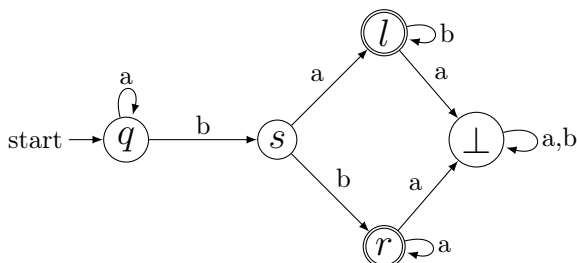


*Les exercices ou questions marqués d'une ou plusieurs étoiles sont plus difficiles et/ou théoriques et peuvent être omis. Cependant ils sont intéressants pour l'étudiant-e souhaitant aller plus loin et restent faisables au niveau IUT.*

**Exercice 1 :** (Échauffement)



1. Donnez la représentation de l'automate ci-dessus sous forme de matrice de transitions.
2. Que fait l'automate pour les mots  $\{\varepsilon, aa, ababb, abbaabb\}$  ?
3. Pour tous les mots de longueur  $< 4$ , indiquez s'ils sont acceptés ou refusés par l'automate.
4. Montrez que  $L(A)$  est de cardinal infini. Que pouvez-vous dire du cardinal de  $\overline{L(A)}$  ?
5. Dénotez sous la forme d'une expression régulière  $L(A)$ .
6. Dénotez avec une expression régulière  $L(A) \cup a^*$  puis  $L(A) \setminus a^*b^*$ .

**Exercice 2 :** (grep)

Nous considérons des Automates Finis Déterministes complets sur l'alphabet  $\{I, T, U\}$ .

1. Construire un automate reconnaissant le mot  $IUT$
2. Construire un automate reconnaissant les mots contenant toutes les lettres de l'alphabet.
3. Construire un automate reconnaissant les mots ne contenant pas la lettre  $I$ .
4. Construire un automate reconnaissant tous les mots contenant le sous-mot  $IUT$
5. Construire un automate reconnaissant tous les mots contenant le sous-mot  $TUT$
6. Construire un automate reconnaissant tous les mots contenant le sous-mot  $TTI$

**Exercice 3 :**

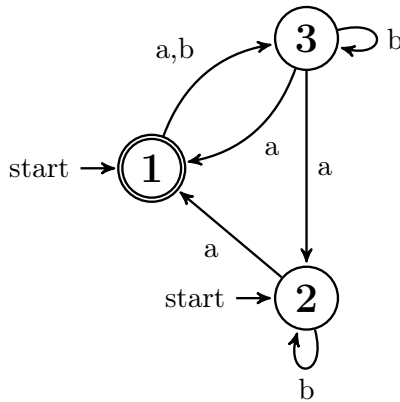
Soit  $A = (\Sigma, Q, i_0, F, \delta)$  l'automate défini par :  $Q = \{a, b\}$ ,  $\Sigma = \{1, 2, 3\}$ ,  $i_0 = 1$ ,  $F = \{3\}$ ,  $\delta(1, a) = 2$ ,  $\delta(1, b) = 1$ ,  $\delta(2, a) = 2$ ,  $\delta(2, b) = 3$ ,  $\delta(3, a) = 3$  et  $\delta(3, b) = 3$ .

1. Donner la table et le graphe de transition de  $A$ .
2. Les mots  $bbabb$ ,  $aabaa$ ,  $baaaa$  appartiennent-ils au langage  $L(A)$  ?
3. Donner tous les mots de  $L(A)$  de longueur inférieure ou égale à 3.
4. Déterminer le cardinal de  $L(A)$  et de son complémentaire.

**Exercice 4 :** (petits langages) Trouver un DFA reconnaissant les langages suivants :

1. ses langages dénotés par les expressions régulières :  $\varepsilon, a, a^*, a^+, ba^*, (ab)^*, b^*a^*, b^*a^*b, (baa^*|b^*a)$ .
2. les nombres entiers pairs en représentation binaire
3. sur  $\Sigma = \{a, b\}$  tous les mots commençant par  $b$  et se terminant par  $b$ .
4. les nombres entiers multiples de 5 en représentation décimale
5. les nombres binaires multiples de 4
6. les nombres binaires comportant un nombre pair de 0 et un nombre pair de 1
7. les nombres impairs en représentation binaire sans 0 non significatifs à gauche.
8. les nombres entiers plus grands que 5 en représentation binaire sans 0 non significatifs à gauche
9. sur  $\Sigma = \{a, b\}$  tous les mots contenant au moins la chaîne  $aab$  ou (non exclusif) la chaîne  $aaab$ .
10. sur  $\Sigma = \{a, b\}$  tous les mots qui ne sont pas dans  $(abb^*)^*$ .
11. sur  $\Sigma = \{a, b\}$  tous les mots qui ont au moins deux  $a$  et au plus un  $b$ .

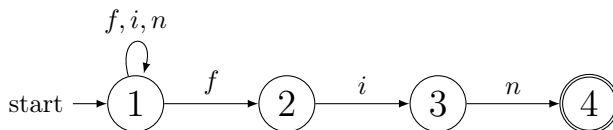
**Exercice 5 :** (NFA)



déterminisme.

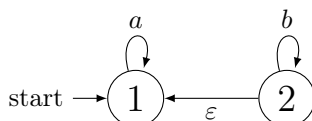
1. Identifier toutes les causes de non-
2. Donnez sa représentation mathématique.
3. Donnez sa représentation sous forme matrice de transitions.
4. Donnez tous les mots de longueur  $< 4$  acceptés et refusés par l'automate.
5. Étudiez le cardinal de  $L(A)$  et de  $\overline{L(A)}$ .
6. En usant de l'algorithme vu en cours, donnez un automate fini déterministe reconnaissant le même langage.

**Exercice 6 :** (NFA II)



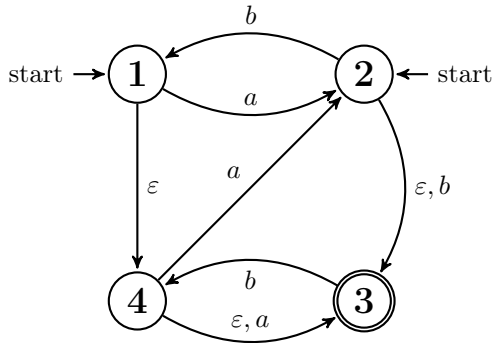
1. Identifiez les sources de non déterminisme.
2. Donnez sa représentation mathématique et sa matrice de transitions.
3. Quel est le langage reconnu par cet automate ?
4. Trouvez un DFA reconnaissant le même langage.

**Exercice 7 :** ( $\varepsilon$ -NFA)



1. Identifiez les sources de non déterminisme.
2. Donnez sa représentation mathématique et sa matrice de transitions.
3. Quel est le langage reconnu par cet automate ?
4. Trouvez un DFA reconnaissant le même langage.

**Exercice 8 :** ( $\varepsilon$ -NFA)



1. Quelles sont toutes les sources de non déterminisme dans cet automate ?
2. Donnez sa définition mathématique.
3. Montrez que  $L(A) \neq \emptyset$  et  $\overline{L(A)} \neq \emptyset$
4. Étudiez la cardinalité de  $L(A)$  et  $\overline{L(A)}$
5. Calculez la clôture de chaque état.
6. En usant des clôtures et de l'algorithme vu en cours déduire un AFD équivalent

**Exercice 9 :** \*(Miroir) Donner la construction, qui, à partir d'un automate reconnaissant un langage  $L$ , calcul un automate reconnaissant le miroir de  $L$ .

**Exercice 10 :** (Thompson)

1. En utilisant la méthode de Thompson, proposez un  $\varepsilon$ -NFA reconnaissant chacune des expressions régulières qui suivent :
  - (a)  $ab$
  - (b)  $abc|ca$
  - (c)  $ba^*b$
  - (d)  $(ab)^*a|ca$
  - (e)  $((ab^*|c)^*a)|(ab(b|ac)^*)$
2. Montrez que les automates obtenus à la question précédente peuvent être un peu simplifiés sans beaucoup d'effort.

**Exercice 11 :** (Thompson & Rabin-Scott)

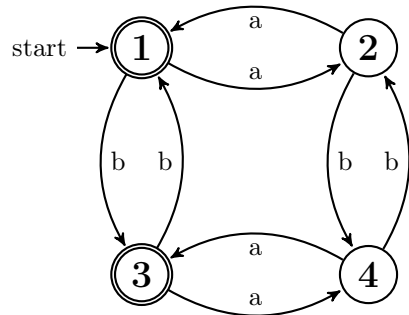
Donnez un  $\varepsilon$ -NFA reconnaissant le langage décrit par l'expression régulière  $(ab)^*|aab^*c|a^*$ . Déterminez l'automate obtenu et proposez un DFA complet reconnaissant ce langage.

**Exercice 12 :** ( Brzowski–McCluskey)

À l'aide de l'algorithme de Brzowski–McKuskey, (re)donner les langages reconnus par les automates dessinés sur cette feuille de TD.

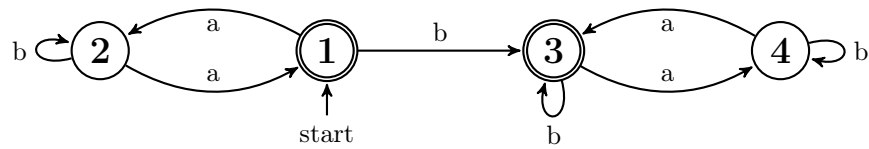
**Exercice 13 :** (Moore)

1. Soit l'automate  $A$  donné par :



Minimiser l'automate à l'aide de l'algorithme de Moore

2. Soit  $B$  l'automate :



Minimiser l'automate à l'aide de l'algorithme de Moore

3. Que peut-on en conclure quant aux langages reconnus par ces deux automates ?