UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS ESPE

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

Computación Gráfica

Actividad 3-2P: Curvas de Bezier

Autores:

Eduardo Antonio Mortensen Franco

NRC: 27873

Ecuador 2025-11-27

1.1. Algoritmo: Curvas de Bézier

1.1.1. Descripción técnica general

Para el trazado de curvas de Bézier en una interfaz gráfica se implementaron tres métodos: **De Casteljau**, **Curva Cuadrática** y **Curva Cúbica**. Todos permiten generar curvas suaves parametrizadas que pasan por puntos específicos y son controladas por puntos intermedios. El objetivo del estudiante es demostrar la correcta ejecución, comprender la construcción geométrica mediante animación y analizar las diferencias entre las variantes.

Cada algoritmo trabaja directamente sobre un objeto Graphics y utiliza una lista de PointF para almacenar los puntos de control. El usuario puede modificar interactivamente los puntos de control arrastrándolos con el mouse, y observar cómo cambia la curva en tiempo real.

La aplicación incluye una **animación educativa** que muestra paso a paso cómo se construye la curva mediante el algoritmo de De Casteljau, visualizando las interpolaciones lineales sucesivas que generan el punto final sobre la curva.

Los puntos de control se inicializan automáticamente según la variante seleccionada:

- **De Casteljau:** 4 puntos (curva cúbica genérica)
- **Cuadrática:** 3 puntos (inicio, control, fin)
- **Cúbica:** 4 puntos (inicio, dos controles, fin)

1.2. Variantes implementadas

1.2.1. Variante 1: Algoritmo de De Casteljau

a) Descripción técnica

El algoritmo de De Casteljau es el método fundamental para calcular curvas de Bézier mediante **interpolación lineal recursiva**. Funciona con cualquier número de puntos de control ($n \geq 2$) y es el método más estable numéricamente.

Funcionamiento:

1. Dado un conjunto de puntos de control $P_0, P_1, ..., P_n$ y un parámetro $t \in [0,1]$
2. Se interpola linealmente entre cada par de puntos consecutivos:
   - $Q_0(t) = (1-t)P_0 + tP_1$
   - $Q_1(t) = (1-t)P_1 + tP_2$
   - ...
   - $Q_{n-1}(t) = (1-t)P_{n-1} + tP_n$
3. Se repite el proceso con los nuevos puntos $Q_0, Q_1, ..., Q_{n-1}$
4. Se continúa recursivamente hasta obtener un único punto, que es el punto de la curva B(t)

La implementación utiliza una función recursiva que reduce el problema en cada nivel hasta llegar al caso base de un solo punto.

b) Justificación

Es el método más versátil y educativo porque:

- Funciona para curvas de cualquier grado
- Es muy estable numéricamente (no sufre cancelación catastrófica)
- Permite visualizar geométricamente la construcción de la curva
- Es ideal para subdivisión de curvas y análisis de propiedades geométricas
- La animación muestra claramente cómo se construye cada punto

c) Caso de uso demostrado

El estudiante demuestra la construcción completa de una curva cúbica (4 puntos de control) con visualización animada. La animación muestra:

- **Nivel 1:** Interpolación entre puntos de control originales (líneas moradas)
- **Nivel 2:** Interpolación entre puntos del nivel 1 (líneas magentas)
- **Nivel 3:** Interpolación final que genera el punto en la curva (punto rojo)

Se verifica que el parámetro t recorre desde 0.0 hasta 1.0, generando todos los puntos de la curva. El usuario puede arrastrar los puntos de control y observar cómo cambia la construcción en tiempo real.

1.2.2. Variante 2: Curva de Bézier Cuadrática

a) Descripción técnica

La curva de Bézier cuadrática es una curva de grado 2 definida por **tres puntos de control**: P_0 (inicio), P_1 (control) y P_2 (fin).

Fórmula explícita utilizando polinomios de Bernstein:

$B(t) = (1-t)^2P_0 + 2(1-t)tP_1 + t^2P_2$

Donde:

- $(1-t)^2$ es el coeficiente de Bernstein $B_{0,2}(t)$
- $2(1-t)t$ es el coeficiente de Bernstein $B_{1,2}(t)$
- t^2 es el coeficiente de Bernstein $B_{2,2}(t)$

Propiedades:

- La curva siempre pasa por P_0 cuando t=0 y por P_2 cuando t=1
- El punto de control P_1 atrae la curva pero no la toca (a menos que los tres puntos sean colineales)
- La tangente en P_0 apunta hacia P_1
- La tangente en P_2 proviene de P_1

b) Justificación

Es el tipo de curva más simple que permite control real sobre la forma:

- Suficiente para la mayoría de aplicaciones gráficas 2D
- Rápida de calcular (solo requiere operaciones aritméticas básicas)
- Usada en fuentes TrueType y gráficos vectoriales

- Balance óptimo entre simplicidad y expresividad
- Fácil de entender y manipular intuitivamente

c) Caso de uso demostrado

El estudiante muestra una curva cuadrática con tres puntos de control visibles:

- **P_0 (verde):** Punto inicial
- **P_1 (naranja):** Punto de control que define la curvatura
- **P_2 (rojo):** Punto final

Se verifica que al mover P_1, la curva se dobla suavemente manteniéndose tangente a las líneas P_0-P_1 y P_1-P_2. El polígono de control (líneas grises punteadas) muestra claramente la estructura de control.

1.2.3. Variante 3: Curva de Bézier Cúbica

a) Descripción técnica

La curva de Bézier cúbica es una curva de grado 3 definida por **cuatro puntos de control**: P_0 (inicio), P_1 (primer control), P_2 (segundo control) y P_3 (fin).

Fórmula explícita:

$B(t) = (1-t)^3P_0 + 3(1-t)^2tP_1 + 3(1-t)t^2P_2 + t^3P_3$

Donde los coeficientes de Bernstein son:

- $(1-t)^3 \rightarrow B_{0,3}(t)$
- $3(1-t)^2t \rightarrow B_{1,3}(t)$
- $3(1-t)t^2 \rightarrow B_{2,3}(t)$
- $t^3 \rightarrow B_{3,3}(t)$

Propiedades:

- Mayor flexibilidad que la cuadrática
- Permite crear curvas en forma de "S"
- Las tangentes en los extremos están completamente determinadas:
  - Tangente en P_0: dirección $P_0 \rightarrow P_1$
  - Tangente en P_3: dirección $P_2 \rightarrow P_3$
- Es el estándar en diseño gráfico profesional

b) Justificación

Es el estándar de la industria porque ofrece:

- Control preciso sobre tangentes de entrada y salida
- Suficiente flexibilidad para formas complejas
- No es excesivamente compleja de calcular
- Permite encadenar múltiples curvas suavemente (continuidad C^1 o C^2)
- Usada en PostScript, SVG, Adobe Illustrator, Inkscape

- Balance perfecto entre control y simplicidad matemática

c) Caso de uso demostrado

El estudiante demuestra una curva cúbica completa con cuatro puntos de control:

- **P_0 (verde):** Punto inicial
- **P_1 (naranja):** Define la tangente de salida desde P_0
- **P_2 (naranja):** Define la tangente de entrada hacia P_3
- **P_3 (rojo):** Punto final

Se verifica que:

- La curva puede formar una "S" moviendo P_1 y P_2 a lados opuestos
- Las tangentes son controlables independientemente
- La curva permanece suave y continua en todo su recorrido

1.3. Instrucciones de uso del formulario (FormDibujarCurva)

1. **Seleccionar el tipo de curva** mediante cmbVariante:
    - De Casteljau
    - Bézier Cuadrática
    - Bézier Cúbica
2. **Modificar puntos de control:**
    - Hacer clic y arrastrar cualquier punto de control (círculos de colores)
    - La curva se actualiza en tiempo real mientras se arrastra
3. **Iniciar animación:**
    - Presionar el botón **" Iniciar Animación"**
    - La animación muestra cómo se construye la curva paso a paso
    - El parámetro t se muestra en pantalla (de 0.000 a 1.000)
    - Las líneas de construcción aparecen en colores morado/magenta
    - El punto actual en la curva se muestra como un círculo rojo
4. **Detener animación:**
    - Presionar el botón **"⏸️ Detener Animación"** (mismo botón)
    - La animación se detiene y se muestra la curva completa
5. **Reiniciar puntos:**
    - Presionar el botón **"↻ Reiniciar Puntos"**
    - Los puntos de control vuelven a su posición inicial por defecto
6. **Ver información:**
    - Presionar el botón **"ℹ Info del Algoritmo"**
    - Muestra descripción técnica de la variante actual
7. **Cambiar entre variantes:**
    - Al cambiar la variante, los puntos de control se reinician automáticamente
    - La animación se detiene si está activa

1.4. Parámetros utilizados

Parámetros de entrada:

- **puntosControl:** Lista de PointF que define los puntos de control (2 a 4 según variante)
- **t:** Parámetro de la curva, varía de 0.0 a 1.0
  - t = 0.0 → punto inicial
  - t = 0.5 → punto medio aproximado
  - t = 1.0 → punto final
- **numPuntos:** Número de puntos a generar para dibujar la curva (default: 50-100)

Parámetros visuales:

- **RADIO_PUNTO:** Radio de los círculos de puntos de control (6 píxeles)
- **RADIO_SELECCION:** Radio de detección para arrastrar puntos (10 píxeles)
- **timerAnimacion.Interval:** 30 ms (~33 FPS para animación fluida)

Parámetros internos:

- **parametroT:** Valor actual de t durante la animación (0.0 a 1.0)
- **puntosCurvaCompleta:** Lista con todos los puntos precalculados de la curva
- **Graphics g:** Superficie de dibujo con SmoothingMode.AntiAlias

1.5. Análisis comparativo de las variantesEficiencia

- **De Casteljau:** Más lento por la recursión, pero versátil
- **Cuadrática y Cúbica:** Muy rápidas con fórmulas directas
- Para n=4 puntos, De Casteljau y Cúbica dan el mismo resultado, pero Cúbica es más eficiente

Precisión

- **De Casteljau:** Máxima estabilidad numérica, no acumula errores
- **Cuadrática/Cúbica:** Precisión excelente para sus respectivos casos
- Todas producen curvas perfectamente suaves

Suavidad

- **Cuadrática:** Curvas simples, sin inflexiones
- **Cúbica:** Permite inflexiones (forma de "S"), más expresiva
- **De Casteljau:** Depende del número de puntos de control

Uso académico

- **De Casteljau:** Fundamental para entender la construcción geométrica
- **Cuadrática:** Introduce conceptos básicos de curvas de Bézier
- **Cúbica:** Estándar que todo diseñador debe conocer

Uso profesional

- **Cuadrática:** Fuentes TrueType, gráficos móviles (menor peso)
- **Cúbica:** PostScript, PDF, SVG, Illustrator, AutoCAD
- **De Casteljau:** Subdivisión de curvas, análisis geométrico

1.6. Características de la animación

Visualización paso a paso

La animación implementada muestra el **proceso de construcción de De Casteljau**:

1. **Nivel 0 (puntos originales):**
   - Puntos de control en verde, naranja y rojo
   - Polígono de control en gris punteado
2. **Nivel 1 (primera interpolación):**
   - Líneas moradas conectando puntos interpolados
   - Muestra las primeras interpolaciones lineales
3. **Nivel 2 (segunda interpolación):**
   - Líneas magentas mostrando siguiente nivel
   - Reducción progresiva del número de puntos
4. **Nivel final:**
   - Punto rojo grande mostrando el punto actual en la curva
   - Valor de t mostrado en pantalla (ejemplo: t = 0.543)

Comportamiento de la animación

- **Velocidad:** 30 ms por frame (~33 FPS)
- **Incremento de t:** 0.01 por frame
- **Ciclo:** Cuando t llega a 1.0, vuelve a 0.0 automáticamente
- **Interacción:** Se puede arrastrar puntos incluso durante la animación
- **Pausa:** Al detener, muestra el estado final limpio

Valor educativo

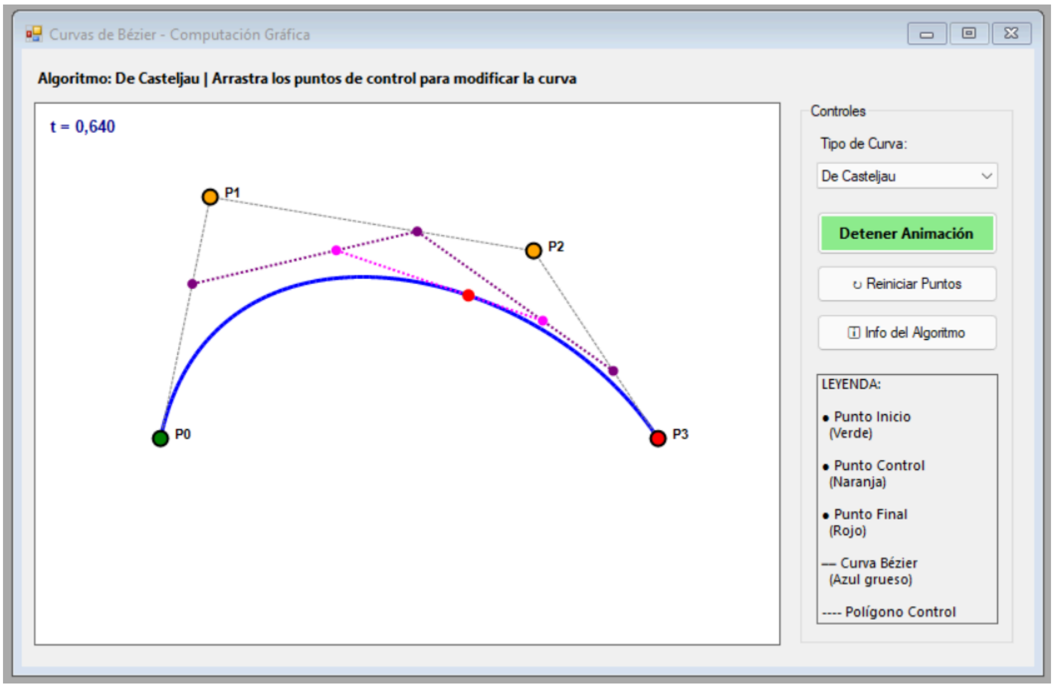
La animación permite comprender:

- Cómo cada punto de la curva se construye geométricamente
- La relación entre el parámetro t y la posición en la curva
- El proceso de interpolaciones sucesivas
- Por qué los puntos de control "atraen" pero no tocan la curva

1.7. Capturas de pantalla sugeridas

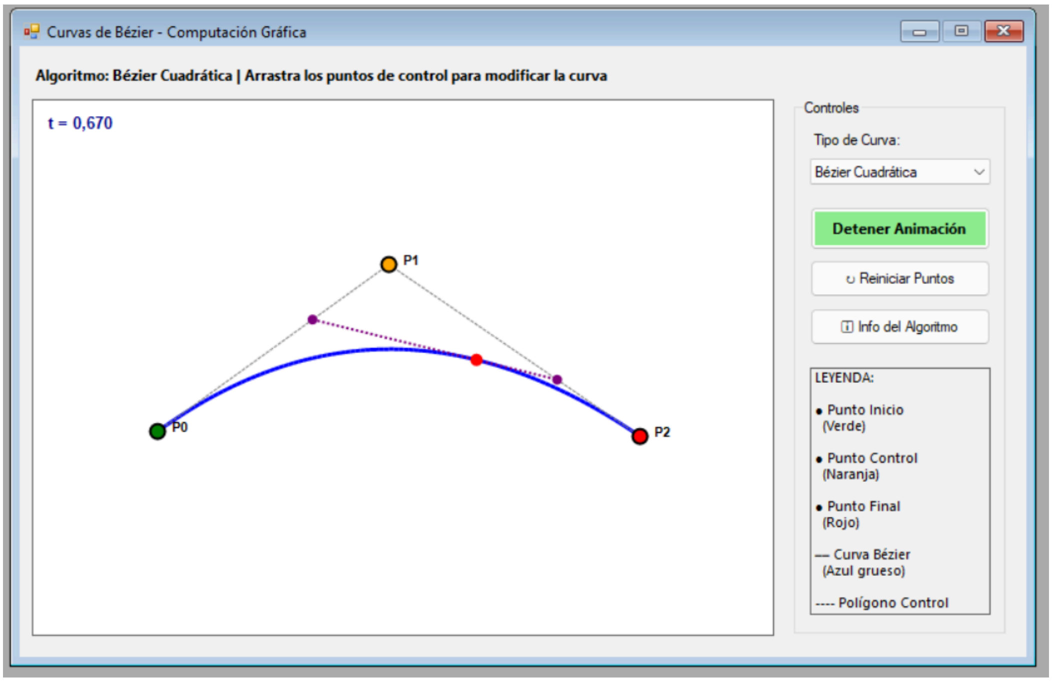
Captura 1: De Casteljau con animación activa

Descripción: Muestra los cuatro puntos de control, la curva azul completa, el polígono de control gris, las líneas de construcción (moradas y magentas) y el punto rojo actual en t ≈ 0.5.



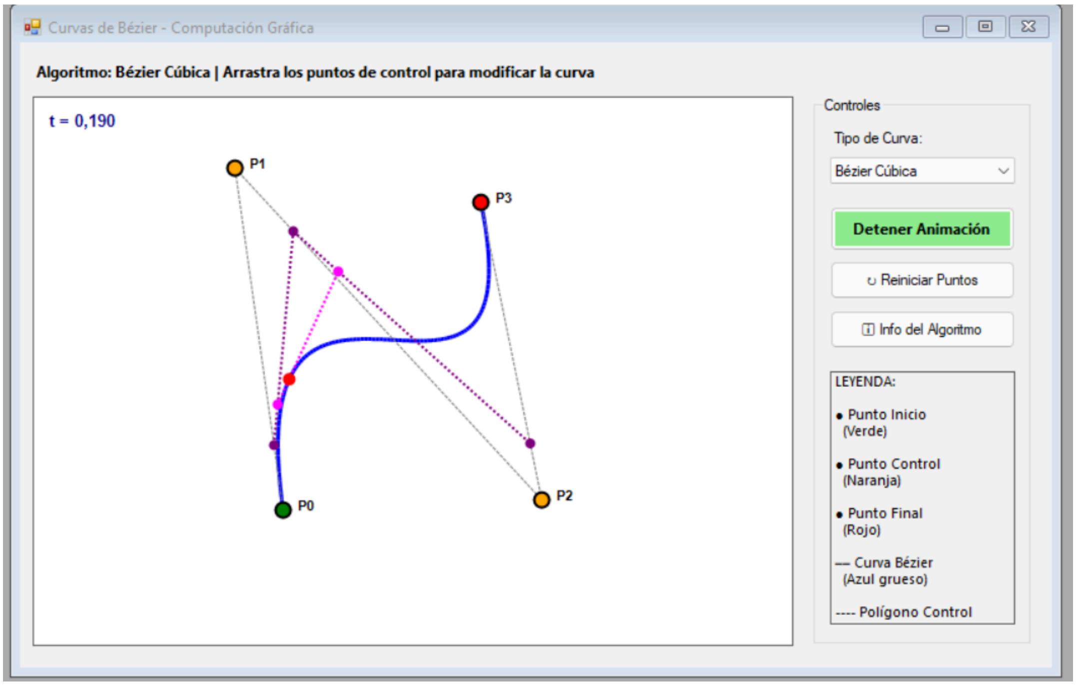
Captura 2: Curva Cuadrática

Descripción: Tres puntos de control formando una parábola suave. El punto de control naranja está desplazado hacia arriba, mostrando cómo la curva se dobla siguiendo su influencia.



Captura 3: Curva Cúbica en forma de "S"

Descripción: Cuatro puntos de control donde P_1 está arriba a la izquierda y P_2 está abajo a la derecha, creando una curva en "S" característica. Demuestra la capacidad de inflexión.



1.8. Conclusiones

La implementación de curvas de Bézier demuestra:

1. **Fundamento geométrico:** El algoritmo de De Casteljau proporciona una comprensión intuitiva de cómo se construyen las curvas mediante interpolaciones sucesivas.

2. **Eficiencia práctica:** Las fórmulas directas (cuadrática y cúbica) son más eficientes para renderizado en tiempo real, mientras que De Casteljau es superior para análisis y subdivisión.

3. **Aplicabilidad universal:** Las curvas cúbicas de Bézier son el estándar en diseño gráfico digital, tipografía digital y gráficos vectoriales.

4. **Valor educativo:** La animación transforma un concepto matemático abstracto en una visualización geométrica comprensible, facilitando el aprendizaje.

5. **Interactividad:** La capacidad de arrastrar puntos de control y ver cambios inmediatos permite experimentación y comprensión profunda de las propiedades de las curvas.

Referencias

1. de Casteljau, P. (1959). "Outillages méthodes calcul" - Citroën
2. Bézier, P. (1962). "Numerical control—Mathematics and applications" - Renault
3. Farin, G. (2002). "Curves and Surfaces for CAGD: A Practical Guide" (5th ed.)
4. Foley, J. D., et al. (1996). "Computer Graphics: Principles and Practice"
5. Mortenson, M. E. (2006). "Geometric Modeling" (3rd ed.)