Alejandro Galvis • Semestre 2024-2

1. Definición de Inecuación

En medicina veterinaria, las **inecuaciones** son herramientas matemáticas útiles para modelar y resolver problemas relacionados con límites, rangos y condiciones óptimas en el cuidado animal. Estas desigualdades permiten determinar:

- **Rangos de temperatura ideales:** Por ejemplo, garantizar que la temperatura en un ambiente para aves se mantenga entre 20°C y 25°C, expresado como $20 \leqslant T \leqslant 25$.
- **Dosis seguras de medicamentos:** Para asegurar que la concentración de un medicamento no sea tóxica, se puede expresar como $C \leqslant 0{,}5\,\text{mg/mL}$.
- **Criterios de peso saludable:** En animales jóvenes, el peso ideal puede establecerse como $P \geqslant 5\,\text{kg}$, asegurando un desarrollo adecuado.
- **Condiciones fisiológicas:** Las inecuaciones se utilizan para evaluar parámetros como frecuencia cardíaca o niveles de glucosa en rangos saludables, considerando valores superiores o inferiores a ciertos límites críticos.

Ejemplo: Un veterinario necesita asegurar que la frecuencia cardíaca de un caballo en reposo esté entre 28 y 40 latidos por minuto, lo que puede representarse como:

$$28 \leqslant f \leqslant 40.$$

Estas aplicaciones prácticas permiten a los veterinarios tomar decisiones precisas y garantizar el bienestar animal.

Definición 1: Inecuación.
Una **inecuación** es una expresión matemática que establece una relación de *desigualdad* entre dos cantidades o expresiones algebraicas. En general, una inecuación se escribe como:

$$f(x)\, R\, g(x),$$

donde:

- $f(x)$ y $g(x)$ son funciones, expresiones algebraicas o constantes.
- R es una relación de desigualdad, que puede ser una de las siguientes:

$$R \in \{\leqslant, <, \geqslant, >\}.$$

El objetivo al resolver una inecuación es determinar el conjunto de valores de la variable x que satisface la relación de desigualdad.

Como se establece en su definición, una **inecuación** es una expresión matemática que establece una relación de *desigualdad* entre dos cantidades o expresiones. Las más comunes son las siguientes:

- $a < b$: "a es menor que b".
- $a \leqslant b$: "a es menor o igual que b".
- $a > b$: "a es mayor que b".
- $a \geqslant b$: "a es mayor o igual que b".

Inecuaciones Elementales

- **Inecuaciones Lineales**
  - Forma General:
  $$ax + b \, R \, 0, \quad \text{con } a \neq 0.$$
  - Ejemplo:
  $$2x + 3 > 0.$$
- **Inecuaciones Cuadráticas**
  - Forma General:
  $$ax^2 + bx + c \, R \, 0, \quad \text{con } a \neq 0.$$
  - Ejemplo:
  $$x^2 - 4x + 3 \leqslant 0.$$
- **Inecuaciones Racionales**
  - Forma General:
  $$\frac{P(x)}{Q(x)} \, R \, 0, \quad \text{con } Q(x) \neq 0.$$
  - Ejemplo:
  $$\frac{x-2}{x+3} > 0.$$
- **Inecuaciones con Valor Absoluto**
  - Forma General:
  $$|f(x)| \, R \, c, \quad \text{con } c \geqslant 0.$$
  - Ejemplo:
  $$|x - 3| < 5.$$
- **Inecuaciones Dobles**
  - Forma General:
  $$c_1 \, R_1 \, f(x) \, R_2 \, c_2.$$
  - Ejemplo:
  $$-3 < 2x + 1 \leqslant 5.$$

2. ¿CÓMO RESOLVER INECUACIONES ELEMENTALES?

1. Inecuaciones Lineales

Fácil

Resolver:

$$3x + 5 \leqslant 11.$$

Resolución:

I. Restamos 5 a ambos lados de la inecuación para despejar x:

$$3x \leqslant 11 - 5.$$

II. Simplificamos:

$$3x \leqslant 6.$$

III. Dividimos entre 3 (manteniendo el sentido de la desigualdad porque estamos dividiendo por un número positivo):

$$x \leqslant 2.$$

Solución:

$$x \in (-\infty, 2].$$

Reto

Resolver:

$$\frac{4x-5}{3} - \frac{x+1}{2} > 1.$$

Resolución:

I. Eliminamos los denominadores multiplicando toda la inecuación por el mínimo común múltiplo de 3 y 2, que es 6:

$$6 \cdot \frac{4x-5}{3} - 6 \cdot \frac{x+1}{2} > 6 \cdot 1.$$

Esto da como resultado:

$$2(4x-5) - 3(x+1) > 6.$$

II. Expandimos los paréntesis:

$$8x - 10 - 3x - 3 > 6.$$

III. Simplificamos los términos semejantes:

$$5x - 13 > 6.$$

IV. Sumamos 13 a ambos lados:

$$5x > 19.$$

V. Dividimos entre 5:

$$x > \frac{19}{5}.$$

Solución:

$$x \in \left(\frac{19}{5}, \infty\right).$$

2. Inecuaciones Cuadráticas

Fácil

Resolver:

$$x^2 - 4x \leqslant 0.$$

Resolución:

I. Factorizamos el binomio:

$$x(x-4) \leqslant 0.$$

II. Identificamos los puntos críticos (x que anulan cada factor):

$$x = 0 \quad \text{y} \quad x = 4.$$

III. Dividimos la recta numérica en los intervalos:

$$(-\infty, 0), \quad (0, 4), \quad (4, \infty).$$

IV. Probamos un valor en cada intervalo para determinar el signo del producto:

- En $(-\infty, 0)$: Probamos $x = -1$, $(-1)(-1-4) = (+)$.
- En $(0, 4)$: Probamos $x = 2$, $(2)(2-4) = (-)$.
- En $(4, \infty)$: Probamos $x = 5$, $(5)(5-4) = (+)$.

V. Seleccionamos los intervalos donde el producto es menor o igual a cero:

$$x \in [0, 4].$$

Solución:

$$x \in [0, 4].$$

Reto

Resolver la inecuación:

$$x^2 - 6x + 5 > 0.$$

Resolución

I. Factorizamos el trinomio:

$$x^2 - 6x + 5 = (x-1)(x-5).$$

II. Identificamos los puntos críticos:

$$x = 1,\ x = 5.$$

III. Dividimos la recta numérica en los intervalos determinados por los puntos críticos:

$$(-\infty, 1), \quad (1,5), \quad (5,\infty).$$

IV. Analizamos los signos de $(x-1)(x-5)$ en cada intervalo mediante la siguiente tabla:

Intervalo	**Valor de prueba**	$x-1$	$x-5$	**Producto** $(x-1)(x-5)$	**Signo**
$(-\infty,1)$	$x=0$	$-$	$-$	$(+)$	$+$
$(1,5)$	$x=3$	$+$	$-$	$(-)$	$-$
$(5,\infty)$	$x=6$	$+$	$+$	$(+)$	$+$

Solución:

$$x \in (-\infty,1) \cup (5,\infty).$$

3. ¿CÓMO RESOLVER INECUACIONES... UN POCO MÁS DIFICILES?

1. Inecuación Racional

Resolver la siguiente inecuación:

$$\frac{x^2-4}{x-3} \leqslant 0.$$

2. Inecuación con Valor Absoluto

Resolver la siguiente inecuación:

$$|2x-5| \geqslant 7.$$

4. UN POCO DE PROGRAMACIÓN EN PYTHON

Material en construcción...

Enlace: Material recomendado para esta sección acceder a estos enlace

- Notebook de Google Colab
- Representación de funciones (calculadora)
- Representación de funciones (código)