



线段树例题

唐文斌

www.topschool.org
清北学堂

Brackets_(SPOJ61,BRCKTS)

- 维护一个长度为 N 的小括号序列 A
- 实现两种操作:
 - *Replace*(i) : 将第 i 个位置的括号反向
 - *Check* : 测试当前序列是否合法
- 规模:
 - $N \leq 30000$

Brackets_(分析)

○ 不合法的情况:

- 右括号先于左括号出现, “()())”
- 左右括号数不等, “()((”

○ 维护信息:

- 用(5, 3)表示 “)())*)***(((”
- 用(a,b)表示当前这段序列左边多a个右括号, 右边多b个左括号
- (0,0)为合法情况

○ 线段树

动态最值 (SCOI2006)

- 维护数组 A
- 实现两个操作:
 - $Delete(i)$: 删除第 i 个数, 右边的数左移
 - $RMQ(i, j)$: 求 $A[i..j]$ 的最小值
- 规模:
 - A 的大小 $N \leq 10^6$
 - 操作次数 $M \leq 10^6$

动态最值(分析)

- 删除相当于把数设为无穷大
- RMQ 时先计算 i 和 j 在原数组中的位置, 然后再计算一般的 RMQ
- 用线段树维护
 - 记录最小值
 - 增加附加信息: “剩余元素个数”

Housewife Wind_(PKU2763)

- 给定一棵边带权的树 T
- 实现两种操作:
 - $Change(x, t)$: 将树 T 中的边 x 权值改为 t
 - $Query(a, b)$: 查询点 a 到点 b 的路径权和
- 规模:
 - 节点数目 $N \leq 10^5$
 - 操作次数 $Q \leq 10^5$

Housewife Wind_(分析)

- 转为有根树
 - 距离拆分
- 预处理
 - 在线LCA查询
- 设 $d[u]$ 表示 u 到 $root$ 路径的权和
 - 则 $change(x, t)$ 影响的是以某个点 v 为根的子树(边 x 为 $v' \rightarrow v$, v' 是父亲)
- 子树在树的欧拉序列(或者先序遍历)中是连续的
 - 树 \rightarrow 序列
 - 线段树维护

K-th Number_(POJ2104)

- 给定一个数组 $A[1..M]$
- 每次询问为:
 - $Query(i, j, k)$
 - 查询 $A[i..j]$ 中第 k 大的数是多少
- 规模 $N \leq 10^5$, 询问次数 $M \leq 5000$

K-th Number_(分析)

○ 预处理

- 建立线段树, 每个线段保存该区间内元素排序好的序列

○ 查询 $Query(i, j, k)$

- 把 $[i, j]$ 进行区间分解
- 二分 W , 每次统计这些区间内一共有多少个数比 W 大, 用 $\log N$ 次统计可求出第 k 大元素

○ 如何统计原子区间内比 W 大的元素总个数?

K-th Number_(分析)

- 统计原子区间内一共有多少个数比 W 大
 - 区间内的数已排序, 用二分每个区间求比 W 大的数 $\log N$
 - 累加所有 $2\log N$ 个区间比 W 大的数, 共 $\log^2 N$
 - 总时间: $\log^3 N$
- 实现: 一个归并排序可以同时构造线段树和每个节点内的排序数组.
 - 空间: $O(N\log N)$
 - 查询复杂度: 不超过 $O(\log^3 N)$

Dynamic Ranking_(ZJU2112)

- 给定一个数组 $A[1..M]$
- 实现两个操作:
 - $\text{Modify}(i, t)$ 将 $A[i]$ 的值改为 t
 - $\text{Query}(i, j, k)$ 查询 $A[i..j]$ 中第 k 大的数是多少

Dynamic Ranking_(分析)

- *Modify*操作:

- 不可再使用有序表
- 每个节点内部存储一棵平衡树

- 时间复杂度:

- *Modify* : 修改 $O(\log N)$ 棵平衡树, $O(\log^2 N)$
- *Query* : $O(\log^3 N)$

The Ultimate Bamboo Eater

- 平面上有 N 个点, 每个点 i 有两个值 W_i 与 L_i
- 要求选择一条最长的路径 $P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow \dots \rightarrow P_k$
- 满足:
 - $W_{P_i} < W_{P_{i+1}}$
 - Manhattan Distance $(P_i, P_{i+1}) \leq L_{i+1}$
- 规模:
 - $N \leq 10^5$
 - $X_i, Y_i, W_i, L_i \leq 10^6$

The Ultimate Bamboo Eater

- 动态规划

- $O(N^2)$

- 旋转坐标轴 → 二维线段树

Cockroach Race_(Ural1369)

- 给定平面上的 N 个点
- 有 M 次查询:
 - 查询距离一个点 P 最近的点(如果有多个, 求所有)
- 规模:
 - $N \leq 10^5$
 - $M \leq 10^4$

Cockroach Race_(分析)

- 标准算法:
 - Voronoi , $O(N\log N + M\log N)$
- 四分树 – Quad-Tree



附录

- <<The Ultimate Bamboo Eater>>
 - <http://acmicpc-live-archive.uva.es/nuevoportal/data/problem.php?p=3294>