Ex (diapo 15) :

Montrer que si a divise bc tout en étant premier avec b, alors a divise c.

On doit montrer : $\left(a|bc \text{ et } \mathrm{pgcd}(a,b)=1\right) \Longrightarrow a|c$.

Supposons $a|bc$ et $\mathrm{pgcd}(a,b)=1$.
Montrons $a|c$.

Comme $\mathrm{pgcd}(a,b)=1$, on a :

$$\exists\, u,v \in \mathbb{Z},\quad 1 = ua + vb$$

En multipliant par c, il vient :

$$c = uac + vbc$$

Mais $a|bc$ donc il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $bc = ak$.

On en déduit : $c = uac + vak = a\underbrace{(uc+vk)}_{\in \mathbb{Z}}$

c'est à dire $a|c$.