Chap 12. 평면파의 반사와 분산

12.1 수직입사 균일평면파의 반사

- 전파의 투과 및 반사 $\mathcal{E}_{x1}^{+}(z,t) = E_{x10}^{+} e^{-\alpha_1 z} \cos(\omega t - \beta_1 z)$

$\xrightarrow{z}$

< 매질 1, $\mu_1, \varepsilon_1, \sigma_1$ > < 매질 2, $\mu_2, \varepsilon_2, \sigma_2$ >

Incident Wave
$$\begin{bmatrix} E_{xs1}^{+} = E_{x10}^{+} e^{-\gamma_1 z} \\ H_{ys1}^{+} = \dfrac{1}{\eta_1} E_{x10}^{+} e^{-\gamma_1 z} \end{bmatrix}$$
$\mathbf{E}_1^{+}$, $\mathbf{H}_1^{+}$ 입사파

Reflected Wave
$$\begin{bmatrix} E_{xs1}^{-} = E_{x10}^{-} e^{\gamma_1 z} \\ H_{ys1}^{-} = \dfrac{1}{\eta} E_{x10}^{-} e^{\gamma_1 z} \end{bmatrix}$$
$\mathbf{E}_1^{-}$, $\mathbf{H}_1^{-}$ 반사파

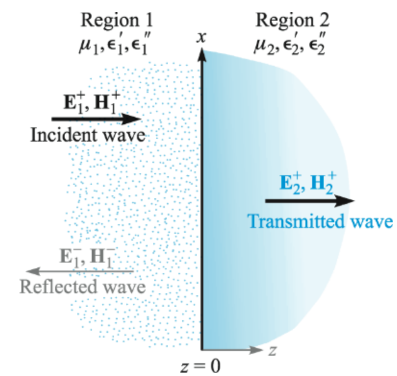
$\mathbf{E}_2^{+}$, $\mathbf{H}_2^{+}$ 투과파 굴절파

$$\begin{bmatrix} E_{xs2}^{+} = E_{x20}^{+} e^{-\gamma_2 z} \\ H_{ys2}^{+} = \dfrac{1}{\eta_2} E_{x20}^{+} e^{-\gamma_2 z} \end{bmatrix}$$
Transmitted Wave

- 경계조건 : E와 H는 접선성분만 존재 : $\left[\begin{array}{l} \boxed{E_{x10}^{+} + E_{x10}^{-} = E_{x20}^{+}} \\ H_{ys1}^{+} + H_{ys1}^{-} = H_{ys2}^{+} \rightarrow \boxed{\dfrac{E_{x10}^{+}}{\eta_1} - \dfrac{E_{x10}^{-}}{\eta_1} = \dfrac{E_{x20}^{+}}{\eta_2}} \end{array} \right.$

- 반사계수(reflection coef.) : $\boxed{\Gamma = \dfrac{E_{x10}^{-}}{E_{x10}^{+}} = \dfrac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}}$

  투과율(transmission coef.) : $\boxed{\tau = \dfrac{E_{x20}^{+}}{E_{x10}^{+}} = \dfrac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = 1 + \Gamma}$



$$E_{xs1} = E_{xs2} \qquad (z = 0)$$

$$E_{xs1}^{+} + E_{xs1}^{-} = E_{xs2}^{+} \qquad (z = 0)$$

$$\boxed{E_{x10}^{+} + E_{x10}^{-} = E_{x20}^{+}}$$

• **(case 1) 완전유전체와 완전유전체 경계면에서의 전자파**

< 완전유전체 > | < 완전유전체 >

η_1 실수 | η_2 실수 일부 투과, 일부 반사

$\alpha_1 = 0$ | $\alpha_2 = 0$ 에너지 총량은 항상 보존

• **(case 2) 완전유전체와 완전도체 경계면 에서의 전자파 : 전반사, 정재파**

< 완전유전체 > | < 완전도체 >

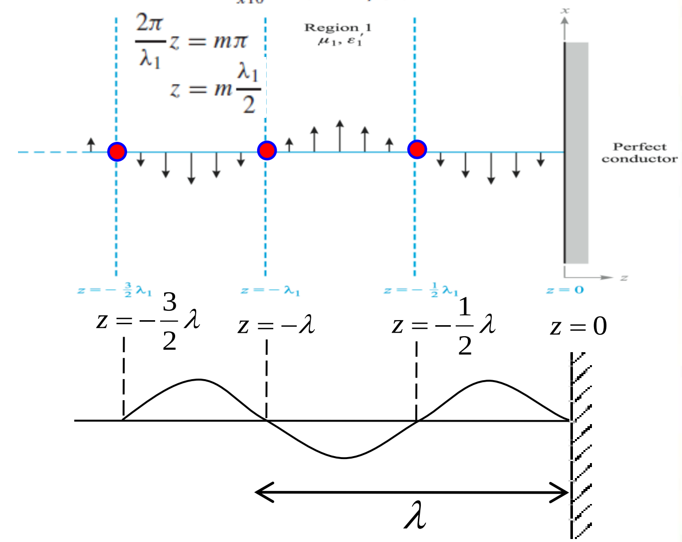
$\sigma_2 = \infty$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{j\omega\mu_2}{\sigma_2 + j\omega\varepsilon\delta}} = \frac{C}{\infty} \to 0$$

$E_{x20}^{+} = 0, \; \therefore E_{x10}^{+} = -E_{x10}^{-}$, 완전반사

$\Gamma = -1$, 전반사, 입사 E는 모두 반사된다.

$$\mathcal{E}_{x1}(z,t) = 2E_{x10}^{+}\sin(\beta_1 z)\sin(\omega t)$$
$$= E_{x10}^{+}\cos(\omega t - \beta_1 z)$$



• $E_{xs1} = E_{xs1}^{+} + E_{xs}^{-} = E_{x10}^{+}e^{-j\beta_1 z} - E_{x10}^{+}e^{j\beta_1 z} = (e^{-j\beta_1 z} - e^{j\beta_1 z})E_{x10}^{+}$

$= -j2E_{x10}^{+}\sin\beta_1 z$

$\boxed{\therefore E_{x1} = 2E_{x10}^{+}\sin z \cdot \sin\omega t \;:}$ → $\beta_1 z = n\pi$ 에서는 시간에 무관하게 항상 zero

$$\begin{bmatrix} \beta_1 z = m\pi \,(m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots) \\ \frac{2\pi}{\lambda_1} z = m\pi \quad \therefore \boxed{z = m\frac{\lambda_1}{2}} \text{에서 } zero \end{bmatrix}$$ → Standing Wave, 정재파

* $H_{y1} = 2\frac{E_{x10}^{+}}{\eta_1}\cos\beta_1 z \cdot \cos\omega t$: 자계도 정재파,

Ex1 = 0 일 때 최대, 즉 E최소치, H최대

위상차는 항상 90°

→ 전파되는 평균 에너지는 zero

* ($cf: E_{x1} = E_{x10}^{+}\cos(\omega t - \beta_1 z)$, 입사파 → $\omega(t - \frac{z}{v_{p1}})$, $v_{p1} = \frac{\omega}{\beta_1}$ 속도로 $+z$방향으로 진행)

< Ex.12.1 > 완전유전체 / 완전유전체 $\eta_1 = 100\Omega,\ \eta_2 = 300\Omega,\ E_{x10}^{+} = 100V/m$

- 반사계수 $\Gamma = \dfrac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \dfrac{300-100}{300+100} = 0.5, \quad \therefore E_{x10}^{-} = 50V/m$

$$\begin{cases} H_{y10}^{+} = \dfrac{E_{x10}^{+}}{\eta_1} = \dfrac{100}{100} = 1.0A/m \\ H_{y10}^{-} = -\dfrac{E_{x10}^{-}}{\eta_1} = -\dfrac{50}{100} = -0.5A/m \end{cases}$$

전력밀도 : $\begin{cases} \text{입사} \quad P_{1,\,av}^{+} = \dfrac{1}{2} E_{x10}^{+} \cdot H_{y10}^{+} = 100W/m^2 \\ \text{반사} \quad P_{1,\,av}^{-} = -\dfrac{1}{2} E_{x10}^{-} \cdot H_{y10}^{-} = 25.0W/m^2 \end{cases}$

- 영역 2에서는 : $\begin{cases} E_{x20}^{+} = \tau E_{x10}^{+} = (1+\Gamma)E_{x10}^{+} = 150V/m \\ H_{y20}^{+} = \dfrac{E_{x20}^{+}}{\eta_2} = \dfrac{150}{300} = 0.5A/m \end{cases}$

전력밀도 : $P_{1,\,av}^{-} = \dfrac{1}{2} E_{x20}^{+} H_{y20}^{+} = 75.0W/m^2$

따라서 $P_{1,\,av}^{+} = P_{1,\,av}^{-} + P_{2,\,av}^{+}$이므로 에너지 보존법칙 성립

완전유전체	완전유전체
$\eta_1 = 100\Omega$	$\eta_2 = 300\Omega$
$E_1^{+} = 100V/m$ $H_1^{+} = 1A/m$ $E_1^{-} = 50V/m$ $H_1^{-} = -0.5A/m$	$E_2^{+} = 150V/m$ $H_2^{+} = 0.5A/m$
$P_1^{+} = 100W/m^2$ $P_1^{-} = 25W/m^2$	$P_2 = 75W/m^2$
$\Gamma = 0.5$	$\tau = 1.5$

- <u>전력밀도</u>

$\boxed{P_{av} = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\{E_S \times H_S^{*}\}}$ $\quad P_{1,\,av}^{+},\ P_{1,\,av}^{-},\ P_{2,\,av}^{+},\ P_{2,\,av}^{-}$

$\boxed{P_{1,av}^{-} = |\Gamma|^2 P_{1,av}^{+}}$ $\quad (P_{1,\,av}^{-} / P_{1,\,av}^{+} = |\Gamma|^2)$ 반사전력비

$\boxed{P_{2,av}^{+} = (1-|\Gamma|^2) P_{1,av}^{+}}$ $\quad (P_{2,\,av}^{+} / P_{1,\,av}^{+} = 1-|\Gamma|^2)$ 투과전력비

$$\langle S_{1i}\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{E_{xs1}^{+}H_{ys1}^{+*}\} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{E_{x10}^{+}\frac{1}{\eta_1^{*}}E_{x10}^{+*}\right\} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\frac{1}{\eta_1^{*}}\right\}|E_{x10}^{+}|^2$$

$$\langle S_{1r}\rangle = -\frac{1}{2}\mathrm{Re}\{E_{xs1}^{-}H_{ys1}^{-*}\} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\Gamma E_{x10}^{+}\frac{1}{\eta_1^{*}}\Gamma^{*}E_{x10}^{+*}\right\} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\frac{1}{\eta_1^{*}}\right\}|E_{x10}^{+}|^2|\Gamma|^2$$

$$\boxed{\langle S_{1r}\rangle = |\Gamma|^2\langle S_{1i}\rangle}$$

$$\langle S_{2}\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{E_{xs2}^{+}H_{ys2}^{+*}\} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\tau E_{x10}^{+}\frac{1}{\eta_2^{*}}\tau^{*}E_{x10}^{+*}\right\} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\frac{1}{\eta_2^{*}}\right\}|E_{x10}^{+}|^2|\tau|^2$$

$$\langle S_{2}\rangle = \frac{\mathrm{Re}\{1/\eta_2^{*}\}}{\mathrm{Re}\{1/\eta_1^{*}\}}|\tau|^2\langle S_{1i}\rangle = \left|\frac{\eta_1}{\eta_2}\right|^2\left(\frac{\eta_2+\eta_2^{*}}{\eta_1+\eta_1^{*}}\right)|\tau|^2\langle S_{1i}\rangle$$

$$\boxed{\langle S_{2}\rangle = (1-|\Gamma|^2)\langle S_{1i}\rangle}$$

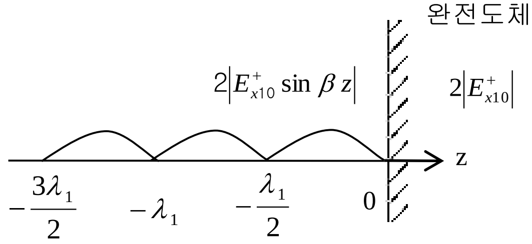
12.2 정재파비(Standing Wave Ratio)

• Standing Wave : 시간에 무관하게 일정 지점에서 전자파의 크기는 일정. 측정 가능.

· 완전 도체 면에서는 : z_{en} 지점 존재

$$z_{max} = -\frac{1}{2\beta_1}(\phi + 2m\pi)$$

$$z_{min} = -\frac{1}{2\beta_1}(\phi + (2m+1)\pi)$$



· z 방향으로 최대 및 최소값 측정. 비율 S : 정재파비

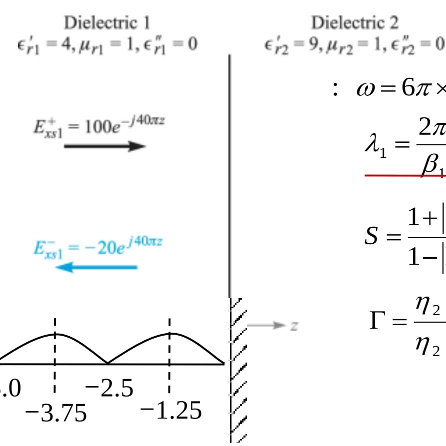
$$\boxed{S = \frac{E^{+}_{xs1,\,max}}{E^{+}_{xs1,\,min}} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}}$$

정재파비 (Standing Wave Ratio, SWR)
전압정재파비 (Voltage Standing Wave Ratio, VSWR)

· 완전 도체가 아닌 경우. 일부 투과, 일부 반사 : 정재파로 볼 수 있음, but non-zero.

$$\mathcal{E}_{x1T}(z,t) = \underbrace{(1-|\Gamma|)E^{+}_{x10}\cos(\omega t - \beta_1 z)}_{\text{traveling wave}} + \underbrace{2|\Gamma|E^{+}_{x10}\cos(\beta_1 z + \phi/2)\cos(\omega t + \phi/2)}_{\text{standing wave}}$$

< Ex.12.2 > 영역 1 : $\varepsilon'_{R1} = 4,\quad \varepsilon''_{R1} = 0,\quad \mu_{R1} = 1,$ $100V/m,\quad 3GHz$
영역 2 : $\varepsilon'_{R2} = 9,\quad \mu_{R2} = 1,$ 완전유전체, 수직입사. E 최소값 및 최대값 지점은?



: $\omega = 6\pi\times10^{9}\ rad/s,\quad \beta_1 = \omega\sqrt{\mu_1\varepsilon_1} = 40\pi\ rad/m,\quad \beta_2 = \omega\sqrt{\mu_2\varepsilon_2} = 60\pi\ rad/m$

$$\lambda_1 = \frac{2\pi}{\beta_1} = 5cm,\quad \lambda_2 = \frac{2\pi}{\beta_2} = 3.33cm,\quad \eta_1 = 60\pi\,\Omega,\quad \eta_2 = 40\pi\,\Omega$$

$S = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} = 1.5$ 크기비율 , 영역 1에서 $\lambda_1/2$ = 2.5cm 간격으로 반복됨.

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \mu_1}{\eta_2 + \mu_1} = -0.2$$

E의 최대값 지점 : −1.25, −3.75, −6.25, ⋯ cm
E의 최소값 지점 : 0, −2.5, −5, −7.5, ⋯ cm

< Ex. 12.3> **미지의 영역 2의 η_2 구하기**

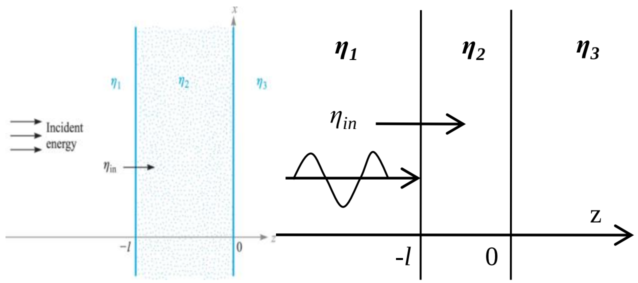
E의 최대값 지점의 간격이 1.5m로 측정됨. 첫째 최고값은 -0.75m

크기 비율 정재파 비는 5로 측정됨

- $\lambda/2 = 1.5$m 이므로, $\lambda = 3$m, 첫째 최대값은 $\lambda/4 = 0.75$m 지점.
- λ=3m 이므로, $\lambda \cdot f = c$ 에서 $f = \dfrac{3\times10^8}{\lambda} = 10^8 = 100MHz$ 의 주파수, 균일 평면파
- $S = \dfrac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$ 로부터 $|\Gamma| = \dfrac{S-1}{S+1} = \dfrac{5-1}{5+1} = \dfrac{2}{3}$, 최소값이 경계면 이므로 $\Gamma<0 \quad \therefore \Gamma = -\dfrac{2}{3}$
- $\Gamma = -\dfrac{2}{3} = \dfrac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}, \qquad \therefore \eta_2 = \dfrac{1}{5}\eta_1 = \dfrac{377}{5} = 75.4\Omega$

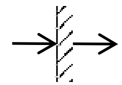
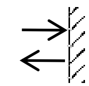
12.3 복합 경계면 에서의 전자파의 반사

• 코팅된 유리 등 복층 구조물. 일반적인 경우. 복잡한 다중 반사 발생.



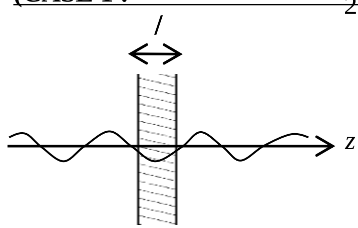
· 반사 계수 : $\dfrac{E^-_{x10}}{E^+_{x10}} = \Gamma = \dfrac{\eta_{in} - \eta_1}{\eta_{in} + \eta_1}$

· 입력임피던스 : $\eta_{in} = \eta_2 \dfrac{\eta_3 \cos\beta_2 l + j\eta_2 \sin\beta_2 l}{\eta_2 \cos\beta_2 l + j\eta_3 \sin\beta_2 l}$ ✓ $f(\beta_2, l)$: 파장의 함수, 두께의 함수

• **Impedance Matching : Γ=0 : 전 투과**  (cf. Γ=−1 : 전 반사, 완전도체경계면.) 

• Impedence Matching :

(CASE 1 : $\eta_3 = \eta_1$, $\ell = m\dfrac{\lambda_2}{2}$ 일 경우) $\left[\begin{array}{l}\text{1번과 3번 매질이 같고} \\ \text{2번 매질의 두께가 반파장의 정수일 경우}\end{array}\right]$ 정합(반파장 정합)



$\boxed{\eta_3 = \eta_3\ , \quad \ell = m\dfrac{\lambda_2}{2}}$

* 입사 전파의 주파수가 여러 개인 경우 → 2번 매질 두께의 정수배 파장 전파만 통과 함
→ 필터 역할. 두께를 조절하여 투과파의 파장을 조절할 수 있음.
(ex.) 비행기 레이더 보호용 돔(*radomes*), 안테나 덮개

* 페브리−페로트(Fevry−Perot) 간섭계 : 하나의 파장만 통과하도록 협대역 필터 역할. 유리구조

$$\Delta\lambda_f = \lambda_{m-1} - \lambda_m = \frac{2\ell}{m-1} - \frac{2\ell}{m} = \frac{2\ell}{m(m-1)} \cong \frac{2\ell}{m^2}$$

λ2를 통과하는 전파라면 두께 $\ell = m\dfrac{\lambda}{2}$ 에서 $m = \dfrac{2\ell}{\lambda}$ 이므로

$\boxed{\Delta\lambda_f = \dfrac{\lambda_2^2}{2\ell}}$: Febry−Perot 간섭계의 자유 스펙트럼 영역.
두께 l 을 조절하여 통과 전파의 λ_2를 조절함.

refractive index $n = \sqrt{\epsilon_r}$

$$\beta = k = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}\sqrt{\epsilon_r} = \frac{n\omega}{c}$$

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \frac{\eta_0}{n}$$

η (intrinsic impedance)

$v_p = \dfrac{c}{n}$ $\quad \lambda = \dfrac{v_p}{f} = \dfrac{\lambda_0}{n}$

< Ex 12.4--> $\Delta\lambda_S$ = 50mm, 600mm, 공기, 유리 $\varepsilon_k' = \varepsilon_k = 2.1$, Febry−Perot 필터 l = ?

: $\left[\begin{array}{l}\Delta\lambda_f = 50\times10^{-9}m \\ \lambda_L = \dfrac{600}{\sqrt{2.1}} = 414\times10^{-9}m\end{array}\right]$ $\quad \Delta\lambda_f = \dfrac{\lambda_2^2}{2\ell}$ 으로 부터

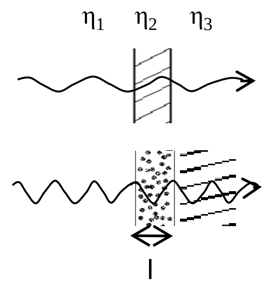
$$\boxed{\ell = \frac{\lambda_2^2}{2\cdot\Delta\lambda_f}} = \frac{(414\times10^{-9})^2}{2\times50\times10^{-9}} = 1.7\times10^{-6}m = 1.7\mu m$$

✓ 즉, 1.7μm 두께의 ε_k 인 유리는
600±50mm 전파를 통과시킨다.

(case 2) : $\eta_1 \neq \eta_3$ 인 경우의 정합

· cf. case 1 : $\eta_1 = \eta_3$: $\quad : \ell = \dfrac{\lambda_2^2}{2\Delta\lambda_f}$, filtering

case 2 : $\eta_1 \neq \eta_3$: $\quad : \ell = (2m-1)\cdot\dfrac{\lambda_2}{4}$, filtering

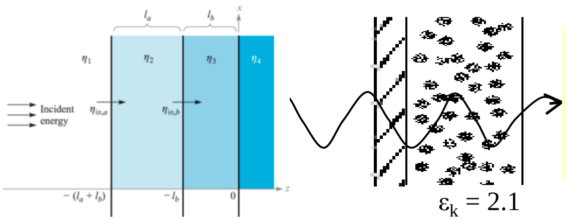


· $\ell : \dfrac{2\pi}{\lambda_2}\ell = (2m-1)\cdot\dfrac{\pi}{2}, \ m = 1, 2, 3, \cdots$

$\ell = (2m-1)\cdot\dfrac{\lambda_2}{4}$, 즉 λ/4의 홀수배에서 정합. $\eta_{in} = \dfrac{\eta_2^2}{\eta_3}$

· 정합이 일어나기 위해서는 $\eta_{in} = \eta_1$ 이어야 하므로 $\boxed{\eta_2 = \sqrt{\eta_1 \cdot \eta_3}}$

< Ex 12.5 > 공기 코팅 유리 $\eta_1 = 337\Omega, \ \eta_3 = 337/\sqrt{2} = 260\Omega, \ \eta_2$ 와 l은?



$\eta_2 = \sqrt{\eta_1 \cdot \eta_3} = \sqrt{377 \times 260} = 313\Omega, \quad \varepsilon_{R2} = (\dfrac{\eta_0}{\eta_2})^2 = (\dfrac{377}{313})^2 = 1.45$

$\lambda_2 = \dfrac{570}{\sqrt{1.45}} = 473nm$ 이므로, $\ell = \dfrac{\lambda_2}{4} = 188nm = 0.118\mu m$

→ ε_{R2} = 1.45인 재료를 ***l*** = 0.118μm두께로 코팅하면 570nm가 투과된다.

(sum) : Impedence Matching, 완전투과

(i) : $\eta_1 = \eta_3$ 일 경우 : 2번 매질의 두께 ***l***로 투과전파 조절, $\ell = \dfrac{\lambda_2^2}{2\Delta\lambda_f}$

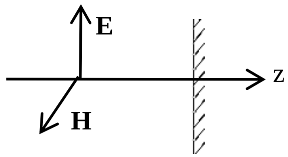
(ii) : $\eta_1 \neq \eta_3$ 일 경우 : l_2 및 η_3 조절로 투과전파 조절, $\ell = (2m-1)\cdot\dfrac{\lambda_2}{4}, \ \eta_2 = \sqrt{\eta_1\eta_3}$

$\ell = 2m\dfrac{\lambda_2}{4}$

$\ell = (2m-1)\cdot\dfrac{\lambda_2}{4}$

12.4 임의 방향에서의 평면파 전파

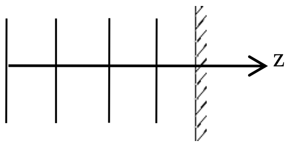
• 균일 평면파 :



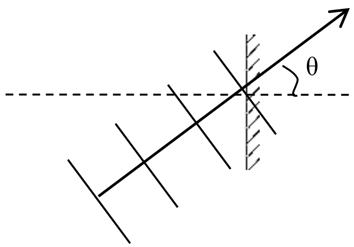
$\mathbf{E} = E_x \hat{a}_x$

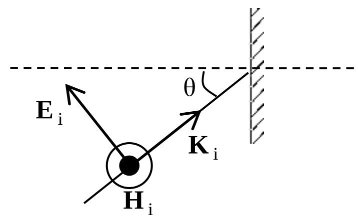
$\mathbf{H} = H_y \hat{a}_y$, 입사각 : 0°

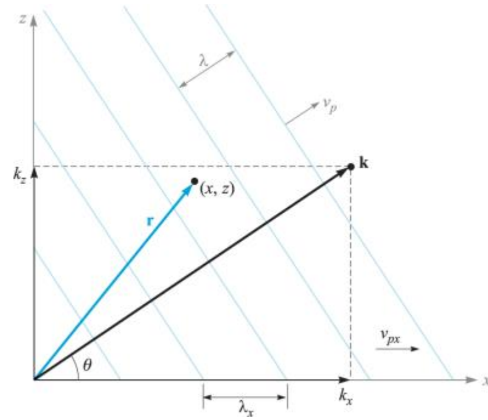
$\mathbf{P} = P_z \hat{a}_z$



• 비스듬히 입사하는(임의의 방향) 평면파 :

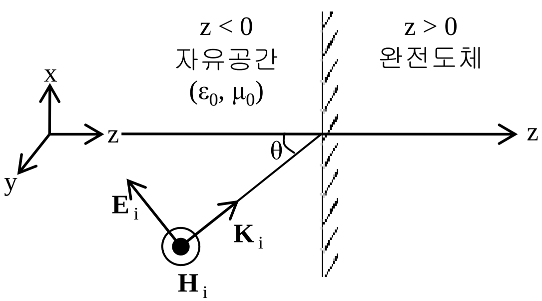






$$\begin{cases} \boxed{\hat{k} = k_x \hat{a}_x + k_z \hat{a}_z} \\ \boxed{\mathbf{r} = x\hat{a}_x + z\hat{a}_z} \\ \hat{k}\cdot\mathbf{r} = k_x x + k_z z \\ \mathbf{E}_S = \mathbf{E}_0 e^{-j\hat{k}\cdot\mathbf{r}} = \mathbf{E}_0 e^{-j(k_x x + k_z z)} \\ \theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{k_z}{k_x}\right) \end{cases}$$

< Ex.> 입사파 ($\mathbf{E}_i$, $\mathbf{H}_i$)를 phasor expression으로 나타내시오



: 입사파의 진행 방향 unit vector를 $\hat{k}_i$ 라 하면,

$$\hat{k}_i = \sin\theta\ \hat{a}_x + \cos\theta\ \hat{a}_z$$

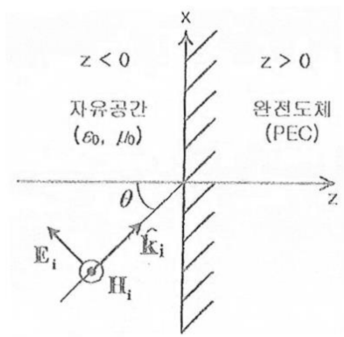
입사파의 polarization 방향 unit vector를 $\hat{a}_i$ 라 하면,

$$\hat{a}_i = \cos\theta\ \hat{a}_x - \sin\theta\ \hat{a}_z$$

$$\begin{cases} \therefore\ \mathbf{E}_i = \hat{a}_i E_0 e^{-j\hat{k}\cdot\mathbf{r}} = (\cos\theta\ \hat{a}_x - \sin\theta\ \hat{a}_z) E_0 e^{-jk_0(x\sin\theta + z\cos\theta)} \\ \mathbf{H}_i = \dfrac{1}{\eta_0}(\hat{k}_i \times \mathbf{E}_i) = \dfrac{E_0}{\eta_0} e^{-jk_0(x\sin\theta + z\cos\theta)} \hat{a}_y \end{cases}$$

Lab. of Applied ElectroMagnetics

< Ex. > 다음 그림과 같이 입사각 θ로 평면파 (Plane Wave)가 입사할 경우



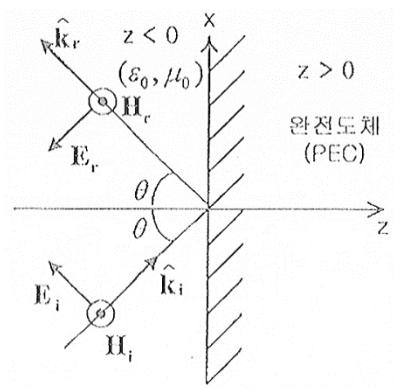
(a) 입사파 ($\mathbf{E}_i$, $\mathbf{H}_i$)를 phasor로 나타내시오.

(b) 반사파 ($\mathbf{E}_r$, $\mathbf{H}_r$)을 phasor로 나타내시오.

(c) z < 0 영역에서 total field ($\mathbf{E}_t$, $\mathbf{H}_t$)를 구하고 z축 방향의 평균 전력 흐름이 없음을 증명하시오.

Sol) (a) 12장 ---

(b) z > 0 인 완전도체 표면에서 $E_t = 0$ 이므로 Snell의 법칙으로부터 반사파를 그리면 아래 그림과 같다.



· 반사파의 진행방향 unit vector $\hat{k}_r$: $\hat{k}_r = \sin\theta\,\hat{a}_x - \cos\theta\,\hat{a}_z$

· 반사파의 polarization 방향 unit vector $\hat{a}_r$: $\hat{a}_r = -\cos\theta\,\hat{a}_x - \sin\theta\,\hat{a}_z$

· 따라서,

$$\begin{cases} \mathsf{E}_r = \hat{a}_r E_0 e^{-j\hat{k}_r\cdot \mathrm{r}} = (-\cos\theta\,\hat{a}_x - \sin\theta\,\hat{a}_z)E_0 e^{-jk_0(x\sin\theta - z\cos\theta)} \\ \mathsf{H}_r = \dfrac{1}{\eta_0}(\hat{k}_r \times \mathsf{E}_r) = \dfrac{E_0}{\eta_0} e^{-jk_0(x\sin\theta - z\cos\theta)}\hat{a}_y \end{cases}$$

(c) z < 0 에서

$$\begin{cases} \mathsf{E}_t = \mathsf{E}_i + \mathsf{E}_r = -2E_0\left[j\cos\theta\sin(k_0 z\cos\theta)\hat{a}_z + \sin\theta\cos(k_0 z\cos\theta)\hat{a}_z\right]e^{-jk_0 x\sin\theta} \\ \mathsf{H}_t = \mathsf{H}_i + \mathsf{H}_r = 2\dfrac{E_0}{\eta_0}\cos(k_0 z\cos\theta)e^{-jk_0 x\sin\theta}\hat{a}_y \end{cases}$$

∴ 평균 전력 흐름(Average Poynting Vector) P_{av}는 $P_{av} = \dfrac{1}{2} re[\mathsf{E} \times \mathsf{H}^*]$ 에서

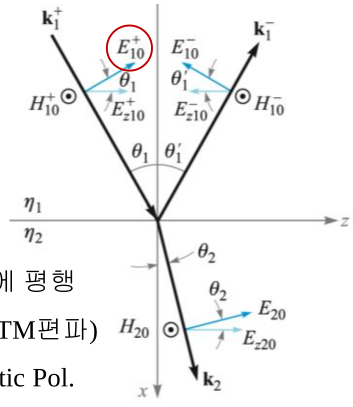
$\mathbf{E}_0$의 x성분은 $\mathbf{H}_t$의 y성분과 90°의 위상차를 가진다.

따라서 z방향의 전력 흐름은 없다.

Lab. of Applied ElectroMagnetics

12.5 경사 입사 평면파의 반사

* **E**기준

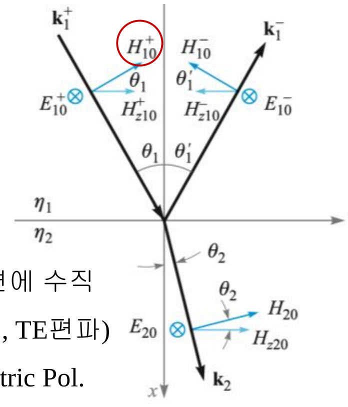


(a)

전계 **E**가 입사면에 평행

수평편파, (P편파, TM편파)

Transverse Magnetic Pol.



(b)

전계 **E**가 입사면에 수직

수직편파, (S편파, TE편파)

Transverse Electric Pol.

$$\mathbf{E}_{s1}^+ = \mathbf{E}_{10}^+ e^{-j\mathbf{k}_1^+ \cdot \mathbf{r}} \qquad \mathbf{k}_1^+ = k_1(\cos\theta_1\, \mathbf{a}_x + \sin\theta_1\, \mathbf{a}_z)$$

$$\mathbf{E}_{s1}^- = \mathbf{E}_{10}^- e^{-j\mathbf{k}_1^- \cdot \mathbf{r}} \qquad \mathbf{k}_1^- = k_1(-\cos\theta_1'\, \mathbf{a}_x + \sin\theta_1'\, \mathbf{a}_z)$$

$$\mathbf{E}_{s2} = \mathbf{E}_{20} e^{-j\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} \qquad \mathbf{k}_2 = k_2(\cos\theta_2\, \mathbf{a}_x + \sin\theta_2\, \mathbf{a}_z)$$

$$\mathbf{r} = x\,\mathbf{a}_x + z\,\mathbf{a}_z \qquad k_1 = \omega\sqrt{\epsilon_{r1}}/c = n_1\omega/c$$

$$k_2 = \omega\sqrt{\epsilon_{r2}}/c = n_2\omega/c.$$

- $\theta_1 = \theta_1'$ 반사각은 입사각과 동일함
- **Snell의 굴절법칙 :** $\boxed{k_1 \sin\theta_1 = k_2 \sin\theta_2}$ $k = nw/c$ 이므로 입사각 = 반사각.

또는 $\boxed{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2}$ 비자성 유전체에서 성립

$$E_{zs1}^+ = E_{z10}^+ e^{-j\mathbf{k}_1^+ \cdot \mathbf{r}} = E_{10}^+ \cos\theta_1 e^{-jk_1(x\cos\theta_1 + z\sin\theta_1)}$$

$$E_{zs1}^- = E_{z10}^- e^{-j\mathbf{k}_1^- \cdot \mathbf{r}} = E_{10}^- \cos\theta_1' e^{jk_1(x\cos\theta_1' - z\sin\theta_1')}$$

$$E_{zs2} = E_{z20} e^{-j\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} = E_{20} \cos\theta_2 e^{-jk_2(x\cos\theta_2 + z\sin\theta_2)}$$

$$E_{zs1}^+ + E_{zs1}^- = E_{zs2} \quad (\text{at } x = 0)$$

$$k_1 z \sin\theta_1 = k_1 z \sin\theta_1' = k_2 z \sin\theta_2$$

$$\boxed{k_1 \sin\theta_1 = k_2 \sin\theta_2} \qquad k = n\omega/c$$

$$\boxed{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2} \qquad \textit{Snell's law of refraction}$$

Sum	P 편파	S 편파
유효임피던스	$\eta_{1p} = \eta_1 \cos\theta_1$ $\eta_{2p} = \eta_2 \cos\theta_2$	$\eta_{1s} = \eta_1 \sec\theta_1$ $\eta_{2s} = \eta_2 \sec\theta_2$
반사계수	$\Gamma_p = \dfrac{E_{10}^-}{E_{10}^+} = \dfrac{\eta_{2p} - \eta_{1p}}{\eta_{2p} + \eta_{1p}}$	$\Gamma_s = \dfrac{E_{y10}^-}{E_{y10}^+} = \dfrac{\eta_{2s} - \eta_{1s}}{\eta_{2s} + \eta_{1s}}$
전달계수	$\tau_p = \dfrac{E_{20}}{E_{10}^+} = \dfrac{2\eta_{2p}}{\eta_{2p} + \eta_{1p}}$	$\tau_s = \dfrac{E_{y20}}{E_{y10}^+} = \dfrac{2\eta_{2s}}{\eta_{2s} + \eta_{1s}}$

<Ex 12.7> 유리 ($n_2 = 1.45$)로 30도 각도로 입사되는 균일 평면파의 반사비율(0.049)과 투과비율(0.951)

Lab. of Applied ElectroMagnetics

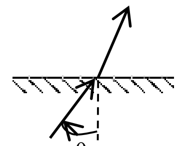
12.6 경사 입사 평면파의 완전반사와 완전투과

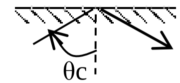
• **완전반사** : 2차 매질이 완전 도체($\sigma \to \infty$, $E_{20} = 0$) 일 경우

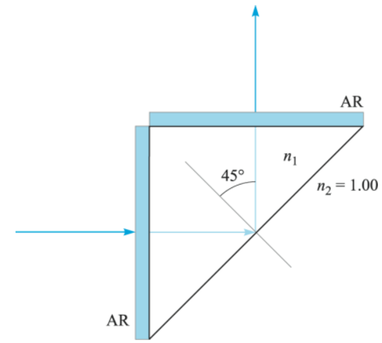
$$\eta_2 = \frac{E_{20}}{H_{20}}, \quad \Gamma_p = \Gamma_s = -1, \quad |\Gamma|^2 = \Gamma\Gamma^* = 1$$

완전 반사 조건 : $\boxed{\sin\theta_1 \gg \frac{n_2}{n_1}}$

즉 완전 반사의 임계각도 : $\boxed{\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}}$







✓ 임계각도에 의한 완전 반사 조건 : $\theta_1 \geq \theta_c$

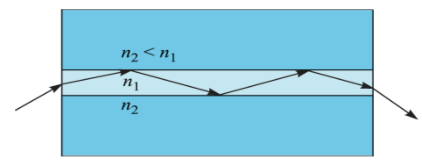
✓ 빔 유도 프리즘 (beam-steering)

• **완전투과** : 2차 매질의 Γ=0 인 경우

Snell 법칙 에서 p 편파는 $\eta_{1p} = \eta_1 \cos\theta_1$

$\eta_{2p} = \eta_2 \cos\theta_2$

$$\Gamma_p = \frac{E_{10}^-}{E_{10}^+} = \frac{\eta_{2p} - \eta_{1p}}{\eta_{2p} + \eta_{1p}} = 0$$

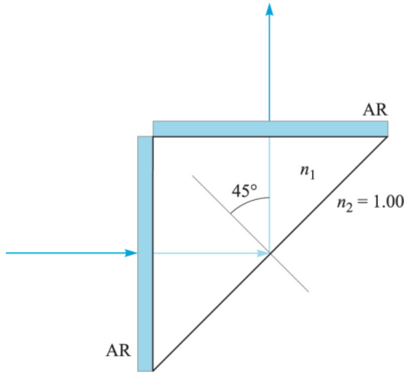


$$\eta_2 \left[1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2\theta_1\right]^{1/2} = \eta_1 \left[1 - \sin^2\theta_1\right]^{1/2}$$

$$\boxed{\therefore \sin\theta_1 \equiv \sin\theta_B = \frac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}}$$

: 브뤼스터(Brewster) 편파각, 편광각, 편광

<Ex 12.8> 완전반사 : 광학 프리즘의 최소 굴절율은 ?

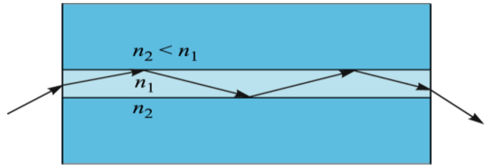


$$n_1 \geq \frac{n_2}{\sin 45} = 1.41$$

석영 : $n_g = 1.45$, OK

✓ 광학 프리즘, 카메라, 사진기, 망원경

<Ex 12.9> 완전투과 : 유리에서 완전투과되는 빛의 입사각과 투과각 ?



유리의 $n_2=1.45$ 이므로

브뤼스터 입사각은 : $\theta_1 = \theta_B = \sin^{-1}(\frac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}) = \sin^{-1}(\frac{1.45}{\sqrt{1.45^2 + 1}}) = 55.4^o$

투과각은 snell 법칙에서 : $\theta_2 = \sin^{-1}(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_B) = \sin^{-1}(\frac{n_1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}) = 34.6^o$

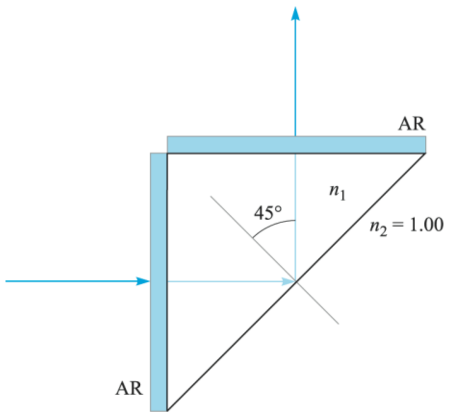
두 각의 합은 항상 90도!

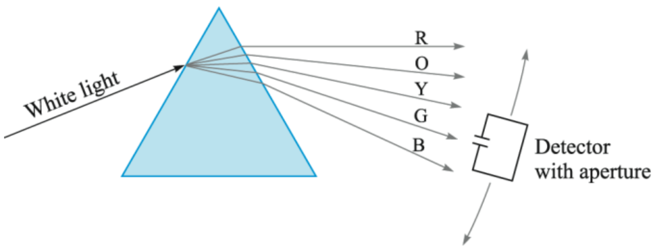
✓ 유전체 도파관, 광섬유, 위 내시경, 의학용 관측기, · · ·

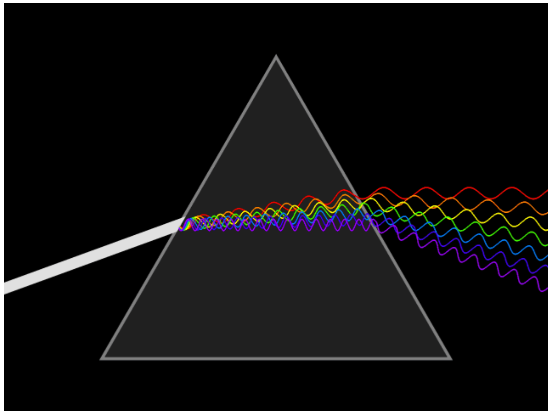
✓ 편광, 편광 필터, 편광 썬글라스

12.7 분산매질에서의 전파

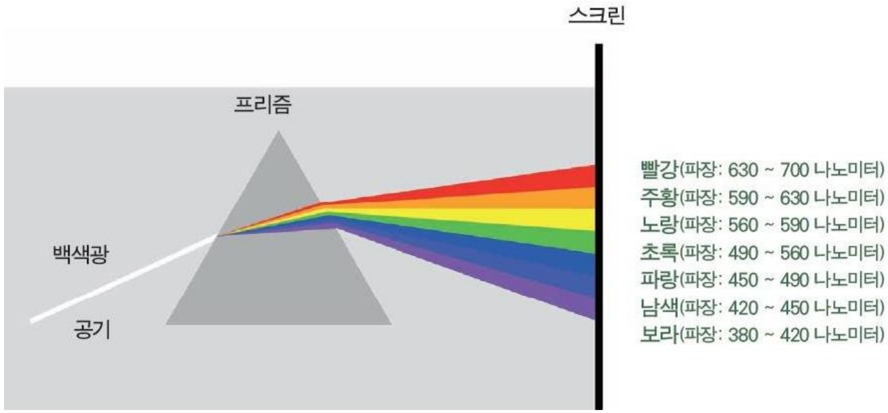
- 프리즘 : 색깔분리, 색분리, 색각분산(chromatic angular dispersion)





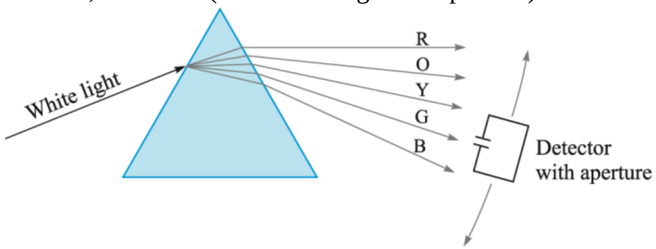


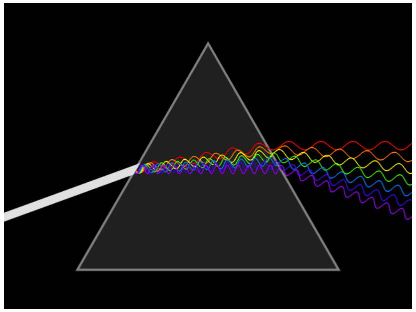
✓ 광학 프리즘, 카메라, 사진기, 망원경



12.7 분산매질에서의 전파

- 프리즘 : 색깔분리, 색분리, 색각분산(chromatic angular dispersion)

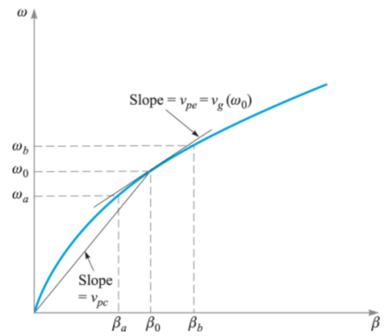




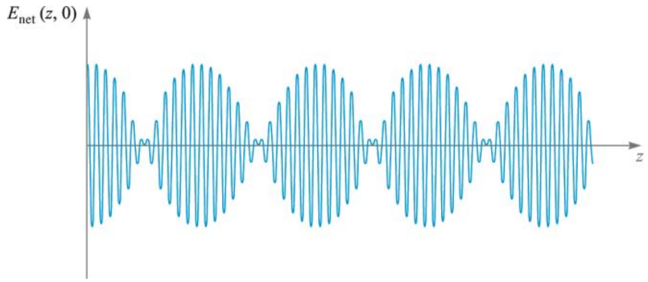
- 분산매질 : 감쇄정수와 전파상수가 주파수의 함수, 복잡

  굴절율이 주파수 함수인 무손실 비자성 매질에서 → ω-β diagram :

$$\beta(\omega) = k = \omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon(\omega)} = n(\omega)\frac{\omega}{c}$$



- Group Velocity : $\boxed{\lim_{\Delta\omega \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta} = \left.\frac{d\omega}{d\beta}\right|_{\omega_0} = v_g(\omega_0)}$

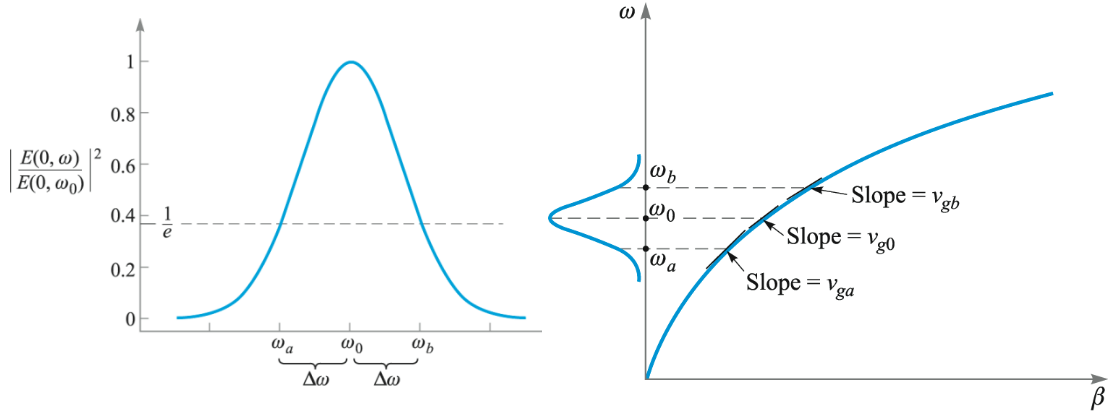


$$v_{pc} = \frac{\omega_0}{\beta_0} \qquad \text{(carrier velocity)}$$

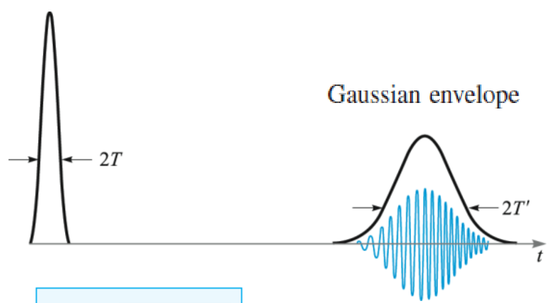
$$v_{pe} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta} \qquad \text{(envelope velocity)}$$

12.8 분산매질에서의 펄스폭 퍼짐

- z=0 : Gaussian Field



- Z=Z : Field Dispersion :



$$\boxed{E(0,t) = E_0 e^{-\frac{1}{2}(t/T)^2} e^{j\omega_0 t}} \qquad \boxed{E(0,\omega) = \frac{E_0 T}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}T^2(\omega-\omega_0)^2}}$$

$$\Delta\tau = z\left(\frac{1}{v_{gb}} - \frac{1}{v_{g0}}\right) = z\left(\left.\frac{d\beta}{d\omega}\right|_{\omega_b} - \left.\frac{d\beta}{d\omega}\right|_{\omega_0}\right)$$

Taylor series expansion $\quad \frac{d\beta}{d\omega} = \beta_1 + (\omega-\omega_0)\beta_2$

dispersion parameter. $\quad \beta_2 = \left.\frac{d^2\beta}{d\omega^2}\right|_{\omega_0}$

$$\boxed{\Delta\tau = [\beta_1 + (\omega_b - \omega_0)\beta_2]\, z - [\beta_1 + (\omega_0-\omega_0)\beta_2]\, z = \Delta\omega\beta_2 z = \frac{\beta_2 z}{T}}$$

group delay, $\quad \tau_g = \frac{z}{v_g} = z\frac{d\beta}{d\omega} = (\beta_1 + (\omega-\omega_0)\beta_2)\, z$

- Pulse Width : $\boxed{T' = \sqrt{T^2 + (\Delta\tau)^2}}$

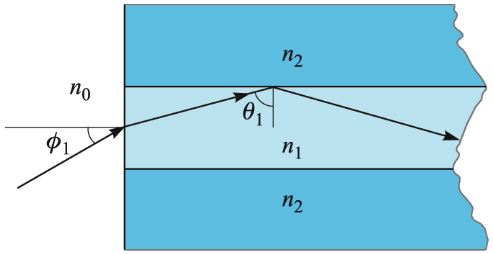
$$\boxed{\Delta\tau = \Delta\omega\beta_2 z}$$

✓ *Pb : 1, 2, 7, 9, 10, 11, 12, 15, 16, 17, 22, 23*

Lab. of Applied ElectroMagnetics

<Problems>

<P 12-22/23>



<P 12-24/25>