MATHMEDIC

수학 문제와 해설 이젠 검색한다.

수학 나형 킬러 문제 모음 52문항

1.

평가원 나형 킬러문제 모음

16~ 20학년도 20,21,29,30 모음
총 52문항

1번

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$ 라 할 때,

$$f(ab) = f(a)f(b) + 2$$

를 만족시키는 20 이하의 두 자연수 a , b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최솟값은?

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

160620나 # 1833

2번

자연수 n 에 대하여 최고차항의 계수가 1 이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$ 의 극댓값을 a_n 이라 하자.

(가) $f(n) = 0$
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $(x+n)f(x) \geq 0$ 이다.

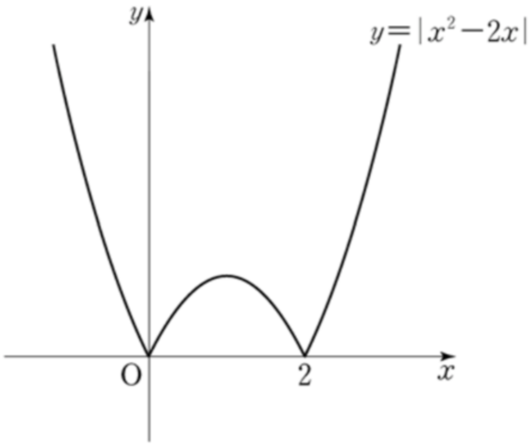
a_n 이 자연수가 되도록 하는 n 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

160621나 # 1834

3번

실수 t 에 대하여 직선 $y = t$ 가 곡선 $y = |x^2 - 2x|$ 와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 최고차항의 계수가 1 인 이차함수 $g(t)$ 에 대하여 함수 $f(t)g(t)$ 가 모든 실수 t 에서 연속일 때, $f(3) + g(3)$ 의 값을 구하시오.



160629나 # 1842

4번

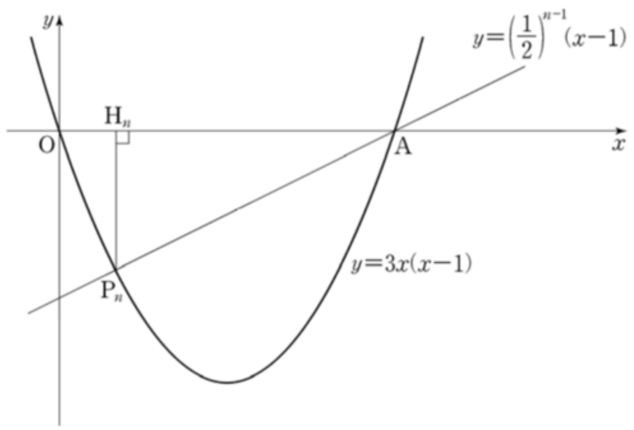
2 이상의 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수가 300 이상이 되도록 하는 가장 작은 자연수 k 의 값을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(2) \times f(3) \times f(4)$ 의 값을 구하시오.

(가) $a < n^k$ 이면 $b \leq \log_n a$ 이다.
(나) $a \geq n^k$ 이면 $b \leq -(a-n^k)^2 + k^2$ 이다.

160630나 # 1843

5번

자연수 n 에 대하여 직선 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}(x-1)$ 과 이차함수 $y=3x(x-1)$ 의 그래프가 만나는 두 점을 $\mathrm{A}(1,0)$ 과 P_n 이라 하자. 점 P_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{H}_n}$ 의 값은?



① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{14}{9}$ ③ $\frac{29}{18}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{31}{18}$

160920나 # 1803

6번

실수 t 에 대하여 직선 $x=t$ 가 두 함수

$$y=x^4-4x^3+10x-30\,,\, y=2x+2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 점 A 와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자.

$$\lim_{h\to+0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\times\lim_{h\to-0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\le 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 합은?

① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

160921나 # 1804

7번

확률변수 X 가 정규분포 $\mathrm{N}\left(4, 3^2\right)$ 을 따를 때, $\sum_{n=1}^{7}\mathrm{P}\left(X\le n\right)=a$ 이다. $10a$ 의 값을 구하시오.

160929나 # 1812

8번

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)\,,\,g(x)$ 라 하고, $h(x)=x+5f(x)$ 라 하자. 두 조건

$$f(m)\le f(x),\quad g(h(m))\le g(x)$$

를 만족시키는 자연수 m 의 개수를 $p(x)$ 라 할 때, $\sum_{k=1}^{10}p(2k)$ 의 값을 구하시오.

160930나 # 1813

9번

두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(-x) = -f(x), g(-x) = g(x)$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여

$$\int_{-3}^{3}(x+5)h'(x)dx = 10$$

일 때, $h(3)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

161120나 # 1773

10번

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\frac{f'(0)}{f(0)}$ 의 최댓값을 $M,$ 최솟값을 m 이라 하자. Mm 의 값은?

(가) 함수 $|f(x)|$ 는 $x=-1$ 에서만 미분가능하지 않다.
(나) 방정식 $f(x)=0$ 은 닫힌 구간 $[3,5]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

161121나 # 1774

11번

이차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^2 |f(x)|dx = -\int_0^2 f(x)dx = 4$

(나) $\int_2^3 |f(x)|dx = \int_2^3 f(x)dx$

$f(5)$ 의 값을 구하시오.

161129나 # 1782

12번

$x \geq \frac{1}{100}$ 인 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 두 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 를 좌표평면에 나타낸 영역을 R 라 하자.

(가)
$a<0$ 이고 $b>10$ 이다.
(나)
함수 $y=9f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=ax+b$가 한 점에서만 만난다.

영역 R 에 속하는 점 (a, b) 에 대하여 $(a+20)^2+b^2$ 의 최솟값은 $100 \times \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

161130나 # 1783

13번

첫째항이 a 인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여,

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + (-1)^n \times 2 & (n\text{이 } 3\text{의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n + 1 & (n\text{이 } 3\text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

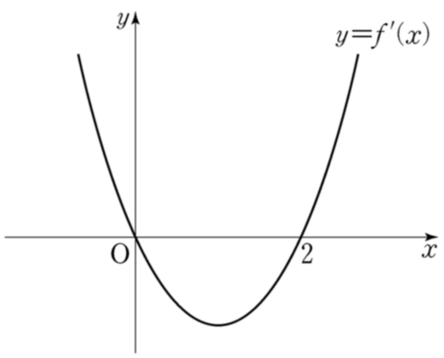
를 만족시킨다. $a_{15} = 43$ 일 때, a 의 값은?

① 35 ② 36 ③ 37 ④ 38 ⑤ 39

170620나 # 1503

14번

삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



<보기>

ㄱ. $f(0) < 0$ 이면 $|f(0)| < |f(2)|$ 이다.
ㄴ. $f(0)f(2) \geq 0$ 이면 함수 $|f(x)|$ 가 $x = a$ 에서 극소인 a 의 값의 개수는 2 이다.
ㄷ. $f(0) + f(2) = 0$ 이면 방정식 $|f(x)| = f(0)$의 서로 다른 실근의 개수는 4 이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

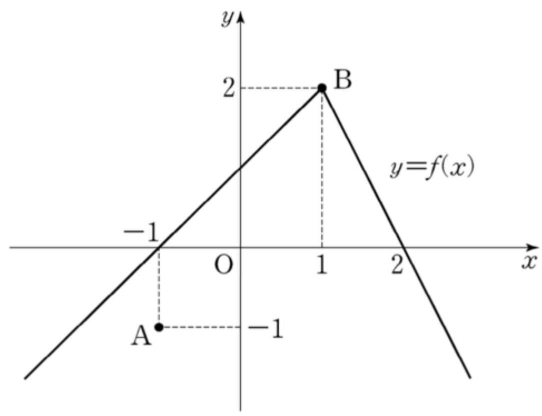
170621나 # 1504

15번

함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & (x < 1) \\ -2x + 4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1, -1), \mathrm{B}(1, 2)$ 가 있다. 실수 x 에 대하여 점 $(x, f(x))$ 에서 점 A 까지의 거리의 제곱과 점 B 까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 a 의 값의 합이 p 일 때, $80p$ 의 값을 구하시오.



170629나 # 1512

16번

다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오.

$\log_2(na - a^2)$ 과 $\log_2(nb - b^2)$ 은 같은 자연수이고
$0 < b - a \leq \dfrac{n}{2}$ 인 두 실수 a, b 가 존재한다.

170630나 # 1513

17번

삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x=-2$ 에서 극댓값을 갖는다.
(나) $f'(-3)=f'(3)$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 도함수 $f'(x)$ 는 $x=0$ 에서 최솟값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=f(2)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선은 점 $(2, f(2))$ 를 지난다.

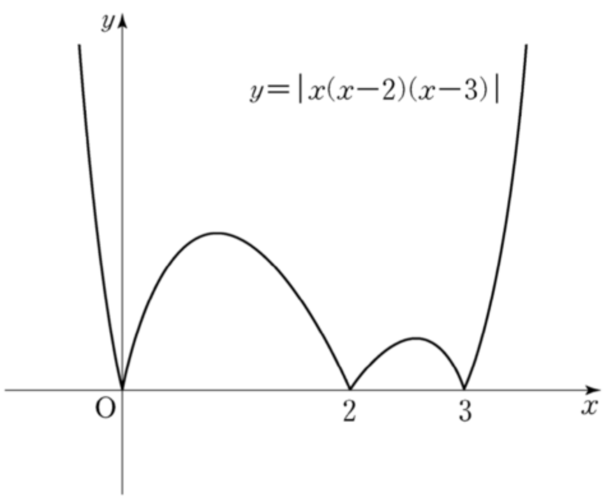
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

170920나 # 1533

18번

다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값은?

(가) 방정식 $f(x)=0$ 의 실근은 $0, 2, 3$ 뿐이다.
(나) 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $|x(x-2)(x-3)|$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.



① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

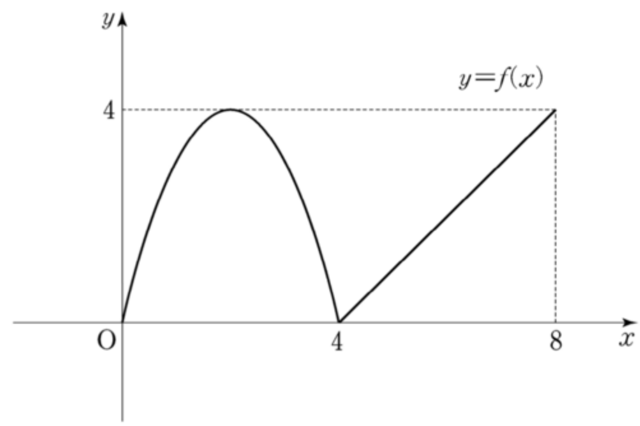
170921나 # 1534

19번

구간 $[0, 8]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x)=\begin{cases}-x(x-4) & (0 \le x < 4) \\ x-4 & (4 \le x \le 8)\end{cases}$$

이다. 실수 $a(0 \le a \le 4)$ 에 대하여 $\int_a^{a+4} f(x)dx$ 의 최솟값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



170929나 # 1542

20번

좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 영역

$$\left\{(x,\ y)\ \middle|\ 0 \le x \le n,\ \ 0 \le y \le \frac{\sqrt{x+3}}{2}\right\}$$

에 포함되는 정사각형 중에서 다음 조건을 만족시키는 모든 정사각형의 개수를 $f(n)$ 이라 하자.

(가) 각 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 정수이다.
(나) 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이하이다.

예를 들어 $f(14)=15$ 이다. $f(n) \le 400$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오.

170930나 # 1543

21번

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값, $x=k$ 에서 극솟값을 가진다. (단, k 는 상수이다.)
(나) 1보다 큰 모든 실수 t 에 대하여
$$\int_0^t |f'(x)|\,dx = f(t)+f(0)\text{이다.}$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\int_0^k f'(x)dx < 0$
ㄴ. $0 < k \leq 1$
ㄷ. 함수 $f(x)$ 의 극솟값은 0이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ,ㄴ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

171120나 # 1563

22번

좌표평면에서 함수

$$f(x)=\begin{cases}-x+10 & (x<10)\\ (x-10)^2 & (x\geq 10)\end{cases}$$

과 자연수 n 에 대하여 점 $(n, f(n))$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3 인 원 O_n 이 있다. x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점 중에서 원 O_n 의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 아랫부분에 있는 모든 점의 개수를 A_n , 원 O_n 의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 윗부분에 있는 모든 점의 개수를 B_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{20}(A_n-B_n)$ 의 값은?

① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

171121나 # 1564

23번

확률변수 X 는 평균이 m, 표준편차가 5 인 정규분포를 따르고, 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(10) > f(20)$
(나) $f(4) < f(22)$

m 이 자연수일 때 $\mathrm{P}(17 \leq X \leq 18) = a$ 이다. $1000a$ 의 값을 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

171129나 # 1572

24번

실수 k 에 대하여 함수 $f(x)=x^3-3x^2+6x+k$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 방정식 $4f'(x)+12x-18=(f'\circ g)(x)$ 가 닫힌 구간 $[0,1]$에서 실근을 갖기 위한 k 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 할 때, m^2+M^2 의 값을 구하시오.

171130나 # 1573

25번

함수

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-kx^2+1\ (k>0 \text{ 인 상수})$$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A , B 에서의 접선 l , m 의 기울기가 모두 $3k^2$ 이다. 곡선 $y=f(x)$ 에 접하고 x 축에 평행한 두 직선과 접선 l , m 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24 일 때, k 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

180620나 # 1713

26번

함수

$$f(x)=\frac{k}{x-11}+6\ (k\geq 36)$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k 의 개수는?

> $|f(x)|\leq y\leq -x+5$ 인 두 자연수 x , y 의 모든 순서쌍 (x,y) 의 개수는 2 이상 4 이하이다.

① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

180621나 # 1714

27번

공차가 0 이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 은

$$b_1=a_1$$

이고, 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$b_n=\begin{cases} b_{n-1}+a_n & (n\text{이 } 3\text{의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1}-a_n & (n\text{이 } 3\text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10}=a_{10}$ 일 때, $\frac{b_8}{b_{10}}=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

180629나 # 1722

28번

최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2 인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(\alpha)=g(\alpha)$ 이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$ 인 실수 α가 존재한다.
> (나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$ 인 실수 β 가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$ 의 값을 구하시오.

180630나 # 1723

29번

삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=-x+t$ 의 교점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(x)=x^3$ 이면 함수 $g(t)$ 는 상수함수이다.

ㄴ. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여, $g(1)=2$ 이면 $g(t)=3$인 t가 존재한다.

ㄷ. 함수 $g(t)$ 가 상수함수이면, 삼차함수 $f(x)$ 의 극값은 존재하지 않는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

180920나 # 1743

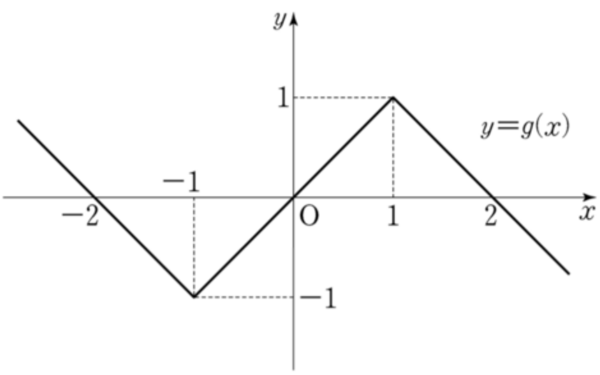
30번

실수 a, b, c 와 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+a & (x<-1) \\ bx & (-1\le x<1) \\ x+c & (x\ge 1)\end{cases},$$

$$g(x)=|x+1|-|x-1|-x$$

에 대하여, 합성함수 $g\circ f$ 는 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 갖는다. $a+b+2c$ 의 값은?



① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

180921나 # 1744

31번

두 삼차함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)g(x)=(x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$$

을 만족시킨다. $g(x)$ 의 최고차항의 계수가 3 이고, $g(x)$ 가 $x=2$ 에서 극댓값을 가질 때, $f'(0)=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

180929나 # 1752

32번

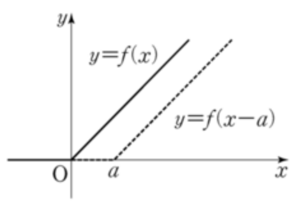
두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가

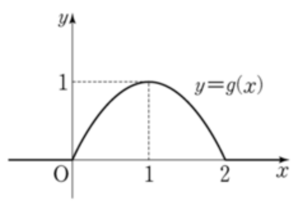
$$f(x)=\begin{cases} 0 & (x\le 0) \\ x & (x>0)\end{cases},$$
$$g(x)=\begin{cases} x(2-x) & (|x-1|\le 1) \\ 0 & (|x-1|>1)\end{cases}$$

이다. 양의 실수 k , a , $b(a<b<2)$ 에 대하여, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x)=k\{f(x)-f(x-a)-f(x-b)+f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수 x 에 대하여 $0\le h(x)\le g(x)$ 일 때, $\int_0^2\{g(x)-h(x)\}dx$ 의 값이 최소가 되게 하는 k , a , b 에 대하여 $60(k+a+b)$ 의 값을 구하시오.





180930나 # 1753

33번

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(0)=0,\ f'(2)=16$

(나) 어떤 양수 k에 대하여 두 열린 구간 $(-\infty,0),\ (0,k)$에서 $f'(x)<0$이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 열린 구간 $(0,2)$에서 한 개의 실근을 갖는다.

ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.

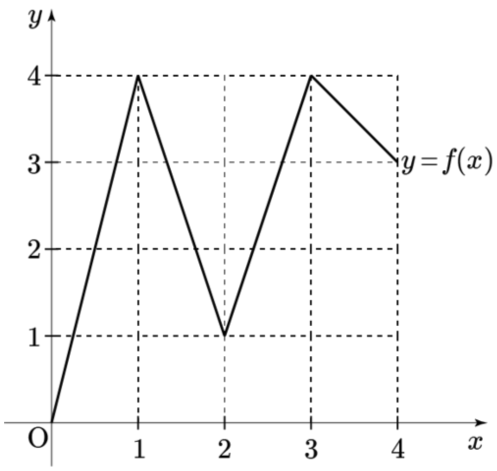
ㄷ. $f(0)=0$이면, 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq -\dfrac{1}{3}$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

181120나 # 2253

34번

그림과 같이 닫힌 구간 $[0,4]$에서 정의된 함수 $f(x)$의 그래프는 점 $(0,0)$, $(1,4)$, $(2,1)$, $(3,4)$, $(4,3)$을 이 순서대로 선분으로 연결한 것과 같다.



다음 조건을 만족시키는 집합 $X=\{a,b\}$의 개수는? (단, $0\leq a<b\leq 4$)

X에서 X로의 함수 $g(x)=f(f(x))$가 존재하고 $g(a)=f(a),\ \ g(b)=f(b)$를 만족시킨다.

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

181121나 # 2254

35번

두 실수 a와 k에 대하여 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$는

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x\leq a)\\ (x-1)^2(2x+1) & (x>a)\end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases}0 & (x\leq k)\\ 12(x-k) & (x>k)\end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq g(x)$이다.

k의 최솟값이 $\dfrac{q}{p}$일 때, $a+p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

181129나 # 2262

36번

이차함수 $f(x)=\dfrac{3x-x^2}{2}$에 대하여 구간 $[0,\infty)$에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0\leq x<1$일 때, $g(x)=f(x)$이다.

(나) $n\leq x<n+1$일 때,
$g(x)=\dfrac{1}{2^n}\{f(x-n)-(x-n)\}+x$ 이다.
(단, n은 자연수이다.)

어떤 자연수 $k(k\geq 6)$에 대하여 함수 $h(x)$는

$$h(x)=\begin{cases}g(x) & (0\leq x<5 \text{ 또는 } x\geq k)\\ 2x-g(x) & (5\leq x<k)\end{cases}$$

이다. 수열 $\{a_n\}$을 $a_n=\displaystyle\int_0^n h(x)dx$라 할 때,
$\displaystyle\lim_{n\to\infty}(2a_n-n^2)=\frac{241}{768}$이다. k의 값을 구하시오.

181130나 # 2263

37번

자연수 n에 대하여 $2a+2b+c+d=2n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 a_n이라 하자. 다음은 $\sum_{n=1}^{8} a_n$의 값을 구하는 과정이다.

> 음이 아닌 정수 a, b, c, d가 $2a+2b+c+d=2n$을 만족시키려면 음이 아닌 정수 k에 대하여 $c+d=2k$이어야 한다.
> $c+d=2k$인 경우는 (1)음이 아닌 정수 k_1, k_2에 대하여 $c=2k_1, d=2k_2$인 경우이거나 (2)음이 아닌 정수 k_3, k_4에 대하여 $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우이다.
>
> (1) $c=2k_1, d=2k_2$인 경우 :
> $2a+2b+c+d=2n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는 $\boxed{(가)}$이다.
>
> (2) $c=2k_3+1, d=2k_4+1$인 경우 :
> $2a+2b+c+d=2n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는 $\boxed{(나)}$이다.
>
> $(1), (2)$에 의하여 $2a+2b+c+d=2n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수 a_n은
> $$a_n = \boxed{(가)} + \boxed{(나)}$$
> 이다. 자연수 m에 대하여
> $$\sum_{n=1}^{m} \boxed{(나)} = {}_{m+3}\mathrm{C}_4$$
> 이므로
> $$\sum_{n=1}^{8} a_n = \boxed{(다)}$$
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r라 할 때, $f(6)+g(5)+r$의 값은 ?

① 893 ② 918 ③ 943 ④ 968 ⑤ 993

190620가 외 1회 # 6510

38번

상수 a, b에 대하여 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(-1) > -1$
> (나) $f(1)-f(-1) > 8$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은 ?

> <보기>
> ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
> ㄴ. $-1 < x < 1$ 일 때, $f'(x) \geq 0$이다.
> ㄷ. 방정식 $f(x)-f'(k)x=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 개수는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ,ㄷ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

190621나 # 6489

39번

함수

$$f(x)=\begin{cases} ax+b & (x<1) \\ cx^2+\dfrac{5}{2}x & (x\geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의 x좌표가 각각 $-1, 1, 2$일 때, $2a+4b-10c$의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 상수이다.)

190629나 # 6544

40번

사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 5 이하의 모든 자연수 n에 대하여
$$\sum_{k=1}^{n} f(k) = f(n)f(n+1) \text{ 이다.}$$
(나) $n=3, 4$일 때, 함수 $f(x)$에서 x의 값이 n에서 $n+2$까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128 \times f\left(\dfrac{5}{2}\right)$의 값을 구하시오.

190630나 # 6490

41번

상자 A와 상자 B에 각각 6개의 공이 들어 있다. 동전 1개를 사용하여 다음 시행을 한다.

동전을 한 번 던져
앞면이 나오면 상자 A에서 공 1개를 꺼내어 상자 B에 넣고,
뒷면이 나오면 상자 B에서 공 1개를 꺼내어 상자 A에 넣는다.

위의 시행을 6번 반복할 때, 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 6번째 시행 후 처음으로 8이 될 확률은?

① $\frac{1}{64}$ ② $\frac{3}{64}$ ③ $\frac{5}{64}$ ④ $\frac{7}{64}$ ⑤ $\frac{9}{64}$

190920나 # 8261

42번

사차함수 $f(x)=x^4+ax^2+b$에 대하여 $x \geq 0$에서 정의된 함수
$$g(x)=\int_{-x}^{2x} \{f(t)-|f(t)|\}dt$$
가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0<x<1$에서 $g(x)=c_1$ (c_1은 상수)
(나) $1<x<5$에서 $g(x)$는 감소한다.
(다) $x>5$에서 $g(x)=c_2$ (c_2는 상수)

$f(\sqrt{2})$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

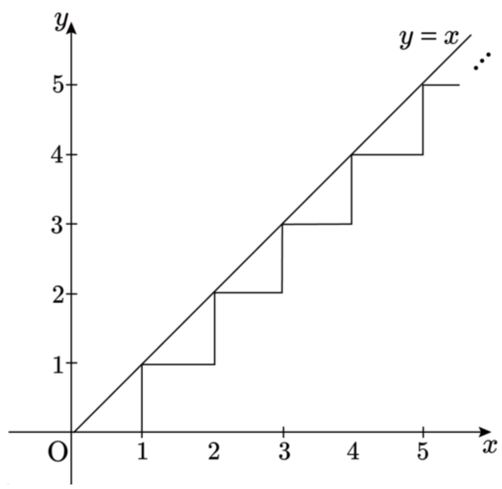
190921나 # 8262

43번

좌표평면에서 그림과 같이 길이가 1인 선분이 수직으로 만나도록 연결된 경로가 있다. 이 경로를 따라 원점에서 멀어지도록 움직이는 점 P의 위치를 나타내는 점 A_n을 다음과 같은 규칙으로 정한다.

(i)
A_0은 원점이다.
(ii)
n이 자연수일 때, A_n은 점 A_{n-1}에서 점 P가 경로를 따라 $\dfrac{2n-1}{25}$만큼 이동한 위치에 있는 점이다.

예를 들면, 점 A_2와 A_6의 좌표는 각각 $\left(\frac{4}{25}, 0\right)$, $\left(1, \frac{11}{25}\right)$이다. 자연수 n에 대하여 점 A_n 중 직선 $y=x$위에 있는 점을 원점에서 가까운 순서대로 나열할 때, 두 번째 점의 x좌표를 a라 하자. a의 값을 구하시오.



190929나 # 8270

44번

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식

$$(f \circ f)(x) = x$$

의 모든 실근이 $0, 1, a, 2, b$이다.

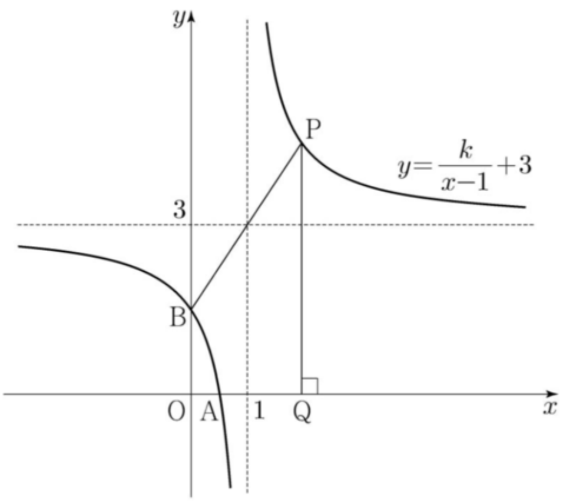
$$f'(1) < 0, f'(2) < 0, f'(0) - f'(1) = 6$$

일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. (단, $1 < a < 2 < b$)

190930나 # 8271

45번

그림과 같이 함수 $y = \dfrac{k}{x-1} + 3\ (0 < k < 3)$의 그래프와 x축, y축과의 교점을 각각 A, B라 하자.



이 그래프의 두 점근선의 교점과 점 B를 지나는 직선이 이 그래프와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 P, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $k = 1$일 때, 점 P의 좌표는 $(2, 4)$이다.

ㄴ. $0 < k < 3$인 실수 k에 대하여 직선 AB의 기울기와 직선 AP의 기울기의 합은 0이다.

ㄷ. 사각형 PBAQ의 넓이가 자연수일 때, 직선 BP의 기울기는 0과 1 사이의 값이다.

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ,ㄷ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

191120나 # 8580

46번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x) = x(x+3)$이다.
(나) $g(0) = 1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값은?

① $\dfrac{5}{13}$ ② $\dfrac{5}{14}$ ③ $\dfrac{1}{3}$ ④ $\dfrac{5}{16}$ ⑤ $\dfrac{5}{17}$

191121나 # 8581

47번

첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $a_7 + b_7$의 값을 구하시오.

(가) $\displaystyle\sum_{n=1}^{5}(a_n + b_n) = 27$
(나) $\displaystyle\sum_{n=1}^{5}(a_n + |b_n|) = 67$
(다) $\displaystyle\sum_{n=1}^{5}(|a_n| + |b_n|) = 81$

191129나 # 8588

48번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, 0)$에서의 접선은 모두 x축이다.
> (나) 점 $(2, 0)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수는 2이다.
> (다) 방정식 $f(x)=g(x)$는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x>0$인 모든 실수 x에 대하여

$$g(x) \le kx-2 \le f(x)$$

를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha-\beta=a+b\sqrt{2}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)

191130나 # 8589

49번

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값은?

> $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6, \lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=4$
> 인 자연수 n 이 존재한다.

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

200620나 # 9614

50번

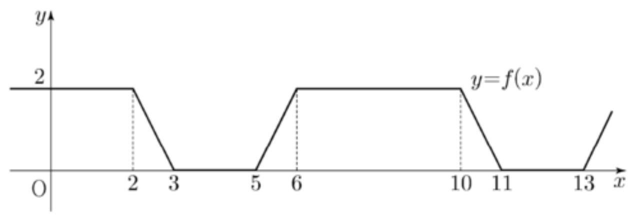
실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x)=\begin{cases} 2 & (0\le x<2) \\ -2x+6 & (2\le x<3) \\ 0 & (3\le x\le 4)\end{cases}$
> (나) 모든 실수 x에 대하여
> $f(-x)=f(x)$이고 $f(x)=f(x-8)$이다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\begin{cases} \frac{|x|}{x}+n & (x\ne 0) \\ n & (x=0)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $(f\circ g)(x)$가 상수함수가 되도록 하는 60 이하의 자연수 n의 개수는?



① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

200621나 # 9615

51번

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3)의 개수를 구하시오.

(가) $n=1, 2$ 일 때, $x_{n+1} - x_n \geq 2$이다.
(나) $x_3 \leq 10$

200629나 # 9623

52번

최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{ax-9}{x-1} & (x<1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t \mid t=-1$ 또는 $t \geq 3\}$이다.

$(g \circ g)(-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

200630나 # 9624

빠른 정답표

1번. ③	2번. ③	3번. 8	4번. 120	5번. ②
6번. ④	7번. 35	8번. 65	9번. ①	10번. ⑤
11번. 45	12번. 222	13번. ⑤	14번. ⑤	15번. 186
16번. 78	17번. ⑤	18번. ②	19번. 43	20번. 65
21번. ⑤	22번. ④	23번. 62	24번. 65	25번. ③
26번. ①	27번. 13	28번. 243		

빠른 정답표

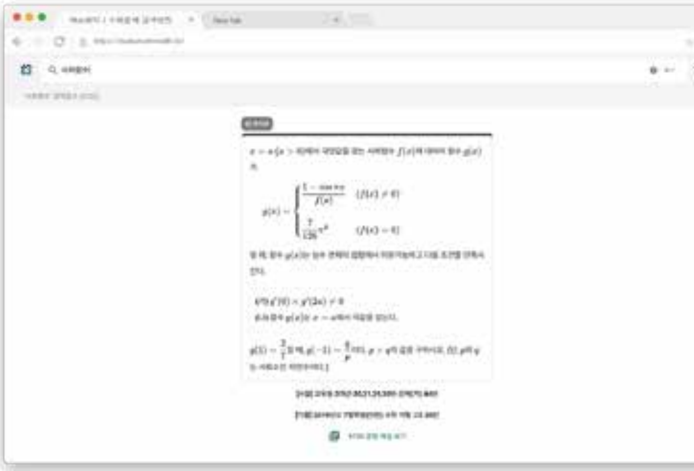
29번. ③	30번. ②	31번. 10	32번. 200	33번. ③
34번. ②	35번. 32	36번. 9	37번. ③	38번. ③
39번. 20	40번. 65	41번. ③	42번. ④	43번. 8
44번. 40	45번. ⑤	46번. ①	47번. 117	48번. 5
49번. ③	50번. ①	51번. 84	52번. 19	

1.
문제 검색 기능

① study.mathmedic.kr 에 접속 후,
내가 원하는 문제 수식, 단어로 검색

② 기출문제 번호로 바로 검색
ex) 190621, 19학년도 6평 21번

③ 문제별 매쓰메딕 문항 ID 로 바로 검색

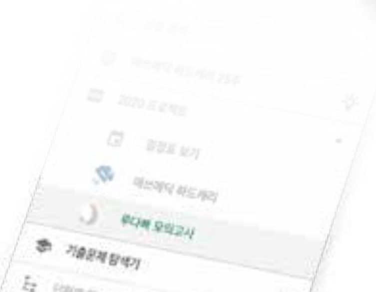


2.
문제 필터 기능

- 단원, 출제자, 출제년도, 키워드 별로
문제 필터

3.
고퀄리티 무료
수능 문제 확인

- 킬러문제
- 평가원 변형문제
- 루다빠 모의고사



좋은 질문입니다. 그 **질문에 답하기** 위해서는 이 **이야기**를 빼놓을 수가 없는데요. 마침 수학 문제 하니까 생각이 나네요. **04년 제가 처음 고3**이 되었을 때 그때 모든 수학 문제 하나하나가 참 힘들었습니다. 하지만 **포기하지 않았습니다**. 소위 눈물 젖은 빵이라고 그러죠. 그걸 먹으면서 꿋꿋이 **이겨냈습니다**. 그리고 **04년 11월 17일** 수능 수리영역 에서 만점을 처음으로 따냈는데 그게 **제 수학 첫 만점**이었습니다. 그리고 그로부터 **약 15년**이 지난 **19년 6월 1일** 처음으로 **매쓰메딕** 서비스를 **런칭**했습니다. 스타트업으로 이 세상에 빛과 소금이 되는 서비스를 만든다는 건 정말 하나하나가 참 힘들었습니다. **저는 경험도 없고 기술도 부족**하고 이게 과연 이 세상에 필요한 것인지마저 의심스러웠죠. 하지만 저는 **15년 전 그 날들**처럼 **포기하지 않고** 눈물 젖은 빵을 먹으면서 꿋꿋이 이겨냈습니다. 정말 **제가 수능을 준비하는 그런 마음**으로 만들었죠. 그런데 뭘 만든건지 말씀을 안 드린 생각이 나네요. 그건 바로 **수학문제 검색엔진**. 아직도 **수학 문제, 해설 찾기**가 어려우시죠? 아직도 참고서, 해설지 들고 다니느라 **무거운 책가방**을 들고 다니는 여러분을 위해 만들었습니다. 이제는 **수식으로 바로 검색**하세요. **원하는대로 필터**를 걸어 문제를 찾아볼 수 있습니다. **역대 모든 기출**문제 뿐 아니라 여러가지 **고퀄 변형 문항**들도 많이 수록되어 있습니다. **심지어 무료**입니다. 아무튼 여러분의 수능 대박을 기원합니다. **수학**만큼은 **백분위 99%** 찍을 수 있습니다. #수학문제검색엔진 **#투머치수학** #매쓰메딕