ESCUELA DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICA
MEDICINA VETERINARIA • MATEMÁTICA I*
EXAMEN ESCRITO NO. 2
Fernando Jiménez T. • *Semestre 2024-2*

INDICACIONES

- En esta actividad se evalúa si el estudiante *(Criterio 2.2) resuelve sistemas de ecuaciones e inecuaciones de varias variables, aplicando métodos algebraicos y geométricos adecuados.*
- Se encuentra prohibido el uso de cualquier fuente de información durante todo el examen.
- En caso de considerar que existe un error en la pregunta o que esta se encuentra mal planteada, se debe indicar cuál es el error y justificarlo.
- Todas las soluciones deben estar correctamente redactadas y explicadas.

EJERCICIOS

1. Complete la siguiente tabla diciendo si el sistema es lineal o no, y colocar cuántas incógnitas tiene el sistema. (15pt)

Sistema	Tipo	Num. Incógnitas
$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y^2 = 1 \end{cases}$		
$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$		
$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y^2 + z = 1 \end{cases}$		
$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$		

Solución.

Sistema	Tipo	Num. Incógnitas
$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y^2 = 1 \end{cases}$	No lineal	2
$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$	Lineal	2
$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y^2 + z = 1 \end{cases}$	No lineal	3
$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$	Lineal	3

$\square$

2. Resolver los siguientes sistemas: (20pt)

a) $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y + 2z = 6 \\ x - y = -1 \\ 2x + y + 3z = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ -x + 3y = 1 \\ 7x - 2y = 14 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + y + 3z = 6 \\ 2y + 3z = 5 \end{cases}$

Solución.

a) Usando el método de eliminación podemos sumar las dos ecuaciones obteniendo la ecuación

$$5x = 10$$

Es decir, tenemos que $x = 2$. Reemplazando el valor de x encontrado en la segunda ecuación tenemos:

$$2(2) + y = 5$$

Es decir, obtenemos que $y = 1$.

b) Primero usaremos el método de eliminación para obtener un sistema triangular.

Multiplicamos por -3 a la primera ecuación y por 2 la segunda ecuación, luego sumamos ambas ecuaciones:

$$\begin{array}{r} -3x - 6y - 6z = -18 \\ 4x + 2y + 6z = 14 \\ \hline x - 4y = -4 \end{array}$$

Reemplazamos la tercera ecuación por esta nueva ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 6 \\ x - y = -1 \\ x - 4y = -4 \end{cases}$$

Multiplicamos por -1 la segunda ecuación y sumamos la tercera ecuación obteniendo:

$$\begin{array}{r} -x + y = 1 \\ x - 4y = -4 \\ \hline -3y = -3 \end{array}$$

Esta nueva ecuación la reemplazamos por la tercera ecuación obteniendo el sistema equivalente:

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 6 \\ x - y = -1 \\ -3y = -3 \end{cases}$$

Finalmente, podemos resolver por sustitución, obteniendo:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

c) Despejando x de la segunda ecuación obtenemos:

$$x = 3y - 1$$

Reemplazando el valor de x en la primera ecuación obtenemos:

$$2(3y-1)+5y=9 \quad \Longleftrightarrow \quad y=1$$

Reemplazando el valor de y encontrado en $x=3y-1$, obtenemos

$$x=2$$

Verifiquemos si estas el punto $(2,1)$ satisface la tercera ecuación:

$$12=7(2)-2(1)\neq 14$$

Por lo tanto, el sistema no tiene solución.

d) Por eliminación reduciremos el sistema a un sistema de forma triangular.

Primero multiplicamos por -1 la primera ecuación y el resultado sumamos con la segunda ecuación obteniendo:

$$\begin{array}{r} -x+y-z=-2 \\ x+y+3z=6 \\ \hline 2y+2z=4 \end{array}$$

Reemplazamos la segunda ecuación por la nueva ecuación, obteniendo el sistema equivalente:

$$\begin{cases} x-y+z=2 \\ 2y+2z=4 \\ 2y+3z=5 \end{cases}$$

Multiplicamos por -1 la segunda ecuación y sumamos con la tercera ecuación obteniendo:

$$\begin{array}{r} -2y-2z=-4 \\ 2y+3z=5 \\ \hline z=1 \end{array}$$

Reemplazamos la tercera ecuación del sistema por la nueva ecuación, obteniendo:

$$\begin{cases} x-y+z=2 \\ 2y+2z=4 \\ z=1 \end{cases}$$

Como el sistema es triangular, podemos usar sustitución para terminar de resolver, obteniendo:

$$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

□

3. Una investigadora realiza un experimento para probar una hipótesis donde intervienen los nutrientes niacina y retinol. Ella alimenta a un grupo de ratas de laboratorio con una dieta diaria de precisamente 32 unidades de niacina y 22 mil unidades de retinol. Ella usa dos tipos de alimentos comerciales en forma de pastillas. El alimento A contiene 0.12 unidades de niacina y 100 unidades de retinol por gramo; el alimento B contiene 0.20 unidades de niacina y 50 unidades de retinol por gramo.

   ¿Cuántos gramos de cada alimento les da ella al grupo de ratas diariamente? (15pt)

Solución. Definamos las variables:

x es la cantidad en gramos del alimento A.

y es la cantidad en gramos del alimento B.

La primera ecuación nos dice la cantidad total de niacina que se obtuvo al mezclar ambos alimentos, es decir,

$$0{,}12x + 0{,}20y = 32$$

La segunda ecuación nos dice la cantidad total de retinol que se obtiene al mezclar los alimentos.

$$100x + 50y = 22000$$

Es decir, el sistema que debemos resolver es:

$$\begin{cases} 0{,}12x + 0{,}20y = 32 \\ 100x + 50y = 22000 \end{cases}$$

Un sistema equivalente se obtiene al multiplicar por 100 a la primera restricción, obteniendo:

$$\begin{cases} 12x + 20y = 3200 \\ 100x + 50y = 22000 \end{cases}$$

Despejando y de la primera restricción obtenemos:

$$y = \frac{3200 - 12x}{20}$$

Reemplazando el valor de y en la segunda restricción tenemos:

$$100x + 50\left(\frac{3200 - 12x}{20}\right) = 22000$$

Resolviendo esta ecuación lineal tenemos:

$$x = 200$$

Reemplazando el valor de $x = 200$ en la la ecuación $y = \frac{3200-12x}{20}$, tenemos

$$y = 40$$

La investigadora ha usado 200 gramos del alimento A y 40 gramos del alimento B para alimentar a las ratas. $\square$