≤ 2011年9月 ≥

日	一	二	三	四	五	六
28	29	30	31	1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	1
2	3	4	5	6	7	8

常用链接

我的随笔
我的评论
我参与的随笔

留言簿(3)

给我留言
查看公开留言
查看私人留言

随笔分类

比赛总结(9)
摇曳的歌声(5)

随笔档案

2011年9月 (1)

搜索

搜索

最新评论

1. re: 容斥原理（翻译）
我去 俊爷！！！
--gaosaihang
2. re: 容斥原理（翻译）
原来是舟哥哥！
--guanjun
3. re: ACM/ICPC world finals 2013 (I)
居然这么惊险，，“而moonlight131却在犹豫，他说他有点不想去了。”很有他的风格吧。。
--CrazyCow
4. re: 容斥原理（翻译）
舟哥哥好厉害
--JaceForce
5. re: 容斥原理（翻译）
@acfish
是1LL 防止int溢出
--vici

容斥原理（翻译）

前言：

这篇文章发表于http://e-maxx.ru/algo/inclusion_exclusion_principle，原文是俄语的。由于文章确实很实用，而且鉴于国内俄文资料翻译的匮乏，我下决心将其翻译之。由于俄语对我来说如同乱码，而用Google直接翻译中文的话又变得面目全非，所以只能先用Google翻译成英语，再反复读，慢慢理解英语的意思，实在是弄得我头昏脑胀。因此在理解文章意思然后翻译成中文的时候，中文都不知道如何表述了。而又由于我对容斥原理知识的匮乏，很可能有些地方我的表述是错误的。

如果你对这篇文章有什么不理解的地方，可以去网站论坛的Feedback版(http://e-maxx.ru/forum/viewforum.php?id=6)发问。不过这可是俄语的，所以直接问我吧:)

QQ:573525822，E-mail: 573525822@qq.com 或 veecci@gmail.com

pdf版本：/Files/vici/inclusion-exclusion.pdf

UPD 9.6：感谢原作者的回复，一些错误已经被修正了。

容斥原理

原作：e-maxx(Russia) 发表于 2011.8.25

翻译：vici

对容斥原理的描述

容斥原理是一种重要的组合数学方法，可以让你求解任意大小的集合，或者计算复合事件的概率。

描述

容斥原理可以描述如下：

要计算几个集合并集的大小，我们要先将所有单个集合的大小计算出来，然后减去所有两个集合相交的部分，再加回所有三个集合相交的部分，再减去所有四个集合相交的部分，依此类推，一直计算到所有集合相交的部分。

关于集合的原理公式

上述描述的公式形式可以表示如下：

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i| - \sum_{i,j:\ 1\le i<j\le n} |A_i \cap A_j| + \sum_{i,j,k:\ 1\le i<j<k\le n} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \ldots + (-1)^{n-1} |A_1 \cap \ldots \cap A_n|$$

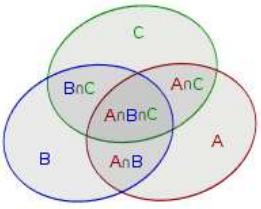
它可以写得更简洁一些，我们将B作为所有Ai的集合，那么容斥原理就变成了：

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{C \subseteq B} (-1)^{size(C)-1} \left|\bigcap_{e \in C} e\right|.$$

这个公式是由 De Moivre (Abraham de Moivre)提出的。

关于维恩图的原理

用维恩图来表示集合A、B和C:



那么$A \cup B \cup C$的面积就是集合A、B、C各自面积之和减去$A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$的面积，再加上$A \cap B \cap C$的面积。

$$S(A \cup B \cup C) = S(A) + S(B) + S(C) - S(A \cap B) - S(A \cap C) - S(B \cap C) + S(A \cap B \cap C).$$

由此，我们也可以解决n个集合求并的问题。

关于概率论的原理

设事件$A_i \ (i = 1 \ldots n)$, $\mathcal{P}(A_i)$代表发生某些事件的概率（即发生其中至少一个事件的概率），则：

$$\mathcal{P}\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}(A_i) - \sum_{i,j:\ 1 \le i < j \le n} \mathcal{P}(A_i \cap A_j) + \sum_{i,j,k:\ 1 \le i < j < k \le n} \mathcal{P}(A_i \cap A_j \cap A_k) - \ldots + (-1)^{n-1} \mathcal{P}(A_1 \cap \ldots \cap A_n).$$

这个公式也可以用B代表Ai的集合：

$$\mathcal{P}\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{C \subseteq B} (-1)^{size(C)-1} \cdot \mathcal{P}\left(\bigcap_{e \in C} e\right).$$

容斥原理的证明

我们要证明下面的等式：

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{C \subseteq B} (-1)^{size(C)-1} \left|\bigcap_{e \in C} e\right|,$$

其中B代表全部Ai的集合

我们需要证明在Ai集合中的任意元素，都由右边的算式被正好加上了一次（注意如果是不在Ai集合中的元素，是不会出现在右边的算式中的）。

假设有一任意元素在k个Ai集合中（k>=1），我们来验证这个元素正好被加了一次：

当size(C)=1时，元素x被加了k次。

当size(C)=2时，元素x被减了C(2,k)次，因为在k个集合中选择2个，其中都包含x。

当size(C)=3时，元素x被加了C(3,k)次。

……

当size(C)=k时，元素x被加/减了C(k,k)次，符号由sign(-1)^(k-1)决定。

当size(C)>k时，元素x不被考虑。

然后我们来计算所有组合数的和。

$$T = C_k^1 - C_k^2 + C_k^3 - \ldots + (-1)^{i-1} \cdot C_k^i + \ldots + (-1)^{k-1} \cdot C_k^k.$$

由二项式定理，我们可以将它变成：

$$(1-x)^k = C_k^0 - C_k^1 \cdot x + C_k^2 \cdot x^2 - C_k^3 \cdot x^3 + \ldots + (-1)^k \cdot C_k^k \cdot x^k.$$

我们把x取为1，这时$(1-x)^k$表示1-T（其中T为x被加的总次数），所以$T = 1 - (1-1)^k = 1$，证明完毕。

对于实际问题的应用

容斥原理的理论需要通过例子才能很好的理解。

首先，我们用三个简单的例子来阐释这个理论。然后会讨论一些复杂问题，试看如何用容斥原理来解决它们。

其中的“寻找路径数”是一个特殊的例子，它反映了容斥问题有时可以在多项式级复杂度内解决，不一定需要指数级。

一个简单的排列问题

由0到9的数字组成排列，要求第一个数大于1，最后一个数小于8，一共有多少种排列？

我们可以来计算它的逆问题，即第一个元素<=1或者最后一个元素>=8的情况。

我们设第一个元素<=1时有X组排列，最后一个元素>=8时有Y组排列。那么通过容斥原理来解决就可以写成：

$$|X| + |Y| - |X \cap Y|.$$

经过简单的组合运算，我们得到了结果：

$$2 \cdot 9! + 2 \cdot 9! - 2 \cdot 2 \cdot 8!$$

然后被总的排列数10!减，就是最终的答案了。

（0, 1, 2）序列问题

长度为n的由数字0，1，2组成的序列，要求每个数字至少出现1次，这样的序列有多少种？

同样的，我们转向它的逆问题。也就是~~不出现这些数字的序列~~ 不出现其中某些数字的序列。

我们定义Ai(i=0...2)表示不出现数字i的序列数，那么由容斥原理，我们得到该逆问题的结果为：

$$|A_0| + |A_1| + |A_2| - |A_0 \cap A_1| - |A_0 \cap A_2| - |A_1 \cap A_2| + |A_0 \cap A_1 \cap A_2|.$$

可以发现每个Ai的值都为2^n（因为这些序列中只能包含两种数字）。而所有的两两组合$A_i \cap A_j$都为1（它们只包含1种数字）。最后，三个集合的交集为0。（因为它不包含数字，所以不存在）

要记得我们解决的是它的逆问题，所以要用总数减掉，得到最终结果：

$$3^n - 3 \cdot 2^n + 3 \cdot 1 - 0.$$

方程整数解问题

给出一个方程：

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 20,$$

其中$0 \le x_i \le 8$。

求这个方程的整数解有多少组。

我们先不去理会xi<=8的条件，来考虑所有正整数解的情况。这个很容易用组合数来求解，我们要把20个元素分成6组，也就是添加5块“夹板”，然后在25个位置中找5块“夹板”的位置。

$$N_0 = C_{25}^5$$

然后通过容斥原理来讨论它的逆问题，也就是x>=9时的解。

我们定义Ak为xk>=9并且其他xi>=0时的集合，同样我们用上面的添加“夹板”法来计算Ak的大小，因为有9个位置已经被xk所利用了，所以：

$$|A_k| = C_{16}^5$$

然后计算两个这样的集合Ak、Ap的交集：

$$|A_k \cap A_p| = C_7^5$$

因为所有x的和不能超过20，所以三个或三个以上这样的集合时是不能同时出现的，它们的交集都为0。最后我们用总数剪掉用容斥原理所求逆问题的答案，就得到了最终结果：

$$C_{25}^5 - C_6^1 \cdot C_{16}^5 + C_6^2 \cdot C_7^5.$$

求指定区间内与n互素的数的个数：

给出整数n和r。求区间[1;r]中与n互素的数的个数。

去解决它的逆问题，求不与n互素的数的个数。

考虑n的所有素因子pi(i=1...k)

在[1;r]中有多少数能被pi整除呢？它就是：

$$\left\lfloor \frac{r}{p_i} \right\rfloor$$

然而，如果我们单纯将所有结果相加，会得到错误答案。有些数可能被统计多次（被好几个素因子整除）。所以，我们要运用容斥原理来解决。

我们可以用2^k的算法求出所有的pi组合，然后计算每种组合的pi乘积，通过容斥原理来对结果进行加减处理。

关于此问题的最终实现：

```
int solve (int n, int r) {
        vector<int> p;
        for (int i=2; i*i<=n; ++i)
                if (n % i == 0) {
                        p.push_back(i);
                        while (n % i == 0)
                                n /= i;
```

```
                }
        if (n > 1)
                p.push_back(n);

        int sum = 0;
        for (int msk=1; msk<(1<<p.size()); ++msk) {
                int mult = 1,
                        bits =0;
                for (int i=0; i<(int)p.size(); ++i)
                        if (msk & (1<<i)) {
                                ++bits;
                                mult *=p[i];
                        }

                int cur = r / mult;
                if (bits % 2 == 1)
                        sum += cur;
                else
                        sum -= cur;
        }

        return r - sum;
}
```

算法的复杂度为$O(\sqrt{n})$。

求在给定区间内，能被给定集合至少一个数整除的数个数

给出n个整数ai和整数r。求在区间[1;r]中，至少能被一个ai整除的数有多少。

解决此题的思路和上题差不多，计算ai所能组成的各种集合（这里将集合中ai的最小公倍数作为除数）在区间中满足的数的个数，然后利用容斥原理实现加减。

此题中实现所有集合的枚举，需要2^n的复杂度，求解lcm需要O(nlogr)的复杂度。

能满足一定数目匹配的字符串的个数问题

给出n个匹配串，它们长度相同，其中有一些'?'表示待匹配的字母。然后给出一个整数k，求能正好匹配k个匹配串的字符串的个数。更进一步，求至少匹配k个匹配串的字符串的个数。

首先我们会发现，我们很容易找到能匹配所有匹配串的字符串。只需要对比所有匹配串，去在每一列中找出现的字母（或者这一列全是'?'，或者这一列出现了唯一的字母，否则这样的字符串就存在），最后所有字母组成的单词即为所求。

现在我们来学习如何解决第一个问题：能正好匹配k个匹配串的字符串。

我们在n个匹配串中选出k个，作为集合X，统计满足集合X中匹配的字符串数。求解这个问题时应用容斥原理，对X的所有超集进行运算，得到每个X集合的结果：

$$ans(X) = \sum_{Y \supseteq X} (-1)^{|Y|-k} \cdot f(Y),$$

此处f(Y)代表满足匹配集合Y的字符串数。

如果我们将所有的ans(X)相加，就可以得到最终结果：

$$ans = \sum_{X\ :\ |X|=k} ans(X).$$

这样，就得到了一个复杂度$O(3^k \cdot k)$的解法。

这个算法可以作一些改进，因为在求解ans(X)时有些Y集合是重复的。

回到利用容斥原理公式可以发现，当选定一个Y时，所有$C_{|Y|}^{k}$中X的结果都是相同的，其符号都为$(-1)^{|Y|-k}$。所以可以用如下公式求解：

$$ans = \sum_{Y\ :\ |Y|\geq k} (-1)^{|Y|-k} \cdot C_{|Y|}^{k} \cdot f(Y).$$

这样就得到了一个复杂度$O(2^k \cdot k)$的解法。

现在我们来求解第二个问题：能满足至少k个匹配的字符串有多少个。

显然的，我们可以用问题一的方法来计算满足k到n的所有结果。问题一的结论依然成立，不同之处在于这个问题中的X不是大小都为k的，而是>=k的所有集合。

如此进行计算，最后将f(Y)作为另一个因子：将所有的ans做和，有点类似二项式展开：

$$(-1)^{|Y|-k} \cdot C_{|Y|}^{k} + (-1)^{|Y|-k-1} \cdot C_{|Y|}^{k+1} + (-1)^{|Y|-k-2} \cdot C_{|Y|}^{k+2} + \ldots + (-1)^{|Y|-|Y|} \cdot C_{|Y|}^{|Y|}.$$

在《具体数学》(Graham, Knuth, Patashnik, **"Concrete Mathematics"** [1998])中，介绍了一个著名的关于二项式系数的公式：

$$\sum_{k=0}^{m} (-1)^k \cdot C_n^k = (-1)^m \cdot C_{n-1}^k.$$

根据这个公式，可以将前面的结果进行化简：

$$(-1)^{|Y|-k} \cdot C_{|Y|-1}^{|Y|-k}.$$

那么，对于这个问题，我们也得到了一个$O(2^k \cdot k)$的解法：

$$ans = \sum_{Y\ :\ |Y|\geq k} (-1)^{|Y|-k} \cdot C_{|Y|-1}^{|Y|-k} \cdot f(Y).$$

路径的数目问题

在一个的$n \times m$方格阵中，有k个格子是不可穿越的墙。一开始在格子(1,1)（最左下角的格子）中有一个机器人。这个机器人只能向上或向右行进，最后它将到达位于格子(n,m)的笼子里，其间不能经过障碍物格子。求一共有多少种路线可以到达终点。

为了方便区分所有障碍物格子，我们建立坐标系，用(x,y)表示格子的坐标。

首先我们考虑没有障碍物的时候：也就是如何求从一个点到另一个点的路径数。如果从一个点在一个方向要走x个格子，在另一个方向要走y个格子，那么通过简单的组合原理可以得知结果为：

$$C_{x+y}^{x}$$

现在来考虑有障碍物时的情况，我们可以利用容斥原理：求出至少经过一个障碍物时的路径数。

对于这个例子，你可以枚举所有障碍物的子集，作为需要要经过的，计算经过该集合障碍物的路径数（求从原点到第一个障碍物的路径数、第一个障碍物到第二个障碍物的路径数...最后对这些路径数求乘积），然后通过容斥原理，对这些结果作加法或减法。

然而，它是一个非多项式的解法，复杂度$O(2^k k)$。下面我们将介绍一个多项式的解法。

~~我们运用动态规划，令d[i][j]代表从第i个点到第j个点，不经过任何障碍物时的路径数（当然除了i和j）。那么我们总共需要k+2个点，包括k个障碍物点以及起点和终点。~~

~~首先我们算出从i点到j点的所有路径数，然后减掉经过障碍物的那些“坏”的路线。让我们看看如何计算“坏”的路线：枚举i和j之间的所有障碍物点i<l<j，那么从i到j的“坏”路径数就是所有d[i][l]和d[l][j]的乘积最后求和。再被总路径数减掉就是d[i][j]的结果。~~

~~我们已经知道计算总路径数的复杂度为$O(k)$，那么该解法的总复杂度为$O(k^3)$。~~

（译注：这段算法有问题，事实上可以用O(k^2)方法解决）

素数四元组的个数问题

给出n个数$a_1, a_2, \ldots, a_n$，从其中选出4个数，使它们的最大公约数为1，问总共有多少中取法。

我们解决它的逆问题：求最大公约数d>1的四元组的个数。

运用容斥原理，将求得的对于每个d的四元组个数的结果进行加减。

$$ans = \sum_{d\geq 2} (-1)^{deg(d)-1} \cdot f(d),$$

其中deg(d)代表d的质因子个数，f(d)代表四个数都能被d整除的四元组的个数。

求解f(d)时，只需要利用组合方法，求从所有满足被d整除的ai中选4个的方法数。

然后利用容斥原理，统计出所有能被一个素数整除的四元组个数，然后减掉所有能被两个素数整除的四元组个数，再加上被三个素数整除的四元组个数...

和睦数三元组的个数问题

给出一个整数$n \leq 10^6$。选出a, b, c (其中2<=a<b<c<=n)，组成和睦三元组，即：

- 或者满足$\gcd(a,b) > 1,\ \gcd(a,c) > 1,\ \gcd(b,c) > 1$
- 或者满足$\gcd(a,b) = \gcd(a,c) = \gcd(b,c) = 1$

首先，我们考虑它的逆问题：也就是不和睦三元组的个数。

然后，我们可以发现，在每个不和睦三元组的三个元素中，我们都能找到正好两个元素满足：它与一个元素互素，并且与另一个元素不互素。

所以，我们只需枚举2到n的所有数，将每个数的与其互素的数的个数和与其不互素的数的个数相乘，最后求和并除以2，就是要求的逆问题的答案。

现在我们要考虑这个问题，如何求与2到n这些数互素（不互素）的数的个数。虽然求解与一个数互素数的个数的解法在前面已经提到过了，但在此并不合适，因为现在要求2到n所有数的结果，分别求解显然效率太低。

所以，我们需要一个更快的算法，可以一次算出2到n所有数的结果。

在这里，我们可以使用改进的埃拉托色尼筛法。

- 首先，对于2到n的所有数，我们要知道构成它的素数中是否有次数大于1的，为了应用容斥原理，我们还有知道它们由多少种不同的素数构成。

对于这个问题，我们定义数组deg[i]：表示i由多少种不同素数构成，以及good[i]：取值true或false，表示i包含素数的次数小于等于**1**是否成立。

再利用埃拉托色尼筛法，在遍历到某个素数i时，枚举它在2到n范围内的所有倍数，更新这些倍数的deg[]值，如果有倍数包含了多个i，那么就把这个倍数的good[]值赋为false。

- 然后，利用容斥原理，求出2到n每个数的cnt[i]：在2到n中不与i互素的数的个数。

回想容斥原理的公式，它所求的集合是不会包含重复元素的。也就是如果这个集合包含的某个素数多于一次，它们不应再被考虑。

所以只有当一个数i满足good[i]=true时，它才会被用于容斥原理。枚举i的所有倍数i*j，那么对于i*j，就有N/i个与i*j同样包含i（素数集合）的数。将这些结果进行加减，符号由deg[i]（素数集合的大小）决定。如果deg[i]为奇数，那么我们要用加号，否则用减号。

程序实现：

```
int n;
bool good[MAXN];
int deg[MAXN], cnt[MAXN];

long long solve() {
        memset (good, 1, sizeof good);
        memset (deg, 0, sizeof deg);
        memset (cnt, 0, sizeof cnt);

        long long ans_bad = 0;
        for (int i=2; i<=n; ++i) {
                if (good[i]) {
                        if (deg[i] == 0) deg[i] = 1;
                        for (int j=1; i*j<=n; ++j) {
                                if (j > 1 && deg[i] == 1)
                                        if (j % i == 0)
                                                good[i*j] = false;
                                        else
                                                ++deg[i*j];
                                cnt[i*j] += (n / i) * (deg[i]%2==1 ? +1 : -1);
                        }
                }
                ans_bad += (cnt[i] - 1) * 1ll * (n - cnt[i] - 1);
        }
        return (n-1) * 1ll * (n-2) * (n-3) / 6 - ans_bad / 2;
```

```
}
```

最终算法的复杂度为 $O(n \log n)$，因为对于大部分i都要进行n/i次枚举。

错排问题

我们想要证明如下的求解长度为n序列的错排数的公式：

$$n! - C_n^1 \cdot (n-1)! + C_n^2 \cdot (n-2)! - C_n^3 \cdot (n-3)! + \ldots \pm C_n^n \cdot (n-n)!$$

它的近似结果为：

$$\frac{n!}{e}$$

（此外，如果将这个近似式的结果向其最近的整数舍入，你就可以得到准确结果）

我们定义Ak：在长度为n的序列中，有一个不动点位置为k(1<=k<=n)时的序列集合。

现在我们运用容斥原理来计算至少包含有一个不动点的排列数，要计算这个，我们必须先算出所有Ak、以及它们的交集的排列数。

$$|A_p| = (n-1)!\ ,$$
$$|A_p \cap A_q| = (n-2)!\ ,$$
$$|A_p \cap A_q \cap A_r| = (n-3)!\ ,$$

因为我们知道当有x个不动点时，所有不动点的位置是固定的，而其它点可以任意排列。

用容斥原理对结果进行带入，而从n个点中选x个不动点的组合数为C_n^x，那么至少包含一个不动点的排列数为：

$$C_n^1 \cdot (n-1)! - C_n^2 \cdot (n-2)! + C_n^3 \cdot (n-3)! - \ldots \pm C_n^n \cdot (n-n)!$$

那么不包含不动点（即错排数）的结果就是：

$$n! - C_n^1 \cdot (n-1)! + C_n^2 \cdot (n-2)! - C_n^3 \cdot (n-3)! + \ldots \pm C_n^n \cdot (n-n)!$$

化简这个式子，我们得到了错排数的准确式和近似式：

$$n!\left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \ldots \pm \frac{1}{n!}\right) \approx \frac{n!}{e}.$$

（因为括号中是e^{-1}的泰勒展开式的前n+1项）

用这个式子也可以解决一些类似的问题，如果现在求有m个不动点的排列数，那么我们可以对上式进行修改，也就是将括号中的累加到1/n!改成累加到1/(n-m)!。

在OJ的相关题目

这里列出了一些可以用容斥原理解决的习题。

- UVA #10325 **"The Lottery"** [难度：简单]
- UVA #11806 **"Cheerleaders"** [难度：简单]
- TopCoder SRM 477 **"CarelessSecretary"** [难度：简单]
- TopCoder TCHS 16 **"Divisibility"** [难度：简单]
- SPOJ #6285 NGM2 **"Another Game With Numbers"** [难度：简单]
- TopCoder SRM 382 **"CharmingTicketsEasy"** [难度：中等]
- TopCoder SRM 390 **"SetOfPatterns"** [难度：中等]
- TopCoder SRM 176 **"Deranged"** [难度：中等]
- TopCoder SRM 457 **"TheHexagonsDivOne"** [难度：中等]
- SPOJ #4191 MSKYCODE **"Sky Code"** [难度：中等]
- SPOJ #4168 SQFREE **"Square-free integers"** [难度：中等]
- CodeChef **"Count Relations"** [难度：中等]

参考文献

Debra K. Borkovitz. **"Derangements and the Inclusion-Exclusion Principle"**

posted on 2011-09-05 07:10 vici 阅读(6706) 评论(14) 编辑 收藏 引用

FeedBack:

re: 容斥原理（翻译） 2011-09-06 18:06 e-maxx

Hi.

I don't know the Chinese, so it was a great fun to read a russian=>english=>chinese=>english translation :)

You've done a great job, thank you. All your corrections were absolutely right, and I've removed the bugs from my article.

P.S. How did you manage to know about this russian article? :) 回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2011-09-07 00:08 vici

@e-maxx

I feel flattered by your rapid reply.

I knew your site through codeforces.com by chance, and then immediately I was attracted by the articles. The thoughts of the article s are very clear and clever. Therefore I was able to translate it, although it's hard to read Russian=>English translation.

And it's very religious of you to do the correction works. 回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2011-09-29 20:56 forget~

“同样的，我们转向它的逆问题。也就是不出现这些数字的序列。”这句貌似有错，不然这句“长度为n的由数字0，1，2组成的序列，”和这句“同样的，我们转向它的逆问题。也就是不出现这些数字的序列。”矛盾。所以它的逆问题是不出现0或者不出现1或者不出现2的序列，强调下或者。

回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2011-09-29 21:51 vici

@forget~

fixed.

3q 回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2012-02-05 19:42 forget~

@vici

我想问下那个 整数解问题

计算两个这样的集合Ak、Ap的交集,Ap指的是什么？一直都没说明Ap是什么？

回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2012-02-05 19:56 forget~

@vici

哦，我明白了Ap也是跟Ak一样的集合，Ak=c(16,5).但为什么他们的交集为

C（7,5）呢？ 回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2012-02-05 20:39 vici

@forget~

Ak和Ap代表两个不同的“xk>=9并且其他xi>=0的集合”，那么Ak与Ap的交集可以理解为“在Ak中xp>=9并且其他xi>=0的集合”，其中9个位置已被xp占用，那么最后结果就是C(7, 5) 回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2012-09-15 19:05 fremn

省略了很多细节，路径数目那题感觉真的有错误。我也向楼主那样用google从俄语到英语，再手动翻译。多看见了很多东西 回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2012-09-15 19:26 fremn

Climb the first obstacle To which we attack, then the number of paths is equal to Multiplied by /*the number of arbitrary ways of t in j*/ . Summing it all We count the number of "bad" ways.

路径的数目问题 中 倒数第二句话。

我按照楼主的方法用翻译了下，翻译错了。/* */ 号中的话应该是从t到j的任意一种走法（不管通过的有没有坏点）。这样枚举出来的就可以知道没有重复不需要容斥原理了，而且 t到j的任意一条路径用组合数求O(1)的时间 回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2013-05-04 11:22 acfish

弱弱地问一句，在求和睦数三元组的个数问题中，最后为什么要*111？ 回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2013-05-11 17:24 vici

@acfish

是1LL 防止int溢出 回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2013-09-07 18:54 JaceForce

舟哥哥好厉害 回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2015-08-17 17:59 guanjun

原来是舟哥哥！ 回复 更多评论

re: 容斥原理（翻译） 2016-08-08 13:09 gaosaihang

我去 俊爷！！！ 回复 更多评论

刷新评论列表

只有注册用户登录后才能发表评论。