1 题面

给出一个长度为 n 的正整数数组 w，通过 w 可以构造一个长度为 $\sum w_i$ 的数组 A：

$$A_i = \begin{cases} w_i & 1 \le i \le n \\ 0 & n < i \le \sum w_i \end{cases}$$

不难发现 A 的平均数是 1。

令 $m = \sum w_i$，对于每一个长度为 n 的排列 P，我们可以通过 A 和 P 得到一个长度为 m 的数组 B 满足 $B_i = A_{P_i}$。排列 P 是好的当且仅当 B 的每一个非空前缀的平均数都不小于 1。

求满足条件的 P 的个数，对 998244353 取模。

$n \le 40, w_i \le 10^5$

2 题解

A 中的正整数很少，考虑在确定了所有正整数的相对顺序（设这些数排列的相对顺序是 x）后，把剩下的 0 插入最终的数组有多少种方案。

对于每一个方案，我们可以从右往左贪心的把 0 分配给每一个正数，例如 4002010 可以分配成 4(0020)2(0)1(0)，每一个括号中的 0 分别属于每一个数。

在往正数序列中填 0 的时候，也可以按照这个方法从左往右的填写。令 $w_{i,j}$ 为我们在填第 i 个数时，新占用了 j 个间隙的方案数，那么可以得到 $w_{i,j} = \binom{x_i+j-2}{j}$。

考虑 DP，令 $dp_{i,j}$ 为填入了从 i 往后所有正数对应的 0 后只占用了最后 j 个间隙的方案数，那么可以得到 DP 方程。

$$dp_{i,j} = \begin{cases} \sum w_{i,k} \times dp_{i+1,j-k} & 0 \le j \le n-i \\ 0 & j > n-i \end{cases}$$

这样可以在 $O(n^3)$ 的时间复杂度内求得一个排列对应的方案数。

现在考虑相对顺序不确定的情况，可以发现最终的答案一定是若干形如 $\prod w_{i,t_j}$ 的项的和。

因为排列是高度对称的，所以求 $\prod w_{i,t_j}$ 的总的贡献时，我们只需要考虑集合 $\{t_i\}$ 是什么，而不需要考虑它的相对顺序。令 S_n 为 n 的拆分数，那么这样的集合只有 S_n 种，当 $n = 40$ 时 $S < 40000$，所以我们可以使用一个 $S_n \times n^2$ 的 DP 求出每一个集合的系数是多少。接着可以再使用一个 $S_n \times n^2$ 的 DP，求出每一个拆分带入每一个排列的贡献之和是多少，累加贡献就能得到答案了。

时间复杂度 $O(S_n \times n^2)$