2017~2020

평가원
기출 및 변형

킬러 · 준킬러 모음

가

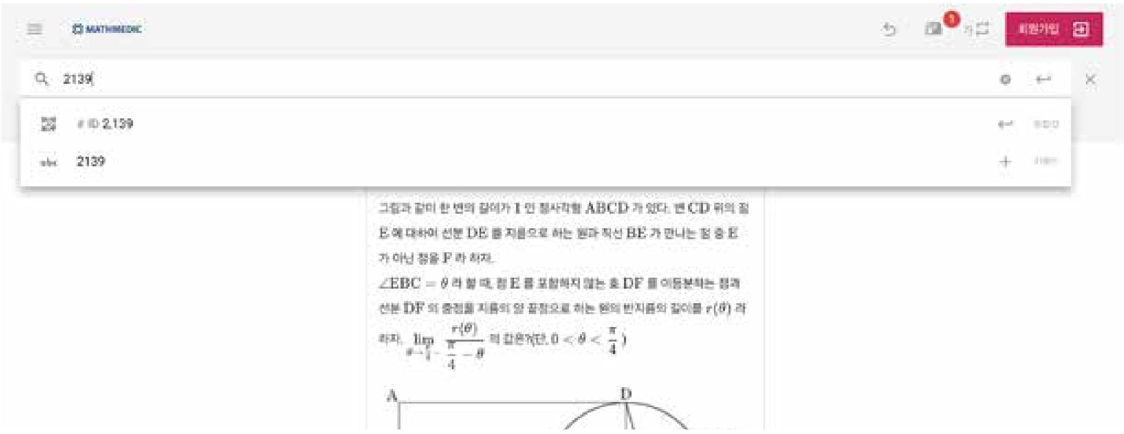
MATHMEDIC

수학 교육에 수 년간 몸 담아온 강사들, 현역 수의대생, 수교과생 등이 힘을 합쳐 만들었습니다. 집필진이 중점을 둔 부분은 변형 문항이 기출 원문항에 비해 난이도가 크게 떨어지지 않도록, 또는 크게 오르지 않는 범위 내에서 변형하는데 초점을 맞추었습니다.

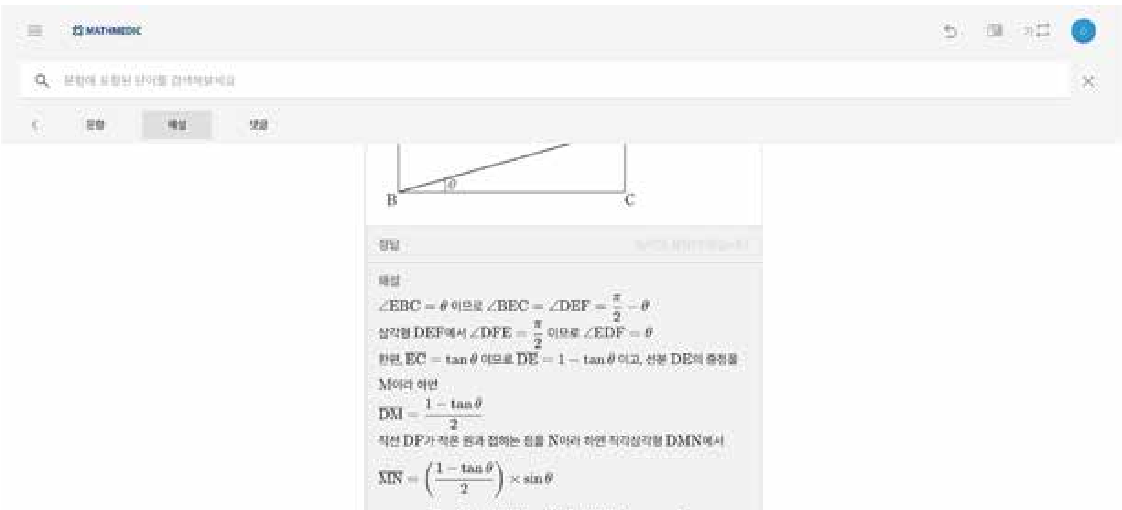
기출 문제집보다 완벽한 예상문제집은 없다고 생각합니다. 만약 기출을 자신있게 푸셨다면, 본인의 실력을 다시 한 번 확인하는 차원에서 한 번씩 풀어보시기를 추천드립니다.

1. 매쓰메딕에 접속한다. (https://study.mathmedic.kr/)

2. 번호하단에 있는 #일련번호를 검색창에 입력한다. 그리고 엔터!



3. 문제를 확인하고 해설을 확인한다.

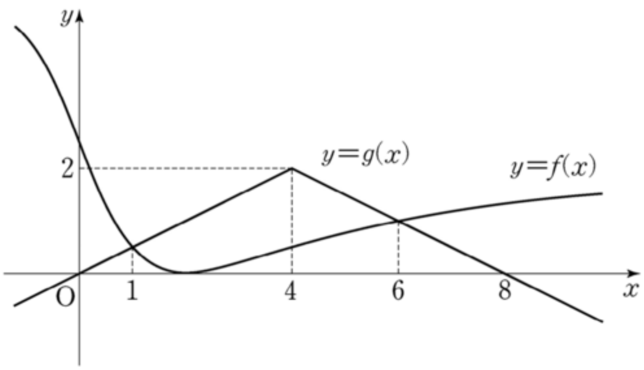


1.1.

17학년도 기출

1번

함수 $f(x)=\dfrac{5}{2}-\dfrac{10x}{x^2+4}$ 와 함수 $g(x)=\dfrac{4-|x-4|}{2}$ 의 그래프가 그림과 같다.



$0\le a\le 8$ 인 a 에 대하여 $\displaystyle\int_0^a f(x)dx+\int_a^8 g(x)dx$의 최솟값은?

① $14-5\ln 5$ ② $15-5\ln 10$ ③ $15-5\ln 5$
④ $16-5\ln 10$ ⑤ $16-5\ln 5$

170620가 # 1683

2번

양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t\ge 1)$에서의 위치 (x,y) 가

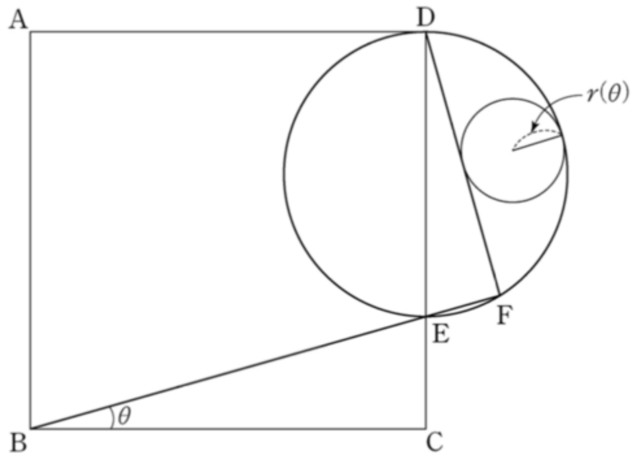
$$\begin{cases} x=2\ln t \\ y=f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P 가 점 $(1, f(1))$ 로부터 움직인 거리가 s 가 될 때 시각 t 는 $t=\dfrac{s+\sqrt{s^2+4}}{2}$ 이고, $t=2$ 일 때 점 P 의 속도는 $\left(1,\dfrac{3}{4}\right)$ 이다. 시각 $t=2$ 일 때 점 P 의 가속도를 $\left(-\dfrac{1}{2},a\right)$ 라 할 때, $60a$ 의 값을 구하시오.

170629가 # 1692

3번

그림과 같이 한 변의 길이가 1 인 정사각형 ABCD 가 있다. 변 CD 위의 점 E 에 대하여 선분 DE 를 지름으로 하는 원과 직선 BE 가 만나는 점 중 E 가 아닌 점을 F 라 하자.
$\angle\mathrm{EBC}=\theta$ 라 할 때, 점 E 를 포함하지 않는 호 DF 를 이등분하는 점과 선분 DF 의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 하자. $\displaystyle\lim_{\theta\to\frac{\pi}{4}-}\frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4}-\theta}$ 의 값은?(단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$)



① $\dfrac{1}{7}(2-\sqrt{2})$ ② $\dfrac{1}{6}(2-\sqrt{2})$ ③ $\dfrac{1}{5}(2-\sqrt{2})$
④ $\dfrac{1}{4}(2-\sqrt{2})$ ⑤ $\dfrac{1}{3}(2-\sqrt{2})$

170920가 # 2193

4번

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)' = x^2e^{-x^2}$
(나) $g(x) = \dfrac{4}{e^4}\displaystyle\int_1^x e^{t^2}f(t)dt$

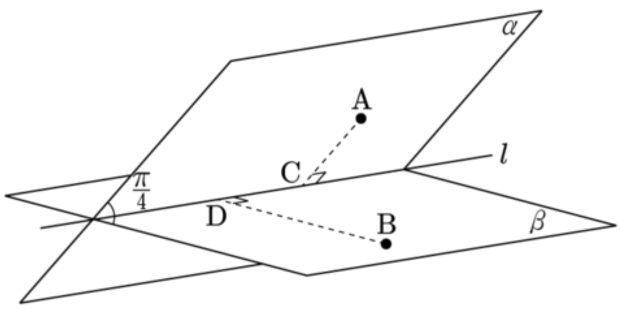
$f(1) = \dfrac{1}{e}$ 일 때, $f(2)-g(2)$ 의 값은?

① $\dfrac{16}{3e^4}$ ② $\dfrac{6}{e^4}$ ③ $\dfrac{20}{3e^4}$ ④ $\dfrac{22}{3e^4}$ ⑤ $\dfrac{8}{e^4}$

170921가 # 2194

5번

그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\dfrac{\pi}{4}$ 인 두 평면 α 와 β 가 있고, 평면 α 위의 점 A 와 평면 β 위의 점 B 가 있다. 두 점 A, B 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2, \overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{3}$ 이고 직선 AB 와 평면 β 가 이루는 각의 크기가 $\dfrac{\pi}{6}$ 일 때, 사면체 ABCD 의 부피는 $a+b\sqrt{2}$ 이다. $36(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 유리수이다.)



170929가 # 2202

6번

함수 $f(x) = e^{-x}\displaystyle\int_0^x \sin(t^2)dt$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(\sqrt{\pi}) > 0$
ㄴ. $f'(a) > 0$ 을 만족시키는 a 가 열린 구간 $(0, \sqrt{\pi})$ 에 적어도 하나 존재한다.
ㄷ. $f'(b) = 0$ 을 만족시키는 b 가 열린 구간 $(0, \sqrt{\pi})$ 에 적어도 하나 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

171120가 # 1653

7번

한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD 에서 삼각형 ABC의 무게중심을 O , 선분 AD 의 중점을 P 라 하자. 정사면체 ABCD의 한 면 BCD 위의 점 Q에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ 와 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ 가 서로 수직일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$ 의 최댓값은 $\dfrac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

171129가 # 1662

빠른 정답표

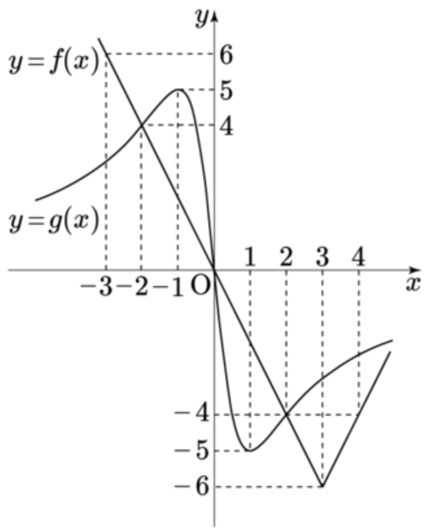
1번. ④	2번. 15	3번. ④	4번. ③	5번. 12
6번. ⑤	7번. 19			

1.2.

17학년도 변형

1번

함수 $f(x)=2|x-3|-6$과 $g(x)=-\dfrac{10x}{x^2+1}$의 그래프가 그림과 같다.



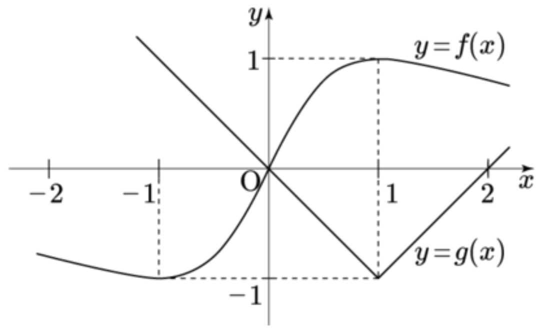
$-3 \le a \le 4$인 a에 대하여 $\displaystyle\int_{-3}^{a} f(x)dx+\int_{a}^{4} g(x)dx$의 최댓값은?

① $4-5\ln 3$　② $4-5\ln\dfrac{17}{5}$　③ $5-5\ln 3$
④ $5-5\ln\dfrac{17}{5}$　⑤ $6-5\ln 3$

170620가 변형 (# 1683)　# 8805

2번

함수 $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$와 함수 $g(x)=|x-1|-1$의 그래프가 그림과 같다.



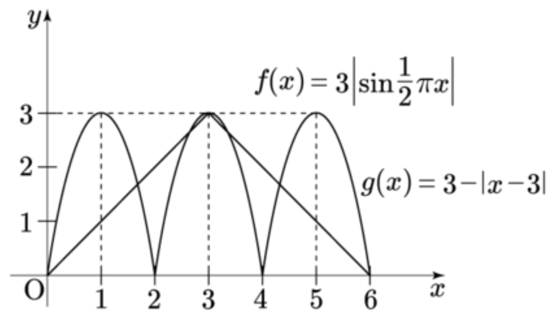
$-1 \le a \le 2$인 a에 대하여 $\displaystyle\int_{-1}^{a} f(x)dx-\int_{a}^{2} g(x)dx$의 최댓값은?

① 0　② $\ln 2$　③ $\ln 5$
④ $\ln\dfrac{5}{2}$　⑤ $\ln\dfrac{2}{5}$

170620가 변형 (# 1683)　# 8808

3번

함수 $f(x)=3\left|\sin\dfrac{1}{2}\pi x\right|$와 함수 $g(x)=3-|x-3|$의 그래프가 그림과 같다.



$0 \le a \le 4$인 a에 대하여
$\displaystyle\int_{0}^{a} f(x)dx+\{f(a)+g(a+2)\}+\int_{a+2}^{6} g(x)dx$의 최댓값은?

① $\dfrac{6}{\pi}+\dfrac{15}{2}$　② $\dfrac{6}{\pi}+9$　③ $\dfrac{6}{\pi}+\dfrac{21}{2}$
④ $\dfrac{12}{\pi}+\dfrac{15}{2}$　⑤ $\dfrac{12}{\pi}+\dfrac{21}{2}$

170620가 변형 (# 1683)　# 9113

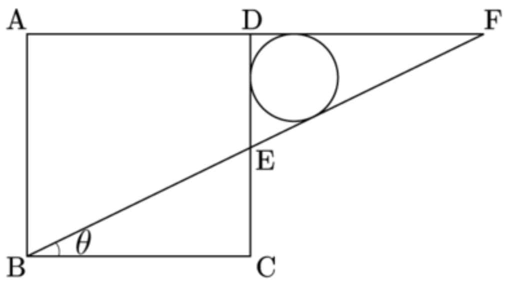
4번

양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 있다. $y=f(x)$ 위의 점 P가 $(0, f(0))$에서 $(t, f(t))$ $(t>0)$까지 움직인 거리가 s가 될 때, 시각 t는 $t=\ln(s+\sqrt{s^2+1})$이다. 점 P의 가속도가 $(0,7)$일 때의 속력을 v라 하자. v^2의 값을 구하시오.

170629가 변형 (# 1692) # 8877

5번

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 변 CD 위의 점 E에 대하여 선분 AD의 연장선과 선분 BE의 연장선이 만나는 점을 F라 하자. $\angle\mathrm{FBC}=\theta$라 할 때, 삼각형 DEF에 내접하는 원의 지름의 길이를 $\mathrm{R}(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0^+}\frac{R(\theta)-1}{\theta}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$)



① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{9}{4}$ ③ -2 ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ $-\frac{5}{4}$

170920가 변형 (# 2193) # 8623

6번

실수 전체에서 연속이고 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(xf(x))'=x^2\sin(x^2)$
(나) $g(x)=\int_{\sqrt{\pi}}^{x}\frac{f(t)}{t}dt$

$f(\sqrt{\pi})=\frac{7}{4}$일 때, $f\left(\frac{\sqrt{3\pi}}{3}\right)+g\left(\frac{\sqrt{3\pi}}{3}\right)$의 값을 구하시오.

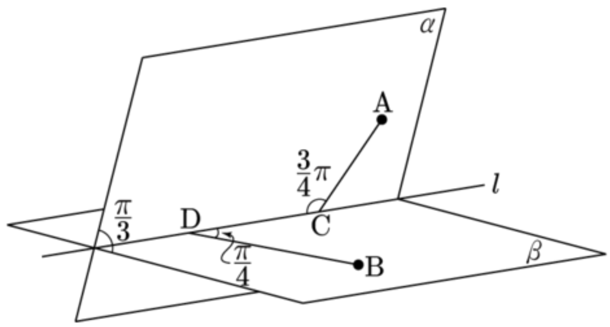
170921가 변형 (# 2194) # 9002

7번

그림과 같이 직선 l을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$인 두 평면 α와 β가 있고, 평면 α 위의 점 A와 평면 β 위의 점 B가 있다. 직선 l 위의 두 점 C,D가 다음을 만족시킨다.

(가) $\overline{\mathrm{AC}}=2, \overline{\mathrm{BD}}=2, \overline{\mathrm{CD}}=2\sqrt{2}$
(나) $\angle\mathrm{ACD}=\frac{3}{4}\pi, \angle\mathrm{BDC}=\frac{\pi}{4}$

선분 AB의 길이는?

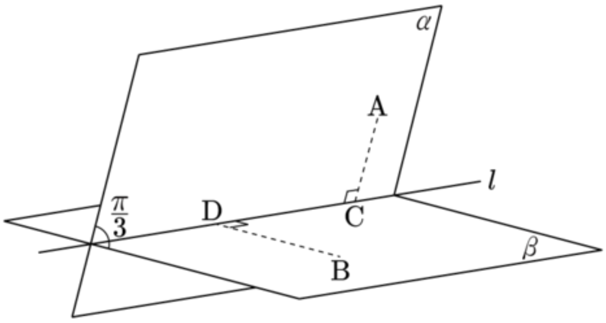


① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{11}$

170929가 변형 (# 2202) # 9554

8번

그림과 같이 직선 l을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$인 두 평면 α와 β가 있고, 평면 α 위의 점 A와 평면 β 위의 점 B가 있다.
두 점 A,B에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 C,D라 하자.
$\overline{\mathrm{AB}} = 2\sqrt{6}$이고 직선 AB가 두 평면 α, β와 이루는 각의 크기가 각각 $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$이다. 사면체 ABCD의 부피를 V라 할 때, $V^2 = \frac{q}{p}\sqrt{2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



170929가 변형 (# 2202) # 9563

9번

함수 $f(x) = e^{-x}\int_0^x t\cos(t^2)\sin t dt$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f\left(\frac{\sqrt{2\pi}}{2}\right) > 0$

ㄴ. $f'(a) > 0$을 만족시키는 a가 열린구간 $\left(0, \frac{\sqrt{2\pi}}{2}\right)$에 적어도 하나 존재한다.

ㄷ. $f'(b) = 0$을 만족시키는 b가 열린구간 $\left(0, \frac{\sqrt{2\pi}}{2}\right)$에 적어도 하나 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

171120가 변형 (# 1653) # 8815

10번

함수 $f(x) = e^{x^2}\int_0^x (e^{t^2} - et^2)dt$에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?
(단, $\int_0^1 e^{t^2}dt > \frac{1}{3}e + \frac{1}{2}$이고, $\frac{5}{2} < e < 3$ 이다.)

<보기>

ㄱ. $f'(t) \le 0$을 만족시키는 t가 열린 구간 $(0, \infty)$에 적어도 하나 존재한다.

ㄴ. $f'(-1) = 2f(1)$

ㄷ. 열린 구간 $(-1, 1)$에 속하는 a와 b에 대하여 $f''(a) - f''(b) < -3$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)가 적어도 하나 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ,ㄴ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

171120가 변형 (# 1653) # 8928

11번

양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = \ln\left\{\int_0^x e^{t^2}dt\right\}$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $1 < f'(1) < e$

ㄴ. $f'(a) = e$를 만족시키는 a가 열린 구간 $(0, 1)$에 적어도 하나 존재한다.

ㄷ. $f''(b) < 0$을 만족시키는 b가 열린 구간 $(0, 1)$에 적어도 하나 존재한다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ,ㄴ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

171120가 변형 (# 1653) # 9029

12번

사각형 BCDE를 한 면으로 하고 모든 변의 길이가 6인 사각뿔 $\mathrm{A}-\mathrm{BCDE}$에서 삼각형 ABC의 무게중심을 O, 선분 DE의 중점을 P라 하자. 사각뿔 $\mathrm{A}-\mathrm{BCDE}$의 한 면 ACD 위의 점 Q에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$와 $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$가 서로 수직일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$의 최솟값은 k이다. k^2의 값을 구하시오.

171129가 변형 (# 1662) # 9693

13번

한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD의 한 면 BCD 위의 점 P에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AP}}, \overrightarrow{\mathrm{BC}}$가 수직이다. 선분 AC 위의 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{BD}}, \overrightarrow{\mathrm{PQ}}$가 수직일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|^2$의 최솟값은 $\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

171129가 변형 (# 1662) # 9628

빠른 정답표

1번. ④	2번. ④	3번. ③	4번. 48	5번. ①
6번. 1	7번. ④	8번. 67	9번. ⑤	10번. ④
11번. ⑤	12번. 31	13번. 41		

2.1.

18학년도 기출

1번

양수 a 와 실수 b 에 대하여 함수 $f(x)=ae^{3x}+be^{x}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은?

(가) $x_1<\ln\dfrac{2}{3}<x_2$ 를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2에 대하여 $f''(x_1)f''(x_2)<0$ 이다.

(나) 구간 $[k, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때, $f(2m)=-\dfrac{80}{9}$ 이다.

① -15 ② -12 ③ -9 ④ -6 ⑤ -3

180620가 # 1593

2번

좌표평면에서 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1 인 원 위의 한 점을 A , 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3 인 원 위의 한 점을 B 라 할 때, 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OP}=3\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$

(나) $|\overrightarrow{PA}|^2+|\overrightarrow{PB}|^2=20$

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 의 최솟값은 m 이고 이때 $|\overrightarrow{OP}|=k$ 이다. $m+k^2$ 의 값을 구하시오.

180629가 # 1602

3번

좌표공간에 세 점 $\mathrm{O}(0,0,0), \mathrm{A}(1,0,0), \mathrm{B}(0,0,2)$ 가 있다. 점 P 가 $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OP}=0$, $|\overrightarrow{OP}|\le 4$ 를 만족시키며 움직일 때,

$$|\overrightarrow{PQ}|=1,\quad \overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{OA}\ge\frac{\sqrt{3}}{2}$$

을 만족시키는 점 Q 에 대하여 $|\overrightarrow{BQ}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. $M+m=a+b\sqrt{5}$ 일 때, $6(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.)

180929가 # 1632

4번

좌표공간에 한 직선 위에 있지 않은 세 점 A,B,C가 있다. 다음 조건을 만족시키는 평면α에 대하여 각 점 A,B,C와 평면 α 사이의 거리 중에서 가장 작은 값을 $d(\alpha)$라 하자.

(가) 평면 α는 선분 AC와 만나고, 선분 BC와도 만난다.

(나) 평면 α는 선분 AB와 만나지 않는다.

위의 조건을 만족시키는 평면 α중에서 $d(\alpha)$가 최대가 되는 평면을 β라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 평면 β는 세 점 A,B,C를 지나는 평면과 수직이다.

ㄴ. 평면 β는 선분 AC의 중점 또는 선분 BC의 중점을 지난다.

ㄷ. 세 점이 $\mathrm{A}(2,3,0), \mathrm{B}(0,1,0), \mathrm{C}(2,-1,0)$일 때, $d(\beta)$는 점 B와 평면 β 사이의 거리와 같다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ,ㄴ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

181120가 # 2283

5번

좌표공간에 구 $x^2+y^2+z^2=6$이 평면 $x+2z-5=0$과 만나서 생기는 원 C가 있다. 원 C 위의 점 중 y좌표가 최소인 점을 P라 하고, 점 P에서 xy평면에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 원 C 위를 움직이는 점 X에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{PX}}+\overrightarrow{\mathrm{QX}}|^2$의 최댓값은 $a+b\sqrt{30}$이다. $10(a+b)$의 값은 구하시오. (단, a와 b는 유리수이다.)

181129가 # 2292

빠른 정답표

1번. ③ 2번. 7 3번. 27 4번. ⑤ 5번. 136

2.2.

18학년도 변형

1번

두 유리수 a, b에 대하여 함수 $f(x) = e^x(ax+b)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, $a>0$)

$p<x$를 만족시키는 모든 실수 x에 대하여 $f''(x)>0$이 성립하도록 하는 p의 최솟값을 m이라 할 때, $f(3m) = -\dfrac{22}{e^8}$이다. (단, m은 유리수이다.)

180620가 변형 (# 1593) # 8796

2번

함수 $f(x) = g(x)e^x$ 에 대하여 $g(x)$가 최고차항의 계수가 1인 이차함수 일 때, 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 구간 $(-\infty, -k]$와 구간 $[k, \infty)$에서 함수 $f(x)$의 역함수가 각각 존재하도록 하는 양의 실수 k의 최솟값을 m이라 할 때, $f'(m) = f'(-m)$ 이다.
(나) 함수 $f'(x)$의 최솟값은 $-2(\sqrt{5}-1)e^{(\sqrt{5}-1)}$이다.

$f'(4)$의 값은?

① $10e^4$ ② $12e^4$ ③ $14e^4$ ④ $16e^4$ ⑤ $18e^4$

180620가 변형 (# 1593) # 8731

3번

함수 $f(x) = e^{(x-a)^3}$ (단, a는 실수)에 대하여 구간 $(-\infty, -k]$와 $[k, \infty)$에서 $f'(x)$의 역함수가 각각 존재하도록 하는 양의 실수 k의 최솟값을 $g(a)$라 하자. 함수 $g(a)$가 $a=m$에서 미분 불가능할 때, $m^3 = \dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

180620가 변형 (# 1593) # 9027

4번

좌표평면에서 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을 A, 점 O로부터 6만큼 떨어진 점 $\mathrm{O'}$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을 B라 할 때, 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BP}} = 0$
(나) $3\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AP}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AP}}$
(다) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{O'B}} = 0$

$|\overrightarrow{\mathrm{BP}}|$ 의 최솟값은 $p\sqrt{6}-q$ 이다. pq 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 유리수이고, 점 P 는 점 A 가 아니다.)

180629가 변형 (# 1602) # 8814

5번

좌표공간에 원점 O와 점 $\mathrm{A}(0,0,\sqrt{3})$이 있다. 점 P가 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}=6, |\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=4\sqrt{3}$을 만족시키며 움직일 때,

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=48, |\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|\le 8, \overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\le 0$$

을 만족시키는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자. M^2+m^2의 값을 구하시오.

180929가 변형 (# 1632) # 9694

6번

좌표공간에 세 점 $\mathrm{A}(4,-4,0), \mathrm{B}(-1,0,t), \mathrm{C}(0,0,t)$가 있다. 점 P가 평면 $z=t$ 위에 있고, $|\overrightarrow{\mathrm{CP}}|=1, \overrightarrow{\mathrm{CB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CP}}\ge\frac{1}{2}$을 만족시킨다.

$0\le t\le 4$일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자. $M^2+m^2=a+b\sqrt{2}+c\sqrt{3}$ 일 때, $a+b+c$의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 유리수이다.)

180929가 변형 (# 1632) # 9559

7번

좌표공간에 만나지 않는 두 선분 AB와 CD가 있다. 선분 CD 위의 점 X에 대하여 삼각형 ABX의 넓이가 최소가 되는 점 X를 점 P라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 직선 AB 와 직선 CD 가 만나면 점 P 의 좌표는 점 C 또는 점 D 이다.

ㄴ. 직선 AB 와 직선 CD 가 만나지않으면 점 P 가 될 수 있는 점은 무한히 많다.

ㄷ. 삼각형 ABP가 xy평면 위에 있고, 점 C의 좌표가 $(a,b,-3)$, 점 D의 좌표가 $(c,d,1)$이다. 이때, 두 점 $\mathrm{C}'(a,b,0), \mathrm{D}'(c,d,0)$에 대하여 (삼각형 $\mathrm{BC}'\mathrm{P}$의 넓이)$=3\times$(삼각형 $\mathrm{AD}'\mathrm{P}$의 넓이)가 성립한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ,ㄴ ④ ㄱ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

181120가 변형 (# 2283) # 9561

8번

좌표공간에 한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 중점을 M, 선분 CM의 중점을 O라 하자. 다음 조건을 만족시키는 평면 α에 대하여 각 점 A,B,C와 평면 α사이의 거리 중에서 가장 작은 값을 $d(\alpha)$라 하자.

(가) 점 O로부터 평면 α까지의 거리는 1이다.
(나) 평면 α는 선분 AC와 만나고, 선분 BC와도 만난다.
(다) 평면 α는 선분 AB와 만나지 않는다.

위의 조건을 만족시키는 평면 α 중에서 $d(\alpha)$가 최대가 되는 평면을 β라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 평면 β는 직선 AB와 평행하다.

ㄴ. 평면 β와 선분 AC의 교점을 P라 할 때, $\overline{\mathrm{AP}}<\overline{\mathrm{CP}}$이다.

ㄷ. 평면 β와 선분 CM의 교점을 Q라 할 때, $d(\beta)$는 선분 CQ의 길이와 같다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ,ㄴ ④ ㄱ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

181120가 변형 (# 2283) # 9627

9번

좌표공간에 구 $x^2+y^2+z^2=4$가 평면 $x-y-z+3=0$과 만나서 생기는 원 C가 있다. 원 C 위를 움직이는 점 X와 구 $(x-3)^2+(y-3)^2+z^2=1$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{PX}}|$의 최댓값을 M이라 하자. $(\mathrm{M}-1)^2$의 값을 $a+b\sqrt{2}$라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)

181129가 변형 (# 2292) # 9668

10번

좌표공간에 구 $S: x^2+y^2+z^2=27$이 평면 $x+y+z-3=0$과 만나서 생기는 원 C에 대하여 원 C 위의 점 중 z좌표가 최대인 점을 P라 하자. 점 $\mathrm{A}(-1,-1,-1)$과 원 C 위의 점 Q에 대하여 점 Q에서 직선 AP에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 H의 z좌표가 0일 때, 구 S 위를 움직이는 점 X에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{PX}}+\overrightarrow{\mathrm{QX}}|$의 최댓값은 k이다. k^2의 값을 구하시오.

181129가 변형 (# 2292) # 9626

빠른 정답표

1번. 5	2번. ②	3번. 13	4번. 6	5번. 176
6번. 90	7번. ④	8번. ①	9번. 28	10번. 300

3.1.

19학년도 기출

1번

열린 구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2\sin^3 x & \left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{4}\right) \\ \cos x & \left(\frac{\pi}{4}\le x<\frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 k의 개수를 $g(t)$라 하자.

(가) $-\frac{\pi}{2}<k<\frac{3\pi}{2}$
(나) 함수 $\sqrt{|f(x)-t|}$는 $x=k$에서 미분가능하지 않다.

함수 $g(t)$에 대하여 합성함수 $(h\circ g)(t)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $h(x)$가 있다.
$g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=a, g(0)=b, g(-1)=c$라 할 때,
$h(a+5)-h(b+3)+c$의 값은?

① 96 ② 97 ③ 98 ④ 99 ⑤ 100

190621가 # 6487

2번

좌표평면 위에 $\overline{AB}=5$인 두 점 A,B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 5인 두 원을 각각 O_1, O_2라 하자. 원 O_1 위의 점 C와 원 O_2 위의 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\cos(\angle CAB)=\frac{3}{5}$
(나) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=30$이고 $|\overrightarrow{CD}|<9$이다.

선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$의 최댓값이 $a+b\sqrt{74}$이다. $a+b$의 값을 구하시오.
(단, a, b는 유리수이다.)

190629가 # 6518

3번

열린 구간 $(0, 2\pi)$에서 정의된 함수 $f(x)=\cos x+2x\sin x$가 $x=\alpha$와 $x=\beta$에서 극값을 가진다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\alpha<\beta$)

<보기>

ㄱ. $\tan(\alpha+\pi)=-2\alpha$
ㄴ. $g(x)=\tan x$라 할 때, $g'(\alpha+\pi)<g'(\beta)$이다.
ㄷ. $\frac{2(\beta-\alpha)}{\alpha+\pi-\beta}<\sec^2\alpha$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ,ㄴ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

190920가 # 8289

4번

최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$이고 최솟값이 0인 사차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=2x^4e^{-x}$에 대하여 합성함수 $h(x)=(f\circ g)(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $h(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
(나) 함수 $h(x)$는 $x=0$에서 극소이다.
(다) 방정식 $h(x)=8$의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

$f'(5)$의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x\to\infty} g(x)=0$)

190930가 # 8297

5번

점 $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$에서 곡선 $y=\sin x(x>0)$에 접선을 그어 접점의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\tan a_n = a_n + \frac{\pi}{2}$
ㄴ. $\tan a_{n+2} - \tan a_n > 2\pi$
ㄷ. $a_{n+1} + a_{n+2} > a_n + a_{n+3}$

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ,ㄷ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

191120가 # 8552

6번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은?

(가) 모든 실수 x에 대하여
$2\{f(x)\}^2 f'(x) = \{f(2x+1)\}^2 f'(2x+1)$이다.
(나) $f\left(-\frac{1}{8}\right)=1, f(6)=2$

① $\frac{\sqrt[3]{3}}{6}$ ② $\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt[3]{3}}{6}$

191121가 # 8553

7번

좌표평면에서 넓이가 9인 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA 위를 움직이는 점을 각각 P, Q, R라 할 때,

$$\overrightarrow{\mathrm{AX}} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{\mathrm{AP}} + \overrightarrow{\mathrm{AR}}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이가 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

191129가 # 8561

8번

최고차항의 계수가 6π인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\dfrac{1}{2+\sin(f(x))}$이 $x=\alpha$에서 극대 또는 극소이고, $\alpha\geq 0$인 모든 α를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \cdots$ 라 할 때, $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\alpha_1=0$이고 $g(\alpha_1)=\dfrac{2}{5}$이다.
(나) $\dfrac{1}{g(\alpha_5)}=\dfrac{1}{g(\alpha_2)}+\dfrac{1}{2}$

$g'\left(-\dfrac{1}{2}\right)=a\pi$라 할 때, a^2의 값을 구하시오. (단, $0<f(0)<\dfrac{\pi}{2}$)

191130가 # 8562

빠른 정답표

1번. ④	2번. 31	3번. ③	4번. 30	5번. ⑤
6번. ④	7번. 53	8번. 27		

3.2.

19학년도 변형

1번

열린 구간 $(-2\pi, 2\pi)$에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2 x & \left(-2\pi < x < \dfrac{\pi}{3}\right) \\ 6\cos^3 x & \left(\dfrac{\pi}{3} \le x < 2\pi\right) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 k의 개수를 $g(t)$라 하자.

(가) $-2\pi < k < 2\pi$
(나) 함수 $\sqrt{|\{f(x)\}^2 - t^2|}$ 은 $x = k$에서 미분가능하지 않다.

함수 $g(t)$에 대하여 합성함수 $(h \circ g)(t)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $h(x)$ 중 가장 차수가 낮은 것을 $M(x)$라 하자. $(g \circ g \circ g)(0) = a$라 할 때, $M(a+5) - M(a+1)$의 값을 구하시오.

190621가 변형 (# 6487) # 8730

2번

좌표평면 위에 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC에 대하여 두 점 A,B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 두 원을 각각 $\mathrm{O_1}, \mathrm{O_2}$라 하자. 원 $\mathrm{O_1}$ 위의 점 E와 원 $\mathrm{O_2}$ 위의 점 F가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{\mathrm{AE}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}}| = 4$
(나) $\cos(\angle \mathrm{FBA}) = -\dfrac{1}{2}$

선분 EF의 길이가 최대가 될 때, 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 위의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{PE}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PF}}$의 최댓값이 $a + b\sqrt{3}$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)

190629가 변형 (# 6518) # 9015

3번

좌표평면 위에 $\overline{\mathrm{AB}} = 8$인 두 점 A,B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 8인 두 원을 각각 O_1, O_2라 하자. 원 O_1위의 점 C와 원 O_2 위의 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = k\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ (단, k는 상수)
(나) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BD}} + 96$

선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{PA}} + \overrightarrow{\mathrm{PB}}|$의 최댓값이 $a + b\sqrt{7}$이다. $a+b+k$의 값을 구하시오. (단, a, b는 자연수이다.)

190629가 변형 (# 6518) # 9111

4번

열린 구간 $(0, 2\pi)$에서 정의된 함수 $f(x) = x\cos x$가 $x = \alpha$와 $x = \beta$에서 극값을 가진다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\alpha < \beta$)

<보기>

ㄱ. $\alpha \tan\alpha = \beta \tan\beta$
ㄴ. $g(x) = \tan x$라 할 때, $g'(\alpha + \pi) > g'(\beta)$
ㄷ. $\dfrac{\beta^2}{\alpha(\alpha+\pi)} > \dfrac{\tan\alpha}{\tan(\alpha+\pi)}$

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ,ㄷ
④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

190920가 변형 (# 8289) # 8802

5번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=xe^{-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}}$ 에 대하여 합성함수 $h(x)$가 $h(x)=(f\circ g)(x)$일 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(x)$는 $x=1$에서 극솟값 0을 갖는다.
(나) 방정식 $h'(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.
(다) 방정식 $g'(x)h(x)=(g(x)-1)h'(x)$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)$의 값이 최소일 때, $f(5)$의 값을 구하시오 (단, $\lim_{x\to\infty} g(x)=0$)

190930가 변형 (# 8297) # 9239

6번

점 $(0,0)$에서 곡선 $y=x\cos x-1(x>0)$에 접선을 그어 접점의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\sin a_n=\dfrac{1}{{a_n}^2}$
ㄴ. $a_{2n}-a_{2n-1}<a_{2n+2}-a_{2n+1}$
ㄷ. $a_{2n+2}-a_{2n}>2\pi$

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ,ㄷ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

191120가 변형 (# 8552) # 8801

7번

점 $(0,0)$에서 곡선 $y=\dfrac{\cos x}{x}$ $(x>0)$에 접선을 그어 접점의 x좌표를 작은 수부터 크기 순으로 모두 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $a_n\tan a_n=-2$
ㄴ. $2a_na_{n+2}<a_na_{n+1}+a_{n+1}a_{n+2}$
ㄷ. $a_n(a_{n+2}-a_{n+1})(a_n-a_{n+1}+\pi)$
$<a_{n+2}(a_{n+1}-a_n)(a_{n+2}-a_{n+1}-\pi)$

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄴ,ㄷ ④ ㄱ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

191120가 변형 (# 8552) # 8655

8번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(7)$의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $\dfrac{f'(x)}{f(x)}=\dfrac{2f'(2x+1)}{f(2x+1)}$이다.
(나) $f(0)=1, f(3)=16$

191121가 변형 (# 8553) # 8792

9번

실수 전체집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x^2-4x)=xf'(x^3-3x^2)f(x^3-3x^2)$
(나) $f(0)\neq f(-4)$

이 때, $\{f(50)\}^2-\{f(-4)\}^2+f(-3)+f(5)$ 의 값을 구하시오.

200930가 변형 (# 10162) **# 8599**

10번

좌표평면에서 넓이가 30인 평행사변형 ABCD의 세 변 AB,BC,CD위를 움직이는 점을 각각 P,Q,R이라 할 때,

$$\overrightarrow{\mathrm{AX}}=\frac{1}{6}\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AQ}}+\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AR}}$$

을 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이를 구하시오.

191129가 변형 (# 8561) **# 8880**

11번

좌표평면에서 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC의 두 변 AB, AC 위를 움직이는 점을 각각 P,Q라 할 때 다음을 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이는?

(가) $\overrightarrow{\mathrm{AR}}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{AQ}})$
(나) $|\overrightarrow{\mathrm{RX}}|=1$

① $8+2\sqrt{3}$
② $8+\pi+2\sqrt{3}$
③ $16+4\sqrt{3}$
④ $16+2\pi+4\sqrt{3}$
⑤ $24+6\sqrt{3}$

191129가 변형 (# 8561) **# 9048**

12번

좌표공간에서 점 $\mathrm{A}(1,2,2)$, 점 P, 점 X가 다음의 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}=0$
(나) $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=5$
(다) $\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OP}}+t\overrightarrow{\mathrm{AP}}\ \left(0\leq t\leq\frac{1}{4}\right)$

이 때, 점 X의 자취가 나타내는 영역의 넓이는 $k\pi$이다. k의 값을 구하시오.

191129가 변형 (# 8561) **# 8604**

13번

좌표평면에서 중심이 O이고 반지름의 길이가 5인 원 위의 점 $\mathrm{P, Q}$와 선분 PQ를 지름으로 하는 원 위의 점 R에 대하여

$$\overrightarrow{\mathrm{OX}} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{\mathrm{OP}} + \overrightarrow{\mathrm{OQ}}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OR}}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

191129가 변형 (# 8561) # 9112

14번

최고차항의 계수가 3π인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x) = \sqrt{2 - \cos^2(f(x))}$가 $x = \alpha$에서 극소이고, $\alpha \geq 0$인 모든 α를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \cdots$라 할 때, $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(\alpha_3) = \frac{\sqrt{7}}{2}$
(나) $\{g(\alpha_1)\}^2 - \{g(\alpha_5)\}^2 = \frac{1}{4}$

$\alpha_3 - \alpha_1$의 값을 구하시오. (단, $0 \leq f(0) \leq \pi$ 이다.)

191130가 변형 (# 8562) # 9033

빠른 정답표

1번. 60	2번. 12	3번. 6	4번. ⑤	5번. 52
6번. ⑤	7번. ⑤	8번. 64	9번. 3	10번. 5
11번. ②	12번. 5	13번. 29	14번. 1	

4.1.

20학년도 기출

1번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) > 0$
(나) $\ln f(x) + 2\int_0^x (x-t)f(t)dt = 0$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $x > 0$에서 함수 $f(x)$는 감소한다.
ㄴ. 함수 $f(x)$의 최댓값은 1이다.
ㄷ. 함수 $F(x)$를 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$라 할 때, $f(1) + \{F(1)\}^2 = 1$이다.

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ,ㄷ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

200620가 # 9584

2번

함수 $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$와 양의 실수 t에 대하여 기울기가 t인 직선이 곡선 $y = f(x)$에 접할 때 접점의 x좌표를 $g(t)$라 하자. 원점에서 곡선 $y = f(x)$에 그은 접선의 기울기가 a일 때, 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $a \times g'(a)$의 값은?

① $-\dfrac{\sqrt{e}}{3}$ ② $-\dfrac{\sqrt{e}}{4}$ ③ $-\dfrac{\sqrt{e}}{5}$ ④ $-\dfrac{\sqrt{e}}{6}$ ⑤ $-\dfrac{\sqrt{e}}{7}$

200621가 # 9585

3번

좌표평면에서 곡선 $C : y = \sqrt{8-x^2}\ (2 \le x \le 2\sqrt{2})$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{OQ}} = 2, \angle\mathrm{POQ} = \dfrac{\pi}{4}$를 만족시키고 직선 OP의 아랫부분에 있는 점을 Q라 하자.
점 P가 곡선 C 위를 움직일 때, 선분 OP 위를 움직이는 점 X와 선분 OQ 위를 움직이는 점 Y에 대하여

$$\overrightarrow{\mathrm{OZ}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} + \overrightarrow{\mathrm{OX}} + \overrightarrow{\mathrm{OY}}$$

를 만족시키는 점 Z가 나타내는 영역을 D라 하자.
영역 D에 속하는 점 중에서 y축과의 거리가 최소인 점을 R라 할 때, 영역 D에 속하는 점 Z에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{OR}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OZ}}$의 최댓값과 최솟값의 합이 $a + b\sqrt{2}$이다. $a+b$의 값을 구하시오.(단, O는 원점이고, a와 b는 유리수이다.)

200629가 # 9593

4번

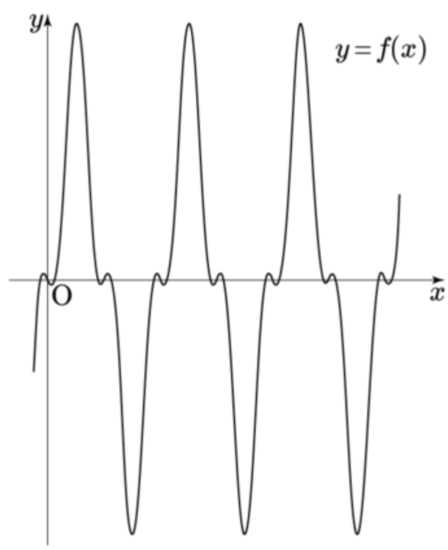
상수 a, b에 대하여 함수 $f(x) = a\sin^3 x + b\sin x$가

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2},\ f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5\sqrt{3}$$

을 만족시킨다. 실수 $t\ (1 < t < 14)$에 대하여 함수 $y = f(x)$의 그래프와 직선 $y = t$가 만나는 점의 x좌표 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n번째 수를 x_n이라 하고

$$c_n = \int_{3\sqrt{2}}^{5\sqrt{3}} \frac{t}{f'(x_n)}dt$$

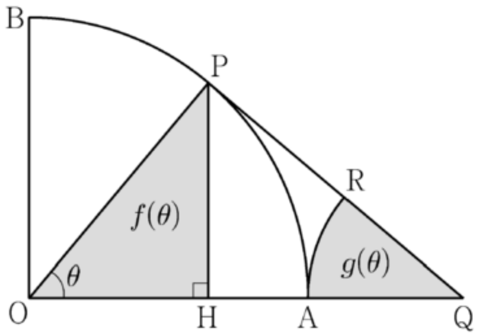
라 하자. $\displaystyle\sum_{n=1}^{101} c_n = p + q\sqrt{2}$일 때, $q-p$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 유리수이다.)



200630가 # 9594

5번

그림과 같이 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 위의 점 P 에서 선분 OA 에 내린 수선의 발을 H, 점 P 에서 호 AB 에 접하는 직선과 직선 OA 의 교점을 Q 라 하자. 점 Q 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{QA}}$ 인 원과 선분 PQ 의 교점을 R 라 하자. $\angle\mathrm{POA}=\theta$ 일 때, 삼각형 OHP 의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 QRA 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim\limits_{\theta\to 0+}\frac{\sqrt{g(\theta)}}{\theta\times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$)



① $\frac{\sqrt{\pi}}{5}$　② $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$　③ $\frac{\sqrt{\pi}}{3}$　④ $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$　⑤ $\sqrt{\pi}$

200920가 # 10152

6번

좌표평면에서 두 점 $\mathrm{A}(-2,0), \mathrm{B}(2,0)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 직사각형의 넓이의 최댓값은?

> 직사각형 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{PA}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 값은 점 P의 좌표가 $(0,6)$일 때 최대이고 $\left(\frac{5}{2},\frac{3}{2}\right)$일 때 최소이다.

① $\frac{200}{19}$　② $\frac{210}{19}$　③ $\frac{220}{19}$　④ $\frac{230}{19}$　⑤ $\frac{240}{19}$

200921가 # 10153

7번

좌표공간에서 원점 O와 점 $\mathrm{A}(4,0,0)$에 대하여 평면 $x+y+\sqrt{2}z=0$ 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$는 9이하의 자연수이다.
> (나) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}=6$

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오.

200929가 # 10161

8번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f'(x^2+x+1) = \pi f(1)\sin \pi x + f(3)x + 5x^2$$

을 만족시킬 때, $f(7)$ 의 값을 구하시오.

200930가 # 10162

빠른 정답표

1번. ⑤	2번. ②	3번. 24	4번. 12	5번. ④
6번. ⑤	7번. 86	8번. 93		

4.2.

20학년도 변형

1번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) > -1$
(나) $\int_0^x (x-t)f(t)dt - \ln(f(x)+1) = -\frac{1}{2}x^2$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f'(0) = 0$
ㄴ. 함수 $F(x)$를 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$라 할 때, 모든 실수 x에 대하여 $2f(x) = \{F(x)+x\}^2$이다.
ㄷ. $f(x) = xf'(c)$를 만족시키는 실수 c가 구간 $(0, x)$에서 둘 이상 존재하도록 하는 양수 x는 적어도 하나 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ,ㄷ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

200620가 변형 (# 9584) # 9629

2번

$x < 1$에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) > 0$
(나) $\int_0^x \ln f(t)dt = \int_0^x (x-t)f(t)dt$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(0) = 1$
ㄴ. 함수 $f(x)$는 증가함수이다.
ㄷ. 함수 $f(x)$의 $x=0$에서의 접선의 방정식은 $y = x+1$이다.

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ,ㄷ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

200620가 변형 (# 9584) # 9932

3번

$x > 0$에서 정의된 함수 $f(x) = x^2 \ln x$와 실수 t에 대하여 기울기가 e^t인 직선이 곡선 $y = f(x)$ 에 접할 때, 접점의 x 좌표와 y 좌표의 곱을 $g(t)$ 라 하자. 점 $(0, -1)$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 에 그은 접선의 기울기가 a 일 때, $g'(\ln a)$ 의 값을 구하시오.

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

200621가 변형 (# 9585) # 9695

4번

닫힌 구간 $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$에서 정의된 함수 $f(x) = x + \sin x$와 실수 $t \left(-\frac{\pi}{4} < t < 0\right)$에 대하여 기울기가 $\sec^2 t$인 직선이 곡선 $y = f(x)$에 접할 때 접섬의 x좌표를 $g(t)$라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 위의 $x = -\frac{\pi}{3}$에서의 접선의 기울기가 $\frac{3\sqrt{5}}{4}\tan a$일 때, 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $g'(-a)$의 값은? (단, $0 < a < \frac{\pi}{4}$)

① $-3\sqrt{5}$ ② $-\frac{12\sqrt{5}}{5}$ ③ $-\frac{9\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

200621가 변형 (# 9585) # 10096

5번

좌표평면 위의 네 점 $\mathrm{A}(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}), \mathrm{B}(4, 0)$, $\mathrm{C}(2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}), \mathrm{D}(0, -4)$에 대하여 점 P가 부채꼴 OAB의 내부를 움직이고, 점 Q는 부채꼴 OCD의 내부를 움직인다.

$$\overrightarrow{\mathrm{OX}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} + \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이가 $a + b\sqrt{2} + c\pi$ 일 때, $a + b + c$의 값을 구하시오.
(단, a, b, c는 정수이고, 점 O 는 원점이다.)

200629가 변형 (# 9593) **# 9690**

6번

좌표평면에서 곡선 $C : y = \sqrt{4 - x^2}$ $(\sqrt{2} \le x \le 2)$ 위를 움직이는 점 P가 있다. 또한 사분원 $(x+1)^2 + y^2 = 1^2$ $(-1 \le x \le 0, 0 \le y \le 1)$의 내부를 움직이는 점 Q가 있다. 점 $\mathrm{A}(-1, 0)$에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{OX}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} + \overrightarrow{\mathrm{AQ}}$를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이는 $\dfrac{q}{p}\pi$이다. $p + q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

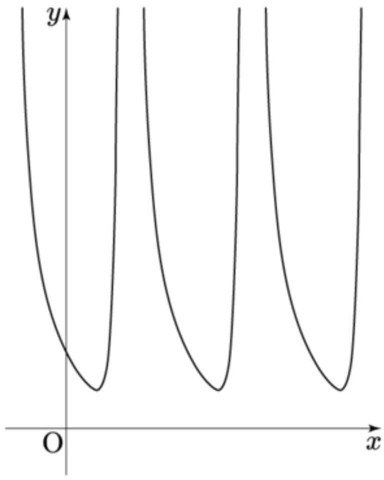
200629가 변형 (# 9593) **# 9944**

7번

상수 a, b에 대하여 함수 $f(x) = a\tan^2 x + b\tan x + 2$가

$$f'(0) = -2, f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$$

을 만족시킨다. 실수 t에 대하여 기울기가 t인 직선이 곡선 $y = f(x)$에 접할 때 접점 중 x좌표가 음이 아닌 것을 x좌표가 작은 것부터 크기 순으로 모두 나열할 때, n번째 점을 P_n이라 하자. 점 P_n을 접점으로 갖는 접선이 y축과 만나는 점을 Q_n이라 할 때, 삼각형 $\mathrm{OP}_n\mathrm{Q}_n$ $(n \ge 2)$의 넓이를 S_n이라 하자.
$c_n = \displaystyle\int_{-2}^{0} S_n dt$라 할 때, $\displaystyle\sum_{n=2}^{13} c_n = p\pi^2 + q\pi + r$이다. $p + q + r$의 값을 구하시오. (단, p, q, r은 정수)



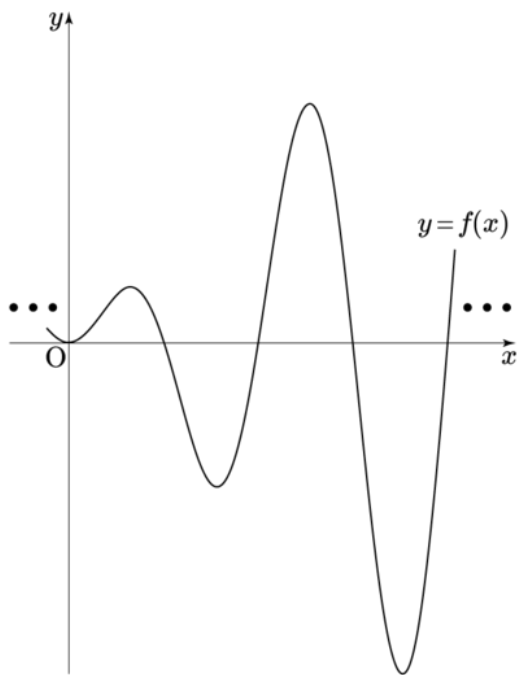
200630가 변형 (# 9594) **# 9988**

8번

함수 $f(x)=x\sin x$ 에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=tx\ (-1<t<1)$ 가 만나는 점의 x좌표 중 $\dfrac{\pi}{2}$ 보다 큰 것을 작은 수부터 크기 순으로 나열할 때, n번째 수를 x_n이라 하고

$$c_n=\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{x_n f(x_n)}{f'(x_n)-t}dt$$

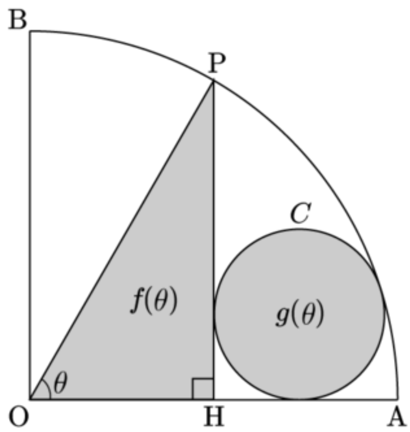
라 하자. $\displaystyle\sum_{n=1}^{99}c_n=p\sqrt{3}+q\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 정수이다.)



200630가 변형 (# 9594) # 9724

9번

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\dfrac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, 두 선분 AH, HP와 호 AP에 내접하는 원을 C라 하자. $\angle\mathrm{POA}=\theta$일 때, 삼각형 OHP의 넓이를 $f(\theta)$, 원 C의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\displaystyle\lim_{\theta\to0+}\frac{g(\theta)}{\theta^3\times f(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$)



① $\dfrac{1}{32}\pi$ ② $\dfrac{1}{16}\pi$ ③ $\dfrac{1}{8}\pi$
④ $\dfrac{1}{4}\pi$ ⑤ $\dfrac{1}{2}\pi$

200920가 변형 (# 10152) # 10282

10번

좌표평면에서 두 점 $\mathrm{A}(-5,0), \mathrm{B}(5,0)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 P의 자취의 길이는?

(가) $-2\sqrt{10} \leq \overline{\mathrm{AP}} - \overline{\mathrm{BP}} \leq 2\sqrt{5}$
(나) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BP}} = 0$

① $\frac{5}{2}\pi$ ② 3π ③ $\frac{7}{2}\pi$ ④ 4π ⑤ 5π

200921가 변형 (# 10153) # 10310

11번

좌표공간에서 원점 O와 점 $\mathrm{A}(0,0,13)$에 대하여 평면 $12x+5z-65=0$ 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$는 자연수이다.
(나) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PA}} = 78$

$\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PA}}$의 최댓값을 구하시오.

200929가 변형 (# 10161) # 10288

12번

실수 전체집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x^2-4x) = xf'(x^3-3x^2)f(x^3-3x^2)$
(나) $f(0) \neq f(-4)$

이 때, $\{f(50)\}^2 - \{f(-4)\}^2 + f(-3) + f(5)$ 의 값을 구하시오.

200930가 변형 (# 10162) # 8599

빠른 정답표

1번. ②	2번. ⑤	3번. ②	4번. ②	5번. 28
6번. 7	7번. 815	8번. 66	9번. ③	10번. ⑤
11번. 27	12번. 3			

좋은 질문입니다. 그 **질문에 답하기** 위해서는 이 **이야기**를 빼놓을 수가 없는데요. 마침 수학 문제 하니까 생각이 나네요. **04년 제가 처음 고3**이 되었을 때 그때 모든 수학 문제 하나하나가 참 힘들었습니다. 하지만 **포기하지 않았습니다**. 소위 눈물 젖은 빵이라고 그러죠. 그걸 먹으면서 꿋꿋이 **이겨냈습니다**. 그리고 **04년 11월 17일** 수능 수리영역 에서 만점을 처음으로 따냈는데 그게 **제 수학 첫 만점**이었습니다. 그리고 그로부터 **약 15년**이 지난 **19년 6월 1일** 처음으로 **매쓰메딕** 서비스를 **런칭**했습니다. 스타트업으로 이 세상에 빛과 소금이 되는 서비스를 만든다는 건 정말 하나하나가 참 힘들었습니다. **저는 경험도 없고 기술도 부족**하고 이게 과연 이 세상에 필요한 것인지마저 의심스러웠죠. 하지만 저는 **15년 전 그 날들**처럼 **포기하지 않고** 눈물 젖은 빵을 먹으면서 꿋꿋이 이겨냈습니다. 정말 **제가 수능을 준비하는 그런 마음**으로 만들었죠. 그런데 뭘 만든건지 말씀을 안 드린 생각이 나네요. 그건 바로 **수학문제 검색엔진**. 아직도 **수학 문제, 해설 찾기**가 어려우시죠? 아직도 참고서, 해설지 들고 다니느라 **무거운 책가방**을 들고 다니는 여러분을 위해 만들었습니다. 이제는 **수식으로 바로 검색**하세요. **원하는대로 필터**를 걸어 문제를 찾아볼 수 있습니다. **역대 모든 기출**문제 뿐 아니라 여러가지 **고퀄 변형 문항**들도 많이 수록되어 있습니다. **심지어 무료**입니다. 아무튼 여러분의 수능 대박을 기원합니다. **수학**만큼은 **백분위 99%** 찍을 수 있습니다. #수학문제검색엔진 **#투머치수학** #매쓰메딕