Contrôle Terminal BUT2 - Semestre 3

R4.A.12 Automates et Langages

Nom Responsable	Godin Thibault
Date contrôle	06/04
Durée contrôle	1h30
Nombre total de pages	4
Impression	recto-verso
Documents autorisés	1 feuille A4 notes personnelles
Calculatrice autorisée	NON
Réponses	2 copies

Les réponses doivent être justifiées et les raisonnements, calculs et théorèmes doivent apparaître clairement. La qualité de la rédaction et les efforts de recherche seront pris en compte.

Les dessins doivent être lisibles et sans ratures.

Copie 1

Exercice 1 : (DFA)

1. Soit $\Sigma = \{a, b\}$. Dessiner un DFA complet A_i reconnaissant les langages suivants.
   (a) L_1 : ensemble des mots de Σ^* contenant au moins un b.
   (b) L_2 : ensemble des mots de Σ^* contenant le sous mot (facteur) $abba$.
   (c) $\overline{L_2}$ le complémentaire de L_2,
   (d) $L_3 = \{a, bb, aba\}$,
   (e) $L_4 = \{m \in \Sigma^* \mid |m|_a \text{ est pair}\}$ (L_4 est l'ensemble des mots de Σ^* dont le nombre de a est pair),
   (f) $L_5 = \{m \in \Sigma^* \mid \exists u \in \Sigma^*, m = u.a\}$.
2. Déterminer un DFA complet reconnaissant $L_4 \cap L_5$.

Exercice 2 : (regex)

1. Donner les expressions régulières pour les langages L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 définis à l'exercice précédent.
2. Donner une expression régulière permettant de reconnaître (aussi finement que possible) les références des ressources BUT 1,2,3 pour les parcours A et C (*ex.* "$R1.01$" ; "$R4.A.12$"). On précisera l'alphabet.

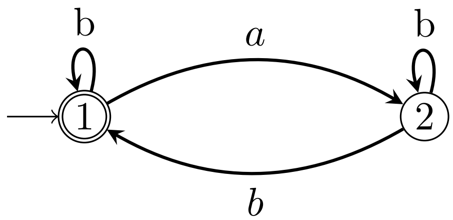
Exercice 3 : (QCM) *Entourer la ou les bonnes réponses. QCM à points négatifs.*

1. Montrer que la classe des langages $\mathcal{L}$ est close pour l'union c'est montrer que :
   a $\forall L_1 \in \mathcal{L}, \exists L_2 \in \mathcal{L}, L_1 \cup L_2 \in \mathcal{L}$
   b $\forall L_1 \in \mathcal{L}, \forall L_2 \in \mathcal{L}, L_1 \cup L_2 \in \mathcal{L}$
   c $\forall L_1 \in \mathcal{L}, \nexists L_2 \in \mathcal{L}, L_1 \cup L_2 \notin \mathcal{L}$
   d $\forall L_1 \in \mathcal{L}, \exists L_2 \in \mathcal{L}, L_1 \cup L_2 \notin \mathcal{L}$
2. Si Σ est un alphabet, Σ^* est :
   a L'ensemble de tous les langages construits sur Σ
   b L'ensemble de tous les mots construits sur Σ
   c De cardinal infini quand $\text{Card}(\Sigma) = 1$
   d De cardinal fini quand $\text{Card}(\Sigma) = 1$
   e Rationnel/régulier
   f Irrationnel/irrégulier
3. Soit $aabab$ un mot sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$
   a L'ensemble de ses préfixes est de cardinal 4
   b L'ensemble de ses préfixes est de cardinal 5
   c L'ensemble de ses préfixes est de cardinal 6
   d Le mot est un palindrome
4. Soient $L_1 = \{a, aba\}$ et $L_2 = \{\varepsilon, a, ba\}$
   a $\text{Card}(L_1.L_2) < \text{Card}(L_1) \times \text{Card}(L_2)$
   b $\text{Card}(L_1.L_2) = \text{Card}(L_1) \times \text{Card}(L_2)$
   c $\text{Card}(L_1.L_2) > \text{Card}(L_1) \times \text{Card}(L_2)$
   d $L_1.L_2$ est rationnel/régulier
   e $L_1.L_2 = L_2.L_1$
5. Soient $L_1 = \{a, aba\}$ et $L_2 = \{\varepsilon, a, bba\}$
   a $\text{Card}(L_1.L_2) < \text{Card}(L_1) \times \text{Card}(L_2)$
   b $\text{Card}(L_1.L_2) = \text{Card}(L_1) \times \text{Card}(L_2)$
   c $\text{Card}(L_1.L_2) > \text{Card}(L_1) \times \text{Card}(L_2)$
   d $L_1.L_2$ est rationnel/régulier
   e $L_1.L_2 = L_2.L_1$

Copie 2

Exercice 4 : (NFA)

1. Soit $\mathcal{A}$ l'automate



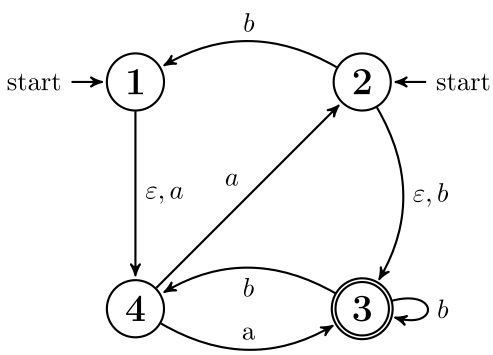
   a. Identifiez les sources de non-déterminisme

   b. Donner la matrice de transition de cet automate

   c. En utilisant l'algorithme de Brzozowski–McCluskey, donner une expression régulière équivalente au langage reconnu par cet automate (penser à la normalisation).

   d. En utilisant l'algorithme de déterminisation vu en cours, dessiner un DFA (complet) équivalent à $\mathcal{A}$ et donner la matrice de transition de cet automate

2. Soit $\mathcal{B}$ l'automate



   a. Identifiez les sources de non-déterminisme

   b. Donner la matrice de transition de cet automate

   c. Étudier le cardinal de $L(B)$ et de $\overline{L(B)}$

   d. Donner les ε-clôtures de chaque état.

   e. En utilisant l'algorithme de déterminisation vu en cours, dessiner un DFA (complet) équivalent à $\mathcal{B}$ et donner la matrice de transition de cet automate.

   f. À l'aide de l'algorithme vu en cours, donner une expression régulière équivalente au langage reconnu par cet automate (on partira du NFA ou du DFA, au choix).