

# 확률 통계 중간고사

2017년 10월 30일 18:00 ~ 20:30

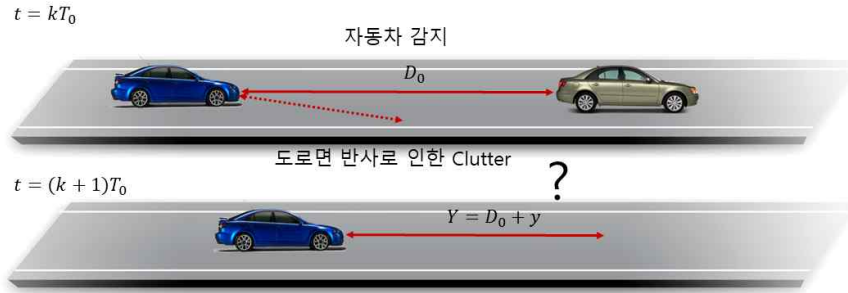
1. 2018년 러시아 본선 월드컵에서는 32개의 참가국들을 4팀으로 구성된 8개의 조로 나누어 예선을 진행한다. FIFA 랭킹과 상관없이 각 조에 속한 팀들을 임의로 구성할 때, 아래의 질문에 답하여라. 단, 8개 조의 순서는 무시한다.
  - (a) 아시아 출전국들 (대한민국, 일본, 이란, 사우디) 모두가 서로 다른 조에 배치될 확률을 계산하라. (9 점)
  - (b) 아시아 출전국들 중 두 개의 나라가 동일한 조에 배치될 확률을 계산하라. (6 점)
2. 각각  $n$ 개의 공이 들어 있는 두 개의 주머니가 있다. 각 주머니에서 동시에 임의로 공을 한 개씩 뽑아서 서로 교환하는 동작을 네 번 수행했을 때, 두 주머니 모두 원래의 공들이 들어 있을 확률을 계산하라. (15 점)
3. 평균  $\lambda$ 를 가지는 Poisson 확률변수가 확률  $p$ 를 가지는 Bernoulli 확률변수를  $n$ 번 독립시행한 Binomial 확률변수의 Continuous-Time 형태로 나타낼 수 있음을 보여라. (15 점)
4. 한 변의 길이가  $l$ 인 무한개의 정사각형들이 바둑판 형태로 구성된 평면에서 반지름이  $r$ 인 동전을 Uniform하게 흘뿌릴 때, 동전이 덮은 정사각형의 개수를 확률변수  $X$ 로 나타낸다. (단,  $l > 2r$ ) 이 때, 확률변수  $X$ 의 기대값  $E[X]$ 를 계산하라. (15 점)
5. 길이가  $l$ 인 막대기의 임의의 위치에서 잘라 두 개의 막대기로 만들었을 때, 왼쪽 막대기의 길이를 나타내는 확률변수  $Y$ 가 아래의 PDF를 가진다.

$$f_Y(y) = \begin{cases} -\frac{2}{l^2}y + \frac{2}{l}, & 0 \leq y \leq l \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

왼편 막대기를 Uniform 분포를 따라 다시 잘랐을 때, 왼편 막대기의 길이를 확률변수  $X$ 로 나타내었을 때 아래의 질문에 답하여라.

- (a) 확률변수  $X$ 와  $Y$ 의 Joint PDF와 Marginal PDF  $f_X(x)$ 를 계산하라. (9 점)
- (b) 확률변수  $X$ 의 기대값  $E[X]$ 를 계산하라. (6 점)

6. 자동차용 레이더는 전자기파를 송출하여 반사파가 도달하는 시간을 측정하여 주변 자동차들과의 상대거리를 계산한다. 시각  $t = kT_0$ 에서 상대거리  $D_0$ 에 위치한 자동차를 성공적으로 감지하였을 때, 시각  $t = (k+1)T_0$ 에서 해당 차량의 상대거리를 나타내는 확률변수  $Y$ 는 평균  $D_0$  표준편차  $\sigma$ 를 가지는 정규분포를 따른다. 한편, 자동차 레이더는 도로면 등에서 발생하는 불규칙적인 반사파로 인해 가상의 물체(Clutter)가 감지되기도 한다. 단위거리 당 Clutter의 발생 빈도가 평균  $\lambda$ 를 가지는 Poisson 분포를 따를 때, 아래의 질문에 답하여라.



- (a)  $\delta \rightarrow 0$ 일 때 거리구간  $[d, d+\delta]$ 에서 Clutter가 발생할 확률을  $\lambda\delta$ 로 근사할 수 있음을 보여라 (10 점)
- (b)  $t = (k+1)T_0$ 에서 자동차용 레이더가 상대거리  $Y = D_0 + y$ 에서 물체를 감지하였을 때, 이 물체가 차량일 확률을 계산하라. (10 점)
- (c) (b)에서 감지한 물체가 차량일 확률과 Clutter일 확률이 동일할 때,  $|y|$ 의 값을 유도하라. (5 점)