

NOM :

GROUPE :



R1.06 - Mathématiques discrètes
Contrôle Terminal



Nom du responsable :	A. Ridard
Date du contrôle :	Mardi 9 novembre 2021
Durée du contrôle :	1h30
Nombre total de pages :	6 pages
Impression :	A4 recto-verso agrafé (1 point)
Documents autorisés :	A4 recto-verso manuscrit
Calculatrice autorisée :	Non
Réponses :	Directement sur le sujet

Exercice 1.

On considère l'ensemble $E = \llbracket 0, 9 \rrbracket = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ et $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{5, 7, 9\}$ deux parties de E .

1. Compléter les définitions **en compréhension** suivantes :

(a) $E = \{n \in \mathbb{N} \mid \quad \quad \quad \}$

(b) $A = \{n \in E \mid \quad \quad \quad \}$

2. Résoudre dans $\mathcal{P}(E)$ chacune des équations ensemblistes suivantes :

(a) $A \cap X = \{0, 4, 8\}$

(b) $A \cap X = \{0, 1, 2\}$

(c) $B \cap X = \emptyset$

(d) $B \cup X = \overline{A}$

(e) $X \setminus A = B$

3. Déterminer les ensembles suivants :

(a) $A \Delta \overline{B}$

(b) $\mathcal{P}(B)$

NOM :

GROUPE :

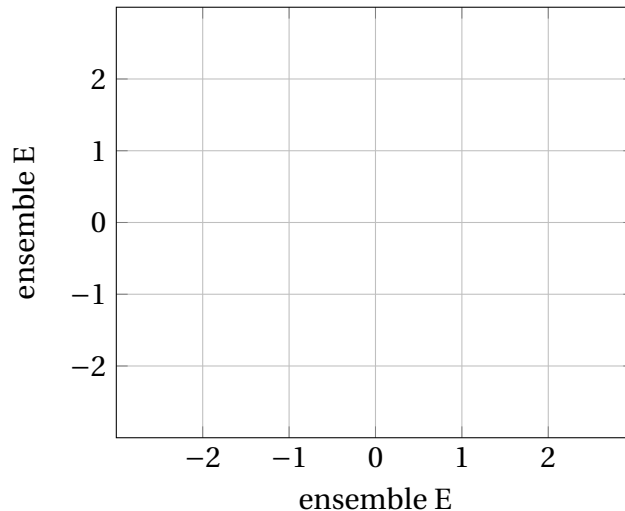
Exercice 2.

On considère $E = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ et $F = \{0, 1, 2\}$.

1. Dans cette question, on s'intéresse à la relation binaire \mathcal{R}_1 de E vers E définie par :

$$\forall x \in E, \forall y \in E, x \mathcal{R}_1 y \iff x^2 = y^2$$

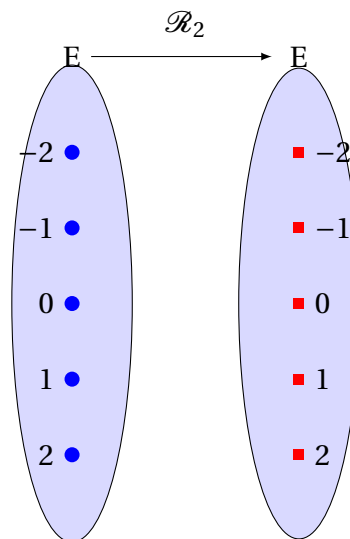
Représenter graphiquement \mathcal{R}_1 en complétant le diagramme cartésien :



2. Dans cette question, on s'intéresse à la relation binaire \mathcal{R}_2 de E vers E définie par :

$$\forall x \in E, \forall y \in E, x \mathcal{R}_2 y \iff y = (\sqrt{x})^2$$

- (a) Représenter graphiquement \mathcal{R}_2 en complétant le diagramme sagittal :



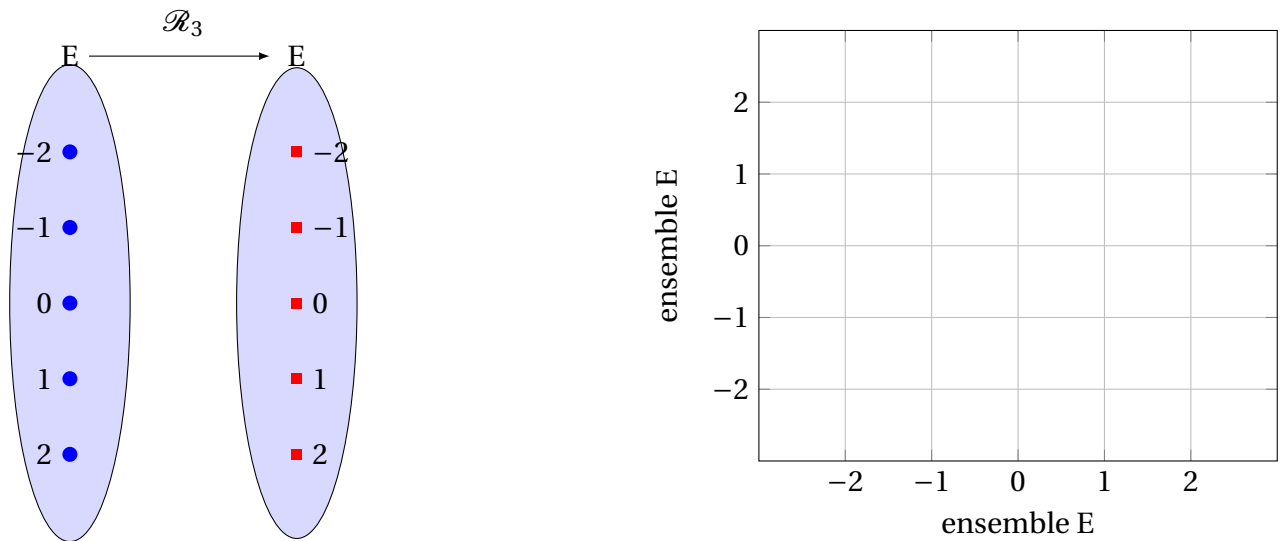
- (b) Déterminer la partie¹ de $E \times E$ correspondant à \mathcal{R}_2 .

1. Une relation binaire \mathcal{R} de E vers F est définie par le triplet (E, F, U) où U désigne la partie de $E \times F$ demandée ici.

3. Dans cette question, on s'intéresse à la relation binaire \mathcal{R}_3 de E vers E définie par :

$$\forall x \in E, \forall y \in E, x \mathcal{R}_3 y \iff y = \sqrt{x^2}$$

Représenter graphiquement \mathcal{R}_3 en complétant les diagrammes ci-dessous :



4. Parmi les assertions suivantes, cocher celles qui sont vraies.



- Dans chaque situation (numérotée de 1 à 7), il est possible de cocher 0, 1 ou 2 case(s).
- Attention aux ensembles de départ et d'arrivée exprimés dans chaque situation. Pour rappel :

$$E = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad \text{et} \quad F = \{0, 1, 2\}$$

Dans la situation 3, par exemple, on pourra s'aider de la représentation graphique de \mathcal{R}_2 demandée à la question 2.(a), mais il ne faut pas oublier de restreindre l'ensemble de départ à F c'est à dire retirer les éléments -2 et -1 au départ.

1. La relation binaire \mathcal{R}_1 de E vers E est une ...	<input type="checkbox"/> fonction <input type="checkbox"/> application
2. La relation binaire \mathcal{R}_2 de E vers E est une ...	<input type="checkbox"/> fonction <input type="checkbox"/> application
3. La relation binaire \mathcal{R}_2 de F vers E est une ...	<input type="checkbox"/> fonction <input type="checkbox"/> application
4. La relation binaire \mathcal{R}_2 de F vers F est une application...	<input type="checkbox"/> injective <input type="checkbox"/> surjective
5. La relation binaire \mathcal{R}_3 de E vers E est une application ...	<input type="checkbox"/> injective <input type="checkbox"/> surjective
6. La relation binaire \mathcal{R}_3 de E vers F est une application ...	<input type="checkbox"/> injective <input type="checkbox"/> surjective
7. La relation binaire \mathcal{R}_3 de F vers F est une application ...	<input type="checkbox"/> injective <input type="checkbox"/> surjective

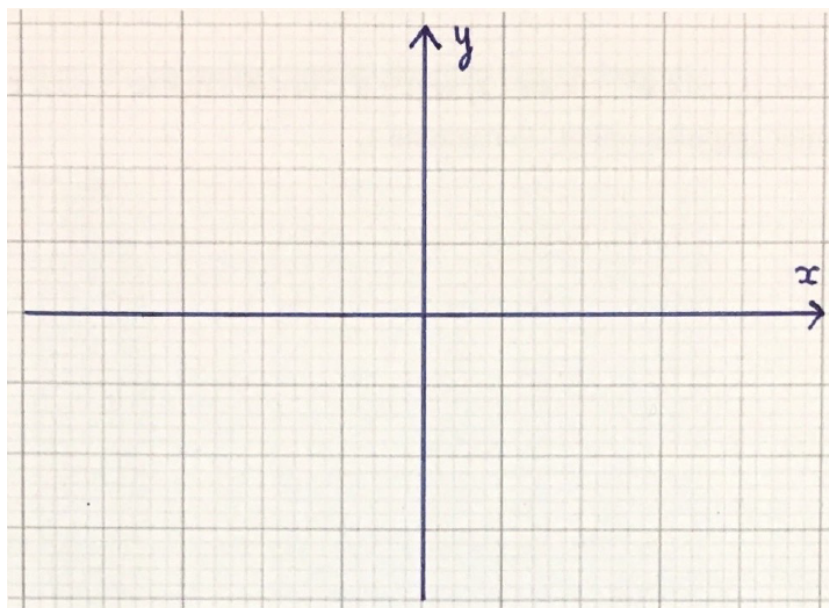
NOM :

GROUPE :

Exercice 3.

1. On considère $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 4x - 1\}$ et $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \exists t \in \mathbb{R}, x = t + 1 \text{ et } y = 4t + 3\}$.

(a) Représenter graphiquement² l'ensemble A.

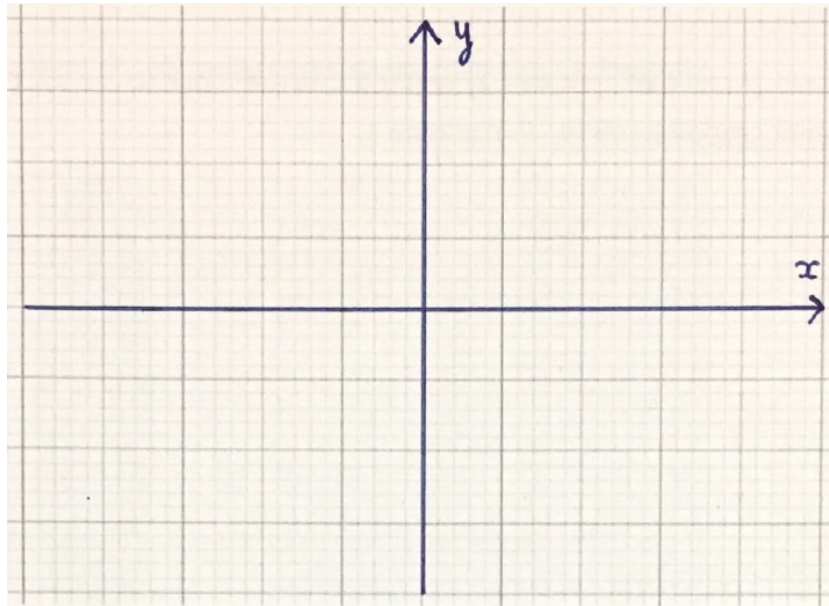


(b) Montrer par double inclusion que $A = B$.

2. Un couple (x, y) sera représenté graphiquement par le point d'abscisse x et d'ordonnée y .

2. On considère $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 = 1\}$ et $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq 0\}$

(a) Représenter graphiquement les ensembles C et D.

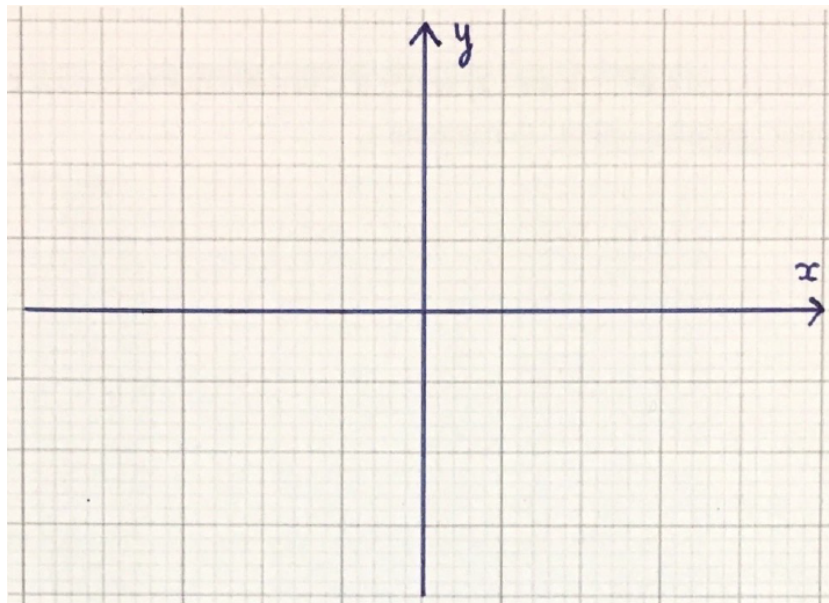


(b) Compléter la définition en compréhension suivante :

$$C \cap D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = \quad \quad \quad \}$$

3. **(question bonus)** On considère $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ et $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq 0\}$

(a) Représenter graphiquement l'ensemble E.



(b) Compléter la définition en compréhension suivante :

$$E \cap F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = \quad \quad \quad \}$$