

## Algoritmos y Estructuras de Datos.

### 3er Parcial. [21 de Noviembre de 2008]

**ATENCIÓN:** Para aprobar deben obtener un **puntaje mínimo** del 50 % en clases (Ej 1), 40 % en programación (Ej 2), 25 % en operativos (Ej 3) y un 60 % sobre las preguntas de teoría (Ej 4).

#### [Ej. 1] [clases (30pt), mínimo 50 %]

- a) Escribir una función  
`btree<int>::iterator abb_insert(btree<int> &T,int x);` que realiza la inserción de  $x$  en un ABB  $T$ . La función retorna el iterator donde está el elemento después de la inserción (sea esta exitosa o no).
- b) Escribir una función  
`bool open_hash_erase(vector<list<int>> &H,int (*h)(int),int x);` que elimina el elemento  $x$  de la tabla de dispersión abierta  $H$ , representada como un vector de listas **ordenadas**. El valor de retorno indica si la eliminación fue exitosa.
- c) Escribir una función  
`void vbset_difference(vector<bool> &A,vector<bool> &B,vector<bool> &C);` que implementa la operación binaria diferencia de conjuntos ( $C = A - B$ ), para la representación por vectores de bits. Asuma que  $A, B, C$  tienen la misma longitud.

#### [Ej. 2] [programacion (total = 30pt, mínimo 40 %)]

- a) [**connected-to (15 pt)**] Recordemos que dado un grafo no dirigido  $G = (V, E)$  donde  $V$  son los vértices y  $E$  las aristas del grafo, una componente conexa de  $G$  es un subconjunto  $V_i$  de  $V$  tal que cualquier par de nodos en  $V$  están conectados entre sí, es decir existe un camino entre los dos vértices.  
**Consigna:** Escribir una función  
`void connected_to(map<int,set<int>> &G,int x,set<int> &W);` que calcula la componente conexa  $W$  del nodo  $x$ , es decir el conjunto de nodos  $y$ , para los cuales existe un camino en  $G$  desde  $x$  hasta  $y$ . Por ejemplo, si  $G=\{1 \rightarrow \{2\}, 2 \rightarrow \{1\}, 3 \rightarrow \{4\}, 4 \rightarrow \{3\}\}$ , entonces si  $x=1$ ,  $W=\{1,2\}$  y si  $x=4$  entonces  $W=\{3,4\}$ .  
**Sugerencia:** Mantendremos dos conjuntos  $W$  (los vértices ya visitados) y  $F$  el frente de  $W$  que esta avanzando. Inicialmente  $W=F=\{x\}$ . Ahora para calcular el siguiente frente hacemos
 
$$Q = \bigcup_{n \in F} G[n], \quad (\text{vecinos de } F)$$

$$F = Q - W, \quad (\text{nuevo frente})$$

$$W = W \cup F, \quad (\text{actualiza } Q)$$
 (1)

El algoritmo termina cuando  $F$  es el conjunto vacío.

- b) [**eq-class (15 pt)**]  
 Recordemos que dada una relación de orden estricta y débil  $<$  en un conjunto universal  $U$ , dos elementos  $a, b \in U$  son equivalentes ( $a \equiv b$ ) si no es verdad que  $a < b$  ni  $b < a$ . Esto separa a cualquier conjunto  $S \subset U$  en conjuntos disjuntos  $E_i \subset U$  llamados “clases de

equivalencia” tales que  $a, b$  son equivalentes entre sí, si y solo si  $a, b$  pertenecen al mismo  $E_i$ .

**Consigna:** Escribir una función

`void eqclass(set<int> &S, bool (*comp)(int x,int y), list<set<int>> &L);` que dado un conjunto  $S$  y una relación de orden `comp()` devuelve sus clases de equivalencia en  $L$ . Por ejemplo, si  $S=\{-2,-1,0,1,2\}$  y `comp()` es la relación “menor en valor absoluto” entonces debe retornar  $L=\{\{0\},\{-1,1\},\{-2,2\}\}$ .

**Sugerencia:** Para cada elemento  $x$  de  $S$ , recorrer los conjuntos en  $L$  hasta encontrar la posición donde está o debería estar su clase de equivalencia. (Este algoritmo es similar a `lower_bound(x)`). Si la clase de equivalencia ya está, entonces simplemente se agrega  $x$  a esta clase. Si no, se inserta en la lista un nuevo conjunto con el elemento  $x$ .

**[Ej. 3] [operativos (total 20 pt), mínimo 25 %]**

- [abb (5 pts)]** Dados los enteros  $\{13, 7, 20, 2, 3, 10, 5, 4, 1, 12\}$  insertarlos, en ese orden, en un “árbol binario de búsqueda”. Mostrar las operaciones necesarias para eliminar los elementos 13, 5 y 2 en ese orden.
- [hash-dict (5 pts)]** Insertar los números 3, 16, 26, 9, 8, 36, 18, 5, 28 en una tabla de dispersión cerrada con  $B = 8$  cubetas, con función de dispersión  $h(x) = x \bmod 9$  y estrategia de redistribución lineal.
- [heap-sort (5 pts)]** Dados los enteros  $\{1, 5, 8, 2, 3, 13, 10\}$  ordenarlos por el método de “montículos” (“heap-sort”). Mostrar el montículo (minimal) antes y después de cada inserción/supresión.
- [quick-sort (5 pts)]** Dados los enteros  $\{5, 9, 4, 1, 5, 10, 8, 3, 3, 2, 11, 6\}$  ordenarlos por el método de “clasificación rápida” (“quick-sort”). En cada iteración indicar el pivote y mostrar el resultado de la partición. Utilizar la estrategia de elección del pivote discutida en el curso, a saber el mayor de los dos primeros elementos distintos.

**[Ej. 4] [Preguntas (total = 20 pt, mínimo 60 %)]**

- ¿Cuáles son las 3 etapas básicas en el ordenamiento por fusión (o “merge sort” o por intercalamiento)?. Explique de manera breve y simple cada una de ellas.
- Explique una estrategia para elegir el pivot en quicksort.
- ¿Cuál es el tiempo de ejecución para `insert(x)` en el TAD conjunto por tabla de dispersión cerrada, en el caso promedio?. ¿Cuál es el tiempo de ejecución de `find(x)` en el TAD diccionario por tablas de dispersión abiertas, en el caso promedio?
- ¿Cuál es la función del procedimiento “re-heap” en montículos?.
- Explique el concepto de estabilidad para algoritmos de ordenamiento. De ejemplos de algoritmos de ordenamiento estables y no estables.