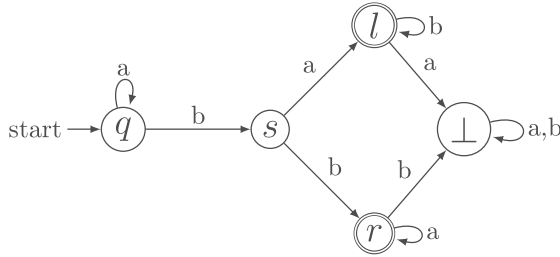

R4.A.12 – Automates et Langages

TD 3 : langages reconnaissables et automates

Exercice 11 : (Échauffement)



1. Donnez la représentation de l'automate ci-dessus sous forme de matrice de transitions.
2. Que fait l'automate pour les mots $\{\varepsilon, aa, ababb, abbaabb\}$?
3. Pour tous les mots de longueur < 4 , indiquez s'ils sont acceptés ou refusés par l'automate.
4. Montrez que $L(A)$ est de cardinal infini. Que pouvez-vous dire du cardinal de $\overline{L(A)}$?
5. Dénotez sous la forme d'une expression régulière $L(A)$.
6. Dénotez avec une expression régulière $L(A) \cup a^*$ puis $L(A) \setminus a^*b^*$.

Exercice 12 : (grep)

Nous considérons des Automates Finis Déterministes complets sur l'alphabet $\{I, T, U\}$.

1. Construire un automate reconnaissant le mot IUT
2. Construire un automate reconnaissant les mots contenant toutes les lettres de l'alphabet.
3. Construire un automate reconnaissant les mots ne contenant pas la lettre I .
4. Construire un automate reconnaissant tous les mots contenant le sous-mot IUT
5. Construire un automate reconnaissant tous les mots contenant le sous-mot TUT
6. Construire un automate reconnaissant tous les mots contenant le sous-mot TTI

Exercice 13 : (petits langages) Trouver un DFA reconnaissant les langages suivants :

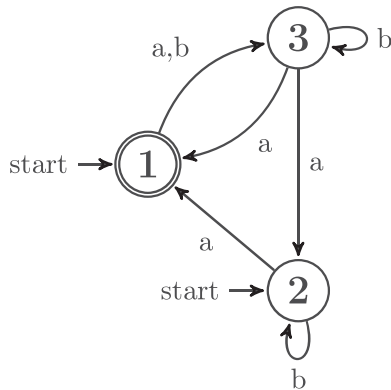
1. ses langages dénotés par les expressions régulières : $\varepsilon, a, a^*, a^+, ba^*, (ab)^*, b^*a^*, b^*a^*b, (baa^*|b^*a)$.
2. les nombres entiers pairs en représentation binaire
3. sur $\Sigma = \{a, b\}$ tous les mots commençant par b et se terminant par b .
4. les nombres entiers multiples de 5 en représentation décimale
5. les nombres binaires multiples de 4
6. les nombres binaires comportant un nombre pair de 0 et un nombre pair de 1
7. les nombres impairs en représentation binaire sans 0 non significatifs à gauche.
8. les nombres entiers plus grands que 5 en représentation binaire sans 0 non significatifs à gauche
9. sur $\Sigma = \{a, b\}$ tous les mots contenant au moins la chaîne aab ou (non exclusif) la chaîne $aaab$.
10. sur $\Sigma = \{a, b\}$ tous les mots qui ne sont pas dans $(abb^*)^*$.
11. sur $\Sigma = \{a, b\}$ tous les mots qui ont au moins deux a et au plus un b .

Exercice 14 :

Soit $A = (\Sigma, Q, i_0, F, \delta)$ l'automate défini par : $Q = \{1, 2, 3\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $i_0 = 1$, $F = \{3\}$, $\delta(1, a) = 2$, $\delta(1, b) = 1$, $\delta(2, a) = 2$, $\delta(2, b) = 3$, $\delta(3, a) = 3$ et $\delta(3, b) = 3$.

1. Donner la table et le graphe de transition de A .
2. Les mots $bbabb$, $aabaa$, $baaaa$ appartiennent-ils au langage $L(A)$?
3. Donner tous les mots de $L(A)$ de longueur inférieure ou égale à 3.
4. Déterminer le cardinal de $L(A)$ et de son complémentaire.

Exercice 15 : (NFA)

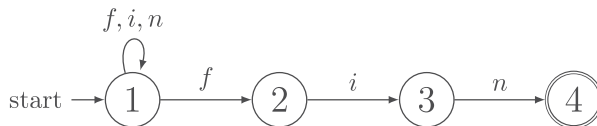


déterminisme.

2. Donnez sa représentation mathématique.
3. Donnez sa représentation sous forme matrice de transitions.
4. Donnez tous les mots de longueur < 4 acceptés et refusés par l'automate.
5. Étudiez le cardinal de $L(A)$ et de $\overline{L(A)}$.
6. En utilisant de l'algorithme vu en cours, donnez un automate fini déterministe reconnaissant le même langage.

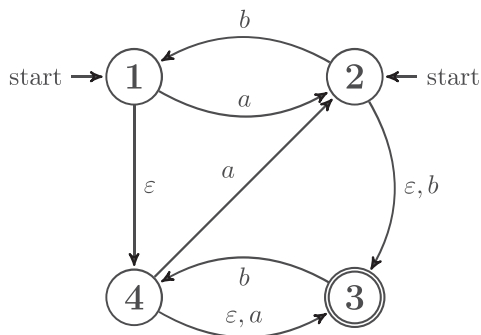
1. Identifier toutes les causes de non-

Exercice 16 : (NFA II)



1. Identifiez les sources de non déterminisme.
2. Donnez sa représentation mathématique et sa matrice de transitions.
3. Quel est le langage reconnu par cet automate ?
4. Trouvez un DFA reconnaissant le même langage.

Exercice 17 : (ϵ -NFA)



1. Quelles sont toutes les sources de non déterminisme dans cet automate ?

2. Donnez sa définition mathématique.
3. Montrez que $L(A) \neq \emptyset$ et $\overline{L(A)} \neq \emptyset$
4. Étudiez la cardinalité de $L(A)$ et $\overline{L(A)}$
5. Calculez la clôture de chaque état.
6. En usant des clôtures et de l'algorithme vu en cours déduire un AFD équivalent

Exercice 18 : (Thompson)

1. En utilisant la méthode de Thompson, proposez un ε -NFA reconnaissant chacune des expressions régulières qui suivent :
 - (a) ab
 - (b) $abc|ca$
 - (c) ba^*b
 - (d) $(ab)^*a|ca$
 - (e) $((ab^*|c)^*a)|(ab(b|ac)^*)$
2. Montrez que les automates obtenus à la question précédente peuvent être un peu simplifiés sans beaucoup d'effort.

Exercice 19 : (Thompson & Rabin–Scott)

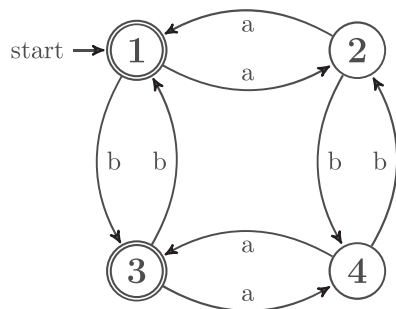
Donnez un ε -NFA reconnaissant le langage décrit par l'expression régulière $(ab)^*|aab^*c|a^*$. Déterminez l'automate obtenu et proposez un DFA complet reconnaissant ce langage.

Exercice 20 : (Brzowski–McCluskey)

À l'aide de l'algorithme de Brzowski–McKuskey, (re)donner les langages reconnus par les automates dessinés sur cette feuille de TD.

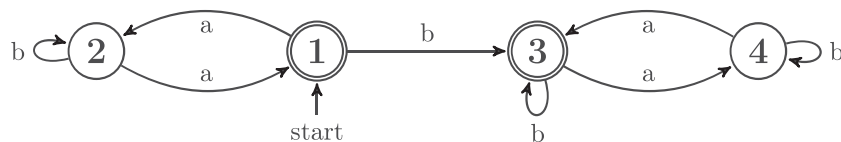
Exercice 21 : (Moore)

1. Soit l'automate A donné par :



Minimiser l'automate à l'aide de l'algorithme de Moore

2. Soit B l'automate :



Minimiser l'automate à l'aide de l'algorithme de Moore

3. Que peut-on en conclure quant aux langages reconnus par ces deux automates ?