5

Porcentajes

PORCENTAJES

Un porcentaje es una relación que expresa una proporción, es decir una parte de un total y se representa con el símbolo “%” que equivale a 1/100.

Un porcentaje es entonces una relación de proporcionalidad directa y se resuelve aplicando una regla de tres simple o multiplicando por un decimal.

Ejemplo: aplicando regla de tres simple

La cantidad de niñas en un colegio es de 1400 de 10000 alumnos en total, cifra que puede expresarse en porcentaje y en proporción así:

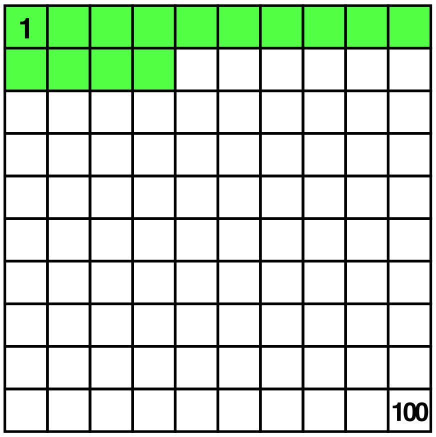
10000 equivale al 100%, entonces 1400 ¿qué proporción es del total?

Para este cálculo se utiliza la regla de tres:

$$10000 \longrightarrow 100\%$$
$$1400 \longrightarrow X$$

$$x = \frac{(1400*100\%)}{10000}$$

x=14% expresado en porcentaje



14% expresado en proporción es:
X = 14. (1/100); X = 14/100,
obsérvese gráficamente el resultado de esta expresión:

Los cuadros sombreados en verde representan los 14 centésimos (14/100) o 14 partes de 100, correspondientes al porcentaje de niñas del colegio.

EJEMPLO:

multiplicando por un decimal

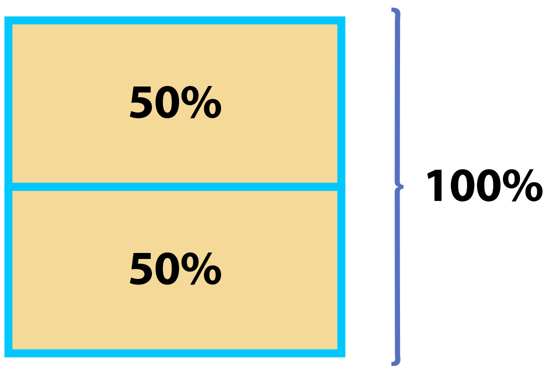
Calcular el 20% de 324

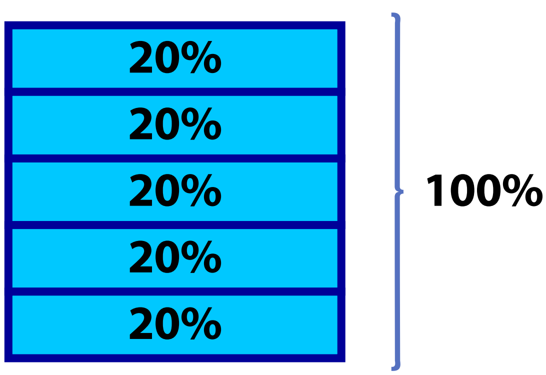
La palabra “de” en matemáticas implica una multiplicación, luego:
X = 20* 1/100 * 324; **simplificando X** = 1/5 * 324; X = 0,2 * 324; X = 64,8

EQUIVALENCIAS

Si se trabaja con fracciones o proporciones se pueden obtener las siguientes equivalencias:

- 50% en proporción equivale a 50/100 o bien 1/2
- Si en lugar de 100 se toma 10 como referencia, el 50% es la proporción 5 de cada 10.
- Si en lugar de 100 se toma 1 como referencia, el 50% es la proporción 0,5 de 1.





EJEMPLO:

¿A cuánto equivale el 20%?

$$20\% = 20.\ \frac{1}{100} = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

La totalidad de 100% se divide en 5 partes, donde cada una representa el 20%.

RELACIÓN ENTRE PORCENTAJES Y FRACCIONES

Un porcentaje representa una proporción con referencia a 100, mientras que una fracción lo hace con referencia a 1.

Se puede ver el porcentaje n como una fracción:

$$n\% = \frac{n}{100}$$

n% significa n de cada 100, luego el n% de

$$N = n * = \frac{N}{100}$$

EJEMPLO:

expresar 80% en fracción

$80\% = 80^{*}\,\frac{1}{100}$; simplificando $80\% = 8^{*}\,\frac{1}{100} = \frac{4}{5}$

Recordemos que una fracción propia, es aquella en la que:

numerador < denominador; en caso contrario es una fracción impropia, de acuerdo con lo anterior una fracción propia siempre es menor que 1.

Observe que en el ejemplo 4/5 es una fracción propia y este resultado es menor que 1, puesto que esta división es igual a 0,8.

Por tanto, las fracciones propias son porcentajes < 100%, mientras que las impropias son porcentajes ≥ 100%.

5.1

CÁLCULO DE INTERÉS

Jesús (2017) define interés como: "el arriendo que se paga por usar un dinero tomado en préstamo durante un tiempo determinado"

Al pedir en préstamo una cantidad de dinero (A) y después de un tiempo determinado (t) se recibe una cantidad mayor (B), la variación del valor del dinero de A a B se llama valor del dinero en el tiempo (t) y la diferencia entre B y A es el interés (I).

La operación para calcular el interés es la siguiente expresión:

$$I = B - A$$

EJEMPLO:

basado en Jesús (2017);

En una cuenta de ahorros se depositan $800.000 y después de 6 meses se tiene un saldo de $880.000. Calcular el valor de los intereses ganados.

I = B - A
I = $880.000 - $800.000
I = $80.000

El dinero inicialmente depositado varió en $80.000 en un tiempo t igual a 6 meses. La variación del dinero en este tiempo son los intereses ganados.

TASA DE INTERÉS

La tasa de interés (i) es el porcentaje que mide el valor de los intereses. La palabra tasa implica tasar o medir y se expresa como sigue:

$$i = \frac{I}{A}$$

En la anterior expresión I representan los intereses ganados al invertir o pedir prestada una cantidad A y se expresa en forma de porcentaje (%) para un periodo de tiempo determinado. Para llevar esta expresión a porcentaje es necesario multiplicarla por 100. Cuando necesita calcular un interés o cualquier valor y se tiene la tasa de interés en porcentaje se hace necesario expresarla como decimal.

EJEMPLO:

basado en Jesús (2017);

Se deposita $1.000.000 en una entidad financiera y al cabo de 1 mes se retira $1.030.000. Calcular el valor de los intereses y la tasa de interés ganada.

Solución:
A = $1.000.000
B = $1.030.000

La diferencia entre el valor futuro (B) y el valor presente (A) es el valor de los intereses
I = B - A
I = $1.030.000 - $1.000.000
I = $30.000
La tasa de interés (i) es igual a la relación entre los intereses (I) y el valor depositado (A); entonces: i = I/A , sustituyendo i = 30000/1000000 ; luego i = 0,03

5.1.1

INTERÉS SIMPLE

Es el interés causado sobre un capital inicial invertido o prestado (A) en un tiempo determinado (t) a una tasa de interés (i). La liquidación de los intereses se hace siempre sobre el capital inicial.

$$Is = A.t.i$$

EJEMPLO:

Ejemplo: basado en Jesús (2017);

Calcular el valor de los intereses que produce un capital de $1.000.000 durante 6 meses a una tasa de interés del 2.0% mensual simple.

Solución:

Una tasa de interés del 2% mensual indica que por cada $100 prestados se deberán pagar $2.0 cada mes o por cada $1.000.000 se deberán pagar $20.000 mensuales.
Puesto que el préstamo tiene una duración de (t) igual a 6 meses, por este tiempo se deben pagar 6 x $20.000 = $120.000 (relación directamente proporcional).
Una forma directa de encontrar este mismo valor es aplicando la expresión anterior de interés simple, en la que la tasa de interés se debe expresar como decimal:

Is = A. t. i
A = $1.000.000
T = 6 meses
I = 2.0% y expresado en decimal es 0,02

Entonces sustituyendo:

Is = 0.02 x 1.000.000 x 6 =$120.000;

Entonces el interés simple ganado fue: Is = $120.000

5.1.2 INTERÉS COMPUESTO

Llamado también interés sobre interés porque el capital inicial cambia en cada período debido a que los intereses que se causan se capitalizan, o sea, se convierten en capital. Esto quiere decir que el capital cambia al final de cada período y la tasa de interés siempre se aplica sobre un capital diferente.

El capital final se calcula entonces como:

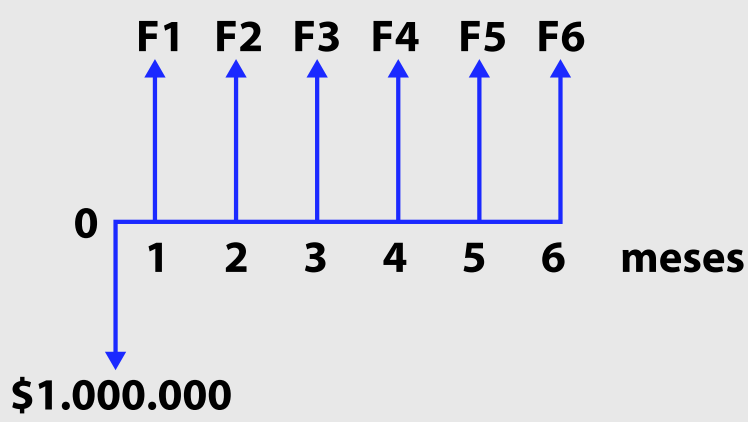
$$B = A.(1+i)^t$$

B = nuevo capital al final del periodo
A = capital inicial invertido o prestado
i = tasa de interés a la cual se presta o se invierte el capital inicial
t = periodo en el cual se presta o se invierte el capital inicial

EJEMPLO:

basado en Jesús (2017);

Si se invierten una cantidad de $1.000.000 durante 6 meses a una tasa de interés del 3.0% mensual. ¿cuánto dinero se tendrá acumulado al final del sexto mes?



SOLUCIÓN:

Final del mes 1: F1 = 1.000.000 + 1.000.000 x 0.03 = $1.030.000

Final del mes 2: F2 = 1.030.000 + 1.030.000 x 0.03 = $1.060.900

Final del mes 3 F3 = 1.060.900 + 1.060.900 x 0.03 = $1.092.727

Final del mes 4: F4 = 1.092.727 + 1.092.727 x 0.03 = $1.125.508.81

Final del mes 5: F5 = 1.125.508.81 + 1.125.508.81 x 0.03 = $1.159.274.07

Final del mes 6: F6 = 1.159.274.07 + 1.159.274.07 x 0.03 = $1.194.052.29

Este valor acumulado al final del sexto mes también se puede obtener aplicando la fórmula anterior, entonces:

B = A (1 + i)n
B = 1.000.000 (1 + 0.03)6
B = $1.194.052.29

Entonces $1.000.000 hoy equivale a $1.194.052.29 dentro de 6 meses a una tasa de interés del 3.0% mensual. Los intereses causados mensualmente se van capitalizando o reinvirtiendo a la misma tasa de interés.

Al aplicar la fórmula, el valor futuro se halla multiplicando el valor presente por (1 + i), tantas veces como períodos de capitalización hay.

5.2

PROBLEMAS CON PORCENTAJES

Ejemplo 1:

El salario de un trabajador es de $1.200.000= y se le ha aplicado un aumento del 20% ¿en cuánto quedó el salario del trabajador?

Aumento

SOLUCIÓN:

Calculamos el 20% de $1.200.000:

X = 1.200.000 * 20/100 = 240.000

Conclusión:
Por tanto, el salario del trabajador quedó en 1.200.000 + 240.000 = $1.440.000

Ejemplo 2:

En cierto año el 11.9% de la fuerza de trabajo de una empresa pertenecía a una cooperativa. Indica lo anterior como una fracción.

Fracción

SOLUCIÓN:

Solución:

11.9%= 11.9/100

11.9%= 11.9 /100 = 10/10

11.9%=119/1000

Conclusión:
Esto significa que 119 de cada mil trabajadores en la empresa pertenecían a una cooperativa en ese año.