

## 1. ECUACIONES LINEALES

### TEOREMA 1: Propiedad de la suma.

Sean  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Se cumple que:

$$a = b \iff a + c = b + c$$

Puedes sumar el mismo número a ambos lados de una ecuación sin alterar la igualdad.

### TEOREMA 2: Propiedad de la resta.

Sean  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Se cumple que:

$$a = b \iff a - c = b - c$$

Puedes restar el mismo número a ambos lados de una ecuación sin alterar la igualdad.

### TEOREMA 3: Propiedad del producto (sin restricciones).

Sean  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Se cumple que:

$$a = b \implies a \cdot c = b \cdot c$$

Puedes multiplicar ambos lados de una ecuación por el mismo número, aunque puede que no siempre sea reversible.

### TEOREMA 4: Propiedad del producto (con restricciones).

Sean  $a, b, c \in \mathbb{R}$  con  $c \neq 0$ . Se cumple que:

$$a = b \iff a \cdot c = b \cdot c$$

Multiplicar por el mismo número distinto de cero en ambos lados conserva la igualdad y es reversible.

### TEOREMA 5: Propiedad del cociente.

Sean  $a, b, c \in \mathbb{R}$  con  $c \neq 0$ . Se cumple que:

$$a = b \iff \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$$

Dividir ambos lados de una ecuación por el mismo número distinto de cero no altera la igualdad.

**TEOREMA 6: Propiedad del opuesto.**

Sean  $a, b \in \mathbb{R}$ . Se cumple que:

$$a = b \iff -a = -b$$

El opuesto (o negativo) de ambos lados de una ecuación conserva la igualdad.

**TEOREMA 7: Propiedad del recíproco.**

Sean  $a, b \in \mathbb{R}$  con  $a \neq 0$  y  $b \neq 0$ . Se cumple que:

$$a = b \iff \frac{1}{a} = \frac{1}{b}$$

El recíproco de ambos lados de una ecuación conserva la igualdad.

**TEOREMA 8: Propiedad de proporciones.**

Sean  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  con  $b \neq 0$  y  $d \neq 0$ . Se cumple que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = c \cdot b$$

En una proporción, el producto cruzado de los términos es igual.

---

**2. ECUACIONES CUADRÁTICAS**

---

**TEOREMA 9: Propiedad del producto nulo.**

Sean  $a, b \in \mathbb{R}$ . Se cumple que:

$$a \cdot b = 0 \iff (a = 0 \vee b = 0)$$

Si el producto de dos números es cero, al menos uno de ellos debe ser igual a cero.

**TEOREMA 10: Solución de una ecuación cuadrática simple.**

Sea  $x, y \in \mathbb{R}$  tal que  $y \geq 0$ . Se cumple que:

$$x^2 = y \iff x = \pm\sqrt{y}.$$

Si el cuadrado de un número es igual a  $y$ , entonces ese número es igual a la raíz cuadrada positiva o negativa de  $y$ .

**TEOREMA 11: Fórmula general para la solución de una ecuación cuadrática.**

Sea  $a, b, c, x \in \mathbb{R}$  con  $a \neq 0$ . Si  $b^2 - 4ac \geq 0$ , se cumple que:

$$ax^2 + bx + c = 0 \iff x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

La solución de una ecuación cuadrática se encuentra usando la fórmula general, siempre que el discriminante ( $b^2 - 4ac$ ) sea mayor o igual a cero.