# R3.08 - Probabilités

# TD 1 - Calcul probabiliste

## IUT de Vannes Département Informatique

Exercice 1 : On considère une urne contenant 8 boules blanches et 6 boules rouges, indiscernables au toucher.

- 1. On tire, successivement et avec remise, 5 boules.
  - (a) Calculer la probabilité d'obtenir, dans cet ordre, 3 blanches et 2 rouges.
  - (b) Calculer la probabilité d'obtenir, peu importe l'ordre, 3 blanches et 2 rouges.
- 2. On tire, successivement et sans remise, 5 boules.
  - (a) Calculer la probabilité d'obtenir, dans cet ordre, 3 blanches et 2 rouges.
  - (b) Calculer la probabilité d'obtenir, peu importe l'ordre, 3 blanches et 2 rouges.
- 3. On tire, simultanément, 5 boules.
  - (a) Calculer la probabilité d'obtenir 3 blanches et 2 rouges.
  - (b) Comparer le résultat précédent avec celui obtenu à la question 2.(b), puis commenter.
  - (c) Calculer la probabilité d'obtenir des boules pas toutes de la même couleur.

## **Exercice 2 :** Un joueur est en présence de deux urnes A et B :

- l'urne A contient une boule blanche et trois boules rouges
- l'urne B contient trois boules blanches et une boule rouge

Ce joueur dispose de deux dés non pipés qu'il lance une fois :

- $\bullet\,$ si la somme des points obtenus est inférieure ou égale à 7, il choisit l'urne A
- sinon, il choisit l'urne B

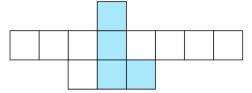
Il tire alors, dans l'urne choisie, deux boules successivement avec remise.

## On notera:

- A (respectivement B) l'événement « choisir l'urne A (respectivement B) »
- $R_2$  (respectivement  $R_0$ ) l'événement « tirer deux boules rouges (respectivement blanches) »
- 1. Lors du lancer des deux dés, onze sommes sont possibles, la probabilité que ce soit 8 vaut-elle alors  $\frac{1}{11}$ ?
- 2. Déterminer la probabilité de choisir l'urne B.
- 3. Déterminer la probabilité de tirer deux boules rouges.
- 4. Ayant tiré deux boules rouges, déterminer la probabilité que les tirages aient été effectués dans l'urne A.
- 5. Ayant tiré deux boules rouges, déterminer la probabilité que les tirages aient été effectués dans l'urne B
- Ayant tiré deux boules blanches, déterminer la probabilité que les tirages aient été effectués dans l'urne B.

Exercice 3 : Trois personnes, Aëlle, Bachir et Camille choisissent une case au hasard dans la figure

suivante:



On s'intéresse à l'événement L: "la case choisie est colorée". Aëlle affirme " $\mathbb{P}(L) = \frac{1}{3}$ ", Bachir répond "mais non, " $\mathbb{P}(L) < \frac{1}{4}$ " 4, enfin Camille prétend " $\mathbb{P}(L) > \frac{1}{2}$ ".

Envisager les trois protocoles suivants du choix de case :

- Protocole A: choix d'une case parmi douze;
- Protocole B: choix d'une colonne au hasard, puis d'une case au hasard dans cette colonne;
- Protocole C: choix d'une ligne au hasard, puis d'une case au hasard dans cette ligne.

Dans chaque cas, calculer  $\mathbb{P}(L)$ . Quelle est la morale de cette histoire?

#### Exercice 4: Algorithme de détection

Un professeur met au point un algorithme qui détecte si un étudiant a répondu au hasard lors d'un contrôle programmé quelques jours à l'avance. Son expérience lui permet d'estimer à 20% le pourcentage d'étudiants répondant au hasard.

Son algorithme affirme, correctement, que l'étudiant a répondu au hasard dans 95% des cas.

Il affirme cependant, incorrectement, que l'étudiant a répondu au hasard dans 2% des cas.

On pourra considérer les événements suivants :

- H : « l'étudiant a répondu au hasard »
- ullet T : « l'algorithme affirme que l'étudiant a répondu au hasard »
- 1. Avec quelle probabilité l'algorithme affirme-t-il que l'étudiant a répondu au hasard?
- 2. Quelle est la probabilité qu'un étudiant ait répondu au hasard lorsque l'algorithme l'affirme?
- 3. Quelle est la probabilité qu'un étudiant n'ait pas répondu au hasard alors que l'algorithme l'affirme?
- 4. Quelle est la probabilité qu'un étudiant ait répondu au hasard alors que l'algorithme ne l'affirme pas?

#### Exercice 5 : Barrette mémoire défectueuse

Une usine fabrique des barrettes mémoire à l'aide de trois machines A, B et C:

- $\bullet$  La machine A assure 20% de la production et 5% des barrettes fabriquées par A sont défectueuses
- $\bullet$  La machine B assure 30% de la production et 4% des barrettes fabriquées par B sont défectueuses
- 1% des barrettes fabriquées par C sont défectueuses

On choisit au hasard une barrette.

- 1. Quelle est la probabilité d'obtenir une barrette défectueuse?
- 2. Quelle est la probabilité qu'une barrette défectueuse provienne de A?

# Exercice 6: Paquet perdu

L'envoi d'un paquet du serveur  $S_1$  au serveur  $S_2$  sur internet passe par deux routeurs intermédiaires  $R_1$  et  $R_2$ .

Le chemin est alors constitué de 3 arcs :  $a_1 = (S_1, R_1)$ ,  $a_2 = (R_1, R_2)$  et  $a_3 = (R_2, S_2)$  :

Une fois atteint, chaque arc a le même risque p de perdre un paquet.

On considère les événements suivants :

- $A_i$  : « le paquet a bien passé  $a_i$  »
- $\bullet \ L_i$ : « le paquet a été perdu au niveau de  $a_i$  »
- $\bullet$  L : « le paquet a été perdu »
- 1. Déterminer  $\mathbb{P}(L_1)$ .
- 2. Montrer que  $\mathbb{P}(L_2) = (1-p)p$ .
- 3. Déterminer  $\mathbb{P}(L)$ .
- 4. Déterminer  $\mathbb{P}(L_i|L)$ .
- 5. Interpréter les graphiques ci-dessous qui représentent, en fonction de p, respectivement  $\mathbb{P}(L)$  et  $\mathbb{P}(L_i|L)$ :

