Chap. 9 시변자계 및 Maxwell 방정식



• 전류
$$I \xrightarrow{1820, \text{ Oersted}}$$
 자계 \vec{H}

•
$$\bigwedge$$
 자계의 변화 $(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t})$ \longrightarrow 1831, Faraday 전계 생성 (\vec{E}) \bigwedge 자계 생성 (\vec{H}) \longleftrightarrow Maxwell 전자파예언 전계의 변화 $(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t})$

9.1 Faraday 법칙

• 유도 기전력 (Induced Electromotive Force)

$$\operatorname{emf} = -\frac{d\Phi}{dt} \mathbf{V}$$
 : 자계의 변화는 기전력 (Electromotive Force, emf)를 발생시킨다.

$$emf = \oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = -\frac{d}{dt} \int_{S} B \cdot d\vec{S}$$

$$\int_{S} \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{S} -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

∴
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
 : Faraday 법칙 ✓ Lentz 의 법칙 : 유도기저렴에 의

✓ N Turn :
$$emf = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

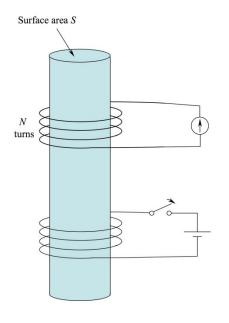
$$\checkmark$$
 Electrostatic: $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$ $\nabla \times \mathbf{E} = 0$

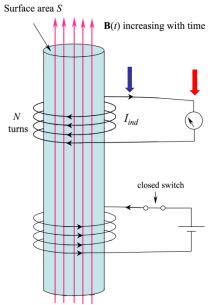


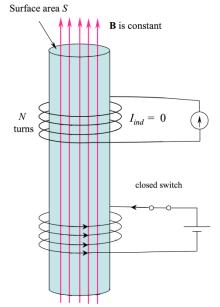


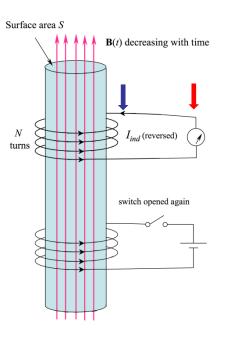


$$emf = -\frac{d\Phi}{dt}[V]$$





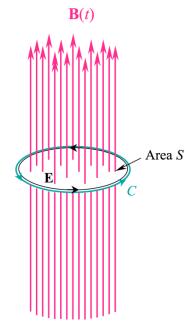








$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



✓ The flux varies with time.

 \rightarrow The *electromotive force*, or *emf*, is defined as the closed path integral of **E** about *C*:

 \rightarrow A current, I_{ind} , is generated in the wire loop as a result of the changing magnetic flux.

$$emf = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \, da$$

(Ex) Uniform (but time-varying) field: $\mathbf{B} = B_0 e^{kt} \mathbf{a}_z$

$$\oint_{C} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = -\frac{d}{dt} \int_{S} \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \, da \qquad \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{emf} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 2\pi a E_{\phi} \\ \operatorname{emf} = -\int_{S} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = -k B_{0} e^{kt} \pi a^{2} \end{array} \right\} \qquad \mathbf{E} = -\frac{1}{2} k B_{0} e^{kt} \rho \mathbf{a}_{\phi}$$

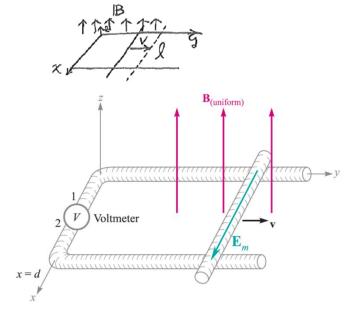
 \checkmark Another way ; use: $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ where $\mathbf{B} = B_0 e^{kt} \mathbf{a}_z$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \left[(\nabla \times \mathbf{E})_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial (\rho E_{\phi})}{\partial \rho} - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -k B_0 e^{kt} \pi a^2 \right] \qquad -\frac{1}{2} k B_0 e^{kt} \rho^2 = \rho E_{\phi}$$

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{2} k B_0 e^{kt} \rho \mathbf{a}_{\phi}$$



$$emf = -\frac{d\Phi}{dt}[V]$$



- ✓ Induced emf from a Moving Closed Path
- \checkmark Finding the Direction of E
- ✓ Motional EMF
- **✓** ??

emf =
$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = -\int_{S} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} + \oint (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{L}$$

Transformer emf

Motional emf

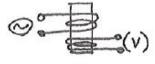
$$-\frac{d\Phi}{dt}$$



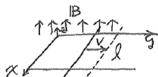
$$emf = -\frac{d\Phi}{dt}[V]$$

$$\cdot \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}: \quad \bigcap_{(Y)}$$

$$\cdot \quad \frac{\partial \vec{S}}{\partial t} : \quad \vec{\Rightarrow} \quad \bigcirc$$







$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B\ell y$$

$$emf = -\frac{d\Phi}{dt} [V] = -B\ell \frac{dy}{dt} = -B\ell y$$

$$\checkmark$$
 운동기전력 (Motional emf): $\vec{E}_m = \vec{v} \times \vec{B} \ (= \frac{\vec{F}}{Q})$
$$emf = \oint \vec{E}_m \cdot d\vec{L} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{L} = \int_L^0 v \cdot B \ dx = -BLv$$

• 일반적으로 :
$$emf = \oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} + \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{L} = -\frac{d\Phi}{dt}$$
(\rightarrow 기전력 = 자속변화 기전력 +운동 기전력)

(Ex) KTX 의 상업적 운행 속도는 300 km/H 이다. 이 경우 1.5m 인 두바퀴 축에 유기되는 기전력은?

$$\vec{B} = 0.5 \, \hat{a}_z \, [G]$$

$$emf = B \cdot \ell \cdot v = 0.5 \times 10^{-4} \times 1.5 \times \frac{300 \times 10^{3}}{3600}$$

= 6.25 mV







9.2 변위전류

•
$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
, $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ (?)
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}, \quad \nabla \cdot \nabla \times \vec{H} \equiv 0 = \nabla \cdot \vec{J} \ (\neq -\frac{\partial \rho}{\partial t})$$

$$put \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{G}, \quad then \nabla \cdot \nabla \times \vec{H} \equiv 0 = \nabla \cdot \vec{J} + \nabla \cdot \vec{G}$$

$$\nabla \cdot \vec{G} = -\nabla \cdot \vec{J} = -(-\frac{\partial \rho}{\partial t}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot D) = \nabla \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} !$$

$$\therefore \quad \vec{G} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\therefore \quad \vec{V} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad : \text{Ampere} \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_d$$

$$\checkmark \quad displacement current density. \quad \vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

◎ 전류의 종류 :

(i) 전도전류 (Conduction Current)

 $\vec{J} = \sigma \vec{E}$: net charge density $\rightarrow 0$ ex) 전자(정공) pain

(ii) 대류전류 (Convection Current)

 $\vec{J} = \sigma \vec{V}$: net charge density $\rightarrow 0$

(iii) 변위전류 (displacement Current)

$$oxed{ec{J}_d = rac{\partial ec{D}}{\partial t}} \qquad
abla imes ec{H} = ec{J} + rac{\partial ec{D}}{\partial t} \qquad ext{only} \quad ec{J} = ec{J}_{(i)} + ec{J}_{(ii)}$$







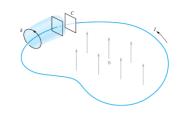
• 변위전류(I_d)& 전도전류(I)



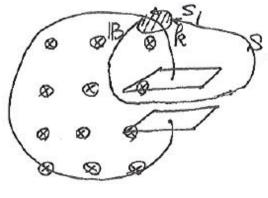
$$I_{d} = \int_{S} \mathbf{J}_{d} \cdot d\mathbf{S} = \int_{S} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

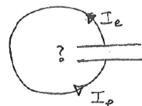
$$\int_{S} (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S} = \int_{S} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \int_{S} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I + I_{d} = I + \int_{S} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$



ightrightarrow $ar{B}$ 변화에 의한 기전력 발생 :





$$\oint_{k} \vec{H} \cdot d\vec{L} = I_{k} = \begin{cases} S_{1} : I_{C} \\ S_{2} : I_{d} \end{cases}$$

(i) 전도전류 : $emf = V_0 \cos wt$

$$I_C = C \frac{dv}{dt} = -wCV_0 \sin wt = -w \frac{\varepsilon S}{d} V_0 \sin wt \quad (\because C = \varepsilon \frac{S}{d})$$

* Loop k 에서 S₁을 관통하는 전류, 전도전류

(ii) 변위전류:

$$I_d = \frac{\partial D}{\partial t} \cdot S \ , \ D = \varepsilon \ E \ , \ \varepsilon = \frac{V}{d}$$

$$\therefore D = \varepsilon \ E = \varepsilon \frac{V_0}{d} \cos wt$$

* Loop k 에서 S_2 을 통과하는 전류

$$I_C = I_d$$





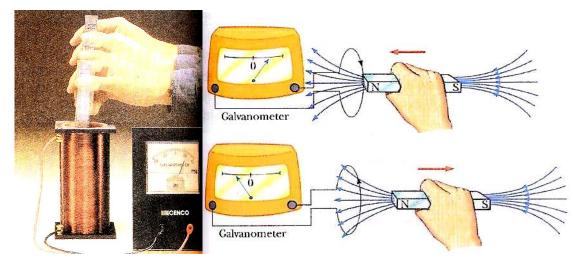


• Faraday' Law

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\int (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \xrightarrow{Stokes} \int E \cdot dL = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad e = -\frac{d\Phi}{dt}$$





9.3 미분형 Maxwell 방정식 / 9.4 적분형 Maxwell 방정식

	미분형	적분형	비고
Gauss	$ abla \cdot \vec{D} = ho$	$\oint_{S} \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$	전계발생
Faraday	$ abla imes ec{E} = -rac{\partial ec{B}}{\partial t}$	$\int_{S} \vec{E} \cdot d\vec{L} = -\int_{S} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$	전자유도
	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	$\oint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	
Ampere	$ abla imes ec{H} = ec{J} + rac{\partial ec{D}}{\partial t}$	$\int \vec{H} \cdot d\vec{L} = I + \int_{S} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$	자계발생

• 매질에서 :
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$
 , 분국 $\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$, $\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$ $\vec{D} = \varepsilon \vec{E} ($ 유전체)
$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \text{ , 자화 } \vec{M} = \chi_m \vec{H} \text{ , } \vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$
 $\vec{B} = \mu \vec{H} ($ 자성체)

ightharpoonup Lorentz Force : $\vec{f}=
ho[\vec{E}+\vec{v} imes \vec{B}]$ (단위체적당 전하에 작용하는 힘)

》 전류:
$$\vec{J}=\sigma\, \vec{E}$$
:전도전류 $\vec{J}=
ho\, \vec{V}$:대류전류 $\vec{J}=rac{\partial \vec{D}}{\partial t}$:변위전류







Boundary Condition :

$$\begin{bmatrix} E_{t1} = E_{t2} & D_{n1} - D_{n2} = \rho_s \\ H_{t1} = H_{t2} & B_{n1} - B_{n2} = k_s \end{bmatrix}$$

• <u>완전도체</u> : ($\sigma = \infty$, $\vec{J}
ightarrow$ finite value, ex 초전도체)

$$\int$$
① ohm 법칙으로부터 $ec E=0$, 즉 도체 내부에서 $ec E=0$, V=constant $(\because ec J=\sigmaec E, ec E=rac{ec J}{\sigma}
ightarrow rac{C}{\infty}$)

- ② Faraday 법칙으로부터 $\vec{H}=0$, 즉 도체 내부에서 $\vec{H}=0$, $\vec{B}=0$ ($\because \nabla \times \vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}=0$, $\vec{B}=const. \to 0$)
- ③ Ampere 법칙으로부터 $\vec{J}=0$, 즉 도체 내부에서 $\vec{J}=0$ ($\because \nabla imes \vec{H}=\vec{J}+rac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, $\vec{J}=0$)

$$ightarrow$$
 완전 도체 내부에서 $ec{J}=0$, $ec{E}=0$, $ec{H}=0$. 표면전류만 존재!

$$\checkmark$$
 완전도체에서의 경계조건 : $egin{array}{c} E_{t1} = 0 & : 도체 표면에서 & E_{t1} = 0 \\ \hline (1 경기) & E_{t1} = k \\ \hline (D_{n1} =
ho_s \\ \hline (B_{n1} = 0) : 도체 표면에서 & B_t only \\ \hline \end{pmatrix}$







9.5 지연포텐셜 (Retarded Potential)

$$*\begin{pmatrix} \rho, \varepsilon \\ \vec{J}, \mu \end{pmatrix} \to V, \vec{A} \to \vec{E}, \vec{B} \to \vec{F}$$

 \odot Time Varying Potential 과 E

•
$$\vec{E} = -\nabla V$$
 $\nabla \times \vec{E} = -\nabla \times (\nabla V) \Rightarrow 0$ always $but \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$ 이므로 모순!

• 7)
$$\vec{S}$$
: $\vec{E} = -\nabla V + \vec{N}$ $\nabla \times \vec{E} = \nabla \times (-\nabla V) + \nabla \times \vec{N} = 0 + \nabla \times \vec{N} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ \therefore $\vec{N} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ \therefore $\vec{V} \times \vec{N} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{A}) = -\nabla \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$
$$\vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$
 $cf \cdot \vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

* 시변계에서 $ec{E}$ 및 $ec{A}$,V

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times \nabla \times \vec{A} = \vec{J} + \varepsilon \left(-\nabla \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2}\right)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\varepsilon \left(-\nabla \cdot \nabla V - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{A}\right) = \rho$$

$$\nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu \vec{J} - \mu \varepsilon \left(\nabla \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2}\right)$$

$$\nabla^2 V + \frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla \cdot \vec{A}\right) = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

 $\checkmark \frac{\partial}{\partial x} \to 0$ 일 경우는 시 불변





• 정전계 및 전자계에서
$$\nabla\cdot \vec{A}=0$$
 : $-\nabla^2 \vec{A}=\mu \vec{J}$, $\nabla^2 V=-rac{
ho}{arepsilon}$, 앞 장식과 동일

•
$$\vec{A}$$
에 대하여 $\nabla \times \vec{A} = \vec{B}$. $\nabla \cdot \vec{A} = ?$, for uniqueness put $\nabla \cdot \vec{A} = -\mu \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t}$

then
$$\sqrt{\nabla^2 \vec{A}} = -\mu \vec{J} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2}$$
 \Rightarrow 파동 방정식으로! $\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$

• Sum : from Potential to Field:
$$\begin{bmatrix} \vec{B} = \nabla \times \vec{A} & \nabla \cdot \vec{A} = -\mu \varepsilon \, \frac{\partial V}{\partial t} \\ \vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \end{bmatrix}$$

$$ho(t_0)$$
 가 아니라

 $ho(t_{-1})$ 정하에 의하여 결정된다.

*
$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \cong 3 \times 10^8 \, m/s$$
 $(t_{-1}:$ 두 점 사이를 전자기가 전파하는 시간만큼의 전시간) $[\rho]$ 의 $t' = t - \frac{R}{V}$: retarded Time

(Ex).
$$\rho = e^{-r} \cos wt$$
, $[\rho] = e^{-r} \cos w(t - \frac{R}{v})$







OSum: Source, Field, Potentail

$$\begin{pmatrix} \rho \\ \vec{J} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} V = \int_{v} \frac{[\rho]}{4\pi eR} dv \\ \vec{A} = \int_{v} \frac{\mu[\vec{J}]}{4\pi R} dv \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} \vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ \vec{B} = \nabla \times \vec{A} \end{pmatrix}$$

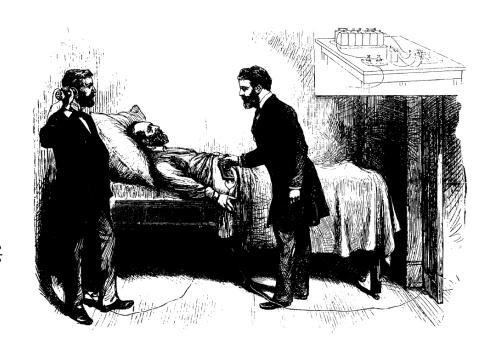
OR
$$\begin{pmatrix} \rho \\ \vec{J} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} \vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ \vec{B} = \nabla \times \vec{A} \\ \nabla \cdot \vec{A} = -\mu \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t} \\ \vec{\Xi} 정의하면 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} + \mu \varepsilon + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \end{pmatrix}$$





전기와 자기의 관계

- 자기가 만드는 전기
 - Alexander Graham Bell (1847~1922)
 - 1881년 미국 대통령 James A. Garfield의 몸 속에 있는 총알을 찾기 위한 시도
 - 자기유도 및 와전류 이용







• 자기가 만드는 전기

- 전자기 유도 현상
 - 도선 고리 주위에 자기의 변화를 주어 도선에 전류가 흐르는 현상
 - 유도전류: 도선에 흐르는 전류
 - 유도기전력: 유도전류를 흐르게 만드는 전자기 유도에 의해 발생되는 가상 전지의 전압
- Heinrich Lenz (1804~1865)
 - Lenz's Law
 - 유도전류는 항상 유도전기를 일으키는 원인인 자기 다발의 변화에 저항하는 방향으로 흐른다.
- <u>와전류 (Eddy Current)</u>
 - 맴돌이 전류
 - Jean Bernard Leon Foucault (1819~1900)가 처음으로 증명
 - 푸코전류(Foucault Current)
- David Edward Hughes (1831~1900)
 - Alexander Graham Bell (1847~1922)이 1876년에 발명한 전화기이용
 - 1879년에 두 개의 코일을 이용하여 두 개의 동전을 비교
 - 동전의 닳아 있는 정도 및 온도의 차이에 따른 변화 감지
 - 구리의 전도도를 기준으로 다른 물질의 전도도를 구리에 대한 상대적인 값으로 측정
 - IACS (International Annealed Copper Standard)







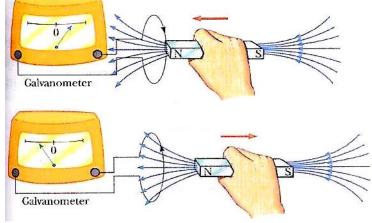
Faraday' Law

- 자기가 만드는 전기
 - 1831년 여름 Michael Faraday (1791~1867, 영국)
 - 자석과 코일 사이에 상대적인 운동이 검류계 회로에 전류 생성
 - 회로에 전지가 없을지라도 그 회로에 전류가 생성
- 자기장의 변화에 의해 전류가 만들어 짐
 - Henry와 거의 동일한 실험을 수행하여 똑같은 발견을 함.
 - 논문으로 발표
 - Faraday's Law of Electromagnetic Induction

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$







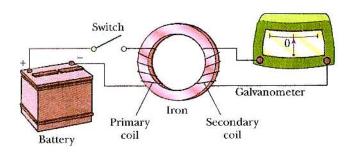




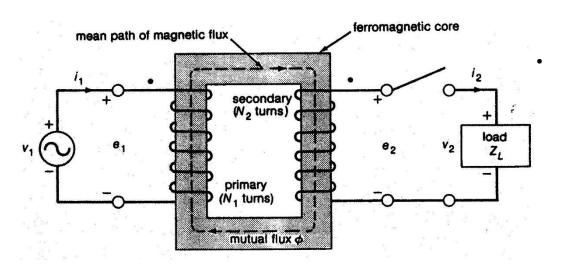


Faraday' Law

• <u>페러데이 실험</u>



• 왼쪽 1차 스위치가 닫힐 때, 오른쪽 2차 회로의 검류계는 순간적으로 움직임



변압기 (Transformer)

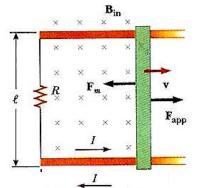
- 전자기 유도 현상
- 전기에너지를 전기에너지로 변환
- 권수비에 비례하여 전압 크기 변경
- 권수비에 반비례하여 전류 크기 변경





운동 기전력

<u>면적의 변화에 의한 기전력</u>

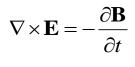


- 회로의 면적이 l_X 이므로 $\Phi_B = Blx$

• 유도 기전력 :

$$E = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx) = -Bl \frac{dx}{dt}$$

- \mathbf{F}_{app} 유도전류의 크기 : $I = \frac{|\mathbf{E}|}{R} = \frac{Blv}{R}$



$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

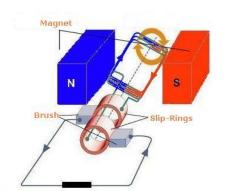
$$\int (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \xrightarrow{Stokes} \int E \cdot dL = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

•교류 발전기

$$\Phi_B = BA\cos\theta = BA\cos\omega t$$

$$E = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -NAB\frac{d}{dt}(\cos \omega t) = NBA \omega \sin \omega t$$



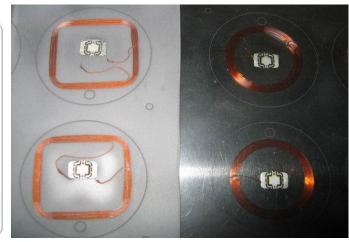




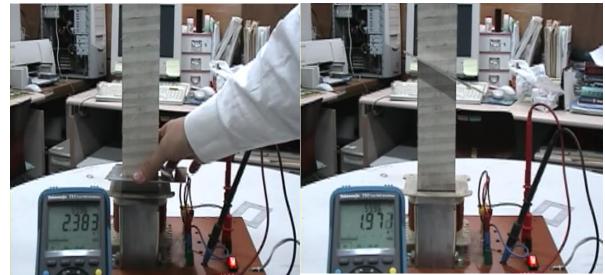


RFID Card





EM Launcher



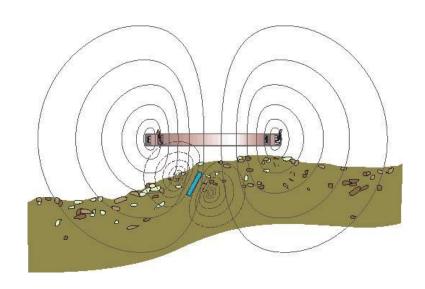






• 금속탐지기















- 자기 브레이크 (Magnetic Brake)
 - 자이로드롭 제동 : 기계에너지 🔿 전기에너지



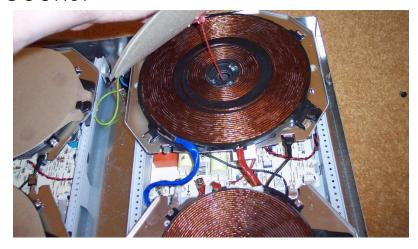


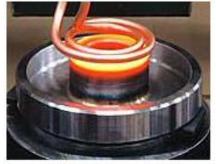






• Induction Cooker

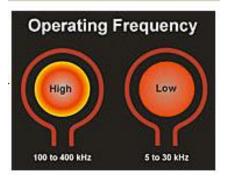




• IH (Induction Heating)





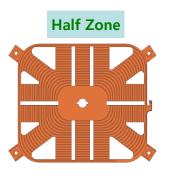


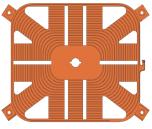












Dual Zone

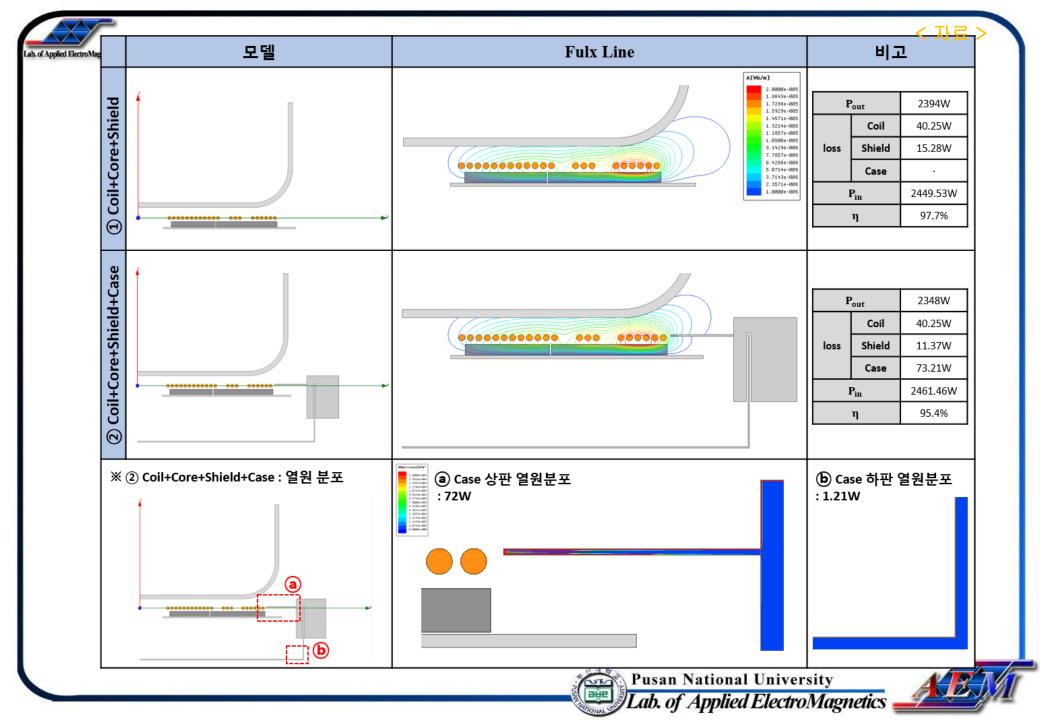














- <u>교류발전기 (AC Generator, Alternator)</u>
 - 기계에너지를 전기에너지로 변환

$$\Phi_B = BA\cos\theta = BA\cos\omega t$$

$$E = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -NAB\frac{d}{dt}(\cos \omega t) = NBA \omega \sin \omega t$$

