usando convención 30/360
    discount_factor = 1 / ((1 + periodic_ytm) ** period)
else:
    # Usando días reales / 365
    discount_factor = 1 / ((1 + ytm) ** (days / 365))

# Valor presente de este flujo
present_value = cash_flow * discount_factor

# Añadir al DataFrame
data.append({
    'Periodo': period,
    'Fecha_Pago': payment_date.strftime('%Y-%m-%d'),
    'Días': days,
    'Flujo': cash_flow,
    'Factor_Descuento': discount_factor,
    'Valor_Presente': present_value
})

# Crear DataFrame
df = pd.DataFrame(data)

# Calcular el precio total
price = df['Valor_Presente'].sum()

# Añadir sumatorias y formato usando pd.concat()
total_row = pd.DataFrame([
    {
        'Periodo': 'Total',
        'Fecha_Pago': '',
        'Días': '',
        'Flujo': df['Flujo'].sum(),
        'Factor_Descuento': '',
        'Valor_Presente': price
    }
])

df = pd.concat([df, total_row], ignore_index=True)

return price, df

# Ejemplo con fechas reales
price_with_dates, bond_df_dates = calculate_bond_price_with_dates(
    coupon_rate=0.06,
    ytm=0.06,
    maturity_years=1,

```

```

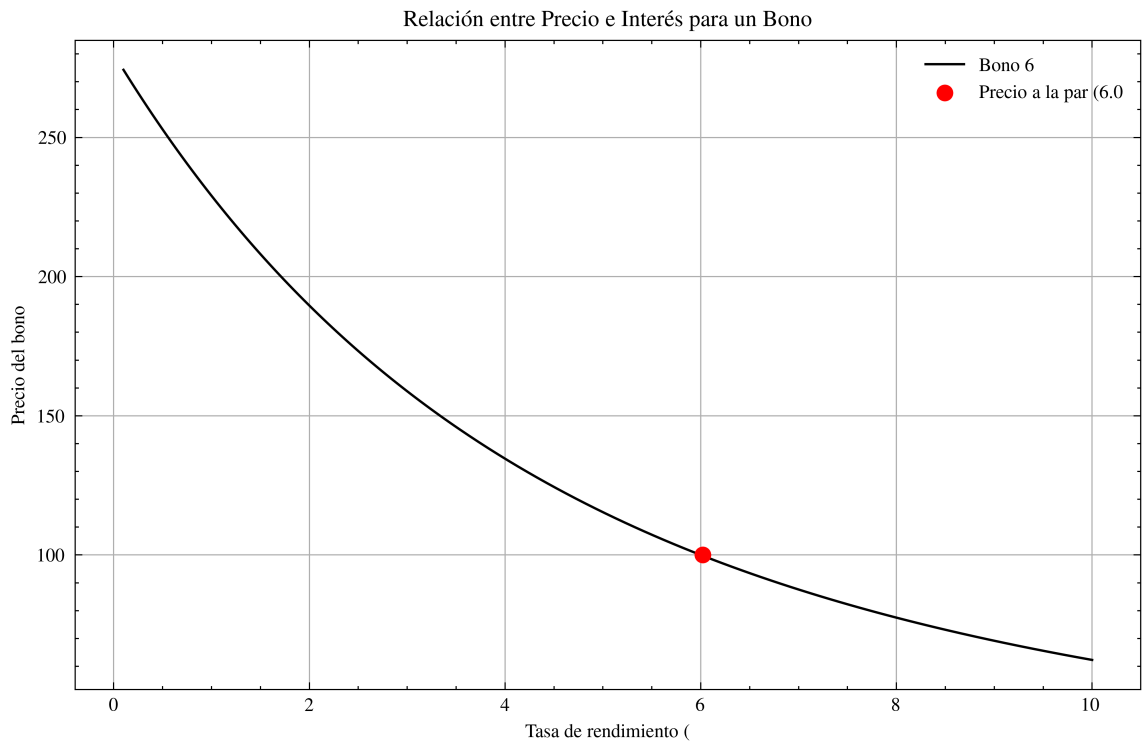
frequency=2,
principal=1000,
start_date='2025-03-23',
day_convention=360
)
price_with_dates, bond_df_dates

```

```

Out[2]: (np.float64(1000.0),
  Periodo  Fecha_Pago  Días  Flujo  Factor_Descuento  Valor_Presente
0         1  2025-09-23  184    30.0          0.970874        29.126214
1         2  2026-03-23  365  1030.0          0.942596       970.873786
2      Total                    1060.0          1000.000000)

```



Conclusión

Los bonos son instrumentos antiguos pero esenciales, que combinan contratos financieros, flujos matemáticos, riesgo y teoría económica. Comprender su estructura y valoración es un paso fundamental en cualquier carrera financiera profesional. Desde Fisher hasta Bloomberg, el análisis de bonos ha evolucionado gracias a matemáticos, economistas y técnicos que han permitido su modelación precisa y masiva.

Como señala Mishkin (2018)^[5], "los bonos son el pilar de los mercados financieros modernos y el entendimiento de su valoración es esencial para cualquier análisis sofisticado de riesgo financiero".



Referencias

[^1]: Homer, S., & Sylla, R. (2005). *A History of Interest Rates*. Wiley Finance.

[^2]: Fisher, I. (1930). *The Theory of Interest*. Macmillan.

[^3]: Macaulay, F. R. (1938). *Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the United States Since 1856*. National Bureau of Economic Research.

[^4]: Fabozzi, F. J. (2012). *Bond Markets, Analysis, and Strategies*. Pearson Education.

[^5]: Mishkin, F. S. (2018). *The Economics of Money, Banking, and Financial Markets* (12th ed.). Pearson Education.