

# Controlli Automatici - T

## Progetto Tipologia a - Traccia 3

### Controllo di due serbatoi d'acqua in cascata

#### Descrizione del problema

Si consideri il sistema in Figura 1 rappresentante due serbatoi d'acqua in cascata: il primo serbatoio è alimentato da una pompa e scarica nel secondo serbatoio, che a sua volta scarica nel serbatoio di raccolta. Si considerino  $a_1(t)$  il livello dell'acqua del primo serbatoio e  $a_2(t)$  il livello dell'acqua del secondo serbatoio. Si supponga che la dinamica del sistema sia descritta dalla seguente equazione differenziale

$$\dot{a}_1(t) = -k_1 \sqrt{a_1(t)} + k_4 V(t), \quad (1)$$

$$\dot{a}_2(t) = -k_2 \sqrt{a_1(t)} - k_3 \sqrt{a_2(t)}, \quad (2)$$

in cui

- $V(t) \in \mathbb{R}$  è la tensione applicata alla pompa;
- $k_1, k_2, k_3, k_4 > 0$  sono parametri scalari del sistema legati alla geometria degli orifizi e al guadagno della pompa.

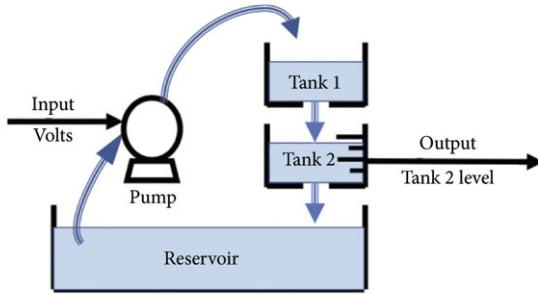


Figura 1: Schema illustrativo dei serbatoi in cascata.

L'input del sistema è la tensione applicata alla pompa  $V(t)$ , mentre si suppone di misurare, come output del sistema, il livello dell'acqua del secondo serbatoio  $a_2(t)$ .

#### Punto 1

Si riporti il sistema (1) nella forma di stato

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (3a)$$

$$y = h(x, u). \quad (3b)$$

In particolare, si dettagli la variabile di stato, la variabile d'ingresso, la variabile d'uscita e la forma delle funzioni  $f$  e  $h$ . A partire dai valori di equilibrio  $a_{1,eq}$ ,  $a_{2,eq}$  (fornito in tabella), si trovi l'intera coppia di equilibrio  $(x_e, u_e)$  e si linearizzi il sistema non lineare (3) nell'equilibrio, così da ottenere un sistema linearizzato del tipo

$$\delta \dot{x} = A \delta x + B \delta u \quad (4a)$$

$$\delta y = C \delta x + D \delta u, \quad (4b)$$

con opportune matrici  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ .

#### Punto 2

Si calcoli la funzione di trasferimento da  $\delta u$  a  $\delta y$ , ovvero la funzione  $G(s)$  tale che  $\delta Y(s) = G(s)\delta U(s)$ .

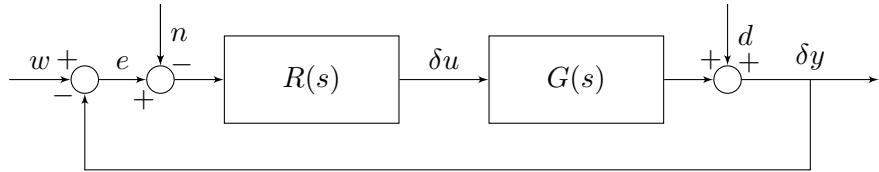


Figura 2: Schema di controllo.

### Punto 3

Si progetti un regolatore (fisicamente realizzabile) considerando le seguenti specifiche:

- 1) Errore a regime  $|e_\infty| \leq e^* = 0.01$  in risposta a un gradino  $w(t) = W1(t)$  e  $d(t) = D1(t)$  con ampiezze  $W \leq 3.5$  e  $D \leq 2.5$ .
- 2) Per garantire una certa robustezza del sistema si deve avere un margine di fase  $M_f \geq 30^\circ$ .
- 3) Il sistema può accettare una sovraelongazione percentuale al massimo del 30%:  $S\% \leq 30\%$ .
- 4) Il tempo di assestamento alla  $\epsilon\% = 5\%$  deve essere inferiore al valore fissato:  $T_{a,\epsilon} = 0.050s$ .
- 5) Il disturbo sull'uscita  $d(t)$ , con una banda limitata nel range di pulsazioni  $[0, 4.0]$ , deve essere abbattuto di almeno 40 dB.
- 6) Il rumore di misura  $n(t)$ , con una banda limitata nel range di pulsazioni  $[1 \cdot 10^5, 5 \cdot 10^6]$ , deve essere abbattuto di almeno 63 dB.

### Punto 4

Testare il sistema di controllo sul sistema linearizzato con  $w(t) = 3.5 \cdot 1(t)$ ,  $d(t) = \sum_{k=1}^4 1.5 \sin(0.4kt)$  e  $n(t) = \sum_{k=1}^4 0.1 \sin(2 * 10^5 kt)$ .

### Punto 5

- Testare il sistema di controllo sul modello non lineare (ed in presenza di  $d(t)$  ed  $n(t)$ ).
- Supponendo un riferimento  $w(t) = 1(t)$ , esplorare il range di condizioni iniziali dello stato del sistema non lineare (nell'intorno del punto di equilibrio) tali per cui l'uscita del sistema in anello chiuso converga a  $h(x_e, u_e)$ .
- Esplorare il range di ampiezza di riferimenti a gradino tali per cui il controllore rimane efficace sul sistema non lineare.

### Punti opzionali

Sviluppare (in Matlab o Python) un'animazione in cui si mostri la dinamica del sistema.

### Note

1. Ogni gruppo deve essere composto da al massimo 3 studenti (per casi eccezionali contattare il docente).
2. Il report del progetto deve essere scritto in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X e seguire la struttura del template fornito.
3. Ogni email relativa al progetto deve avere il seguente oggetto:  
“[CAT]-Gruppo X: resto dell'oggetto”.
4. In tutte le email devono essere messi in cc il professor Notarstefano, il professor Carnevale, il dr. Drudi, il dr. Tramaloni e agli altri membri del gruppo.

## **IMPORTANTE: Istruzioni per la consegna finale**

1. La scadenza per la consegna finale è una settimana prima della data dell'esame.
2. Un membro di ogni gruppo deve inviare un'email con oggetto:

“[CAT]-Gruppo X: Consegnna progetto”,

allegando un link a una cartella OneDrive condivisa con il professor Notarstefano, il professor Carnevale, il dr. Drudi, il dr. Tramaloni e gli altri membri del gruppo.

3. La cartella di consegna finale deve contenere:

- **report\_gruppo\_XX.pdf**
- **report** – una cartella contenente il codice L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X e una cartella **figs** con le figure (se presenti)
- **code** – una cartella contenente il codice, incluso un file **README.txt** in cui si spiega brevemente quali script eseguire.

$k_1$	1.00
$k_2$	0.30
$k_3$	0.45
$k_4$	0.50
$a_{1,eq}$	9.45
$a_{2,eq}$	4.20

Tabella 1: Parametri del sistema.