

Comprensión y uso de operaciones matemáticas

Breve descripción:

El componente formativo, aborda la comprensión y uso de operaciones matemáticas para la solución de problemas, centrándose en la interpretación de situaciones a través de diversas representaciones numéricas y simbólicas. Se estudian conceptos básicos de álgebra, cálculo, probabilidad, estadística y geometría, aplicando estrategias y métodos cuantitativos en contextos cotidianos y profesionales.

Tabla de contenido

Introducción.....	4
1. Interpretación de la información	7
1.1 Tratamiento de la información	7
1.2 Análisis de la información.....	9
2. Planteamiento de soluciones.....	11
2.1 Comprensión de la información	11
2.2 Interpretación de resultados	12
3. Elección de alternativa.....	14
3.1 Concretar el resultado	15
3.2 Organización de la información	16
4. Ejemplo práctico del proceso de información	17
5. Solución de problemas de matemáticas básicas y propiedades	19
5.1 Orientación para resolver problemas	20
5.2 Características de los problemas	21
5.3 Propiedades de las operaciones matemáticas	24
6. Construcción de estrategias para resolver problemas	27
6.1 Estrategias para la solución de problemas	28
6.2 Desarrollo de una estrategia para solucionar problemas	29

6.3	Método cuantitativo	30
6.4	Áreas y perímetros de figuras geométricas	32
6.5	Áreas y volúmenes de cuerpos geométricos	35
7.	Solución de problemas matemáticos y geométricos	37
7.1	Problema de probabilidad	38
7.2	Problema cuantitativo de álgebra	38
7.3	Problema cuantitativo	40
7.4	Problema de perímetro y área de figuras geométricas	41
7.5	Problema área y volumen de cuerpos	41
	Síntesis	43
	Material Complementario	45
	Glosario	46
	Referencias Bibliográficas	47
	Créditos	48

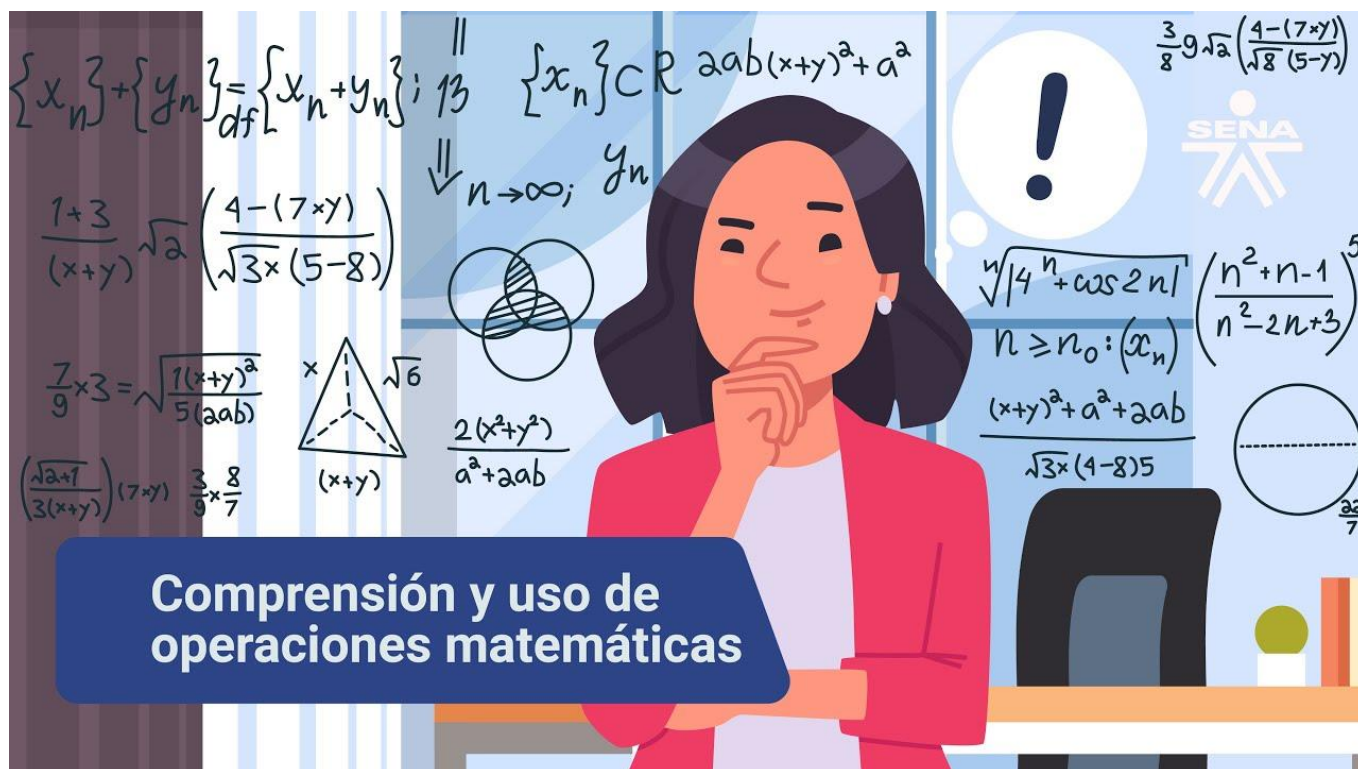
Introducción

El componente formativo, Comprensión y uso de operaciones matemáticas, está diseñado para que los aprendices adquieran y apliquen conocimientos matemáticos esenciales en contextos tanto cotidianos como profesionales. Este componente abarca desde la interpretación y el análisis de información presentada en diversos formatos hasta la aplicación de estrategias y métodos cuantitativos para resolver problemas específicos.

Su objetivo principal es desarrollar en los aprendices la capacidad de abordar problemas matemáticos de manera crítica y efectiva, fortaleciendo sus competencias en la organización y tratamiento de la información, así como en la elección y justificación de las mejores alternativas para la solución de problemas.

A lo largo del curso, los aprendices serán guiados en el proceso de construcción de estrategias matemáticas, desde la comprensión de los conceptos básicos hasta la resolución de problemas complejos, mediante un enfoque práctico que integra teoría y práctica. De esta manera, se busca que los participantes no solo dominen las operaciones matemáticas básicas, sino que también sean capaces de aplicarlas de forma efectiva en la toma de decisiones y en la resolución de situaciones reales.

Video 1. Comprensión y uso de operaciones matemáticas



Comprensión y uso de operaciones matemáticas

Enlace de reproducción del video

Síntesis del video: Comprensión y uso de operaciones matemáticas

En este componente formativo, se aborda la manera en que las matemáticas permiten interpretar y resolver situaciones cotidianas en las dimensiones personal y profesional.

Se comienza por analizar cómo se presenta la información en distintos formatos y se estudian los métodos para interpretarla correctamente la información. A partir de

ahí, se exploran diferentes estrategias para plantear soluciones matemáticas a problemas específicos.

Se incluye la aplicación de operaciones básicas y el uso de métodos cuantitativos para validar y concretar resultados. Los temas cubren desde la comprensión de principios algebraicos y geométricos hasta el cálculo de áreas y volúmenes, pasando por problemas relacionados con la probabilidad y la estadística.

Este componente no solo se enfoca en resolver problemas matemáticos, sino también en desarrollar un razonamiento crítico y estructurado de las operaciones.

Al final, el participante habrá adquirido una comprensión integral de cómo las matemáticas se aplican en la resolución efectiva de problemas en diversos contextos, preparando una base sólida para enfrentar desafíos con confianza.

1. Interpretación de la información

Una de las familias que integra el razonamiento cuantitativo es la comprensión de datos en diferentes formatos. A través de esta familia, se estudia el conocimiento matemático para analizar y valorar aspectos relacionados con lo aleatorio, lo variacional, lo geométrico, lo métrico y lo numérico. El objetivo principal es entender y resolver problemáticas que surgen en estos campos, desarrollando una capacidad crítica para interpretar la información de manera precisa y eficiente.

En el estudio de esta familia, se profundizará en la interpretación de la información presentada en formatos vinculados a lo aleatorio, teniendo en cuenta el pensamiento matemático. Para abordar esta temática, se explorarán dos áreas clave: el tratamiento de datos, que se enfoca en la organización y manipulación de la información, y el análisis de datos, que permite evaluar y extraer conclusiones fundamentadas sobre los mismos. Ambos tópicos son esenciales para desarrollar una comprensión más completa y detallada del comportamiento de los datos en situaciones cotidianas y profesionales, facilitando la toma de decisiones informadas.

1.1 Tratamiento de la información

Según George Polya, los dos primeros pasos fundamentales en la resolución de problemas matemáticos son entender el problema y configurar un plan. Estos pasos no solo son esenciales en el ámbito matemático, sino que también tienen aplicaciones en la resolución de situaciones cotidianas.

El primer paso requiere que el aprendiz lea el problema varias veces para familiarizarse con los datos presentados. Expresar el problema en sus propias palabras

le permitirá identificar los elementos esenciales. Para ello, es útil que el aprendiz considere las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son los datos o variables presentes?
- ¿Cuál es la condición?, y ¿La información dada permite definir la variable o incógnita?
- ¿Falta información necesaria?, y ¿Existen datos redundantes o contradictorios?

Una vez que el aprendiz comprende el problema, debe pasar al segundo paso, configurar un plan. En esta etapa, es recomendable hacer un resumen escrito que incluya los datos proporcionados y los que se solicitan. Un cuadro o esquema puede ayudar a organizar visualmente la relación entre los datos y las incógnitas. Los siguientes consejos pueden servir de apoyo:

- Utilizar todos los datos disponibles y plantear diversas estrategias de solución.
- Identificar las operaciones y procesos matemáticos necesarios.
- Explorar distintas formas de resolver el problema, incluyendo conjeturas y el método de ensayo y error.
- Resolver un problema análogo o equivalente para obtener un resultado más accesible.
- Emplear diagramas, figuras o modelos que ayuden a representar los datos. Utilizar tanto razonamientos directos como indirectos y aplicar las propiedades numéricas adecuadas.

El tratamiento de los datos implica, además de seguir estos pasos, desarrollar una comprensión crítica de las relaciones entre variables y procedimientos matemáticos. Este enfoque permite no solo encontrar la solución correcta, sino también justificarla de manera lógica y coherente.

1.2 Análisis de la información

El análisis de la información es un proceso que se realiza tras la organización e interpretación de los datos obtenidos en una situación problemática. Este proceso tiene un enfoque teórico y utiliza instrumentos o métodos específicos para extraer conclusiones a partir de los datos numéricos o cuantitativos (Polya, 1965). El análisis es clave para transformar los datos en conocimiento práctico, y se caracteriza por derivar conclusiones que consolidan las soluciones propuestas.

A continuación, se presentan los pasos para realizar el análisis de la información:

1) Identificación de los datos relevantes

Una vez recopilados los datos, se seleccionan aquellos que son más útiles para resolver el problema. Es crucial enfocarse en las variables que están directamente relacionadas con la pregunta o situación planteada.

2) Organización de los datos

Los datos deben ser clasificados y organizados de manera lógica. Esto puede hacerse a través de tablas, gráficos, o diagramas que faciliten su interpretación visual y resalten patrones o tendencias clave.

3) Aplicación de herramientas analíticas

En esta fase, se seleccionan y aplican las herramientas cuantitativas necesarias, como fórmulas matemáticas, métodos estadísticos o algoritmos, que permitan procesar y estudiar los datos con rigor.

4) Interpretación de los resultados

Los resultados obtenidos deben ser interpretados en función del problema original. En esta etapa se identifican relaciones o tendencias que ofrezcan una solución clara y justificada para la situación o problema planteado.

5) Verificación de coherencia

Es importante revisar si los resultados obtenidos son consistentes con las hipótesis iniciales y con los objetivos del problema. Si existen inconsistencias o errores, es necesario reconsiderar los procedimientos aplicados.

6) Derivación de conclusiones

Finalmente, se extraen conclusiones a partir del análisis. Estas conclusiones deben estar alineadas con la información analizada y deben ayudar a validar o modificar las soluciones propuestas en función de los resultados obtenidos (Ruiz, 2019).

Este paso a paso permite que el análisis de la información sea un proceso estructurado y eficaz para obtener resultados precisos. A través de estos procedimientos, se logra no solo confirmar las soluciones, sino también optimizarlas y ajustarlas según las condiciones del problema. El análisis es una herramienta poderosa que, aplicada correctamente, puede transformar datos en decisiones fundamentadas y bien argumentadas.

2. Planteamiento de soluciones

Después de interpretar la información mediante el tratamiento de los datos y su análisis, el siguiente paso en el proceso de resolución de problemas es el planteamiento de un esquema, modelo o plan para llegar a la respuesta correcta. Este proceso se desglosa en dos aspectos fundamentales: comprender la información proporcionada y luego interpretar los resultados desde una perspectiva aleatoria.

2.1 Comprensión de la información

La comprensión de la información es el primer paso en el planteamiento de soluciones. Una vez completado el tratamiento y análisis de los datos, es fundamental desarrollar una comprensión profunda del problema y formular un plan de acción detallado. Este plan debe integrar las operaciones, procedimientos y cálculos necesarios, estableciendo una secuencia lógica para abordar el problema.

Para lograr una comprensión efectiva de la información, se recomienda seguir estos pasos:

1) Revisar el esquema de resolución

Utilizar el plan preliminar creado durante la fase de análisis como referencia. Este esquema debe servir para estructurar los pasos a seguir y asegurar que todos los aspectos del problema se aborden adecuadamente.

2) Desarrollar una estrategia detallada

Definir un enfoque claro que incluya las operaciones matemáticas necesarias, así como los procedimientos a seguir. La estrategia debe ser específica y adaptada a las características del problema.

3) Gestionar el tiempo de manera eficiente

Asignar un tiempo adecuado para la resolución del problema, evitando la prisa que pueda llevar a errores. Es importante equilibrar la rapidez con la precisión en la ejecución del plan.

4) Buscar apoyo y colaboración

Si surgen dificultades, consultar con colegas o expertos puede proporcionar nuevas perspectivas y soluciones alternativas. La colaboración y el intercambio de ideas pueden enriquecer el proceso de resolución.

5) Persistir y ajustar la estrategia

Reconocer que los primeros intentos pueden no ser exitosos es parte del proceso de resolución. Es crucial ajustar la estrategia y probar diferentes enfoques para encontrar la solución más efectiva.

2.2 Interpretación de resultados

La interpretación de los resultados es una etapa esencial que sigue al planteamiento de soluciones. Esta fase tiene como objetivo evaluar la coherencia y validez de las respuestas obtenidas, asegurando que se alineen con las hipótesis iniciales y los principios teóricos relevantes.

Para interpretar los resultados de manera efectiva, se deben considerar los siguientes pasos:

a) Evaluar la coherencia de los resultados

Comparar los resultados obtenidos con las expectativas y condiciones establecidas en el problema. Verificar que las respuestas sean consistentes con el modelo de solución y los datos disponibles.

b) Analizar la validez de las soluciones

Confirmar que las respuestas sean válidas dentro del contexto del problema. Esto incluye verificar que las soluciones satisfagan todos los requisitos y restricciones planteados.

c) Reflexionar sobre las conclusiones

Evaluar las conclusiones derivadas de los resultados y considerar su impacto en la solución del problema. Analizar si los resultados ofrecen una solución completa y adecuada o si se necesitan ajustes adicionales.

d) Validar con ejemplos y casos prácticos

Probar las soluciones con casos adicionales o ejemplos similares para asegurar que la solución es robusta y aplicable en diferentes contextos. Esto ayuda a confirmar la validez y la utilidad de los resultados obtenidos.

e) Documentar y comunicar los resultados

Registrar los hallazgos de manera clara y detallada, y comunicarlos efectivamente a las partes interesadas. Una presentación bien estructurada de los resultados puede facilitar la comprensión y la aplicación de las soluciones.

La interpretación precisa y detallada de los resultados garantiza que las soluciones sean no solo correctas, sino también relevantes y útiles para resolver el problema planteado de manera efectiva.

3. Elección de alternativa

La elección de alternativa es un paso crucial en el proceso de resolución de problemas. Una alternativa, en este contexto, se refiere a una opción o enfoque distinto que puede ser utilizado para abordar y resolver un problema específico. La selección adecuada de una alternativa es esencial para obtener una solución precisa y efectiva. Este proceso se realiza en dos fases interrelacionadas que aseguran una implementación adecuada y una gestión eficiente de la información: la selección de herramientas y procedimientos, y la recopilación y organización de datos.

En esta fase, se procede a identificar y evaluar las posibles alternativas para determinar la más adecuada. Los pasos clave en esta fase incluyen:

a) Definición de alternativas

Identificar las diferentes opciones disponibles para abordar el problema. Cada alternativa debe ser una solución viable que cumpla con los requisitos del problema y pueda ser aplicada eficazmente.

b) Establecimiento de criterios

Definir criterios claros para evaluar cada alternativa. Estos criterios pueden incluir la precisión, la eficiencia, la aplicabilidad y la facilidad de implementación.

c) Evaluación de opciones

Analizar cada alternativa en función de los criterios establecidos. Considerar las ventajas y desventajas de cada opción y cómo se ajusta al contexto del problema.

d) Selección de la mejor alternativa

Elegir la alternativa que mejor cumpla con los criterios y que ofrezca la solución más adecuada para el problema. Asegurarse de que la alternativa seleccionada sea viable y efectiva para lograr el objetivo deseado.

e) Aplicación de herramientas y procedimientos

Implementar la alternativa seleccionada utilizando las herramientas y procedimientos adecuados. Esto incluye realizar cálculos, aplicar fórmulas y seguir pasos específicos para llegar a una solución precisa.

3.1 Concretar el resultado

En esta fase, se define y selecciona la mejor alternativa para resolver el problema, utilizando las herramientas y procedimientos identificados previamente. Para asegurar una elección efectiva, se deben seguir estos pasos:

✓ Evaluación de alternativas

Considerar las distintas opciones disponibles para abordar el problema. Evaluar cada alternativa en función de su eficacia, precisión y adecuación al contexto del problema.

✓ **Aplicación de herramientas y procedimientos**

Utilizar las herramientas matemáticas y operativas seleccionadas para implementar la alternativa elegida. Esto incluye aplicar fórmulas, realizar cálculos y seguir procedimientos establecidos para obtener resultados precisos.

✓ **Verificación de resultados**

Asegurar que los resultados obtenidos sean correctos y coherentes con el problema planteado. Revisar los cálculos y procedimientos para confirmar la validez de la solución propuesta.

3.2 Organización de la información

La segunda fase del proceso de elección de alternativa se enfoca en la recopilación y organización de la información para apoyar la implementación y evaluación de la solución. Los pasos clave en esta fase incluyen:

✓ **Recopilación de datos**

Reunir toda la información necesaria para aplicar la alternativa elegida. Esto puede incluir datos adicionales, resultados intermedios y cualquier otra información relevante para la solución del problema.

✓ **Organización estructurada**

Disponer la información de manera organizada para facilitar su uso y análisis. Esto puede implicar la creación de tablas, gráficos o diagramas que presenten los datos de manera clara y accesible.

✓ Documentación de procedimientos

Registrar los procedimientos y herramientas utilizadas en el proceso de solución. Documentar cómo se aplicaron las alternativas y los resultados obtenidos para proporcionar una referencia clara y completa.

La elección de alternativa es un proceso que requiere una evaluación cuidadosa y una aplicación precisa de las herramientas y procedimientos. Al seguir estos pasos, se asegura que la solución propuesta sea la más adecuada y efectiva para resolver el problema planteado.

4. Ejemplo práctico del proceso de información

A continuación, se presentará un ejemplo práctico para aplicar los conceptos de elección de alternativa y demostrar cómo seleccionar el enfoque más adecuado para resolver un problema. Este ejemplo demostrará el proceso de interpretación de la información, el planteamiento de soluciones y la elección de la alternativa correcta, permitiendo una comprensión más clara y práctica de los procedimientos discutidos.

Situación problema

Para pintar las paredes de una casa, se requiere 1 litro (L) de pintura por cada 6 m² de área de superficie. Las paredes de la casa tienen un área aproximada de 480 m². ¿Cuánta pintura se necesita para pintar todas las paredes?

- a) 40 L
- b) 80 L
- c) 100 L
- d) 3000 L

Proceso de solución

Paso 1

Se realiza la interpretación de la información, donde es necesario identificar y resumir los datos proporcionados:

- Se utiliza 1 litro de pintura para cubrir 6 metros cuadrados.
- El área total a pintar es de 480 metros cuadrados.

Paso 2

Se realiza el planteamiento de soluciones, donde se organiza la información en una tabla para facilitar el cálculo:

Tabla 1. Casa pintada

Litros	1	x
Metros 2^2	6	480

- Para determinar la cantidad de pintura necesaria, se realiza la siguiente operación:

$$X = \frac{480 \text{ m}^2}{6 \frac{\text{m}^2}{\text{L}}} = 80 \text{ L}$$

Paso 3

se realiza la elección de alternativa, donde se elige la correcta basada en el cálculo realizado. La cantidad de pintura necesaria es 80 litros, que corresponde a la opción b. 80 L. Este resultado es consistente con los datos proporcionados y valida la solución propuesta.

Este ejemplo demuestra cómo aplicar los pasos de elección de alternativa para asegurar que la solución propuesta sea precisa y adecuada, confirmando así la efectividad del proceso de resolución de problemas.

5. Solución de problemas de matemáticas básicas y propiedades

La solución de problemas es una habilidad fundamental en la vida cotidiana y en el ámbito profesional. Dada su relevancia, es esencial estudiar y comprender diferentes enfoques que potencien las habilidades matemáticas. Se subraya la importancia de caracterizar y analizar situaciones problemáticas, así como de comprender las propiedades inherentes a los sistemas numéricos.

El desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos básicos y el conocimiento de las propiedades matemáticas presentadas en esta sección contribuirán a fortalecer la capacidad de aplicar estas herramientas en contextos diversos. Es crucial abordar estos conceptos con dedicación y esfuerzo, pues el dominio de estas habilidades tendrá un impacto positivo en los resultados.

Antes de proceder, se recomienda reflexionar sobre qué es un problema y explicarlo en términos personales para luego compartirlo con compañeros e instructores.

Una perspectiva de solución: un problema es una situación que presenta un reto o una pregunta que necesita ser resuelta, y en su solución, se debe determinar el método más adecuado para alcanzar la respuesta deseada.

5.1 Orientación para resolver problemas

La solución de problemas es una competencia clave que se aplica en múltiples ámbitos, desde lo cotidiano hasta lo profesional. En matemáticas, resolver problemas no solo mejora las habilidades lógicas y analíticas, sino que también desarrolla la capacidad de tomar decisiones informadas basadas en razonamientos cuantitativos.

a) Comprensión del problema

El primer paso esencial en la resolución de problemas es una comprensión clara y precisa del problema planteado. Esto implica leer detenidamente el enunciado, identificar los datos relevantes, y entender lo que se solicita. Es útil parafrasear el problema o explicarlo en palabras propias para asegurar su comprensión.

b) Planificación de la solución

Una vez que se entiende el problema, es necesario desarrollar un plan de acción. Este plan puede involucrar la selección de las operaciones matemáticas adecuadas, la creación de diagramas o gráficos, o la descomposición del problema en pasos más pequeños y manejables. Aquí se utilizan los conocimientos previos para formular una estrategia de resolución.

c) Ejecución del plan

Con el plan en mente, el siguiente paso es ponerlo en práctica. Este proceso incluye realizar los cálculos necesarios, aplicar fórmulas, y utilizar herramientas

matemáticas. Es importante proceder con cuidado para evitar errores y revisar cada paso del proceso.

d) Verificación de la solución

Después de haber obtenido una solución, es crucial verificarla. Esto puede implicar revisar los cálculos, considerar si la respuesta tiene sentido en el contexto del problema, o comprobar si se han seguido correctamente todos los pasos del plan inicial. En algunos casos, es útil resolver el problema por un método diferente para confirmar la exactitud del resultado.

e) Reflexión y mejora

Finalmente, es beneficioso reflexionar sobre el proceso utilizado para resolver el problema. ¿Qué pasos fueron efectivos?, y ¿Dónde hubo dificultades? Reflexionar sobre estas preguntas permite mejorar las habilidades de resolución de problemas y aplicar estos aprendizajes en futuras situaciones.

Además, es importante recordar que la práctica constante y la exposición a una variedad de problemas son fundamentales para desarrollar y perfeccionar esta competencia. La habilidad para resolver problemas matemáticos es un proceso que se fortalece con la experiencia y la reflexión continua.

5.2 Características de los problemas

Los problemas matemáticos, en su amplia diversidad, comparten ciertas características que son cruciales para su comprensión y resolución. Identificar y entender estas características es fundamental para abordar cualquier problema de manera efectiva. A continuación, se presentan y desarrollan las seis características comunes de los problemas matemáticos:

a) Un problema no es una adivinanza

A diferencia de las adivinanzas, los problemas matemáticos requieren un enfoque lógico y estructurado. No se trata de hacer conjeturas o suposiciones al azar, sino de aplicar un razonamiento cuidadoso y utilizar el conocimiento previo para encontrar una solución precisa. Este aspecto resalta la importancia del pensamiento crítico y analítico en la resolución de problemas.

b) Aplicación del conocimiento matemático

Todo problema matemático tiene un campo específico de aplicación, ya sea en álgebra, geometría, aritmética, o cualquier otra rama de las matemáticas. Este campo define los conceptos y principios que se deben utilizar para resolver el problema. La correcta identificación de estos conceptos es crucial para seleccionar los métodos y herramientas adecuados, como el uso de algoritmos, fórmulas, o procedimientos específicos.

c) Fomento de capacidades cognitivas

Resolver un problema matemático implica un desafío que estimula el desarrollo de diversas capacidades cognitivas. Estas incluyen la capacidad de razonamiento lógico, la habilidad para pensar abstractamente, y la competencia para establecer conexiones entre diferentes conceptos matemáticos. Este reto no solo fortalece el conocimiento matemático, sino que también promueve habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas en general.

d) Atracción y motivación

Un buen problema matemático suele tener un atractivo intrínseco que motiva a los estudiantes a enfrentarlo. Este atractivo puede surgir de la curiosidad que genera el planteamiento del problema, la relevancia que tiene para el contexto del estudiante, o la satisfacción que proviene de encontrar una solución correcta. Esta motivación es esencial para mantener el interés y el compromiso durante el proceso de resolución.

e) Compromiso con el nivel de dificultad

Desde la primera lectura, un problema matemático suele revelar su nivel de dificultad, lo que permite al estudiante anticipar los desafíos que enfrentará. Este compromiso inicial ayuda a preparar una estrategia adecuada, determinar los recursos necesarios y gestionar el tiempo y esfuerzo que se invertirá en la solución. Comprender el nivel de dificultad también es útil para ajustar las expectativas y evitar la frustración.

f) Satisfacción al resolverlo

Uno de los aspectos más gratificantes de resolver un problema matemático es la sensación de logro que se experimenta al llegar a una solución correcta. Esta satisfacción no solo refuerza el aprendizaje, sino que también aumenta la confianza del estudiante en sus habilidades matemáticas. Además, resolver problemas exitosamente puede inspirar a los estudiantes a enfrentar nuevos desafíos con una actitud positiva y proactiva.

Es importante reconocer que los problemas matemáticos, en muchos casos, no tienen una única solución correcta. La exploración de diferentes enfoques y la consideración de múltiples perspectivas enriquecen el proceso de aprendizaje y permiten desarrollar una comprensión más profunda y flexible de los conceptos

matemáticos. Asimismo, algunos problemas pueden requerir la aplicación de habilidades interdisciplinarias, combinando matemáticas con otras áreas del conocimiento.

5.3 Propiedades de las operaciones matemáticas

Las operaciones matemáticas básicas, como la suma, la multiplicación, y la división, tienen propiedades fundamentales que facilitan su uso y comprensión. Conocer estas propiedades es esencial para resolver problemas de manera eficiente y para manipular expresiones matemáticas con mayor soltura. A continuación, se presentan y explican las propiedades más relevantes de las operaciones matemáticas:

1. Suma

✓ Propiedad conmutativa

La propiedad conmutativa establece que el orden de los sumandos no altera el resultado de la suma. Es decir, al sumar dos o más números, se puede cambiar su orden sin que cambie el total.

Ejemplo: $5 + 7 = 7 + 5 = 12$

Esta propiedad es especialmente útil al simplificar expresiones matemáticas y al realizar cálculos mentales, ya que permite reorganizar los números de manera conveniente.

✓ Propiedad asociativa

La propiedad asociativa indica que cuando se suman tres o más números, la forma en que se agrupan no afecta el resultado. Esto significa que se pueden agrupar los sumandos de diferentes maneras para facilitar el cálculo.

Ejemplo: $(5 + 7) + 3 = 5 + (7 + 3) = 15$

Esta propiedad permite que los números se agrupen de la forma más conveniente para simplificar las operaciones, especialmente en sumas largas o complejas.

✓ **Propiedad neutra o del elemento neutro**

El elemento neutro de la suma es el cero. La propiedad neutra establece que cualquier número sumado a cero permanece igual.

Ejemplo: $8 + 0 = 8$

Esta propiedad es fundamental en álgebra y en la resolución de ecuaciones, donde el cero juega un papel crucial.

2. Multiplicación

✓ **Propiedad conmutativa**

Al igual que en la suma, la propiedad conmutativa de la multiplicación establece que el orden de los factores no altera el producto. Esto significa que se pueden cambiar de lugar los números que se multiplican sin que el resultado cambie.

Ejemplo: $4 \times 6 = 6 \times 4 = 24$

Esta propiedad es útil para reorganizar factores en multiplicaciones complejas y para facilitar la comprensión de los conceptos de multiplicación.

✓ **Propiedad asociativa**

La propiedad asociativa de la multiplicación establece que cuando se multiplican tres o más números, la forma en que se agrupan no afecta el producto.

Ejemplo: $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4) = 24$

Esta propiedad facilita el cálculo de productos más largos, permitiendo agrupar factores de manera que se simplifiquen los cálculos.

✓ **Propiedad distributiva**

La propiedad distributiva relaciona la suma con la multiplicación y establece que multiplicar un número por una suma es lo mismo que multiplicar ese número por cada uno de los sumandos y luego sumar los productos obtenidos.

Ejemplo: $3 \times (4 + 5) = (3 \times 4) + (3 \times 5) = 12 + 15 = 27$

Esta propiedad es fundamental en la resolución de ecuaciones y en la simplificación de expresiones algebraicas.

✓ **Propiedad neutra o del elemento neutro**

El elemento neutro de la multiplicación es el uno. La propiedad neutra establece que cualquier número multiplicado por uno permanece igual.

Ejemplo: $9 \times 1 = 9$

Esta propiedad es clave en muchos contextos matemáticos, especialmente en la simplificación de expresiones y en la resolución de ecuaciones.

✓ **Propiedad del cero**

Cualquier número multiplicado por cero da como resultado cero. Esta es una propiedad exclusiva de la multiplicación.

Ejemplo: $7 \times 0 = 0$

Esta propiedad es fundamental en álgebra y en la comprensión de las funciones matemáticas, ya que establece una relación directa con el concepto de identidad y valores nulos.

3. División

✓ Propiedad de la inversa

La división se puede entender como la operación inversa de la multiplicación. Dividir un número por otro es equivalente a multiplicarlo por el inverso del divisor.

Ejemplo: $12 / 4 = 12 \times 1 / 4 = 3$

Esta propiedad es esencial para resolver ecuaciones que involucran fracciones y para comprender la relación entre multiplicación y división.

✓ Propiedad del cociente

La propiedad del cociente establece que el cociente de un número dividido por uno es el propio número. Además, cualquier número dividido por sí mismo es uno.

Ejemplo: $8 / 1 = 8$ y $8 / 8 = 1$

Esta propiedad refuerza la idea del uno como el elemento neutro en la división y subraya la identidad de los números bajo ciertas operaciones.

6. Construcción de estrategias para resolver problemas

En este apartado, se explorará la construcción de estrategias eficaces para resolver problemas matemáticos. Inicialmente, se presentarán las características fundamentales del problema, lo que permitirá establecer pautas claras para abordar su solución. Posteriormente, se estudiará el proceso que facilita el planteamiento, desarrollo y obtención de resultados, sirviendo como referencia para definir tu propia

estrategia al enfrentar ejercicios, problemas y preguntas en el ámbito de la matemática básica.

Además, se abordará el método cuantitativo y su importancia en la resolución de problemas básicos de estadística, modelos matemáticos y análisis descriptivo. También, se explorará cómo calcular el área de algunas figuras geométricas y el volumen de ciertos sólidos, conocimientos esenciales para la resolución de problemas relacionados con estas áreas.

6.1 Estrategias para la solución de problemas

Esta sección se centra en el estudio de una estrategia específica para la resolución de problemas de matemáticas básicas. El proceso involucra las siguientes acciones: interpretar, plantear, resolver y solucionar situaciones. Es fundamental entender que un problema debe caracterizarse claramente para facilitar su planteamiento, el cual debe ser preciso y orientado a un resultado concreto.

Los pasos clave en la construcción de una estrategia efectiva incluyen:

- a) Interpretar el problema: comprender la situación presentada y determinar qué se está buscando resolver.
- b) Plantear el problema: formular el problema de manera clara y precisa, estableciendo las operaciones y procedimientos necesarios.
- c) Resolver el problema: ejecutar las operaciones definidas, verificando si se tiene la competencia para realizarlas, o buscando asesoría si es necesario.
- d) Solucionar situaciones similares: practicar con problemas similares utilizando números naturales para reforzar el algoritmo y mejorar la habilidad en la resolución de problemas.

Estos pasos te permitirán no solo abordar el problema actual, sino también desarrollar la habilidad y experticia necesarias para enfrentar situaciones futuras con confianza.

6.2 Desarrollo de una estrategia para solucionar problemas

Basado en las indicaciones de la sección anterior, es crucial desarrollar una estrategia personalizada para resolver problemas de matemáticas básicas, especialmente en el contexto de la prueba SABER PRO. Las características previamente descritas te ayudarán a construir una estrategia sólida.

Podrías enriquecer tu estrategia con la metodología de George Pólya, que enfatiza cuatro pasos fundamentales: comprender el problema, trazar un plan, ejecutar el plan y revisar los resultados. Si encuentras dificultades, no dudes en solicitar ayuda a tu tutor para explorar alternativas y mejorar tu enfoque.

Para un mayor entendimiento, se recomienda:

- ✓ **Comprender el problema**

Analizar cuidadosamente la situación para identificar el problema central.

- ✓ **Trazar un plan**

Desarrollar un enfoque metódico para resolver el problema, utilizando las herramientas matemáticas adecuadas.

- ✓ **Poner en práctica el plan**

Ejecutar las operaciones y procedimientos según lo planificado.

- ✓ **Comprobar los resultados**

Revisar el resultado obtenido para asegurarse de que sea correcto y ajustado al problema planteado.

6.3 Método cuantitativo

El método cuantitativo se fundamenta en el uso de estadísticas y modelos matemáticos para generar indicadores y cifras que, al ser analizadas, facilitan la toma de decisiones para resolver problemas. Este enfoque es esencial en áreas como la planificación, el control de calidad, el establecimiento de presupuestos y la definición de prioridades.

Algunas técnicas utilizadas en el método cuantitativo incluyen:

- ✓ **Análisis descriptivo**

Examinar los datos para describir las características principales del conjunto de datos.

- ✓ **Análisis exploratorio**

Investigar los datos para descubrir patrones, anomalías o relaciones.

- ✓ **Análisis inferencial univariado**

Hacer inferencias sobre una población basándose en una muestra.

- ✓ **Análisis diferencial multivariado**

Comparar múltiples variables para identificar diferencias significativas.

✓ **Modelación**

Crear representaciones matemáticas de situaciones reales para predecir o explicar fenómenos.

El proceso para derivar resultados en el método cuantitativo sigue estas fases:

1) Identificación y definición del problema

Formular el problema de manera clara, estableciendo objetivos medibles y determinando la situación inicial.

2) Desarrollo del modelo

Representar la realidad empírica de forma simplificada para facilitar el análisis.

3) Adquisición de datos

Recolectar y analizar los datos necesarios para realizar estimaciones.

4) Desarrollo y validación del modelo

Probar el modelo hasta encontrar una solución adecuada.

5) Comprobación de la solución

Verificar si la solución es correcta y ajustada a los parámetros del problema.

6) Análisis de los resultados

Revisar los resultados para detectar posibles errores o inconsistencias.

7) Implementación y seguimiento

Aplicar la solución y monitorear el proceso para asegurar su eficacia.

Este enfoque sistemático es vital para resolver problemas complejos y tomar decisiones informadas en el campo de la matemática básica y más allá.

6.4 Áreas y perímetros de figuras geométricas

El perímetro de una figura geométrica plana es la suma de las longitudes de todos sus lados. Por otro lado, el área se refiere a la medida de la superficie encerrada por la figura geométrica. A continuación, se detallan las fórmulas básicas para calcular el área y el perímetro de las principales figuras geométricas.

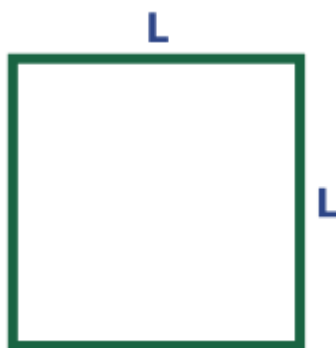
1) Cuadrado

- **Área:** el área de un cuadrado se calcula multiplicando la longitud de uno de sus lados por sí misma.

$$\text{Área} = L \times L = L^2$$

- **Perímetro:** es la suma de los cuatro lados del cuadrado.

$$\text{Perímetro} = 4 \times L$$



2) Rectángulo

- **Área:** se obtiene multiplicando la longitud de su base por su altura.

$$\text{Área} = L1 \times L2$$

- **Perímetro:** es la suma de las longitudes de sus cuatro lados.

$$\text{Perímetro} = 2 \times (L1 + L2)$$



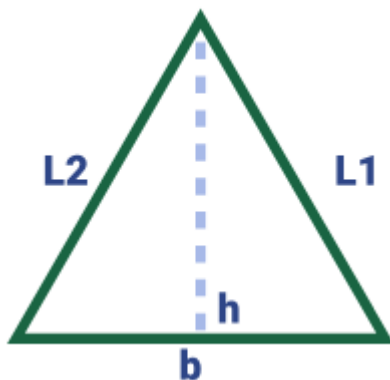
3) Triangulo

- **Área:** es igual a la mitad del producto de su base por su altura.

$$\text{Área} = 1 / 2 \times b \times h$$

- **Perímetro:** es la suma de las longitudes de sus tres lados.

$$\text{Perímetro} = L1 + L2 + b$$



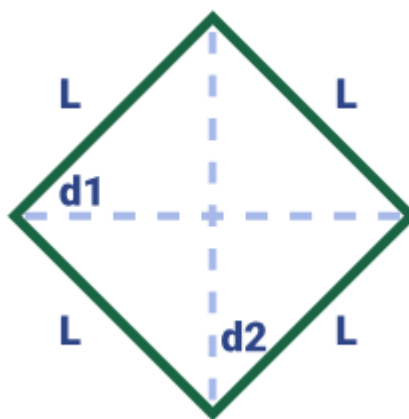
4) Rombo

- **Área:** se calcula como la mitad del producto de las longitudes de sus diagonales.

$$\text{Área} = 1 / 2 \times d1 \times d2$$

- **Perímetro:** es la suma de las longitudes de sus cuatro lados.

$$\text{Perímetro} = 4 \times L$$



5) Círculo

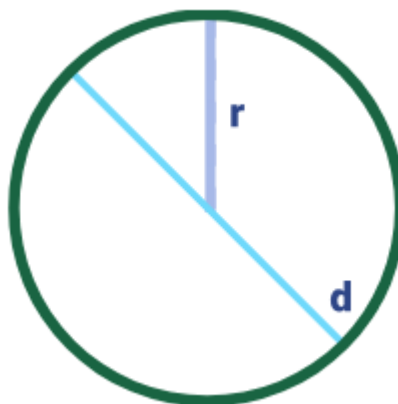
- **Área:** se calcula utilizando la fórmula $\pi \times r^2$, donde r es el radio del círculo.

$$\text{Área} = \pi \times r^2$$

- **Perímetro:** se calcula como $\pi \times d$, donde d es el diámetro del círculo.

$$\text{Perímetro} = \pi \times d$$

Recuerde que ($d = 2 \times r$), y ($\pi \approx 3.1416$).



6.5 Áreas y volúmenes de cuerpos geométricos

El concepto de área ya ha sido tratado, y ahora se aborda el volumen. El volumen de un cuerpo geométrico es la medida del espacio que este ocupa, expresada en unidades cúbicas (como metros cúbicos, m³). A continuación, se presentan las fórmulas para calcular el área y el volumen de algunos de los cuerpos geométricos más comunes.

1) Cubo

- **Área:** un cubo está formado por seis cuadrados iguales.

$$\text{Área} = 6 \times L^2$$

- **Volumen:** se calcula multiplicando la longitud de uno de sus lados por sí misma tres veces.

$$\text{Volumen} = L \times L \times L = L^3$$

2) Prisma

- **Área:** es la suma del área lateral más el área de las dos bases.

$$\text{Área} = \text{Área lateral} + 2 \times \text{Área de la base}$$

- **Volumen:** Se calcula multiplicando el área de la base por la altura del prisma.

$$\text{Volumen} = \text{Área de la base} \times h$$

3) Pirámide

- **Área:** El área lateral es igual al perímetro del base, multiplicado por la apotema (altura de la cara lateral) dividido entre 2.

$$\text{Área lateral} = \frac{1}{2} \times \text{Perímetro de la base} \times \text{Apotema}$$

El área total es la suma del área lateral y el área de la base.

$$\text{Área total} = \text{Área lateral} + \text{Área de la base}$$

- **Volumen:** se obtiene multiplicando un tercio del área de la base por la altura de la pirámide.

$$\text{Volumen} = \frac{1}{3} \times \text{Área de la base} \times h$$

4) Cono

- **Área:** El área lateral es la mitad de la circunferencia de la base, multiplicado por la apotema.

$$\text{Área lateral} = \frac{1}{2} \times \text{Circunferencia de la base} \times \text{Apotema}$$

El área total es la suma del área lateral y el área de la base.

$$\text{Área total} = \text{Área lateral} + \text{Área de la base}$$

- **Volumen:** Se calcula multiplicando un tercio del área de la base por la altura del cono.

$$\text{Volumen} = 1 / 3 \times \text{Área de la base} \times h$$

5) Cilindro

- **Área:** El área lateral se obtiene multiplicando la circunferencia de la base por la altura.

$$\text{Área lateral} = \text{Circunferencia de la base} \times h$$

El área total es la suma del área lateral y el área de las bases.

$$\text{Área total} = \text{Área lateral} + 2 \times \text{Área de la base}$$

- **Volumen:** Se calcula multiplicando el área de la base por la altura del cilindro.

$$\text{Volumen} = \text{Área de la base} \times h$$

6) Esfera

- **Área:** El área de una esfera se calcula usando la fórmula $4 \times \pi \times r^2$.

$$\text{Área} = 4 \times \pi \times r^2$$

- **Volumen:** Se calcula multiplicando cuatro tercios de π por el cubo del radio.

$$\text{Volumen} = 4 / 3 \times \pi \times r^3$$

7. Solución de problemas matemáticos y geométricos

En esta sección se abordará la solución de diversos problemas matemáticos que ejemplifican situaciones prácticas. Se presentarán problemas relacionados con probabilidad, álgebra, geometría y cálculo de áreas y volúmenes, utilizando métodos y fórmulas matemáticas esenciales para resolverlos. Cada problema incluirá un análisis

detallado de los datos proporcionados y un enfoque paso a paso para llegar a la solución, facilitando la comprensión y aplicación de los conceptos matemáticos en contextos reales.

7.1 Problema de probabilidad

- **Pregunta:** ¿cuál es la probabilidad de que al tirar un dado se obtenga un 3?
- **Solución:** como se trata de un caso de probabilidad simple, se debe aplicar la siguiente fórmula:

$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{Número de veces que el evento sucede}}{\text{Numero total de resultados posibles}}$$

En este caso, el número total de posibles resultados al lanzar un dado es 6 (ya que el dado tiene 6 caras). El evento que estamos analizando es obtener un 3, que solo ocurre en una de las 6 caras.

Entonces, la probabilidad es:

$$\text{Probabilidad} = \frac{1}{6} \approx 0.1667$$

Por lo tanto, la probabilidad de obtener un 3 al lanzar un dado es 0.1667.

7.2 Problema cuantitativo de álgebra

- **Pregunta:** si tenemos dos números tales que su suma es igual a 34, y el doble del mayor excede en 20 al menor, ¿cuáles son esos números?
- **Solución:** primero, se identifican las incógnitas del problema. Nos piden determinar dos números, uno mayor que el otro. Utilizaremos las letras a y

b para representar las incógnitas, y como uno es mayor que el otro, diremos que $a > b$.

Se plantean dos ecuaciones a partir de la información dada:

- a.** $a + b = 34$ (la suma de los dos números es 34).
- b.** $2a = b + 20$ (el doble del mayor excede en 20 al menor).

Ahora, se resuelve el sistema de ecuaciones usando el método de sustitución:

- Despejamos b en la primera ecuación: $b = 34 - a$.
- Sustituimos $b = 34 - a$ en la segunda ecuación:

$$2a = (34 - a) + 20$$

Al resolver esta ecuación, se obtiene:

$$2a + a = 54 \text{ lo que nos da } 3a = 54$$

Al despejar a:

$$a = 18$$

Finalmente, sustituyendo $a = 18$ en la ecuación $b = 34 - a$:

$$b = 16$$

Por lo tanto, los números son $a = 18$ y $b = 16$.

7.3 Problema cuantitativo

Pregunta: un sistema de transporte urbano en una ciudad de Colombia utiliza dos tipos de buses. La tabla muestra la información del número de pasajeros que puede transportar cada tipo de bus. ¿Cuál es la expresión que permite determinar la capacidad máxima de pasajeros que pueden transportar la totalidad de buses?

Tabla 2. Número de pasajeros según el bus

Bus tipo I	Bus tipo II
Numero de sillas: 36	Numero de sillas: 48
Pasajeros de pie: 100	Pasajeros de pie: 112

Opciones:

- a. $[75 \times (36 + 48)] + [60 \times (100 + 112)]$
- b. $(75 + 60) \times (36 + 100 + 48 + 112)$
- c. $(75 + 60) + (36 + 100 + 48 + 112)$
- d. $[75 \times (36 + 100)] + [60 \times (48 + 112)]$

Solución: La opción correcta es la D. Dado que el total de buses tipo I es 75 y la máxima cantidad de pasajeros por bus se describe mediante la suma del número de sillas con el número de pasajeros de pie ($36 + 100$), la expresión que calcula el total del máximo número de pasajeros en todos los buses tipo I será el producto de la suma:

$$75 \times (36 + 100) + 60 \times (48 + 112)$$

7.4 Problema de perímetro y área de figuras geométricas

- **Pregunta:** hallar la circunferencia y el área de un círculo de diámetro 6 cm.
- **Solución:** la circunferencia de un círculo se calcula con la fórmula $C = \pi \times d$, donde d es el diámetro. Entonces, la circunferencia es:

$$C = \pi \times 6 \text{ cm} = 6 \pi \text{ cm}$$

El área del círculo se calcula con la fórmula $A = \pi \times r^2$, donde r es el radio. Como el diámetro es 6 cm, el radio es $r = 3 \text{ cm}$:

$$A = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

Por lo tanto, la circunferencia es $6\pi \text{ cm}$ y el área es $9\pi \text{ cm}^2$.

7.5 Problema área y volumen de cuerpos

- **Pregunta:** un cubo tiene una superficie total de 360 cm^2 . ¿Qué volumen tiene este cubo?
- **Solución:** la superficie total del cubo es la suma de las áreas de sus seis caras, cada una de las cuales es un cuadrado. Si la longitud de un lado del cubo es x, entonces:

$$6x^2 = 360 \text{ cm}^2$$

Al dividir por 6:

$$x^2 = 60 \text{ cm}^2$$

Al tomar la raíz cuadrada de ambos lados:

$$x = 5 \text{ cm}$$

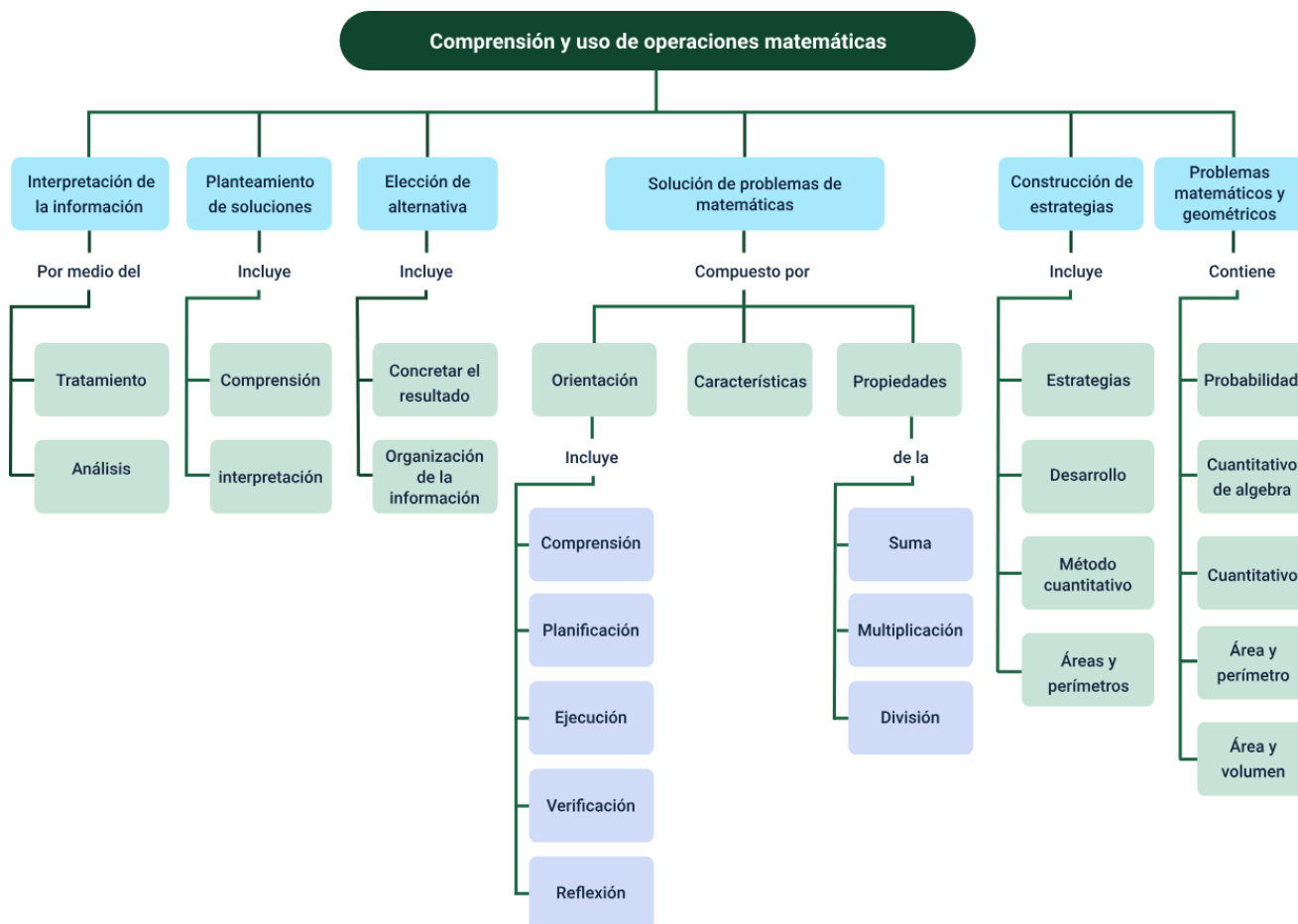
El volumen del cubo se calcula como:

$$V = x^3 = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$$

Por lo tanto, el volumen del cubo es 125 cm³.

Síntesis

A continuación, se describe una visión general del componente formativo Comprensión y uso de operaciones matemáticas. Este componente desarrolla habilidades en la interpretación, análisis y organización de información para la resolución efectiva de problemas. Inicia con la Interpretación de la información y el Planteamiento de soluciones, abordando la comprensión de datos y la interpretación de resultados. Continúa con la Elección de alternativa, seguida de un Ejemplo práctico que ilustra el proceso. Luego, se exploran las Propiedades de las operaciones matemáticas y se construyen Estrategias para resolver problemas, incluyendo métodos cuantitativos y geométricos. Finalmente, se presentan ejemplos de Solución de problemas matemáticos y geométricos que consolidan lo aprendido.



Material Complementario

Tema	Referencia	Tipo de material	Enlace del recurso
Ejemplo práctico del proceso de información	Ecosistema de Recursos Educativos Digitales SENA. (2020). SENA - La Regla de 3 [Proporcionalidad] - Fácil y Rápido [Video]. YouTube.	Video	https://www.youtube.com/watch?v=jBy0s72XiAo

Glosario

Álgebra: rama de las matemáticas que estudia las relaciones estructuras y cantidades a través de símbolos y letras para representar números y operaciones.

Análisis: proceso de descomponer la información en partes más pequeñas para comprenderla mejor y encontrar relaciones entre los datos.

Área: medida de la superficie de una figura geométrica expresada en unidades cuadradas.

Estrategia: plan o método diseñado para abordar y resolver problemas de manera eficiente y efectiva.

Geometría: rama de las matemáticas que estudia las propiedades y relaciones de los puntos, líneas, ángulos, superficies y sólidos.

Información: conjunto de datos organizados que tienen un significado y pueden ser utilizados para resolver problemas o tomar decisiones.

Perímetro: longitud total del contorno de una figura geométrica.

Probabilidad: medida de la posibilidad de que ocurra un evento expresada como un número entre 0 y 1.

Resultado: solución obtenida después de realizar cálculos o resolver un problema.

Volumen: medida del espacio tridimensional que ocupa un cuerpo expresada en unidades cúbicas.

Referencias Bibliográficas

Blanco Nieto, L. J., Cárdenas Lizarazo, J. A., & Caballero Carrasco, A. (2015). La resolución de problemas de Matemáticas. Colección manuales UEX – 98. [PDF].

Escudero, J. (s.f.). Resolución de problemas.

Estrategia de estudio (Método POLYA). (n.d.). YouTube.

<https://www.youtube.com/watch?v=919CQtH2H2w>

Fernández, S. (1992). Prensa y educación matemática. Madrid, España: Síntesis.

Grupo Cero. (1984). De 12 a 16. Un currículum de Matemáticas. Valencia, España: Mestral Libros.

Guzmán, M. (1984). Para pensar mejor. Barcelona, España: Labor.

Hemmerling, E. (2002). Geometría elemental. México, D.F.: Limusa.

Hofstadter, D. (1979). Gödel, Escher, Bach: Un eterno y grácil bucle. Nueva York, Estados Unidos: Basic Books.

Icfes. (2013). Módulo de razonamiento cuantitativo SABER PRO 2013 - 1.

<http://www.tecnar.edu.co/sites/default/files/pdfs/M%C3%B3dulo-RAZONAMIENTO%20CUANTITATIVO.pdf>

Módulo Razonamiento Cuantitativo. Niveles de desempeño. (2023).

Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. México, D.F.: Trillas.

Ruiz, J. (2019). Métodos cuantitativos para la toma de decisiones. Madrid: Ediciones Díaz de Santos.

Créditos

Nombre	Cargo	Centro de Formación y Regional
Milady Tatiana Villamil Castellanos	Responsable del ecosistema	Dirección General
Liliana Victoria Morales Gualdrón	Responsable línea de producción Tolima	Centro de Comercio y Servicios - Regional Tolima
Hugo García Calderón	Experto temático	Centro de Diseño Tecnológico Industrial - Regional Valle
Rafael Neftalí Lizcano Reyes	Asesor pedagógico	Centro Industrial del Diseño y la Manufactura - Regional Santander
Claudia Milena Hernández Naranjo	Asesor pedagógico	Centro Industrial del Diseño y la Manufactura - Regional Santander
Viviana Herrera Quiñonez	Evaluador instruccional	Centro de Comercio y Servicios - Regional Tolima
Jose Yobani Penagos Mora	Diseñador web	Centro de Comercio y Servicios - Regional Tolima
Oscar Ivan Uribe Ortiz	Diseñador web	Centro de Comercio y Servicios - Regional Tolima
Veimar Celis Melendez	Desarrollador Full stack	Centro de Comercio y Servicios - Regional Tolima
Diego Fernando Velasco Güiza	Desarrollador Full stack	Centro de Comercio y Servicios - Regional Tolima

Nombre	Cargo	Centro de Formación y Regional
Ernesto Navarro Jaimes	Animador y productor audiovisual	Centro de Comercio y Servicios - Regional Tolima
Gilberto Junior Rodríguez Rodríguez	Animador y productor audiovisual	Centro de Comercio y Servicios - Regional Tolima
Jorge Eduardo Rueda Peña	Evaluador de contenidos inclusivos y accesibles	Centro de Comercio y Servicios - Regional Tolima
Jorge Bustos Gómez	Validador y vinculador de recursos educativos digitales	Centro de Comercio y Servicios - Regional Tolima