

1、在 $\triangle ABC$ 中,  $\cos B = -\frac{5}{13}, \cos C = \frac{4}{5}$

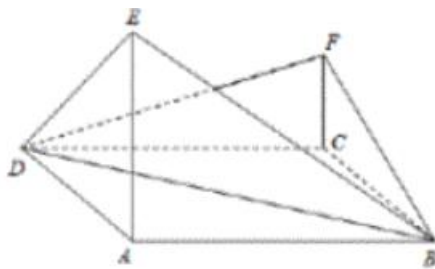
(1)求 $\sin A$ 的值

(2)设 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \frac{33}{2}$ ,求 $BC$ 的长

2、如图,四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 120^\circ$ , $E, F$ 是平面 $ABCD$ 同一侧的两点,  
 $BE \perp$ 平面 $ABCD, DF \perp$ 平面 $ABCD, BE = 2DF, AE \perp EC$

(1)证明:平面 $AEC \perp$ 平面 $AFG$

(2)求直线 $AE$ 与直线 $CF$ 所成角的余弦值



3、已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{a_n}{1+a_n^2}, n \in N^*$ ,记 $S_n, T_n$ 分别是数列 $\{a_n\}, \{a_n^2\}$ 的前 $n$ 项和

证明:当 $n \in N^*$ 时

(1) $a_{n+1} < a_n$

(2) $T_n = \frac{1}{a_{n+1}^2} - 2n - 1$

(3) $\sqrt{2n} - 1 < S_n < \sqrt{2n}$

4、已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0)$ 和圆 $O: x^2 + y^2 = b^2$ (其中圆心 $O$ 为原点),过椭圆 $C$ 上异于上下顶点的一点 $P(x_0, y_0)$ 引圆 $O$ 的两条切线,切点分别为 $A, B$

(1)求直线 $AB$ 的方程

(2)求三角形 $OAB$ 面积的最大值

5、已知函数 $f(x) = x^2 e^x$

(1)若关于 $x$ 的方程 $f(x) = a$ 有三个不同的解,求实数 $a$ 的取值范围

(2)若实数 $m, n$ 满足 $m + n = f(-2)$ ,其中 $m > n$ ,分别记:

关于 $x$ 的方程 $f(x) = m$ 在 $(-\infty, 0)$ 上两个不同的解为 $x_1, x_2$ ;关于 $x$ 的方程 $f(x) = n$ 在 $(-2, +\infty)$ 上两个不同的解为 $x_3, x_4$ .

求证:  $|x_1 - x_2| > |x_3 - x_4|$

