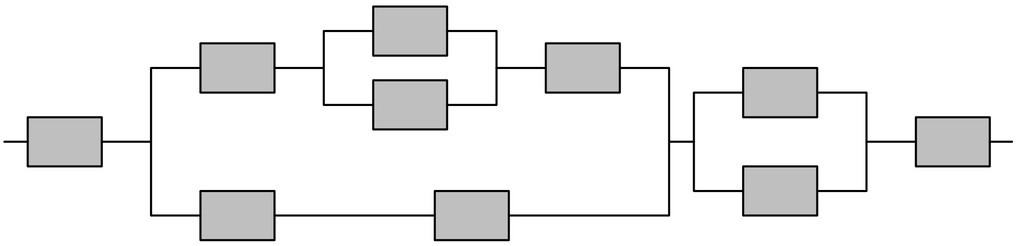
<u>확률 통계 중간고사</u>

2016년 10월 24일 19:00 ~ 21:00

1. 아래의 시스템은 고장이 날 확률이 p인 동일한 구성 요소로 이루어진다. 이 때, 특정 구성 요소가 고장이 날 확률은 다른 구성 요소가 고장이 날 확률과 서로 독립이다. 이러한 구성 요소들이 아래와 같이 서로 연결되어 있다. 아래의 시스템이 정상적으로 동작할 확률을 계산하라. (15점)



2. 어느 날 하늘에서 비가 내릴 확률이 40 %라고 한다. 매일 아침, 80 %의 확률로 철수는 우산을 가져갈 지 결정하기 위해서 기상 예보를 시청한다. 기상 예보에서 비올 것이라고 예상하는 경우 80 %의 확률로 비가 내리고, 비가 오지 않을 것이라고 예상하는 경우 10 %의 확률로 비가 내린다고 한다. 기상 예보를 시청하지 못하는 경우에는 동전을 던져 앞면이 나오면 우산을 가져간다. (15 점)
   (a) 어느 날 철수가 기상 예보를 놓쳤는데 비가 내렸다. 이 때, 기상 예보가 비가 내릴 것이라 예측하였을 확률을 계산하라. (7 점)
   (b) 철수가 우산을 가져갔는데 비가 오지 않았다. 철수가 기상 예보를 시청하였을 확률을 계산하라. (8 점)

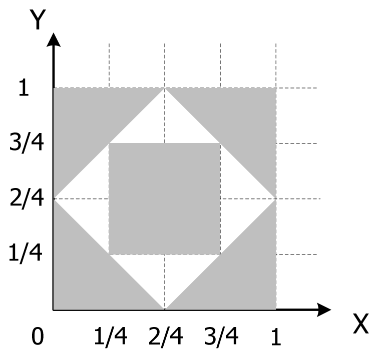
3. 철수는 매일 녹색/적색으로 구성된 5개의 신호등을 통과하여 등교한다. 신호등에 도착할 때 신호등이 녹색과 적색일 확률이 동일하고, 다른 신호등의 상태와 서로 독립이다. (15점)
   (a) 철수가 등교 시, 적색 신호등의 개수에 대한 PMF와 평균 분산을 계산하라. (10점)
   (b) 적색 신호등을 만날 때마다 철수가 3분씩 기다릴 때, 철수가 등교하는 시간의 분산을 계산하라. (5점)

4. 은행 지점에 방문하는 고객의 수가 $\lambda = 30$ customers/hour인 Poisson 분포를 따른다고 할 때 아래의 질문에 답하라. (15점)
   (a) 6분동안 고객이 한 명도 도착하지 않을 확률을 각각 계산하라. (5점)
   (b) 6분동안 도착하는 고객의 평균 수를 계산하라. (5점)

(c) 지난 6분동안 고객이 한 명도 도착하지 않았을 때, 현 시점으로부터 첫 고객이 도착할 때까지 평균 대기시간을 계산하라. (5점)

5. 통신 시스템에서 송신부가 보내는 신호를 확률 변수 X로 정의한다. 이 때, 송신 신호 X가 1과 -1일 확률이 각각 $p_X(1) = 1/2$, $p_X(-1) = 1/2$로 주어진다. 통신 채널에서 노이즈는 정규 분포를 따르는데, 정규 분포의 평균(μ)과 표준편차(σ) 값이 X=1일 때 $\mu_1=0$, $\sigma_1 = 1$이고, X=-1일 때 $\mu_{-1}=0$, $\sigma_{-1} = 1/2$라고 한다. 수신부에서 검출하는 신호를 확률 변수 Y로 정의한다. 이 때, 수신 신호 Y의 값이 δ보다 크면 수신부에서 X = 1로 결정하고, δ보다 작으면 수신부에서 X = -1로 결정한다고 한다. (단, $\Phi(0.5) = 0.6915$, $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(1.5) = 0.9332$, $\Phi(2) = 0.9772$, $\Phi(2.5) = 0.9938$, $\Phi(3) = 0.9987$) (20 점)
   (a) δ=0일 때 노이즈로 인한 비트 오류 확률을 계산하여라. (10 점)
   (b) 비트 오류 확률을 최소화하는 δ의 값을 구하고 그 이유를 설명하라. (10 점)

6. Continuous Random Variable X와 Y의 Joint PDF $f_{X,Y}(x,y)$가 아래의 색칠한 영역에서 상수 값 c를 가진다. (20점)



   (a) 상수값 c와 X와 Y의 Marginal PDF $f_X(x)$ 및 $f_Y(y)$를 계산하라. (5점)
   (b) E[X|Y=1/3]와 var[X|Y=1/3]를 계산하라. (5점)
   (c) Conditional PDF $f_{X|Y}(x|2/3)$를 계산하라. (5점)
   (d) X와 Y는 서로 독립인지 판별하라. (5점)