1.1) $A = \{\text{even number}\}$

$B = \{x \mid x > 3\}$

i) $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$ $(A \cup B)^c = \{1, 3\}$

$A^c \cap B^c = \{1, 3\}$ $\therefore (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

ii) $(A \cap B) = \{4, 6\}$ $(A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 5\}$

$A^c \cup B^c = \{1, 3, 5, 2\}$ $\therefore (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

1.8) 상대방에 대한 승률을 $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ 로 설정한다.
연속해서 두 번 이겨야 승리하므로,
중간에 승률이 가장 높은 상대와 대결할 때의 승률은

$$W_3 = \omega_3(\omega_1 + (1-\omega_1)\omega_2) = \omega_3(\omega_2 + (1-\omega_2)\omega_1) = \omega_3(\omega_1 + \omega_2 - \omega_1\omega_2)$$

다른 두 경우의 승률은

$W_1 = \omega_1(\omega_2 + \omega_3 - \omega_2\omega_3)$ 과 $W_2 = \omega_2(\omega_1 + \omega_3 - \omega_1\omega_3)$ 이다.

$$W_3 - W_1 = \omega_3(\omega_1 + \omega_2) - \omega_1(\omega_2 + \omega_3) = \omega_2(\omega_3 - \omega_1) > 0$$

$$W_3 - W_2 = \omega_3(\omega_1 + \omega_2) - \omega_2(\omega_1 + \omega_3) = \omega_1(\omega_3 - \omega_2) > 0$$

$\therefore$ 가장 승률이 높은 상대를 가운데 두는 것이 승률이 가장 높음.

1.17) 5개의 defect가 모두 나타나지 않아야 하므로

$$P(\text{Accept}) = \underbrace{\frac{95}{100}}_{P(A_1)} \cdot \underbrace{\frac{94}{99}}_{P(A_2|A_1)} \cdot \underbrace{\frac{93}{98}}_{P(A_3|A_2,A_1)} \cdot \underbrace{\frac{92}{97}}_{P(A_4|A_1,A_2,A_3)}$$

$P(A_i)$: i번째 샘플이 defect가 아닐 확률

1.24) 전체 경우의 수에서 질문하려는 죄수가 풀려날 확률은 $\frac{2}{3}$이다.

이 때, 교도관이 나머지 죄수들 중 한 명을 언급할 확률은 각각 $\frac{1}{2}$이다.

반면, 질문하려는 죄수가 풀려나지 않는 경우, 교도관이 각각의 죄수를 언급할 확률도 역시 $\frac{1}{2}$이다.

$$\therefore \Pr(\text{질문죄수 석방} \mid \text{교도관이 다른 죄수 언급}) = \frac{\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}\times\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{2}{3}$$

이므로 여전히 질문죄수가 석방될 확률은 동일하다.

1.36)

(a) 모든 Power Plant가 고장일 때만 정전되므로 $\prod_{i=1}^{n} p_i$

(b) 전체의 경우는 모두 고장일 때와 한 개만 가동할 때 정전이 발생한다.

$$P = \prod_{i=1}^{n} p_i + \sum_{i=1}^{n} (1-p_i) \prod_{j=1 (j\neq i)}^{n} p_j$$

1.54]

(a) 20대의 차 모두 구분 가능하므로 $20!$

(b) 20대의 주차 공간을 US-made의 10대 공간과 Foreign made의 10대 공간으로 분할함. 이들 그룹을 배열하는 가지수가 2이므로,

$$P = \frac{2 \times 10! \times 10!}{20!}$$