

R3.02 : Développement efficace

Structure en arbre 2

J-F. Kamp

Octobre 2023

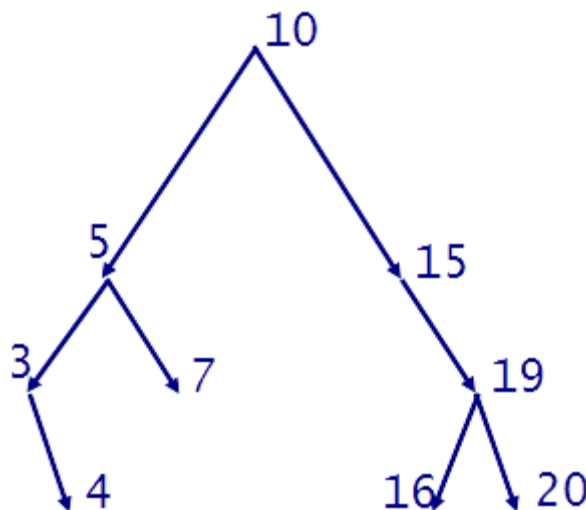
Rééquilibrage d'un arbre

Hauteur d'un noeud

Définition

On appelle hauteur h d'un nœud n le **+**
long chemin (en nbre de nœuds) pour
aller de n jusqu'à un nœud feuille (y
compris n et le nœud feuille).

Exemple : la hauteur du noeud 10 = 4



Arbre AVL : l'arbre équilibré

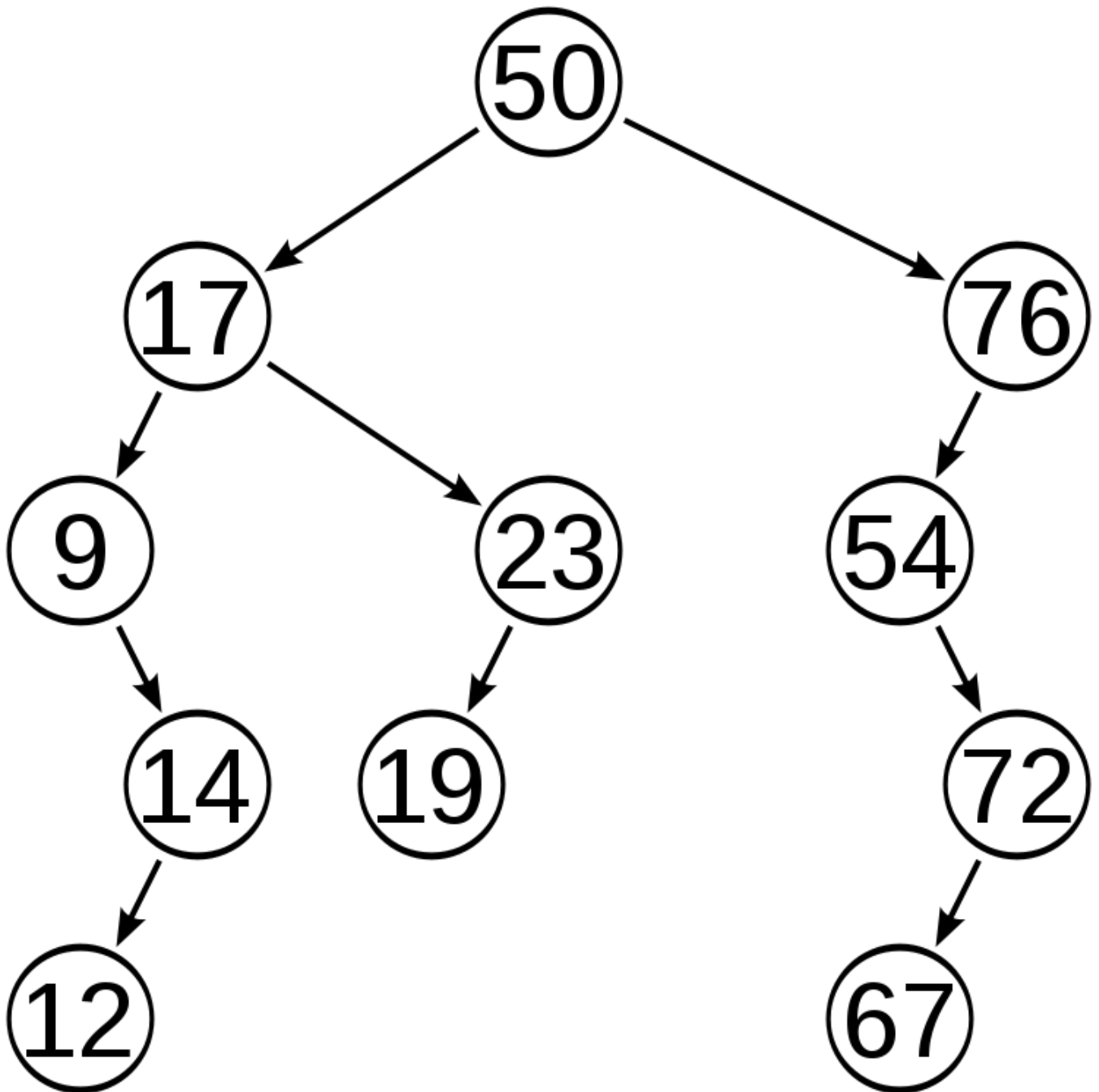
Définition

On appelle arbre binaire équilibré ou AVL (du nom des auteurs de la méthode : *Adelson-Velsky* et *Landis*), un arbre tel que les hauteurs des deux sous-arbres de tout nœud diffèrent de 1 au plus.

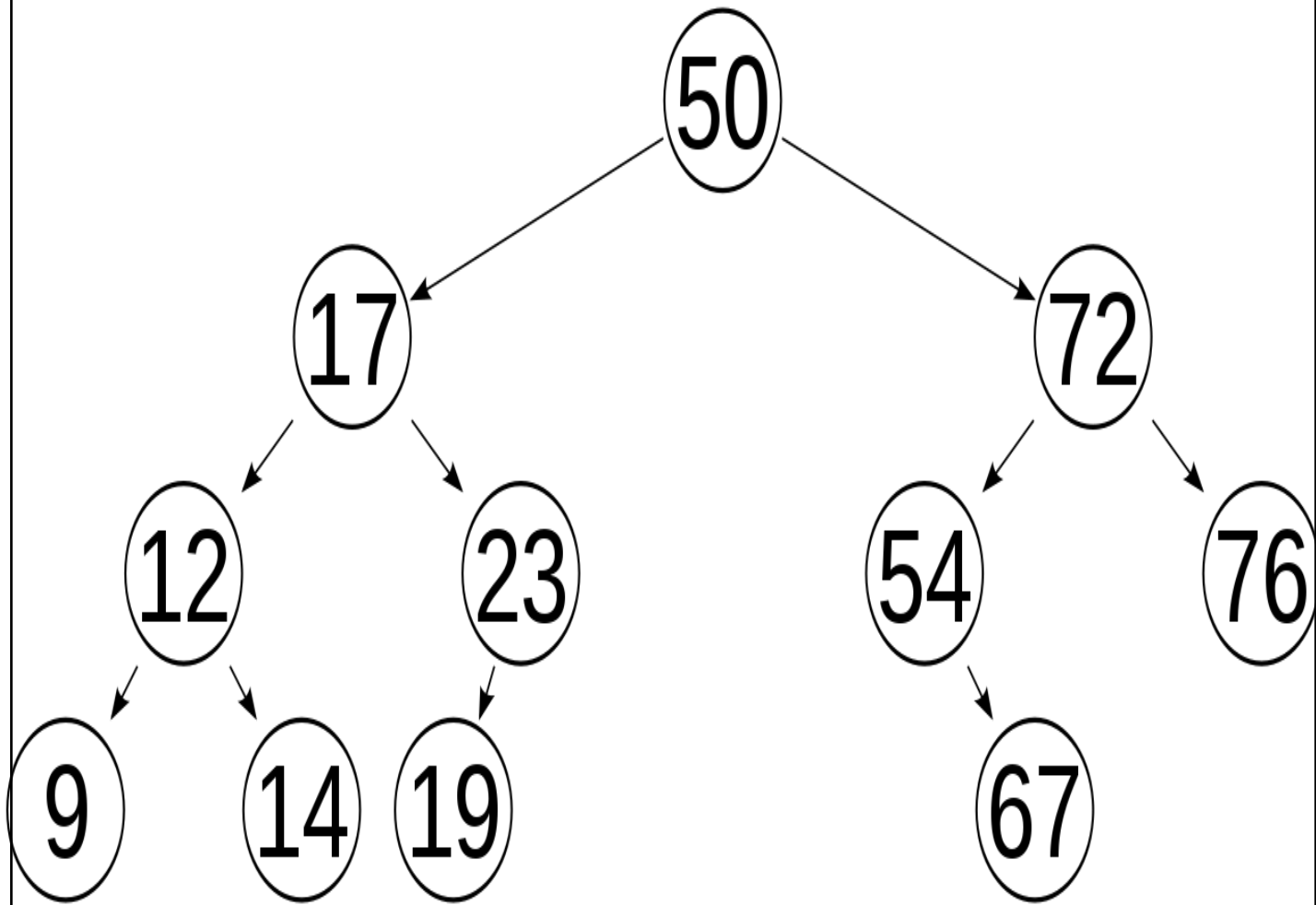
Intérêt

Un arbre AVL permet de garantir des temps de recherche de l'ordre de $\log_2(n)$.

Exemple arbre non-AVL



Exemple arbre AVL



Rééquilibrage d'un arbre

Méthode pour rendre un arbre AVL.

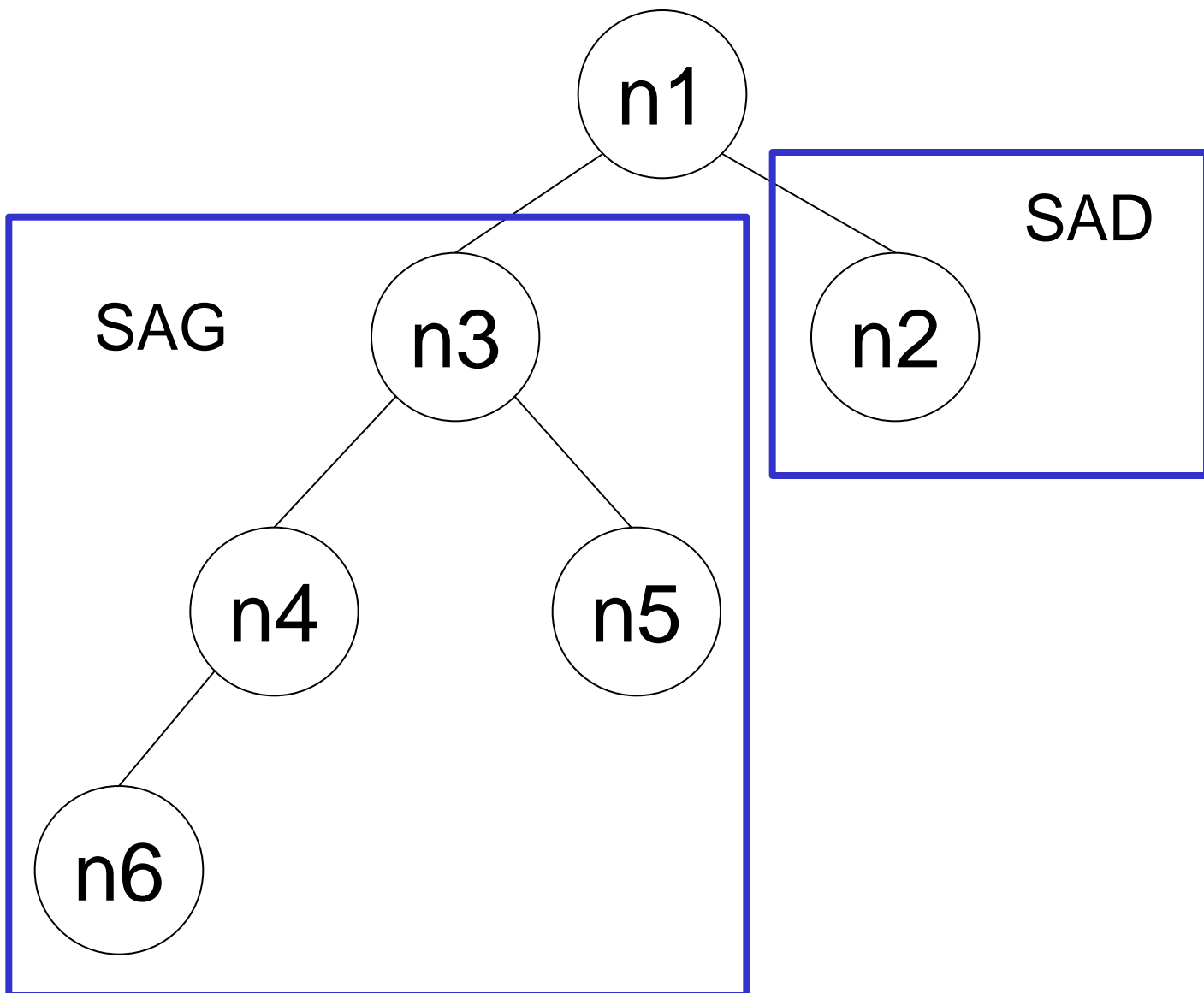
A chaque insertion ou suppression :

- identifier le nœud déséquilibré nx
- par rapport à ce nœud nx :
 - soit effectuer un rotation droite ou une rotation gauche puis droite
 - soit effectuer un rotation gauche ou une rotation droite puis gauche

Déséquilibre à gauche : rotation droite

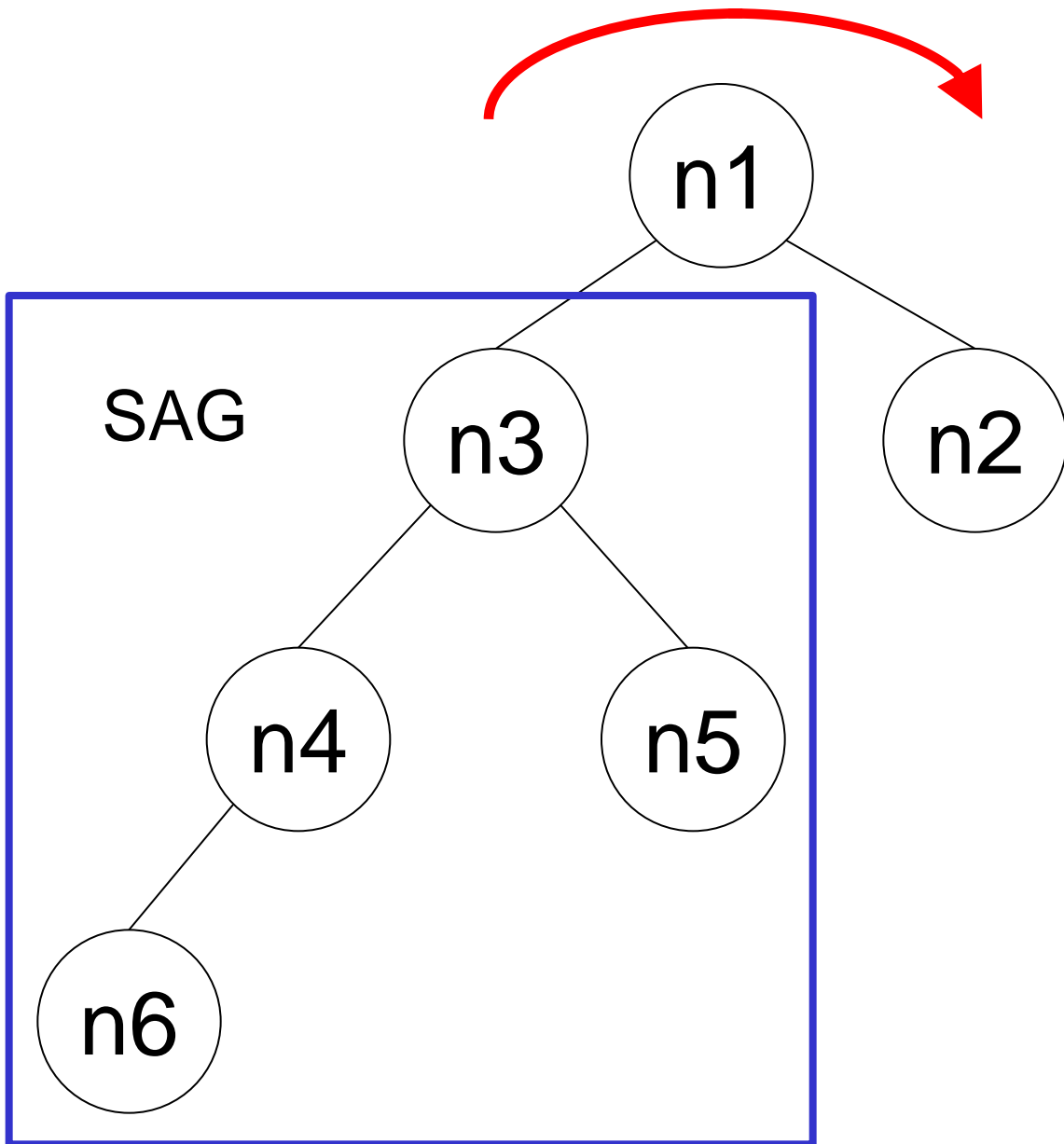
Arbre déséquilibré en n1 à GCHE:

- SAG : $h(n3) = 3$
- SAD : $h(n2) = 1$
- $h(n3) - h(n2) = 2$



Déséquilibre à gauche : rotation droite

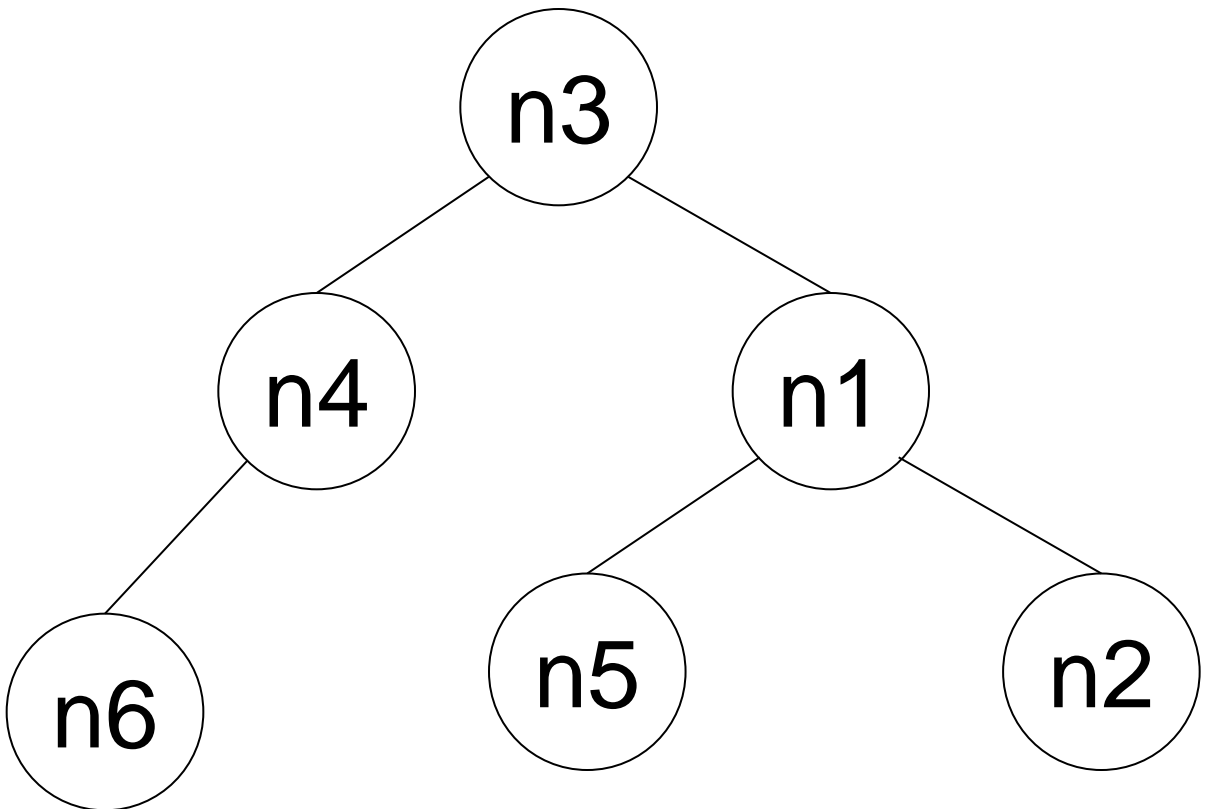
Si branche lourde à gauche dans le SAG => rotation droite autour de n1



Déséquilibre à gauche : rotation droite

Arbre équilibré en n3 :

- SAG : $h(n4) = 2$
- SAD : $h(n1) = 2$
- $h(n4) - h(n1) = 0$

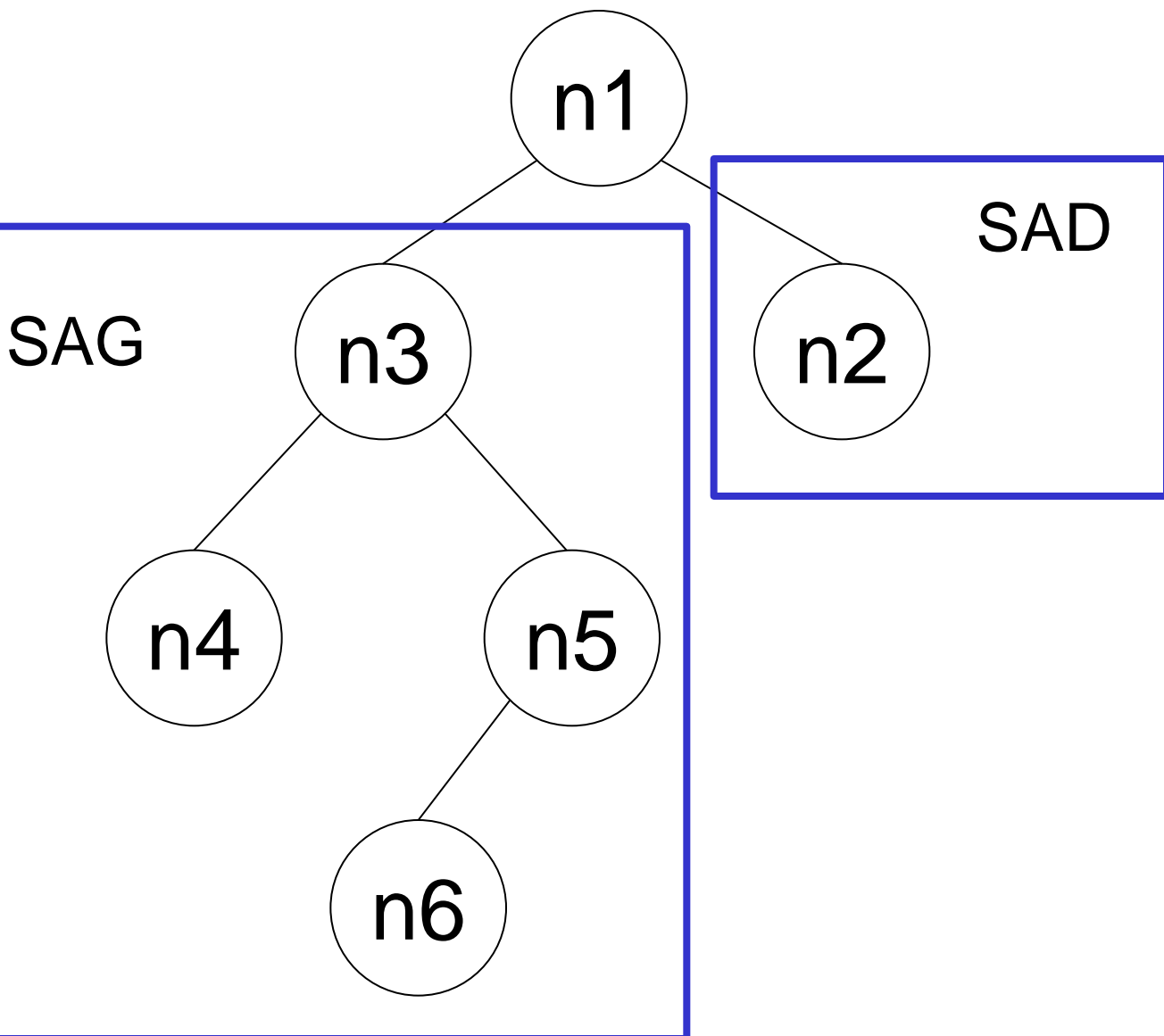


ARBRE EQUILIBRE en n3

Déséquilibre à gauche : rotation gauche/droite

Arbre déséquilibré en n1 à GCHE:

- SAG : $h(n3) = 3$
- SAD : $h(n2) = 1$
- $h(n3) - h(n2) = 2$

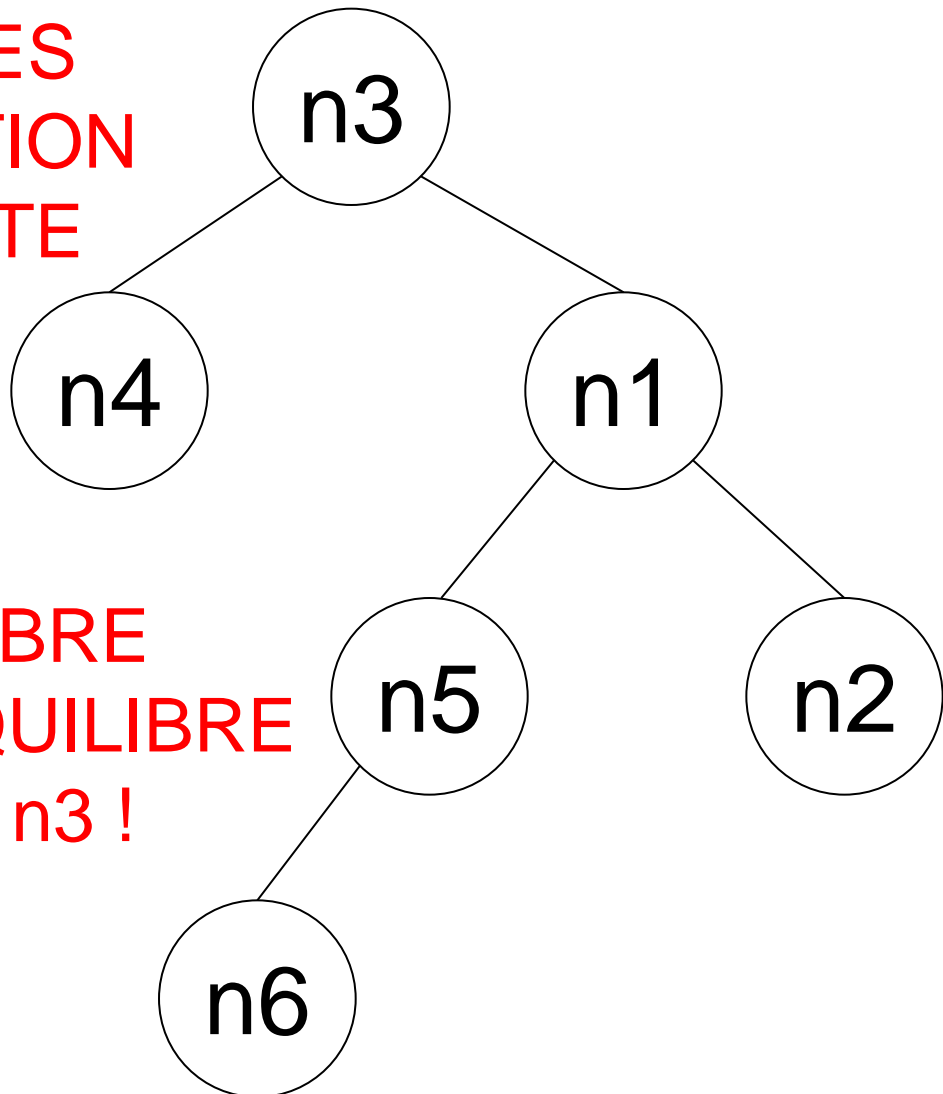


Déséquilibre à gauche : rotation droite ne marche pas

Arbre déséquilibré en n3 :

- SAG : $h(n4) = 1$
- SAD : $h(n1) = 3$
- $h(n4) - h(n1) = 2$

APRES
ROTATION
A DRTTE

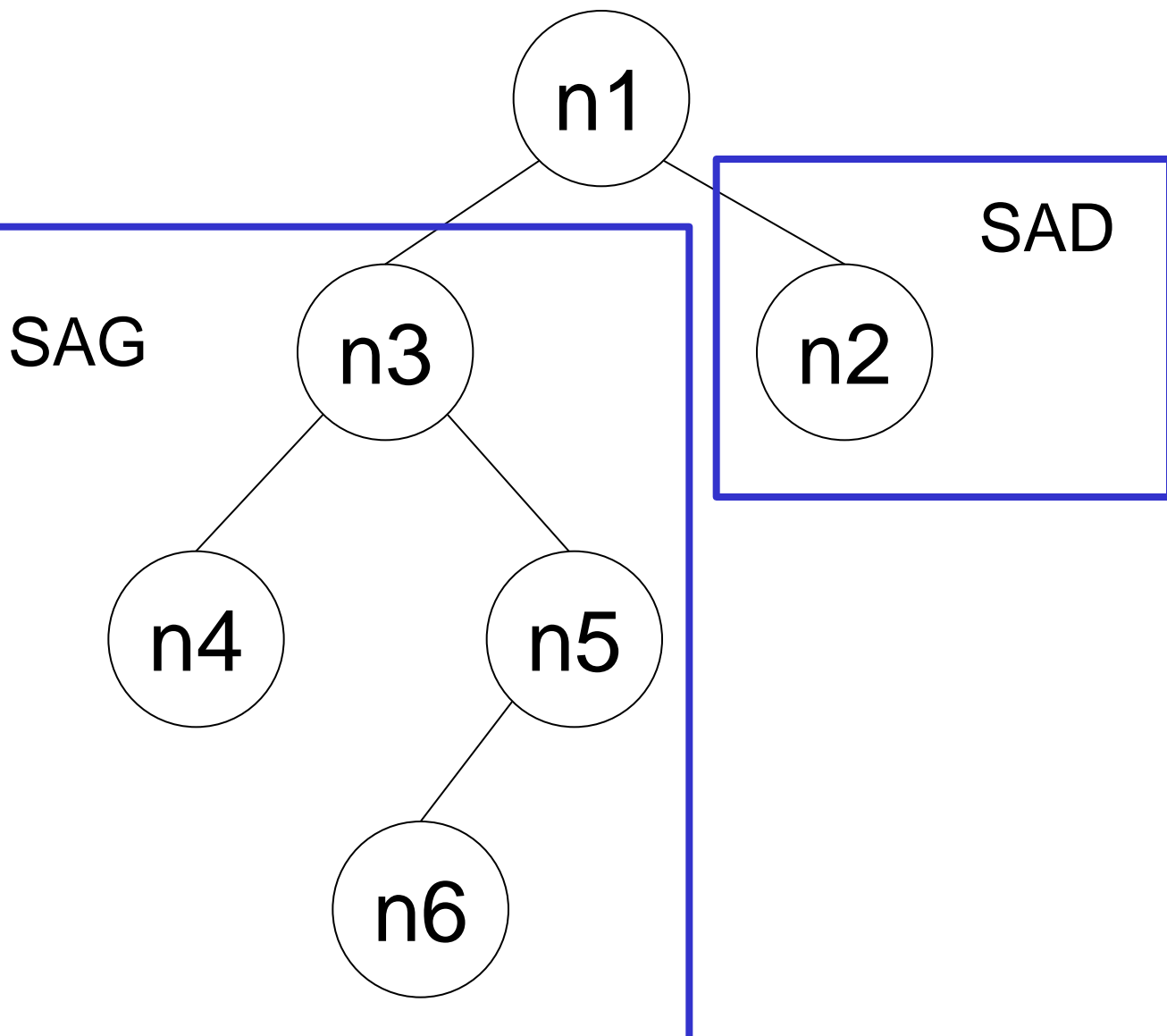


ARBRE
DESEQUILIBRE
en n3 !

Déséquilibre à gauche : rotation gauche/droite

Arbre déséquilibré en n1 à GCHE:

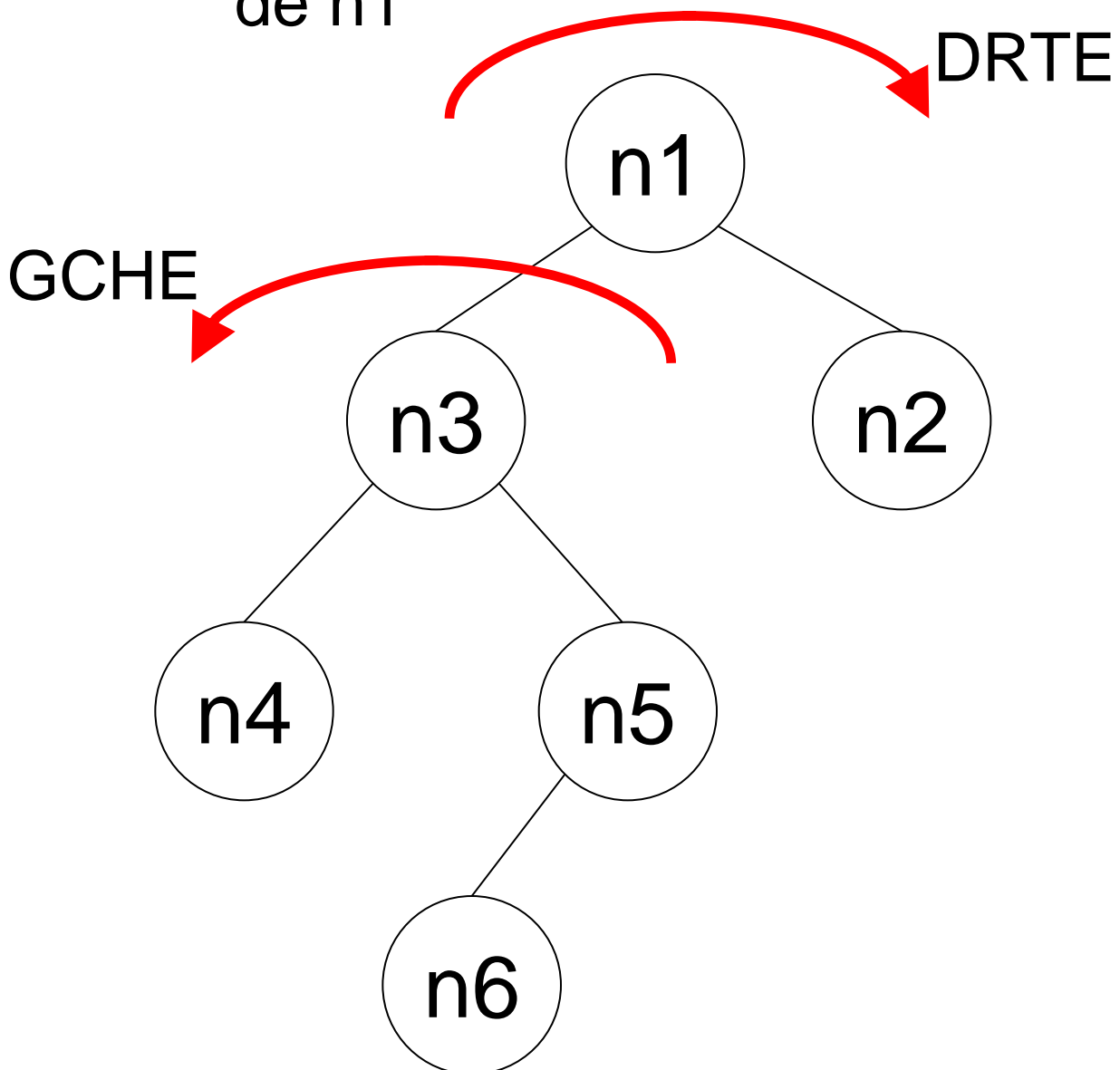
- SAG : $h(n3) = 3$
- SAD : $h(n2) = 1$
- $h(n3) - h(n2) = 2$



Déséquilibre à gauche : rotation gauche/droite

En 2 étapes :

- rotation GCHE autour de n3
- ensuite rotation DRTE autour de n1

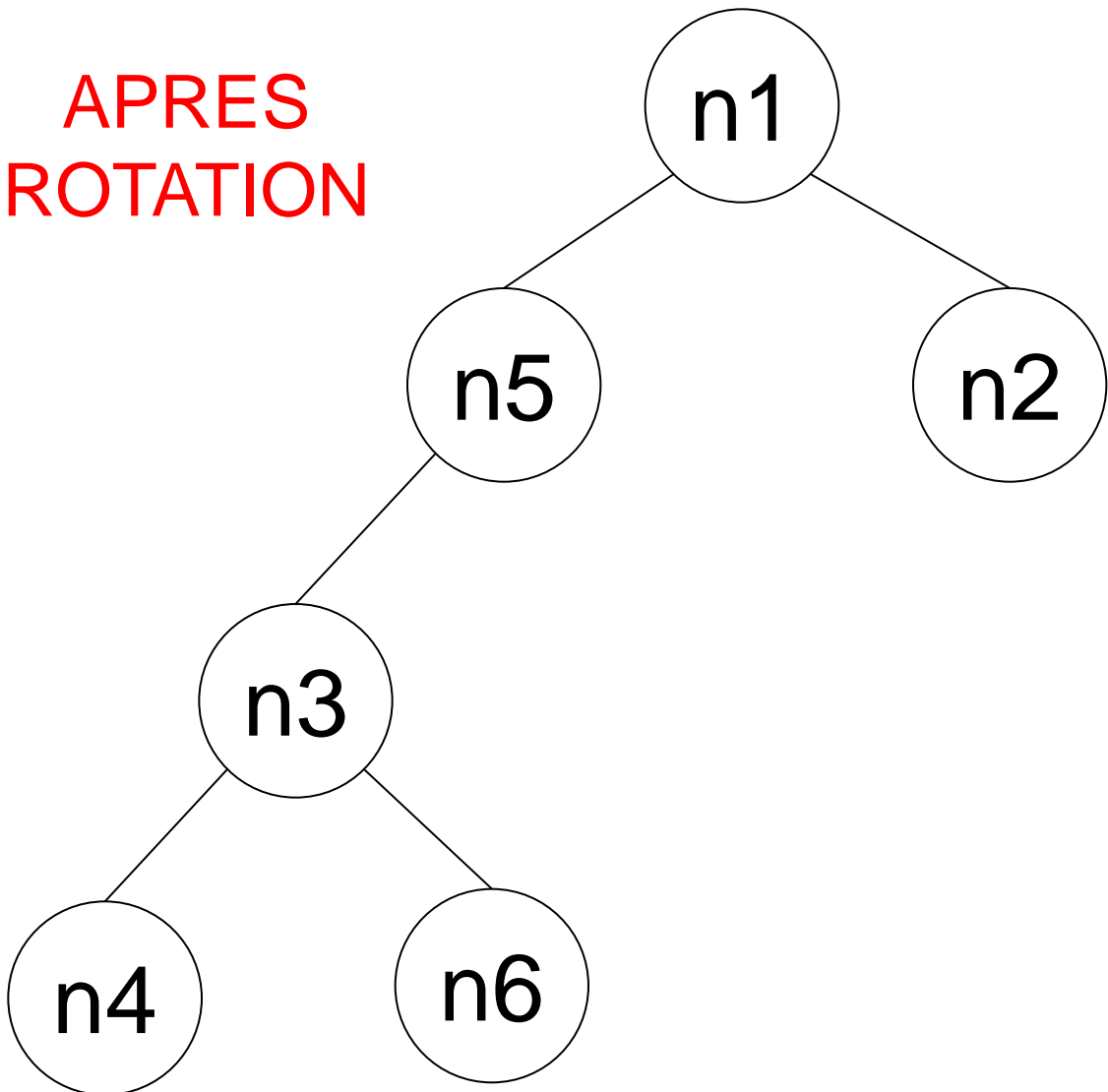


Déséquilibre à gauche : rotation gauche

En 2 étapes :

- rotation GCHE autour de n3
- ...

**APRES
ROTATION**

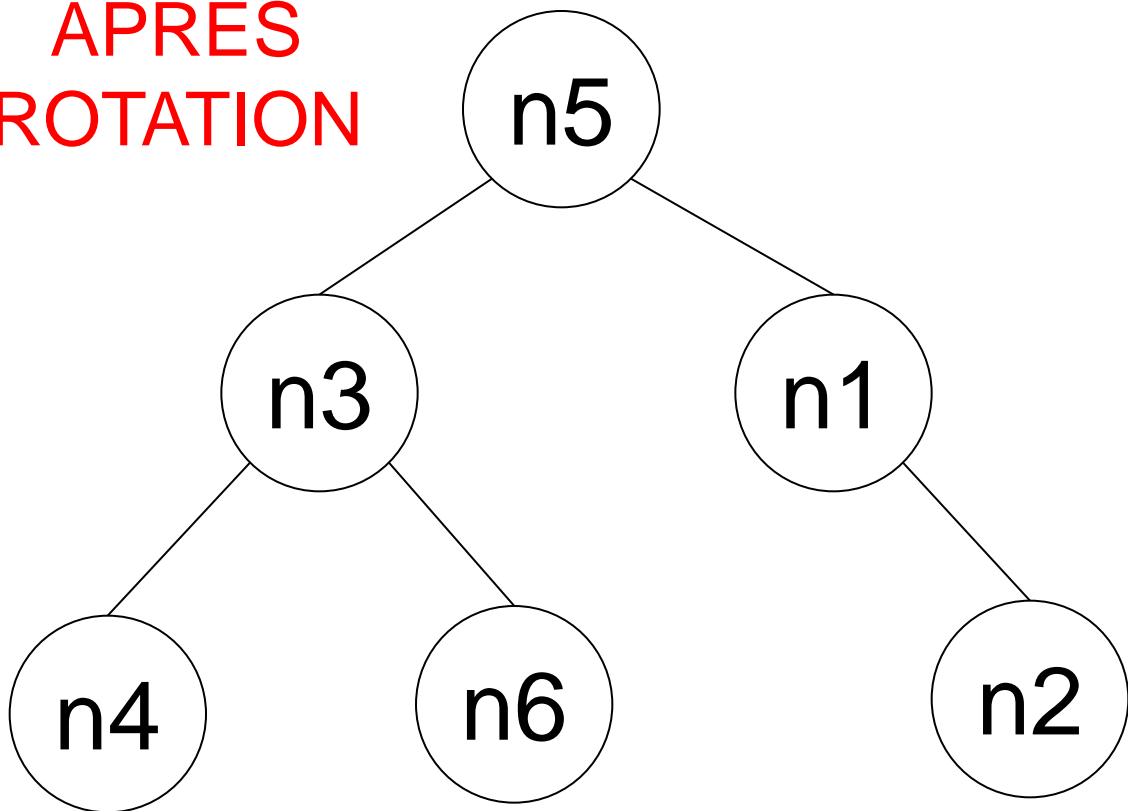


Déséquilibre à gauche : rotation droite

En 2 étapes :

- ...
- rotation DRTE autour de n1

**APRES
ROTATION**



ARBRE EQUILIBRE en n5

Déséquilibre à droite

MEME principe :

- SOIT une seule rotation GCHE
- SOIT une double rotation DRTE puis rotation GCHE